

Encuentro Distrital de Educación Matemática **EDEM**

Universidad Distrital Francisco José de Caldas - Volumen 2, año 2015 ISSN 2422-037X (En línea)

Memorias EDEM-2

Segundo Encuentro: Transformaciones, retos y desafíos del diseño y desarrollo curricular de matemáticas en Bogotá

Bogotá, agosto 27, 28 y 29 de 2015



**UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS**

Facultad de Ciencias y Educación

Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas

Maestría en Educación con énfasis en Educación Matemática

Doctorado Interinstitucional en Educación con énfasis en Educación Matemática



Encuentro Distrital de Educación Matemática **EDEM**

Universidad Distrital Francisco José de Caldas - Volumen 2, año 2015 ISSN 2422-037X (en línea)

Sitio web: <http://comunidad.udistrital.edu.co/edem/> email: edem@udistrital.edu.co - edem.udistrital@gmail.com

Postura editorial y audiencia:

Encuentro Distrital de Educación Matemática EDEM es una publicación anual que tiene por objetivos difundir y debatir los avances en educación matemática, promover la interacción y el diálogo de saberes entre profesores en ejercicio, investigadores, estudiantes para profesor y profesores en formación. Está dirigida a investigadores, especialistas, docentes, estudiantes para profesor y profesores en formación, estudiantes de pregrado y posgrado.

MEMORIAS EDEM-2. Segundo Encuentro: Transformaciones, retos y desafíos del diseño y desarrollo curricular de matemáticas en Bogotá

Compiladora:

Brigitte Johana Sánchez Robayo

Comité organizador:

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá

Brigitte Johana Sánchez Robayo
José Torres Duarte
Jhon Bello
Gabriel Mancera Ortiz
Rodolfo Vergel Causado
Paola Alejandra Córdoba Villamil

Comité científico de evaluación:

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá

Brigitte Johana Sánchez Robayo
José Torres Duarte
Jhon Bello
Gabriel Mancera Ortiz
Rodolfo Vergel Causado
John Gómez Triana
Oscar Pantano Mogollon
Javier Mojica Vargas
Carolina Moreno Cabeza
Paola Alejandra Córdoba Villamil

Permiso de reproducción: Los artículos incluidos en esta edición, pueden ser utilizados y reproducidos con fines sin ánimo de lucro, citando la fuente y dando crédito a los autores.



**UNIVERSIDAD DISTRICTAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS**



Edición digital:

Grupo Editorial Gaia
gaiaeditorial@gmail.com
Tel. 310 2668311 Bogotá, Colombia

Corrección de estilo:

Sandra Patricia Rodríguez Lamus
Pedro Enrique Espitia Zambrano



El Encuentro Distrital de Educación Matemática es un evento organizado por la Universidad Distrital Francisco José de Caldas que apuesta por la cercanía con los profesores de matemáticas del Distrito Capital. Por tanto, como particularidad cada versión del Encuentro se realiza en una localidad distinta de Bogotá en un colegio distrital que abre sus puertas a los investigadores así como profesores de matemáticas en formación y en ejercicio.

Para esta versión y a propósito del momento coyuntural que vive actualmente la Educación Colombiana, el Segundo Encuentro Distrital de Educación Matemática enfocó su mirada en las transformaciones y los desafíos del currículo de matemáticas en Bogotá. Este enfoque, complementa el asumido en el Primer Encuentro de 2014: *Prácticas y propuestas innovadoras en el aula de matemáticas*, al generar un espacio en el que se visualiza la influencia que han tenido las propuestas de los profesores en los micro currículos y los contextos bajo los cuales se implementan políticas que afectan las dinámicas escolares.

Con un componente innovador, el segundo encuentro desarrolló un formato de interacción nombrado: *Diálogos con... al son de un café*, en el que un reconocido experto educador(a) se presenta más cercano a los asistentes al evento. Mientras éste es entrevistado informalmente acerca de quién es, su profesión y los estudios en el campo particular de la Educación, se desarrolla un debate cuyo foco central fue: Derechos Básicos de Aprendizaje, un punto de discusión respecto de las políticas educativas que actualmente afectan la Educación Matemática Colombiana y particularmente la Bogotana.

En la presente edición de las memorias del EDEM2 se difunden sus resultados organizados en cinco capítulos: Experiencias de aula, Talleres, Cursos cortos, Reportes de investigación y Pósters. El póster como modalidad de presentación contemplada para esta versión, es un esquema en el que se desarrolla una temática particular o en el que se presentan adelantos de investigaciones no concluidas. Así, el Encuentro Distrital de Educación Matemática continúa forjando el camino a consolidarse en un espacio que fortalezca la comunidad de educadores matemáticos, dando voz primeramente a los profesores de matemáticas del Distrito Capital.

Brigitte Johana Sánchez Robayo
Presidente Comité Organizador

Segundo Encuentro Distrital de Educación Matemática



Instrucciones para consultar en esta edición

1. Acceda a la página de contenido general que se encuentra en la página siguiente.

2. Seleccione la sección que desea consultar:

- Sección: **Comunicaciones breves**
- Sección: **Conferencias**
- Sección: **Cursos cortos**
- Sección: **Experiencias invitadas**
- Sección: **Talleres**

3. De click en el botón IR en frente de la sección a consultar



4. Se abrirá el índice de cada sección, verifique el documento que busca y diríjase a la página indicada.

5. Para regresar al contenido general vaya al final de cada sección y retorne dando click en el botón:

 **Regresar al índice general**

Nombre	Página	Nombre	Página
Acuña Quiroga, Jairo Alberto	309	Muñoz Tegua, María Alejandra	154, 254
Alvarado, Jennyffer	303	Muñoz, Yurani - Poveda, Xiomara	85
Álvarez Hernández, Norma Adriana	241	Ortiz, Andrea	94
Ángel Veloza, Rocío	321	Pabón, Carlos	280
Angulo Oliveros, Edgar	8	Pachón Fredy	317
Angulo, Leidy	206	Páez Solano, Cesar	321
Areválo Vanegas, Camilo	247	Pantano, Oscar	221
Aristizábal, Andrea	206	Parra Guerrero, Laura Carolina	101
Bello Chávez, Jhon Helver	154, 254	Parra, Aldo	53
Bohórquez Arenas, Luis Ángel	160	Patarroyo Piraquive, Fanny Yamile	42
Camelo, Francisco	53	Peña Ramírez, Claudia Patricia	319
Cárdenas, Yuri	170	Peña, Cristian	94
Cardozo, Fajardo	94	Piedra Moreno, Diana Paola	33
Carranza, Edwin	214	Pinzón, Katherin	170
Castañeda, Juan	25	Poveda, Cristian David	314
Castro, Claudia	124, 216	Pulido Moyano, Karen Lulieth	309
Clavijo, Martha	16, 53	Ramírez Cortes, Brayán Steven	154, 254
Flórez Santacruz, Jorge Enrique	177	Reyes, Aura	206
Fresneda Patiño, Edna Paola	189, 195	Riaño Magnolia	317
Galindo, Fabián	280	Riaño Valencia, Magnolia Jazmín	101
Garay Carrillo, Wilmer Mauricio	195	Riaño Vargas, Angie	108
Gil, Diana	216	Rojas Sánchez, Nubia Patricia	42
Gómez, Felipe	286	Ruíz, Angélica	286
Gómez, John	25, 221	Sáenz Martínez, Paola	116
Guacaneme-Suárez, Edgar Alberto	231	Salazar Amaya, Claudia	8
Guzmán Ruiz, Cristian Alejandro	61, 260	Salgado, Camilo	124
Hernández Martín, Harold	321	Sanabria, Ángela Johana	134
Hernández Ravelo, Karen Yulemy	71	Sánchez Barón, Ever Hernán	290
Hernández, Harold	170	Sánchez Rincón, Julián Daniel	260
Llorente, Edward	25	Santos Alape, Nelly Lorena	319
López Poveda, Armando Antonio	267	Soler, Nubia	280
López Roa, Leidy Ximena	201	Soto Hernández, Yancel Orlando	297
Marín Rodríguez, Nelson Leonardo	241	Soto, Andrés Sebastián	314
Martínez Cárdenas, Elba Azucena	189	Soto, Yancel Orlando	314
Martínez Clavijo, Diana Milena	297	Torres Duarte, José	212
Martínez, Lilián	273, 311	Torres, Elizabeth	216
Mejía Suárez, Stephany Lorena	134	Triana, Kelly	206
Mendoza, Alejandro	94	Triviño, Johana	303
Mojica, Javier	221	Vergel Causado, Rodolfo	236
Molina, Óscar	235	Zabala Hernández, Camilo	116
Mora, Dolly	53	Zabala Hernández, Cristian Camilo	145
Mora, Lyda	94	Zárate Rodríguez, María Cristina	212
Moreno Patiño, Karen	77		



Segundo Encuentro

Transformaciones, retos y desafíos del diseño y desarrollo curricular de matemáticas en Bogotá

Memorias

Bogotá, agosto 27, 28 y 29 de 2015

Encuentro Distrital de Educación Matemática **EDEM**

Contenido

Sección	Pág.	
Experiencias de Aula invitadas	7	IR
Comunicaciones Breves: Experiencias de aula	52	IR
Talleres invitados	153	IR
Talleres para Educación Básica	176	IR
Cursos invitados	213	IR
Comunicaciones Breves: Reportes de investigación	240	IR
Pósteres	308	IR



Segundo Encuentro

Transformaciones, retos y desafíos del diseño y desarrollo curricular de matemáticas en Bogotá

Memorias

Bogotá, agosto 27, 28 y 29 de 2015

Encuentro Distrital de Educación Matemática **EDEM**

Experiencias de Aula invitadas

Índice de esta sección

Matemática y Educación Religiosa Femenina: ¿Proyectos incompatibles?.....	8
Posibilidades en la formación de ciudadanos críticos: una puesta en escena de la educación matemática crítica y la educación estadística.....	16
La trigonometría como herramienta para medir nuestro entorno	25
<i>Problem solving</i> : más que matemáticas en inglés	33
La literatura detectivesca: Un medio para el fortalecimiento del razonamiento lógico matemático, en los niños del ciclo III.....	42



Segundo Encuentro

Transformaciones, retos y desafíos del diseño y desarrollo curricular de matemáticas en Bogotá

Memorias

Bogotá, agosto 27, 28 y 29 de 2015

Matemática y Educación Religiosa Femenina: ¿Proyectos incompatibles?

Angulo Oliveros, Edgar Johanni – Salazar Amaya, Claudia

edgar.angulo@utbvirtual.edu.co – csalazar@pedagogica.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional, (Colombia)

Resumen

En Educación Matemática es frecuente considerar el significado como centro de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares y asociar éste a las comprensiones de los estudiantes sobre los objetos de estudio. Este “centro” caracteriza los aprendizajes que se esperan sean alcanzados. Sin embargo, nuestra investigación pretende discutir que el “centro” de los procesos del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas sea el significado, partiendo del reconocimiento de la resonancia entre los significados que un grupo de estudiantes les atribuyen a las matemáticas y los propósitos de un proyecto de formación de una escuela privada, católica y femenina.

Palabras clave: Ambientes de Aprendizaje, Poder, Contexto Sociopolítico, Intencionalidad

1. Introducción

Se presenta un análisis de las oportunidades que pueden construirse para un proyecto de formación de estudiantes críticas a partir de ambientes de aprendizaje generados por escenarios de investigación en la clase de matemáticas en una escuela privada, católica y femenina de la ciudad de Bogotá. Estas oportunidades se evidencian en las relaciones entre

dificultades y posibilidades encontradas en dichos ambientes y presentadas a partir de dos categorías: negociación y poder en la escuela. Estas categorías, descentradas de los sujetos, permitieron el análisis de las prácticas y discursos que se evidencian en los ambientes y que involucran las subjetividades de las estudiantes.

El trabajo partió de una situación inquietante basada en el distanciamiento que observamos entre las prácticas tradicionales asociadas a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares y algunos discursos y prácticas institucionales, nacionales e internacionales, que enfatizan la necesidad de una educación matemática escolar que permita a los ciudadanos tomar una postura crítica en los espacios micro y macro en los que participan. Este distanciamiento, manifiesto en la incongruencia que observábamos entre lo propuesto, lo desarrollado, lo evaluado y lo alcanzado en las clases de matemáticas, nos llevaron a cuestionar la aparente armonía existente entre las metas planteadas desde el área de matemáticas, las prácticas docentes y las prácticas evaluativas. Esta armonía parecía evidente en la coherencia lograda en los fundamentos sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares a partir de diferentes documentos: Plan del Área de Matemáticas, P.E.I (Plan Educativo Institucional), Lineamientos Curriculares, Estándares de Matemáticas, Ley General de Educación, entre otros, pero no era tan transparente en lo que a la correspondencia con las prácticas en el aula se refería.

Así, en un primer momento, la investigación planteó la construcción de *ambientes de aprendizaje*, caracterizados por *escenarios de investigación*, a partir de los elementos desarrollados por Skovsmose (1999) en su enfoque sobre la Educación Matemática Crítica (EMC). Los elementos de la EMC nos permitieron la construcción de un espacio donde es posible una crítica a las matemáticas, a lo que las matemáticas hacen en el mundo como parte de la educación matemática. Por otra parte, las consideraciones del *enfoque sociopolítico*, propuesto por Valero (2012), nos permitieron abordar la complejidad de las relaciones de poder entre el micro y macrocontexto en que se desarrollaron los ambientes de aprendizaje propuestos. El análisis de los datos se realizó por medio de una triangulación teórica, de fuentes e investigadores.

Todo el proceso de investigación nos permite resaltar la importancia de los ambientes de aprendizaje en la conformación de espacios de diálogo que

permitan la configuración de intenciones compartidas de aprendizaje y, por lo tanto, la realización de acciones compartidas. De igual forma, estos procesos se encuentran enmarcados en espacios que permitan configurar los procesos de negociación de las intenciones–disposiciones entre estudiantes y entre profesor y estudiantes como parte de la dimensión subjetiva de la crítica. Por último, resaltamos la complejidad de relaciones presentes en la configuración de los significados que atribuyen las estudiantes a las matemáticas escolares. En particular, las formas en que el poder configura sus interpretaciones, oportunidades y acciones en el mundo.

2. Referente conceptual

La pertinencia de un ambiente de aprendizaje, basado en un escenario de investigación, se estableció a partir de las potencialidades de las relaciones entre un enfoque investigativo y las preocupaciones de la EMC. Skovsmose (2000) establece su interés en un enfoque investigativo al considerar que las siguientes preocupaciones pueden ser desarrolladas de una manera más apropiada por dicho enfoque: la EMC debe, en primer lugar, propender por el desarrollo de la alfabetización matemática como una competencia que permita “interpretar y actuar en una situación social y política que ha sido estructurada por las matemáticas” (Skovsmose, 2000, p.110); en segundo lugar, resalta el hecho de que las matemáticas, al ser parte central de nuestra cultura basada en la tecnología, se convierten en objeto de crítica y reflexión.

Skovsmose (2000) caracteriza un escenario de investigación como una situación particular que tiene la potencialidad de promover un trabajo investigativo o de indagación, que contrasta con las prácticas de la educación matemática tradicional que se ubican en el *paradigma del ejercicio*. La distinción entre las prácticas educativas, relacionadas a los escenarios de investigación y el paradigma del ejercicio, pueden combinarse con las *referencias* que “sirven de base para el significado que los estudiantes pueden construir de los conceptos matemáticos y de las actividades en la clase” (Skovsmose, 2000, p.9).

Skovsmose (2000) propone tres tipos de referencia que permite la producción de significado en educación matemática (Matemáticas, semirrealidad y situaciones de la vida real) que, al combinarse con los dos

paradigmas de organización de las prácticas en el salón de clase (paradigma del ejercicio y escenarios de investigación), permite generar y configurar seis tipos de ambientes de aprendizaje en la clase de matemáticas.

Sin embargo, para Skovsmose (1999) la crítica posee una doble dimensión que es importante destacar en la EMC: en primer lugar, la crítica puede dirigirse hacia una situación que se convierte en el objeto de la crítica y, por otra parte, esta es elaborada por una persona que se concibe como el sujeto de la crítica. En este sentido, propone la relación *disposición-intención de aprendizaje-aprendizaje como acción* como círculo conceptual que permita estudiar los elementos de la EMC como parte de esta segunda dimensión.

En primer lugar, actuar presupone la existencia de un grado de indeterminismo. Así, considerar que los sujetos actúan, implica suponer que ellos pueden escoger sobre la situación en la cual desean actuar y, por lo tanto, tener alguna idea acerca de los objetivos y razones para realizarla, es decir, debe existir un grado de conciencia en el sentido que las intenciones para realizar una acción se encuentren presente en lo que las personas hacen. Al considerar la existencia de cierto grado de conciencia en las acciones que realiza un sujeto, Skovsmose (1999) caracteriza las intenciones como una forma particular de intencionalidad dirigida hacia la acción. Así, describir una acción significa reconocer las posibles intenciones del sujeto que la realiza y, por otra parte, determinar si las intenciones de un sujeto fueron satisfechas puede relacionarse con las acciones que realizó. Por último, las intenciones no nacen en la nada o en el vacío. Skovsmose relaciona las intenciones, es decir, los motivos para la realización de una acción, con el porvenir o antecedentes de la persona que actúa. Skovsmose (1999) caracteriza el porvenir como las oportunidades que la situación social, política, económica y cultural ofrece al individuo para percibir sus posibilidades y los antecedentes como aquella “red socialmente construida de relaciones y significados que pertenecen a la historia de la persona” (Skovsmose, 1999, p. 198).

Skovsmose (1999) resalta que considerar la secuencia disposición-intención de aprendizaje-aprendizaje como acción no sugiere que los estudiantes posean alguna intención de aprendizaje que deseen formular y llevar a cabo por medio de una acción. Las intenciones de aprendizaje no existen a priori, a pesar de que las disposiciones sean recursos para sus intenciones. De esta manera, emerge la necesidad de la negociación de intenciones. Este proceso

de negociar y compartir intenciones resalta la dificultad de encontrar en una clase normal la posibilidad de ver surgir intenciones de aprendizaje como un proceso compartido, mediante la negociación de intenciones, en “la que el profesor expresa posibilidades y los estudiantes se expresan a sí mismo con el fin de captar la situación de la mejor manera” (Skovsmose, 1999, p.205). Este proceso se caracteriza por reconocer que profesor y estudiantes poseen ideas y planes acerca de los objetivos y metas del proceso educativo y, al mismo tiempo, resalta la dificultad de suponer un paralelismo entre las metas y objetivos de todos los actores del proceso educativo.

Sin embargo, esta negociación de intenciones se establece en un contexto sociopolítico en el que la serie de macrocondiciones permean las microcondiciones y la organización de las prácticas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en las escuelas. Esta noción permite considerar la existencia de relaciones entre el macrocontexto y microcontexto como algo más que al contexto asociado con el mundo matemático o real que permite disparar procesos cognitivos y, al mismo tiempo, ser consciente que el contexto implica encontrar maneras de relacionar elementos del contexto del nivel micro con las múltiples capas del contexto en los que ese microcontexto se inserta y hace parte (Valero, 2012).

Resaltar la negociación de intenciones en un espacio en el que las macrocondiciones permean las microcondiciones implica considerar a los estudiantes como sujetos reales que ejercen poder. Desde un enfoque sociopolítico, el poder es considerado como parte de las relaciones sociales. Las personas se posicionan en diferentes situaciones empleando diferentes recursos de poder. Esta caracterización implica que el poder es situacional, relacional y se encuentra en constante transformación y, por lo tanto, no es una característica permanente de los actores (Valero, 2012). Así, el poder es una relación entre acciones, entre sujetos que actúan, y en consecuencia, es necesario que los sujetos que participan en ella sean libres.

3. Descripción de la experiencia

El escenario de investigación se construyó por medio de la planeación de un *enfoque temático*. Skovsmose (1999) establece que un enfoque temático se caracteriza, principalmente, por: el tema debe ser bastante conocido por los

niños, o posible de describir en términos no matemáticos; los niños deben poder tener acceso al contenido desde diferentes niveles, sin importar la diferencia de habilidades entre ellos; el tema propuesto debía tener valor en sí mismo; y el trabajo con el tema debía permitir crear, usar, sistematizar ideas acerca de las matemáticas. En este sentido, la invitación a participar en un escenario de investigación se presentó a las estudiantes de grado noveno a partir del enfoque temático: *Licitación N° 001 de septiembre de 2011. Construcción de Casa ecológica con botellas Pet.*

El documento de la licitación presentó tres aspectos a tener en cuenta: las personas que pueden participar de la licitación, el objeto de la licitación y el pliego de peticiones. En el primero de ellos, se delimitó el grupo de la comunidad académica que podía participar en la licitación, en nuestro caso, estudiantes de grado 9°. En el segundo, se estableció que el objetivo de la licitación era la construcción de un documento que enmarcara una propuesta, presentada a los directivos y el Consejo Académico de la institución, de construcción de una estructura en la sección de bachillerato en *ecoladrillo*.

Por último, el documento a presentar se elaboraría teniendo en cuenta las siguientes tres fases: en la primera fase, las estudiantes debían justificar las ventajas de emplear este tipo de construcción y los beneficios de esta para la comunidad educativa; en la segunda fase, las estudiantes debían determinar y justificar el espacio seleccionado en la institución para la construcción y diseñar una o varias representaciones de la misma; y en la tercera fase, debían hacer un cronograma con los tiempos requeridos para la construcción, la población involucrada y sus funciones, además de los presupuestos para llevar a cabo esta construcción.

El ambiente de aprendizaje se ejecutó durante 21 sesiones de clases, distribuidas en 2 meses. El trabajo se realizó por medio de la conformación de grupos de estudiantes. Durante cada sesión, las estudiantes se reunían y discutían las tareas que el grupo consideró pertinente para su proyecto y definían los pasos a seguir durante esa sesión y las siguientes. El docente participaba en las reuniones de cada grupo para conocer el desarrollo de las propuestas del grupo y poner a consideración de las estudiantes sus percepciones.

La información del desarrollo del ambiente se registró por medio de grabaciones de cada sesión, diario de campo del docente y los registros del trabajo realizado por cada grupo de estudiantes durante cada sesión. Sin

embargo, el análisis incluyó otras fuentes de información que permitieron establecer relaciones entre lo desarrollado en el microcontexto del salón de clase y el macrocontexto institucional, a partir de un proceso de triangulación teórica, de investigadores y fuentes.

4. Reflexiones y conclusiones

En primer lugar, una de las oportunidades que ofrece el movimiento entre los diferentes tipos de ambientes de aprendizaje, fue la posibilidad de construcción de intenciones compartidas para el aprendizaje. El proceso de negociación de las estudiantes durante el desarrollo de los ambientes evidenció que es posible, para las ellas, preguntarse y decidir, de manera conjunta, acerca de qué es necesario desarrollar y, por lo tanto investigar, durante el continuo del proceso de enseñanza/aprendizaje.

Por otra parte, todo proceso de reflexión y decisión permite una apertura acerca de cómo organizarse para efectuar acciones, que satisfagan las intenciones establecidas por las estudiantes. En este sentido, consideramos que un ambiente de aprendizaje puede permitir la construcción de intenciones compartidas de aprendizaje y, por lo tanto, la realización de acciones compartidas, es decir, es posible la construcción de nuevas formas de interpretar el proceso de aprendizaje como un proceso colectivo. Sin embargo, consideramos que todo proceso de negociación incluye interpretaciones del macro y microcontexto de los sujetos que actúan en dicho proceso. Así, los procesos de negociación son necesarios y, al mismo tiempo, presentan dificultades si se considera la imposibilidad de establecer una convergencia entre las intenciones del profesor y las estudiantes y entre estudiantes. Por ello consideramos necesario reconocer que profesor y estudiantes negocian intenciones en espacios de poder conformados por los discursos escolares que incluyen tesis sobre las matemáticas escolares y sobre la formación de las estudiantes como mujeres críticas.

Por último, consideramos que las relaciones de poder que se construyen en la institución educativa, de carácter privado, religioso y femenino, permite identificar cómo la construcción de la subjetividad femenina se encuentra relacionada con los discursos, prácticas y tecnologías imperantes en dicha institución, asociados a caracterizaciones particulares sobre el papel y el rol

de la mujer en nuestra sociedad, que incluyen ideas sobre las matemáticas escolares. Estos discursos encuentran resonancia con las prácticas tradicionales de las matemáticas escolares, que reconocen a las matemáticas como una ciencia formal y exacta, que poco o nada aporta en las posibilidades de reflexión sobre nuestra realidad. Por ende, la construcción y desarrollo de un ambiente de aprendizaje se encuentra inmerso en los discursos y prácticas institucionales y, por lo tanto, se configuran con ellos. De esta manera, las expresiones de las estudiantes, que manifiestan la forma en que ellas interpretan la relevancia e importancia de los usos de las matemáticas en la sociedad, resuenan con prácticas escolares que enfatizan el papel solidario y de servicio de las estudiantes en nuestra sociedad. La posibilidad de formación crítica de las estudiantes se encuentra subordinada a estas prácticas y discursos. Por lo tanto, consideramos que un ambiente de aprendizaje que tenga como fin la formación de estudiantes críticas, se encuentra abocado a reducir tales objetivos al discurso operante de este contexto institucional, debido a las relaciones de poder que en él se constituyen.

Referencias bibliográficas

- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la Educación Matemática Crítica*. Bogotá: Una empresa docente. Universidad de los Andes.
- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA*, 6(1), 3-20.
- Valero, P. (2012). Perspectivas sociopolíticas en la educación matemática. En Valero, P. & Skovsmose, O. (Comps.), *Educación Matemática Crítica: Una visión sociopolítica del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas* (pp. 195-216). Bogotá: Universidad de los Andes-Centro de Investigación y Formación en Educación.

Posibilidades en la formación de ciudadanos críticos: una puesta en escena de la educación matemática crítica y la educación estadística

Clavijo, Martha

marthacclavijor@gmail.com

CEDID San Pablo, (Colombia)

Resumen

Esta comunicación pretende narrar algunos de los objetivos, alcances, implicaciones, desafíos y posibilidades que como docentes de matemáticas podemos encontrar en nuestro ejercicio, que redundan en la formación ciudadana. Este cometido se intentará a través de una experiencia específica que ha sido nutrida posteriormente con diálogos dados con estudiantes para profesor, educadores, investigadores en ejercicio, expertos en Educación Matemática, etc. y los aprendizajes que se han obtenido desde el ejercicio y la formación. La experiencia en mención fue llevada a cabo en dos colegios distritales de Bogotá ubicados en las localidades Engativá y Rafael Uribe con estudiantes pertenecientes a los grados 7°, 8° y 9°. Tuvo como objetivo principal, además de fomentar, identificar como fomentar el pensamiento crítico en ellos haciendo uso de las matemáticas. Para ello se partió de las ideas de la Educación Matemática Crítica (EMC) y de la Educación Estadística (EE) –también vista desde una postura crítica–.

Palabras clave: Educación Matemática Crítica, Pensamiento Crítico, Ciudadanía, Educación estadística.

1. Introducción

La educación nació como un medio para transmitir las ideas de la religión, posteriormente, con grandes transiciones e intercepciones que aún prevalecen, se convirtió en el medio para garantizar que el pueblo conociera y cumpliera los requerimientos, deberes y derechos que el Estado considerase para que fuese merecedor del título de “ciudadano”. Aquí no se considera esa versión de ciudadano como una coherente a su raíz, y con ello se quiere decir que no se espera preparar a los sujetos para insertarlos en el sistema y que sean conocedores y acatadores de las normas del Estado. Sino que de forma coherente a la formación de futuras generaciones se busca es fomentar la comprensión de su realidad, la disposición de transformación desde una postura crítica y la concientización de que se es sujeto más no objeto. Lo anterior atendiendo a las paradojas descritas por Valero (2012) y las ideas de la EMC.

En relación a ello se encuentra que actualmente la sociedad está caracterizada por una complejidad de dinámicas internacionales y nacionales que inciden explícitamente, problemáticas de toda índole, acceso a la información y a la tergiversación de la misma, estructuras de poder y culturales arraigadas al actuar de los sujetos o más bien al actuar de los objetos que desempeñan un rol en el engranaje del sistema, entre otros tantos aspectos que condicionan al ser humano.

Ante este panorama se afectaran principalmente a los ciudadanos que no se encuentran preparados para la recepción, tratamiento y análisis de toda esa información, pues tenderían a aceptar hasta lo humanamente inaceptable sin siquiera notarlo. Desde esta lógica diversos estudios han percibido importancia de que desde la escuela se promuevan prácticas para que los sujetos identifiquen y comprendan el papel que, por ejemplo, desempeñan las matemáticas en el mundo; alcancen razonamientos con argumentos sólidos, y utilicen y participen en función de las necesidades de la vida como ser ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (Dooren, Verschaffel y Vicente, 2008).

Así, estadísticos y educadores estadísticos se han preocupado porque la estadística y su aprendizaje deje de ser “sólo una técnica para tratar los datos cuantitativos (...), y pase a ser una herramienta para la vida en sociedad, (...) en términos de capacidad de comprender la abstracción lógica que hace

posible el estudio cuantitativo de los fenómenos colectivos” (Ottaviani, 1998; citado en Batanero (2002), p.2).

Con esta experiencia se intentó romper estos paradigmas logrando, con ayuda de las matemáticas, concientizar a los estudiantes frente a una problemática de su contexto nacional –como lo eran las encuestas de opinión electoral y todo lo que esto implica-, comprenderla e identificar el rol y la acción transformadora que podía realizar desde el papel que desempeñaba en la sociedad en ese momento. Y en este texto se intentará contar un poco de esa buena experiencia.

2. Referente conceptual

Los aportes teóricos en cuenta para esta comunicación se dividen en tres categorías EMC, EE y ciudadanía, le tercera implícita en las anteriores. La EMC según Sánchez y Torres (2009) surge en una corriente del pensamiento filosófico conocida como Teoría Crítica o escuela de Frankfurt, centra su mirada en los aspectos sociopolíticos presentes en las prácticas pedagógicas de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, por ende es el enfoque socio político de la Educación Matemática. Está en relación con los aspectos sociales y políticos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas donde la vida en el aula representa un debate democrático en el cual se construyen ideas a partir de discusiones profundas. Es decir, tiene que ver con el desarrollo de una ciudadanía crítica (Borba y Skovsmose, 2004). Requiere de intelectuales que no hagan del conocimiento algo estático o susceptible de ser transformado en contenidos que depositar en los otros, sino un acto total, de reflexión y de acción (Freire, 1968).

Skovsmose (2000), su principal precursor, ha caracterizado las seis alternativas de organización de la actividad matemática de los estudiantes, que son el resultado de combinar tres tipos de referencia; matemáticas puras, semirrealidad y situaciones de la vida real; con las formas de organización de la actividad de los estudiantes; escenarios de investigación o el paradigma del ejercicio. Los escenarios de investigación como un enfoque alternativo a las actividades que se rigen bajo el paradigma del ejercicio, proponen situaciones en las que se invita al estudiante a explorar e indagar en torno a unas circunstancias dadas en un tipo de referencia específico, la interacción

estudiante/docente se puede generar en cualquiera de los seis tipos de Ambientes de Aprendizaje de acuerdo a los sucesos que se den en la clase y “la ruta óptima” que establezcan para obtener un determinado fin (Skovsmose, 2000). Lo descrito anteriormente se esquematiza en el siguiente cuadro:

		Formas de organización de la actividad de los estudiantes	
		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación
Tipo de referencia	Matemáticas puras	(1)	(2)
	semirrealidad	(3)	(4)
	Situaciones de la vida real	(5)	(6)

Figura 1. Descripción de los Ambientes de Aprendizaje propuestos por Skovsmose (2000).

Desde aquí se ve la Educación Estadística como aquella que permite que los estudiantes desarrollen habilidades cognitivas y disposiciones propias del pensamiento crítico en la escuela. Para Batanero (2002) la EE juega un papel primordial en el desarrollo de la sociedad moderna, pues proporciona herramientas metodológicas para analizar la variabilidad, diseñar en forma óptima estudios y experimentos, y mejorar las predicciones y toma de decisiones en situaciones de incertidumbre, resaltó además que en la actualidad debido a la disponibilidad de información y la necesidad de toma de decisiones frente a los datos, se hace importante la formación Estadística en los ciudadanos.

Las matemáticas y su educación empoderan o tienen la capacidad de dar poder a los sujetos, asumiéndose una intrínseca bondad de este cuerpo de conocimiento. La relación con el poder se da de forma transparente, ya que la matemática es apenas un medio. Esto se ejemplifica con posturas como “si

los estudiantes y los ciudadanos aprenden adecuadamente una considerable cantidad de matemáticas, serán mejores ciudadanos”.

3. Descripción de la experiencia

La experiencia central se dio cursando la licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Francisco José de Caldas dentro de los seminarios de prácticas como trabajo de grado, el cuál fue realizado junto con la docente Claudia Arias y asesorado por el profesor José Torres. La intervención en el aula se dio en dos grandes momentos: el primero en el Colegio Restrepo Millán, localidad Rafael Uribe en grado noveno; y el segundo en el Instituto técnico Juan del Corral (IED), en la localidad de Engativá en los curso de séptimo, octavo y noveno.

A lo largo de los tres años aproximados que duró la investigación, se puso en discusión en distintos espacios académicos; en este tiempo las investigadoras se encontraban a penas incursionando en el enfoque socio político de la Educación Matemática. Posteriormente se publicó y se socializo oralmente en, por ejemplo, RELME 26, 10+1 Coloquio Regional de Matemáticas y Estadística, ECME 13, EDEM I, CLAME, CIAEM XVIII, etc. se continuo con el estudio de este enfoque y se cursaron estudios de posgrados que han generado diálogos que han nutrido el análisis de esta experiencia. A continuación se hace una breve descripción de los Ambientes de Aprendizaje (AA) generados en el aula y de los cuales se tiene como fuentes de información entrevistas, videos, producciones de los estudiantes y que podrán encontrar a vuelta de correo:

Fase de reconocimiento y diagnóstico

En el AA N° 1, se realizó un reconocimiento, por un lado, de las percepciones de los estudiantes hacia la problemática, y por otro lado, de las relaciones dadas en el interior del aula. Para ello se debía contestar y socializar un cuestionario referido a las encuestas prelectorales y realizar algunas representaciones de momentos de clase.

El Ambiente de Aprendizaje N° 2 es una prueba diagnóstica, en la cual se toman situaciones en dos contextos relacionadas con la estadística, para así

aproximarse a una caracterización de algunas habilidades del pensamiento crítico, presentes en los estudiantes, y al manejo de nociones de la estadística, enmarcadas en una encuesta de opinión.

Fase de ubicación y ambientación del problema

El AA N° 3 permite además identificar aspectos estadísticos que intervienen, y la influencia de dichas encuestas en aspectos socio - políticos. Por ello se plantearon tareas de análisis y reflexión con respecto a una lectura titulada “Encuestas Electorales”¹ y un vídeo² que muestra una crítica hecha por un canal venezolano a las encuestas electorales realizadas en Colombia y emitidas en los noticieros.

Fase de construcción de herramientas conceptuales

El AA N° 4 corresponde a la construcción de herramientas conceptuales necesarias para la realización y el análisis de las encuestas de opinión. Tomando los noticieros emitidos por los canales colombianos, se analizan las fichas técnicas que presentan cuando dan a conocer los resultados de una encuesta. De esta manera, a partir de la identificación de los aspectos técnicos reglamentarios que intervienen en la ficha técnica, se introduce en las herramientas conceptuales población y muestra.

En el AA N° 5, se abordan las nociones de muestra y población; para ello a partir del análisis de la recolección y sistematización de datos, por parte de los estudiantes, considerando una misma encuesta realizada a toda la población, a una muestra pequeña y a una grande, se reflexiona sobre la importancia de considerar la finalidad para caracterizar la muestra y elegir una muestra representativa.

El AA N° 6 se enfoca en el trabajo sobre la herramienta conceptual diagrama de barras. En este se muestra a los estudiantes diagramas de barras presentados por los noticieros, que bajo lo propuesto por Friel, Curcio y Bright (2001; citado en Bruno, Espinel, González, & Pinto (2009)), no poseen los componentes necesarios para la comprensión de la información

¹http://www.iidh.ed.cr/comunidades/redelectoral/docs/red_diccionario/encuestas%20electorales.htm

² <https://www.youtube.com/watch?v=Jb5KHQoAfm8>

allí representada; posteriormente proponen la realización de estos considerando los componentes necesarios.

La actividad matemática del AA N° 7 está caracterizada por la reflexión en torno a la implicación que tiene la muestra, el tipo de muestreo y el margen de error en una encuesta de opinión. De esa manera se desarrolla un debate a partir de la lectura de algunos fragmentos en los que se abordan dichas herramientas conceptuales, para luego identificarlo en algunas situaciones.

Fase de aplicación de herramientas conceptuales

El AA N° 8 corresponde a la última fase, en donde el estudiante puede identificar la utilidad de las herramientas conceptuales adquiridas en una situación problema de su contexto. De esta forma la actividad matemática se ve enfocada en la construcción de un artículo que refleje una observación detallada de la encuesta de opinión emitida en el noticiero de la televisión colombiana para tomar una postura y sustentar algunas ideas empleando nociones estadísticas inmersas.

4. Reflexiones y conclusiones

A partir de todos los momentos previos que se han tenido en cuenta se puede dar cuenta de que partiendo de lo expuesto por Valero (2006) se reconoce que la escuela es un espacio de formación que puede dotar al ciudadano con habilidades para fomentar su pensamiento crítico y con ello, permitirle analizar la información que brindan los medios, se encuentra que lastimosamente la escuela se ha venido enfocando en el desarrollo netamente cognitivo, olvidándose de la formación del ciudadano, pues separa el saber del contexto del estudiante; por ello es necesario que el aprendizaje deje de ser un proceso cuyo fin es poseer o almacenar conocimiento y pase a ser un proceso que permita actuar en el mundo.

Así desde la EMC y la EE que se posibilita el desarrollo de habilidades asociadas a las matemáticas, el promover la participación crítica de los estudiantes/ciudadanos en la sociedad, discutiendo asuntos políticos, económicos, ambientales en los cuales las matemáticas sirven como soporte

tecnológico. Estas empoderan, y en sí mismas constituyen un conocimiento indispensable que en el mundo actual occidentalizado tiene el papel positivo de en culturar a las nuevas generaciones en tal conocimiento y en todos sus valores relacionados (Valero, 2012).

Con respecto a esto, se logró reflexionar en torno a la importancia de la formación de ciudadanos para el análisis de la información que están recibiendo constantemente por medio de representaciones estadísticas.

Así mismo es de vital importancia la relación que se puede establecer entre la escuela y los medios. Además teniendo en cuenta lo elaborado por Arteaga, Batanero, Cañadas y Contreras (2010), quienes señalan que el trabajo con información estadística extraída de los medios de comunicación, es otra estrategia pedagógica para acortar distancias entre los contextos escolares y extra-escolares.

Privilegiar en la formación el actuar comunicacional es una opción metodológica que fomenta el debate, la lectura comprensiva y crítica de la realidad que se contrapone a la repetición y mecanicismo. La educación es formación en comunicación y diálogo y que comunicación es la competencia ciudadana por excelencia, la que logra construir democracia participativa.

Referencias bibliográficas

- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. & Contreras, J. (2011). *Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales*. Recuperado: http://www.sineyton.org/numeros/numeros/76/Articulos_02.pdf
- Batanero, C. (2002a). *Los retos de la cultura estadística. Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*. Conferencia inaugural. Buenos Aires.
- Bruno, A., Espinel, M., González, M. & Pinto, J. (2009). *Tendencias actuales de la investigación en Educación Estocástica: Capítulo 7: Las Gráficas Estadísticas*, Universidad de Granada. Málaga.
- Dooren, L., & Verschaffel, W. & Vicente, S. (2008). Utilizar matemáticas para resolver problemas reales. *Cultura y Educación*, 20(4), 391-406.
- Sánchez, B. & Torres, J. (2009). *Educación Matemática Crítica: Un abordaje desde la perspectiva sociopolítica a los Ambientes de Aprendizaje*. ASOCOLME. Bogotá.
- Skovsmose, O (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA*. 6. (1). 3-26.

- Skovsmose, O. & Borba, M. (2004). Research methodology and critical mathematics education. In P. Valero & R. Zevenbergen(Eds.), *Researching the Socio-political. Issues of Power in Theory and Methodology*. Dordrecht: Kluwer. 207-226
- Valero, P. (2006). *¿De carne y hueso?: la vida social y política de la competencia matemática*. Universidad de Ambientes de Aprendizaje. Alborg. Dinamarca.
- Valero, P. (2012). Perspectivas sociopolíticas en la educación matemática. En Valero, Paola; Skovsmose, Ole (Eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Una empresa docente. 195-216

La trigonometría como herramienta para medir nuestro entorno

Gómez, John - Llorente, Edward – Castañeda, Juan

johngomez@gmail.com - llorenteedward@gmail.com - juanpis-c2011@hotmail.com

Instituto Técnico Industrial Piloto, (Colombia)

Resumen

En el presente escrito se expone el trabajo de un grupo de estudiantes de grado décimo que realizaron una actividad en la clase de trigonometría basada en la aplicación de conceptos trigonométricos para calcular las medidas de las instalaciones de la institución educativa a la cual pertenecen. El objetivo es mostrar un ejemplo de cómo se puede generar un ambiente de aprendizaje en el que los estudiantes pueden elaborar significados de objetos matemáticos, como lo son las razones trigonométricas, mediante un trabajo que recree la aplicación principal de la trigonometría; el cálculo de medidas de longitudes que no se pueden medir directamente.

Palabras clave: Trigonometría, aprendizaje, elaboración de significados, pensamiento métrico.

1. Introducción

El significado etimológico de la palabra trigonometría es “la medición de triángulos” y es aplicada en el mundo real cuando se requiere obtener mediciones de precisión. En la educación escolar colombiana tradicionalmente se ha dedicado el grado décimo al estudio de los conceptos fundamentales de esta rama de las matemáticas y a sus aplicaciones en la resolución de problemas concretos. En este contexto, se presenta aquí una experiencia de aula en la que un grupo de estudiantes de grado décimo del colegio distrital Instituto Técnico Industrial Piloto de la ciudad de Bogotá-Colombia. El objetivo es presentar el proceso realizado por los estudiantes

que constituye una evidencia de la efectividad de realizar una experiencia práctica y didáctica en la cual se experimenta la enseñanza y el aprendizaje de una forma más concreta y que permite el trabajo colaborativo entre los participantes. Además, se puede poner de manifiesto como en los estudiantes se evidencia un mayor interés en las actividades y un mejor entendimiento de los conceptos implementados.

Ahora bien, si la trigonometría es utilizada en situaciones en las que se requiere realizar mediciones, resulta conveniente para su enseñanza y aprendizaje diseñar tareas en las que los estudiantes puedan recrear procesos de medición que permitan poner en juego los conceptos trigonométricos y se conviertan en la herramienta para realizar cálculos de medición. Es así como en el presente escrito se muestra el desarrollo de un proceso de medición en el que los estudiantes deben utilizar las razones trigonométricas y las relaciones entre ellas para encontrar la medida de una longitud. Tal longitud corresponde a las alturas de los edificios de las instalaciones del colegio y al largo y el ancho de las mismas. Para tal fin se hace necesaria la construcción de un instrumento que permita medir ángulos con un cierto grado de precisión para que la aproximación a las medidas reales de las longitudes sea la máxima posible. De esta manera se puede lograr que los estudiantes participen en una actividad en la que las razones trigonométricas sean estudiadas mediante la resolución de un problema concreto que es guiado por dos preguntas: 1) ¿Cuál es la altura de los edificios de las instalaciones del colegio? Y 2) ¿Cuál es la medida del largo y el ancho del patio del colegio?

2. Referente conceptual

Según los Estándares Básicos de competencias en matemáticas propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) los estudiantes pertenecientes a la educación media (Décimo y Once) deben Diseñar estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos (MEN, 2003, p. 88). Este estándar es planteado en el marco del *pensamiento métrico y sistemas de medidas* expuesto en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas elaborados por MEN (1998). En este pensamiento se plantea, entre otras cosas, que históricamente, el pensamiento métrico se perfeccionó con el refinamiento de las unidades de

medida de longitud, tomadas al comienzo de partes del cuerpo y por tanto muy diversas en cada región y cultura, que fueron luego estandarizadas para el comercio y la industria. En este contexto, resulta importante que en el proceso de enseñanza aprendizaje los estudiantes participen en actividades que los enfrenten con procesos de medición que requieran ciertos grados de precisión, en este caso, dichos procesos involucran conceptos trigonométricos como lo son, por un lado, las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente y por otro, el teorema del seno.

Además de lo expuesto en el párrafo anterior, es importante hacer explícita la concepción de aprendizaje que se tiene para sustentar una experiencia como la que aquí se presenta, para esto se toma como referente la Teoría Cultural de la Objetivación (TCO) desarrollada por Radford (2006). En esta teoría se plantea que el aprendizaje es una “adquisición comunitaria de formas de reflexión del mundo guiadas por modos epistémico-culturales históricamente formados” (Radford, 2006, p. 105). Uno de los objetivos de la TCO es explicar cómo se realiza la adquisición del saber depositado en la cultura ya que en esta teoría se postula que el aprendizaje no consiste en construir o reconstruir un conocimiento. Se trata de dotar de sentido a los objetos conceptuales que encuentra el alumno en su cultura. La adquisición del saber es un proceso de elaboración activa de significados. En este caso el objetivo es que los estudiantes doten de sentido al objeto conceptual razón trigonométrica mediante un ambiente de aprendizaje que haga explícito el desarrollo histórico-cultural del mismo y que logre que los estudiantes participen de una actividad propia de los seres humanos: medir.

3. Descripción de la experiencia

Esta experiencia de aula se desarrolló en la clase de trigonometría correspondiente al grado décimo de un colegio público Instituto Técnico Industrial Piloto de la ciudad de Bogotá-Colombia. La situación problema a la que se enfrentaron los estudiantes tenía que ver con encontrar una forma de medir las longitudes de las instalaciones del colegio (altura de los edificios, largo y ancho del patio) sin acudir a una medida directa, es decir, utilizando inicialmente las razones trigonométricas seno coseno y tangente y posteriormente aplicando el teorema del seno en situación más general. Para cumplir con este objetivo los estudiantes construyeron un instrumento de

medición de ángulos conocido como teodolito (El teodolito es un instrumento de medición mecánico-óptico que se utiliza para obtener ángulos verticales y, en el mayor de los casos, horizontales, ámbito en el cual tiene una precisión elevada). Ver figura 1. Este instrumento constituye lo que Radford (2006) denomina artefacto. Este autor postula que una de las fuentes de adquisición del saber resulta de nuestro contacto con el mundo material, el mundo de artefactos culturales de nuestro entorno (objetos, instrumentos, etc.) y en el que se encuentra depositada la sabiduría histórica de la actividad cognitiva de las generaciones pasadas.



Figura 1.

Como primer paso los estudiantes realizaron una investigación acerca de los conceptos implementados en el aula de clase de trigonometría y contaron con bases teóricas para la realización del proceso de medición de las instalaciones del colegio, dicha investigación estuvo acompañada de serie de interacciones con el profesor titular de la asignatura donde los estudiantes resolvieron todas las dudas acerca de los conceptos necesarios para realizar la medición. El segundo paso al que procedieron los estudiantes fue a la realización de ejercicios teóricos acerca de la utilización de las razones trigonométricas en problemas que hicieran alusión a la medición de longitudes, de esta manera los estudiantes llegaron al proceso de medición concreta con un conocimiento previo sobre ciertos aspectos matemáticos de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente y sobre el teorema del seno. Posteriormente, como se mencionó anteriormente, se pidió a los estudiantes que construyeran un teodolito casero, mecanismo con el cual podrían realizar las medidas correspondientes a cada uno de los ángulos requeridos para poder realizar los cálculos necesarios para encontrar las

medidas de las longitudes de las instalaciones del colegio. El proceso de toma de medidas permitió que los estudiantes apreciaran la clase de trigonometría desde otro punto de vista, lo que generó un mayor entusiasmo por parte de ellos.

La actividad siguió con el planteamiento de las siguientes preguntas: ¿Cómo podrían medir su institución educativa implementando lo aprendido previamente utilizando el teodolito construido como instrumento de medición? ¿Qué ecuaciones necesitarían implementar para resolver la pregunta anterior? Como evidencia de esto a continuación se muestra cada uno de los momentos seguidos por los estudiantes para solucionar las preguntas planteadas.

Momento 1: Inicialmente comenzaron por plantearse cada una de las incógnitas correspondientes a las longitudes de las instalaciones del colegio, es decir, hicieron explícitos que las incógnitas correspondían a la medida de la altura de los edificios y a la medida del ancho y el largo del colegio.

Momento 2: Posteriormente procedieron a tomar las medidas necesarias para dar solución a las anteriores preguntas (ver figura 2), para obtener los datos necesarios usaron el teodolito junto con una cinta métrica que les permitió tomar las medidas necesarias para aplicar las razones trigonométricas. Cada medida que tomaron los estudiantes fueron utilizadas como datos empíricos para la realización de un informe que debían presentar como prueba del ejercicio realizado. Los estudiantes notaron que al tomar las medidas desde uno o varios puntos, obtendrían distintos resultados de los ángulos necesarios para obtener las longitudes de la institución educativa. Lo que ayudo a que entendieran las diferentes variables implicadas en el ejercicio y de esta forma pudieran constatar lo que aprendieron en el aula de clase.



Figura 2.

Momento 3: Tomando en cuenta los datos obtenidos previamente los estudiantes procedieron a desarrollar las ecuaciones que creían necesarias para resolver los problemas que se habían planteado con anterioridad. Tales ecuaciones tenían que ver con el planteamiento de las relaciones trigonométricas necesarias para encontrar la medida de la altura de los edificios del colegio y de la longitud del largo y ancho del patio. Las expresiones matemáticas que utilizaron en esta situación tenían que ver principalmente con la resolución de un triángulo rectángulo que se formaba entre el edificio y el suelo del colegio (ver figura 3). En este caso se tenía que aplicar la razón trigonométrica tangente ya que la altura del edificio correspondía al cateto opuesto de un triángulo rectángulo y con una cinta métrica se podía encontrar la medida del cateto adyacente, además, con el teodolito ya se había tomado la medida del ángulo necesario para realizar los cálculos correspondientes.

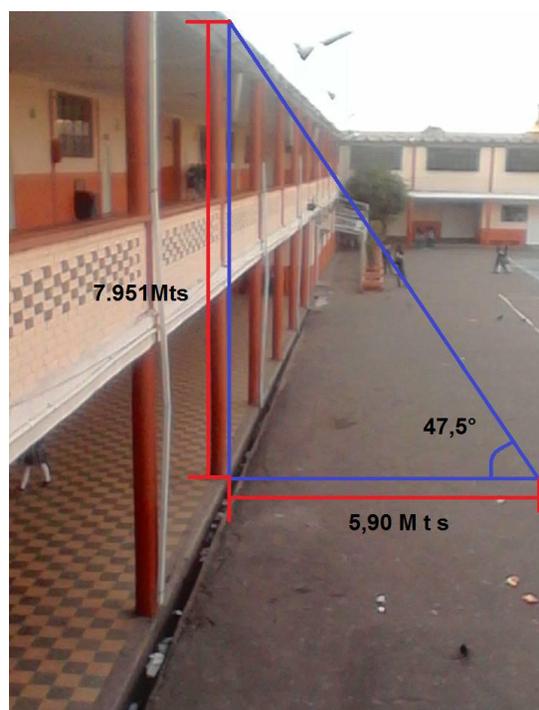


Figura 3.

Momento 4: A modo de generalización de la situación de medición de longitudes inaccesibles, se procede a que los estudiantes realicen el proceso

de tal manera que se construya un triángulo obtusángulo (ver figura 4) en el que las razones trigonométricas no puedan ser utilizadas y que se haga necesario la utilización del teorema del seno para la resolución del triángulo resultante en este nuevo proceso.

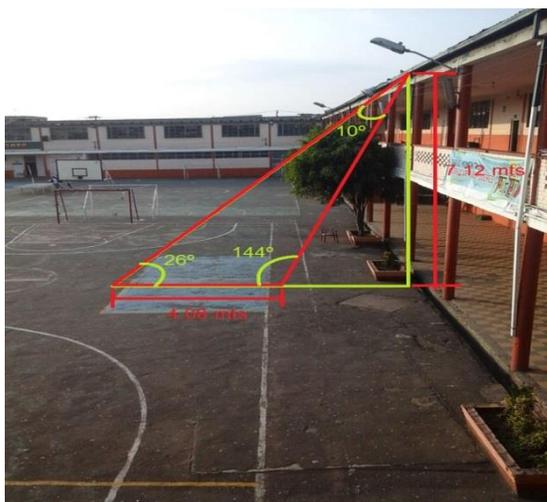


Figura 4.

Momento 5: Finalmente se utiliza todo lo aprendido en las dos mediciones anteriores para generar los triángulos correspondientes para encontrar la medida del largo y el ancho del patio aplicando las razones trigonométricas y el teorema del seno para la resolución de cada uno de los triángulos que ilustran esta situación (ver figura 5).



Figura 5.

4. Reflexiones y conclusiones

Los estudiantes dieron una respuesta positiva a la metodología de aprendizaje mediante el cual se les estaba induciendo a actividades matemáticas. Esto generó un gran impacto en la comunidad educativa donde quedó demostrado que la implementación de actividades concretas y didácticas ayuda de manera significativa a que el aprendizaje sea no solo un deber del estudiante sino que haga parte de su vida cotidiana. La presente experiencia de aula se convierte en una evidencia de que al romper la enseñanza tradicional de las matemáticas se puede lograr que los estudiantes elaboren significados de los objetos matemáticos que se trabajan en una clase que hace parte de la educación escolar.

Como reflexión final y atendiendo a los presupuestos teóricos esbozados en el presente escrito, se puede afirmar, de acuerdo con Radford (2006), que hay dos elementos que desempeñan un papel básico en la adquisición del saber que son el mundo material y la dimensión social. La asignación de significados que reposa sobre esas dimensiones tiene una importancia psicológica profunda en la medida en que es, a la vez, toma de conciencia de conceptos culturales y proceso de formación de las capacidades específicas del individuo. Es por eso que se considere que aprender no es simplemente apropiarse de algo o asimilar algo, sino que es el proceso mismo en que se forman nuestras capacidades humanas.

Referencias bibliográficas

- Ministerio de Educación Nacional (1998). *Matemáticas. Lineamientos curriculares*. Cooperativa Editorial Magisterio. Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional (2003). *Matemáticas. Estándares de competencias básicas*. MEN. Bogotá.
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, número especial sobre semiótica, cultura y pensamiento matemático (editores invitados: L. Radford y B. D'Amore), 267-299.

Problem solving: más que matemáticas en inglés

Piedra Moreno, Diana Paola

dpiedramoreno@lhemilasalle.edu.co

Liceo Hermano Miguel La Salle, (Colombia)

Resumen

Problem solving es una asignatura del área de matemáticas dirigida a estudiantes de segundo, tercero y cuarto de primaria del Liceo Hermano Miguel la Salle. La implementación de dicha asignatura es producto de un estudio curricular en la institución que busca integrar la resolución de problemas, el pensamiento crítico y la política institucional bilingüe (inglés como segunda lengua). Los avances del estudio curricular se estructurarán en tres partes, una detección de necesidades de formación de los estudiantes dentro del contexto institucional, la construcción de la malla curricular y los primeros resultados de la aplicación.

Palabras clave: Diseño Curricular, resolución de problemas, pensamiento crítico.

1. Introducción

Los problemas han ocupado un lugar central en el currículo escolar de matemáticas sin embargo esto aún no ha ocurrido en gran magnitud con la resolución de problemas (Schoenfeld, 1992). “Problemas” y “resolución de problemas” tienen significados diferentes, la resolución de problemas más que el planteamiento de problemas que los estudiantes resuelven es una

visión en la cual el profesor se centra en la preparación para que sus estudiantes desarrollen un pensamiento creativo centrado en estrategias heurísticas y también desarrollen habilidades de pensamiento crítico como interpretación, análisis, evaluación, inferencia, explicación y auto-regulación (Facione, 2007).

Problem solving como nueva asignatura busca incluir curricularmente la resolución de problemas. Para lograrlo se construyó una malla partiendo de algunas necesidades de formación detectadas con un grupo focal, las cuales eran: la inclusión del área de matemáticas en la política de bilingüismo institucional; el desarrollo de pensamiento crítico y la generación de un espacio distinto a la clase usual de matemáticas en el cual docente y estudiantes se centran en la búsqueda de estrategias heurísticas.

La implementación de la materia sigue siendo un reto, los estudiantes deben romper con el esquema tradicional de buscar en el profesor la validación del conocimiento y se enfrentan a un proceso argumentativo e incluso evaluativo de sus propias estrategias. Este reto se traduce en un cambio de percepción de la comunidad educativa para reconocer que *Problem solving* es más que matemáticas en inglés.

2. Referente conceptual

El siguiente marco está compuesto de tres aspectos conceptuales que se retomarán en la descripción de la experiencia de aula. El primero aspecto aborda elementos relacionados con el diseño curricular, el segundo la resolución de problemas y el tercero el pensamiento crítico.

El currículo de matemáticas como acción planificada de una formación busca dar respuesta a cuestiones como ¿qué es y en qué consiste el conocimiento matemático?, ¿qué es el aprendizaje? Y ¿qué es la enseñanza? Éste Tiene cuatro componentes; objetivos, contenidos, metodología y evaluación (Rico, 1999). El diseño curricular debe considerar la necesidad de la población o partir de un diagnóstico. Las modificaciones al currículo son importantes ya que son la forma de adaptar los cambios que las instituciones educativas van sufriendo.

En el caso particular de *Problem solving*; el conocimiento matemático es visto como una construcción colectiva, por ende el aprendizaje está ligado a los cambios conceptuales que se realizan cuando se pone a disposición de otros la construcción de significados propios; y la enseñanza a la búsqueda de cuestionamientos que desestabilicen las teorías iniciales de los estudiantes para que se pueda dar el proceso de re-acomodación mediante el desarrollo de estrategias heurísticas.

La organización del currículo engloba las posturas que se tengan acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, en este sentido la resolución de problemas vista como proceso general (Ministerio de Educación Nacional, 1998) es una forma integral de organizar el currículo, evitando así que la organización quede por contenidos y se trabajen problemas en vez de resolución de problemas. También se acepta que en la organización del currículo, los procesos generales, el contexto y los conocimientos básicos interactúan entre sí para tener una visión del aprendizaje desde diferentes perspectivas. A continuación, en la figura 1, puede ver dicha interacción.

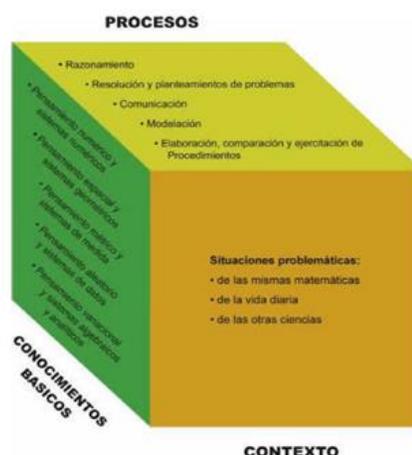


Figura 1. Dimensiones de la organización del currículo. (MEN, 1998, p. 20).

La resolución de problemas no es solo una forma de organizar el currículo, también permite la interpretación matemática de diversas situaciones, logrando más que la realización de procedimientos o la memorización de fórmulas, la exploración de patrones y la formulación de conjeturas y predicciones (Schoenfeld, 1992). En este sentido, esta estrategia empodera al estudiante por medio de la búsqueda dinámica de diversas heurísticas de resolución.

La formulación de conjeturas, la toma de decisiones y el desarrollo de la creatividad son un abono importante para que el pensamiento crítico tome un papel importante en el aula de matemáticas. Se asume pensamiento crítico como un proceso sistemático de elaborar y responder preguntas. Pensar críticamente significa preguntar en vez de aceptar una verdad y buscar buenas razones antes de creer que algo es cierto (Plymouth University, 2010).

Una de las preguntas claves para la implementación de Problem Solving fue cómo generar pensamiento crítico. Para ello se asumió la postura teórica de Plymouth University (2010), para quién el modelo de generación de pensamiento crítico tienen tres etapas: descripción, análisis y evaluación.

En dicho modelo se parte de la idea que el profesor o los estudiantes consideran un tópico o un problema, cada una de las etapas, como se muestra a continuación, conlleva a responder algunas preguntas con respecto a dicho tópico:

Etapas de descripción: ¿Qué?, ¿cuándo?, ¿quién?, ¿dónde?

Etapas de análisis: ¿Por qué?, ¿cómo?, ¿qué pasa si?

Etapas de evaluación: ¿Entonces qué pasa?, ¿qué pasa después?

3. Descripción de la experiencia

Problem solving es una materia que inició su aplicación en enero de 2015, aún no culmina el primer año de análisis, por ello la descripción de la experiencia toca tres aspectos esenciales para los cuales se usó el marco de referencia conceptual: el primero es la detección de necesidades de formación de los estudiantes, el segundo la construcción de la malla curricular y el tercero los primeros resultados de la aplicación a modo de conclusión.

Detección de necesidades de formación de los estudiantes: Un diseño curricular debe partir de las necesidades particulares de una población (Rico, 1999), por ello el estudio de necesidades buscó entender desde la perspectiva

institucional cuál era la formación deseada y qué faltaba para lograrlo. La metodología usada fue cualitativa, el método fue el estudio de caso y la técnica de recolección fue grupo focal; del cual participó el rector, el coordinador de desarrollo humano, los jefes de área tanto de matemáticas como de inglés, así como algunos profesores de contenido en inglés. Algunas de las preguntas abordadas fueron: ¿cómo afianzar en los estudiantes el aprendizaje de la segunda lengua?, ¿cómo avanzar en el proceso de bilingüismo?, ¿cómo se puede involucrar al área de matemáticas con la política institucional de educación bilingüe?, ¿qué formación se requiere desde el área de matemáticas?, ¿cuál es el ideal de un estudiante de la Salle?

Como conclusiones del estudio de caso se encontró que para que los estudiantes afiancen sus conocimientos de inglés como segunda lengua se requería un esfuerzo interdisciplinar en el cual matemática jugaría un papel esencial para que en los procesos de argumentación y validación también existiera una necesidad de segunda lengua.

Por otro lado, desde la formación deseada de un estudiante de la Salle se encontró como necesidad de formación el desarrollo de pensamiento crítico como búsqueda de procesos de autonomía en los estudiantes. La formación en este tipo de pensamiento les permite generar habilidades como: la toma de decisiones, la comunicación y la argumentación, las cuales son necesarias para que los alumnos se desenvuelvan en diferentes contextos.

Finalmente desde la formación matemática se encontró como necesidad la generación de un espacio distinto a la clase usual de matemáticas en el cual docente y estudiantes se centran en la búsqueda de estrategias heurísticas (Schoenfeld, 1992), de esta manera se permite que estudiantes de segundo hasta cuarto grado en diferentes niveles de complejidad, experimenten una clase en la que se haga uso eficiente de las habilidades matemáticas que han sido aprendidas a lo largo de la vida escolar. Por lo tanto, a diferencia de los problemas que se trabajan en las demás asignaturas del área, los abordados en *Problem solving* no necesariamente corresponden a los ejes temáticos de un nivel específico, centrándose así en el proceso resolutor.

Construcción de la malla curricular: una vez se detectaron las necesidades, se empezó a pensar en los componentes del currículo (Rico, 1999), como objetivo se estableció el desarrollo de la resolución de problemas como

generadora de pensamiento crítico y de necesidades comunicativas (en segunda lengua) en los estudiantes de segundo, tercero y cuarto.

En cuanto a los contenidos se realizó un cruce entre los establecido en los estándares curriculares del área de matemáticas, la malla curricular del área de matemáticas y las garantías de lengua que se tenían desde las asignaturas de “english” y “science”, para así suplir algunos procesos que faltaban por desarrollar en los estudiantes.

En la figura 2, se puede encontrar consideraciones de los objetivos y contenidos para la elaboración de los propósitos anuales que organizan el currículo de *Problem solving*.

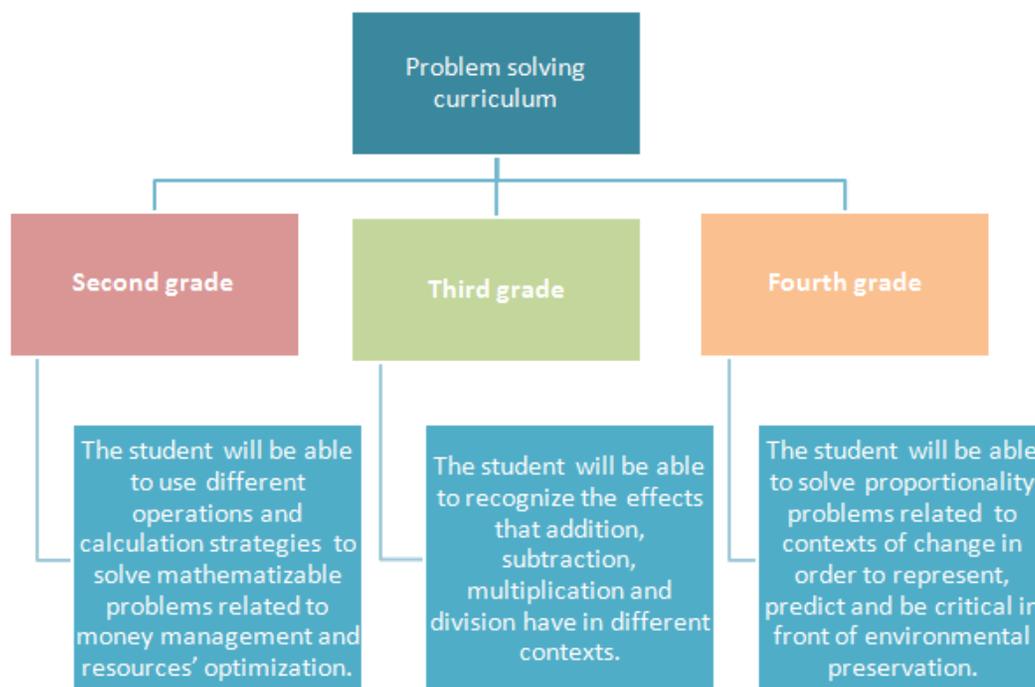


Figura 2. Propósitos anuales de *Problem Solving* para cada grado.

La metodología consta de tres elementos: El trabajo con problemas, proyectos y talleres. En cuanto a la evaluación existen las rubricas de evaluación de proyectos, la prueba escrita, los talleres y el cuaderno resolutor en el cuál los estudiantes plasman sus estrategias. Para la construcción de la malla curricular se tiene en cuenta el contexto, los procesos generales y los conocimientos básicos (MEN, 1998). La figura 3 muestra un ejemplo de un apartado de la malla curricular del tercer periodo para cuarto grado.

TERCER PERIODO						
	Operaciones mentales y/o habilidades expresivas	Contexto del problema	Propósito del bimestre	Nivel de desempeño superior	Nivel de desempeño alto	Nivel de desempeño básico
FOURTH	Exemplifying, relating, formulating, developing, expressing, translating.	Problems and great ideas	He/She describes quantitatively the trash problem in the classroom.	He/She makes charts and tables to summarize the information to describe the problem and suggest strategies to decrease it.	He/She uses rule of three to find the percentage of trash that the classroom produces in the trash categories: Re-Usable, Recyclable and Non-recyclable.	He/She identifies quantitative characteristics to measure the trash increased to make predictions about the percentage of trash that the classroom produces (Re-Usable, Recyclable and Non-recyclable)

Figura 3. Ejemplo de malla curricular.

4. Primeros resultados de la aplicación, algunas reflexiones y conclusiones:

Para realizar un análisis de resultados se están realizando entrevistas a los estudiantes, se evalúa su proceso y se lleva un diario de campo para describir las modificaciones que deberían hacerse a la malla curricular para el otro año. En la transcripción 1 se enseñan tres entrevistas diferentes, realizadas a estudiantes de cuarto grado, dos en inglés y una en español.

La pregunta orientadora fue ¿qué piensas de la clase de *Problem solving* y cómo se relaciona con otras clases? allí se puede apreciar que los estudiantes ven relación con otras materias. Como también se refleja en la figura 4, los estudiantes están en una etapa de análisis o evaluación según el modelo de generación de pensamiento crítico ya que hablan del por qué la basura es un problema, cómo es, qué pasa si sigue siendo y cómo se podría resolver (University of Plymouth, 2010).

1	Estudiante 1	La clase de Problem Solving me ha gustado mucho, he entendido todo, la resolución, los problemas aprendí lo de los diagramas, me ha gustado mucho es chévere, he aprendido cosas nuevas, como resolver problemas y cómo responder.
2	Estudiante 2	I think that Problem Solving classes are funny because I understand the topics like percentages, expenses in a community, the saving money and analyze problems... This class is in English and English is in English but the teacher of English does not learn mathematics... In science for example if we make an experiment we can use operations.
3	Estudiante 3	I think the Problem Solving classes is really important because I ... I understand real problems like the trash problem...it is a problem because we do not protect the nature.
Transcripción 1. Percepciones de la clase de Problem Solving		

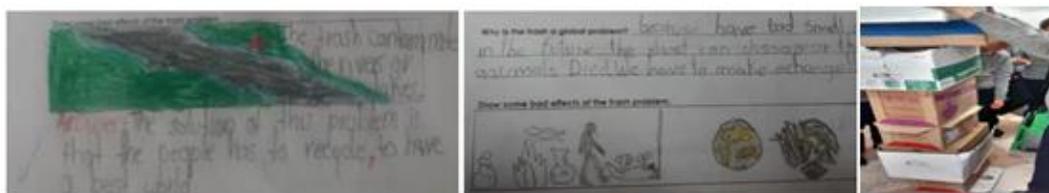


Figura 4. Análisis estudiantil del problema de la basura.

Finalmente se puede afirmar que esta asignatura aporta al desarrollo de pensamiento crítico y matemático, así como al fortalecimiento de la competencia intercultural a través del inglés como segunda lengua. Además se abre la posibilidad de la extensión de la asignatura para abordar por medio de la resolución de problemas el pensamiento geométrico, métrico, variacional y aleatorio en grados superiores.

La dimensión crítica debe seguir adquiriendo fuerza en los estudiantes y las estrategias heurísticas pueden ser cada vez más elaboradas, para ello se debe seguir trabajando en la generación de una cultura “resolutora” que busca respuestas y verificaciones en la fuerza de los argumentos más que en la aprobación de quien socialmente es visto como quien tiene siempre la razón (Schoenfeld, 1992). El reto sigue, Problem Solving debe ser entendida como algo más que matemáticas en inglés.

Referencias bibliográficas

- Facione, P. (2007). Pensamiento crítico: ¿Qué es y por qué es importante? Recuperado: <http://www.eduteka.org/pdfdir/PensamientoCriticoFacione.pdf>.
- MEN. (1998). Lineamientos curriculares para el área de matemáticas. Colombia.
- Rico, L. (1999). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/521/2/RicoL97-2528.PDF>.
- Schoenfeld, A. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense making in Mathematics*. Recuperado: file:///D:/Colegio/2015/Schoenfeld_1992%20Learning%20to%20Think%20Mathematically.pdf.
- University of Plymouth. (2010). *Critical thinking*. Recuperado: https://www.plymouth.ac.uk/uploads/production/document/path/1/1710/Critical_Thinking.pdf.

La literatura detectivesca: Un medio para el fortalecimiento del razonamiento lógico matemático, en los niños del ciclo III

Rojas Sánchez Nubia Patricia – Patarroyo Piraquive Fanny Yamile
paticorojas@hotmail.com – fayapapi@hotmail.com
Secretaría de Educación Distrital (SED), (Colombia)

Resumen

El objetivo general de la investigación es: Establecer las posibles relaciones entre la imaginación literaria y el pensamiento matemático, lo que implica proponer una estrategia didáctica en el aula específicamente un ambiente de aprendizaje cuya direccionalidad sea la literatura detectivesca, con el fin de fortalecer el razonamiento lógico matemático, en los niños de ciclo III.

Para poder cumplir con este objetivo general se establecen los siguientes objetivos específicos:

- Incentivar en los niños del ciclo III un encuentro placentero con la literatura detectivesca.
- Fortalecer el pensamiento lógico matemático a partir de la literatura detectivesca.
- Diseñar un ambiente de aprendizaje en el aula para correlacionar el trabajo literario y lógico matemático.
- Desarrollar la participación y la interacción del ambiente del aprendizaje propuesto en los niños del ciclo III.
- El enfoque de la investigación es cualitativo porque se diseñaron matrices de evaluación presentadas en rúbrica en las que se hacen un seguimiento detallado de los procesos comunicativos, literarios y lógico matemáticos de los niños y niñas. La metodología es investigación acción.

Palabras clave: Placer literario, literatura, razonamiento lógico, operaciones mentales.

1. Introducción

Esta propuesta didáctica para desarrollar en el aula, está enfocada en la literatura detectivesca con el fin de fortalecer el pensamiento lógico matemático en los niños del ciclo III, y nace de la evidente necesidad de encaminarlos en el mundo literario para avanzar significativamente en las operaciones mentales y en la construcción y constitución de su conocimiento. Cuando se realizan encuentros literarios, permitimos entrar a los niños a un mundo exterior diferente; la literatura se convierte en una acción reflexiva entre el autor del texto y el niño; la lectura comprensiva va más allá de entender símbolos ya que cuando se realiza, se pone en ella conceptos explícitos e implícitos del autor, que se conectan con el conocimiento que el niño posee, dando explicaciones o supuestos de un tema determinado, asociándolo con sus vivencias consolidadas en su mundo, en las experiencias que ha adquirido durante su vida escolar y social. La literatura no está dada solamente para que los niños fortalezcan un bagaje de conocimientos, sino que le permite: explorar, indagar, reflexionar, suponer, imaginar; una obra literaria es posibilidad de conocimiento, a través de la literatura se puede constituir y construir conocimiento del mundo y de sí mismo.

Ahora, el razonamiento lógico es consecuencia de la evolución del ser y ese ser también está en continua evolución, es por esto que, el ser debe generar en su cotidianidad, en las experiencias vividas, el razonamiento lógico dispuesto no solo en el campo matemático, sino en todos los aspectos de su existencia. La toma de decisiones que involucre una responsabilidad social, el compromiso al trabajo social, la crítica social, la formación de sujetos comprometidos en el ejercicio de sus derechos se produce de forma racional.

Desde sus inicios la matemática ha influido en el ideal de belleza, puede ser por el concepto de simetría, equilibrio, de armonía, de relación; entre otros; la literatura y la matemática son dos campos del conocimiento que soportan inmensamente el desarrollo del pensamiento en nuestros estudiantes; ambas consolidan ese desarrollo y creatividad, las dos aportan al desarrollo del

pensamiento lógico en el hombre, a organizarlo y disciplinarlo; los dos tipos de lenguaje se complementan; el lenguaje matemático potencializa en los niños y niñas el desarrollo de sus habilidades lingüísticas y comunicativas.

Por lo anterior surge la pregunta de investigación: ¿Cómo aplicar los elementos que nos brinda la literatura detectivesca para el desarrollo pensamiento lógico matemático en estudiantes del ciclo III del colegio José Antonio Galán? De ahí que esta investigación este centrada en dar herramientas a los estudiantes para que a partir de diferentes actividades; sea capaz de desarrollar su razonamiento lógico para aplicarlo al aprendizaje de las matemáticas, la idea es que sea atractivo y didáctico para los niños y niñas.

Entonces, crear una propuesta en el aula cuyo pilar sea la literatura detectivesca y que a su vez nos brinde la posibilidad de fortalecer las operaciones mentales necesarias para el desarrollo de del razonamiento lógico matemático, es el tema de investigación; lo que se pretende es encaminar a los niños y niñas a encuentros placenteros con la literatura (literatura infantil detectivesca) porque cumple con ciertos intereses de los estudiantes y se puede lograr avanzar en los campos de la lógica; con esta acercaremos a nuestros lectores con textos de interés cercanos a su mundo y lenguaje, a sus expectativas, a su mundo de la vida. Partiendo de esto, se construyeron ambientes de aprendizaje en los cuales se determinaron las actividades a trabajar en cada momento, necesarias para el desarrollo de procesos de pensamiento lógico; los momentos de los ambientes, aseguran y fortalecen el trabajo pedagógico, para que el abordaje en cada viaje literario sea la consolidación del razonamiento lógico.

2. Referente conceptual

La literatura y las matemáticas son aparentemente lados opuestos del conocimiento en la humanidad; la matemática muchas veces ha sido reconocida como una ciencia exacta, formal y que además se le ha añadido a su presentación como una serie de sistemas y relaciones frías e inalcanzables para muchos, en especial para los niños y las niñas en las aulas; en cambio, la literatura es la armonía del pensamiento, el equilibrio entre lo real y lo imaginario, la envoltura perfecta de las palabras. A pesar de las distancias

que nosotros mismos hemos impuesto entre la literatura y las matemáticas, ambas se parecen, ellas se expresan y muestran el conocimiento mismo del universo, utilizando diferentes lenguajes para explicar los mundos físicos – concretos- y los mundos imaginarios –abstractos- y ambas conservan la belleza que cada uno pueda otorgarle.

Muchos escritores como Borges entrelazan en sus poemas y libros relaciones entre la literatura y la lógica; a lo largo del tiempo, ciencias como: las matemáticas, la filosofía, la teología, la literatura, entre otras, han tratado de explicar el término infinito. Por ejemplo para Borges, el infinito puede ser caos, no lo contempló como la perpetuación de algo por el contrario como la incertidumbre y la catástrofe. En *la biblioteca de Babel*, Borges nos describe el espacio infinito de la biblioteca, pero al mismo tiempo nos muestra la constitución hexagonal de cada galería; conceptos como el infinito, se han discutido en muchas ciencias y disciplinas, pero cuando el niño o niña lee, crea la capacidad de comprender, construir y de-construir significados es decir, la posibilidad de imaginar pero también de razonar. Por esto la lectura, no debe ser considerada como un mecanismo de escape; Larrosa (1996) explica que leer es un encuentro permanente entre la imaginación, la realidad y la subjetividad, permitiéndonos construir realidades, conocer otros mundos, otras experiencias que se nos presenta en la literatura, y así encaminarla armónicamente a los procesos de razonamiento lógico.

La lectura construye un puente de comunicación entre el autor y el lector Barthes (1977), este puente es un silbido leve presentado en narraciones imaginarias, ficciones y poesía que confluyen en el mundo del lenguaje. El texto es el lenguaje sin su imaginario, mientras que una lectura que no trasciende, aparta el texto de esos imaginarios del lenguaje, que son: la palabra, el lenguaje utilizado como la expresión de todo pensamiento, la escritura como la representación de signos se un sistema de escritura mediante los signos de otros- transliteración de la palabra-.

La promoción de la lectura desde la escuela debe estar sujeta y hacerse desde la experiencia personal, no pedagógica y el sujeto que promueva esa lectura se convierte en un mediador entre el libro y el lector, tal mediador debe también haber adquirido esa experiencia de lectura enriquecedora para que contagie, –envíe- a los niños y ellos puedan establecer una conexión con el patrimonio literario que traen, el innato y las obras literarias. Un reto que se contempla en la lectura placentera, es que ésta pertenece a las inclinaciones

personales subjetivas, actividades que no se pueden evaluar, seguir y sistematizar, sin embargo se puede llegar a esta lectura, -lectura de placer-, a través de una formación lectora. Los textos de una u otra forma nos muestran en el lenguaje, una serie de signos sujetos a una significación que están ligados a unos componentes históricos, sociales, culturales -sin mencionar otros-; que anclan al lector con la historia y este a su vez los interrelaciona con acontecimientos de su propia vida.

Para lograr que la lectura se convierta en una fuente del desarrollo lógico matemático, es importante que el niño organice información, transforme, comprenda y genere una nueva, haciendo uso de las operaciones mentales. Feuerstein (1980) define las operaciones mentales como un conjunto organizado de acciones que se han interiorizado y sistematizado y que proceden de unas bases de información internas y externas que han sido estimuladas por otras acciones. Las operaciones mentales se dan en un proceso activo y progresivo, un proceso cíclico.

En la literatura detectivesca, el pensamiento deductivo determina diferentes posibilidades y permite en la presentación de la situación, diferenciar posibilidades y averiguar qué causas y consecuencias se dan si se elige una u otra. El lector hace también sus supuestos y va comparando sus resultados con los resultados de la historia. La literatura está inmersa en el lenguaje de los signos, puesto que el lenguaje que se usa en la literatura está rodeado de una variedad de significados; Cárdenas (2011) afirma, que para reconocer el signo en la literatura- signo estético-, es necesario hacerlo desde lo dialógico intersubjetivo y simbólico y que a su vez este se expresa mediante indicios, que se transforman en diferentes significados que están sujetos al mundo de la vida del lector.

Quizás no se encuentre una mejor definición de lo que significa leer, como el esfuerzo continuo de resolver acertijos o develar los misterios escondidos entre las páginas de los libros. Un mapa, un libro, un gráfico bien sea conceptual o matemático, tienen un significado cuando descubrimos lo que nos quieren decir, disponiendo de esa llave maestra que son los signos. Hay personas que acuden a la cartomancia, los indígenas leen los elementos de la naturaleza porque a través de ellos la madre Tierra se comunica, los músicos leen las partituras, los arqueólogos leen escrituras antiguas, los padres leemos los gestos que hacen nuestros hijos, los conductores leen las señales

de tránsito. Toda nuestra vida gira en torno de la capacidad de leer los signos.

Los signos nos permiten identificar cualidades, posiciones, peligros, emociones, formas de ver el mundo, etc. Cuando hablamos con una persona, se debe leer lo que cada uno dice, como lo dice, los movimientos corporales, los gestos que utiliza para decir, el tono de la voz y el mensaje que quiere transmitir. Al hablar de semiología como el estudio de los signos en la vida social, tendremos como referentes sus inicios y cómo la semiótica ha sido un elemento fundamental de los razonamientos lógicos matemáticos.

3. Descripción de la experiencia

Los ambientes de aprendizaje propuestos para esta investigación están subyugados a las necesidades de nuestros estudiantes y estos deben ser constantemente retroalimentado por los estudiantes y docentes. Se hizo la construcción de cuatro ambientes de aprendizaje teniendo como centro el libro *un ladrón entre nosotros* de la colección torre azul. Cada uno de los ambientes de aprendizaje tiene la planificación de todas las actividades a desarrollar, sustentadas en las operaciones mentales que la actividad fortalece, además en la organización de los capítulos del libro.

Se diseñó cada matriz de evaluación de las actividades desarrolladas, teniendo en cuenta que los criterios propuestos nos permitieron observar las fortalezas o dificultades en las operaciones mentales trabajadas.

La población de estudio es el grado 502 con un total de 40 estudiantes de la jornada tarde del colegio José Antonio Galán, que han finalizado el segundo periodo académico del año 2.015. Este grupo pertenece al ciclo III y en el cual, una de la docentes investigadoras es la directora de grupo y docente de matemáticas de los ciclos II y III.

Para esta investigación se tomó como referente cuatro casos de estudio (muestra). Dos estudiantes que durante los primeros períodos ocuparon los dos primeros puestos según las escalas de valoración y los dos estudiantes que ocuparon los últimos resultados, según las escalas de valoración institucional (SIE).

Los estudiantes oscilan entre los 10 y 11 años. Para este estudio los hemos denominado: N1 (niño/a 1), N2 (niño/a 2), N3 (niño/a 3), N4 (niño/a 4). Los N1 y N2 son los casos que presentan dificultades académicas cuyos promedios académicos según los reportes de la sistematización de notas son bajos específicamente en las áreas de español y matemáticas; los N3 y N4 son los casos que presentan desempeños académicos altos y superiores en las áreas de español y matemáticas

Los casos N1, N2 y N3 son estudiantes antiguos que están en la institución por más de cuatro años y el caso N4 es un(a) estudiante que ingreso hace un año.

Instrumentos y técnicas de recolección de información:

Los instrumentos y técnicas de la recolección de la información utilizada para la investigación fueron:

- **Diario de campo:** Es un instrumento utilizado por la investigadora para registrar todos aquellos procesos que son importantes y relevantes para ser analizados, aquí de su importancia porque este nos permitió sistematizar las experiencias.
- **Portafolio:** Es un instrumento que lleva cada estudiante, en él los niños y niñas archivan todas las actividades de los ambientes de aprendizaje. Las actividades que están recopiladas en el portafolio se presentan en los anexos.
- **Observación:** Es una técnica en la que la investigadora involucra activamente todas las actividades propuestas en los ambientes de aprendizaje, recolección de información a través de las entrevistas grupales y personalizadas, sistematización de la información, contextos académicos y sociales de los niños y niñas, para identificar las tendencias en los análisis.
- **Matriz de evaluación o rúbrica:** Son los seguimientos detallados de los criterios que se proponen en los ambientes de aprendizaje. Estas matrices de evaluación fueron aplicadas a los casos N1, N2, N3 y N4.

Técnicas de análisis e interpretación de datos:

Para analizar los datos se realizaron diferentes tablas con criterios de evaluación según la construcción del marco teórico y las necesidades por hacer de la literatura un acto de posibilidad de conocimiento y que ésta a su vez sea el pilar fortalecimiento del razonamiento lógico matemático en los niños y niñas del ciclo III.

4. Reflexiones y conclusiones

En esta investigación se resalta , que la literatura puede ser posibilidad de conocimiento, no sólo un conocimiento de orden científico, sino un conocimiento de experiencias personales y significativas entre las historias, la imaginación y el razonamiento, en el mundo de la vida de los niños y las niñas del ciclo III.

La experiencia literaria se fue contagiando cada vez más en aula; la literatura se convirtió en una aliada incondicional en las operaciones mentales que se trabajaron con los niños y en la construcción de saberes. Sabemos que es importante adquirir conocimientos, que para muchos de los niños y niñas, padres y docentes, el acto de leer se ha convertido en un ejercicio netamente académico, para que a los estudiantes les vaya bien en sus pruebas y desempeños. Pero es muy probable que si se lee de verdad nuestros resultados académicos mejoren. Sin embargo, lo que más interesó en esta investigación, es que se pudo despertar en los niños y niñas un sabor exquisito e interesante por volver a las páginas del libro y pasearse entre las líneas del texto, podríamos decir que se pudo, porque no, despertar una experiencia estética.

Los ambientes de aprendizaje diseñados, determinaron las actividades a trabajar en cada momento, necesarias para el desarrollo de procesos de pensamiento lógico; los momentos de dichos ambientes avalaron cada uno de los procesos lógicos a potenciar desde la propuesta literaria realizada.

Se pudo a través de la construcción de los ambientes de aprendizaje hacer un proyecto de aula, llevar la secuencia de la metodología investigación-acción, analizar y comprender que la literatura potencializa las operaciones mentales que desarrollan el razonamiento lógico.

También se encontró que el trabajo literario y matemático no es aislado, éstas áreas deben ser coequiperas, es así que, cuando se lee con placer el niño y la niña le va dando un sentido más allá a los contenidos, da otros contextos posibles, con otro tipo de herramientas que se articulan para empoderar el conocimiento.

Es importante destacar, que los niños y niñas del ciclo III realizaron y participaron en las actividades propuestas sin ningún interés por evaluaciones de orden cuantitativo; esto nos lleva a repensar que los procesos académicos se pueden replantear, que la evaluación es necesaria como proceso de observación, seguimiento y transformación, pero que sin embargo, debe ser una evaluación sensible a las necesidades de nuestros niños y niñas y que sea de construcción en su mundo de la vida.

A futuro, se pretende diseñar y crear ambientes de aprendizaje virtuales, de esta forma se les permitirá a los niños y niñas utilizar otros medios de lectura, sin dejar a un lado que dichos ambientes estén sujetos a las necesidades de los(as) estudiantes y así empoderarlos de sus aprendizajes.

Referencias bibliográficas

- Barthes, R. (1977). *El placer del texto*. Madrid. Siglo XXI.
- Larrosa, J. (2003). *La experiencia de la lectura. Estudios sobre literatura y formación*. México. Fondo de cultura económica.
- Borges, J. L., & Becco, H. J. (1995). *Ficciones; El aleph; El informe de brodie*, 118. Fundación Biblioteca Ayacucho.
- Feuerstein, R. (1980). La teoría de la modificabilidad estructural cognitiva. S. Molina y M. Fandos (Coords.), *Educación Cognitiva I*, 31-75.
- Cárdenas, A. (2011). Elementos para una pedagogía de la literatura. *Cuadernos de Literatura*, 6 (11), 14.
- Secretaría de Educación. (sf). *Cartilla Ambientes de aprendizaje: Reorganización curricular por ciclos*. Vol. 1. Imprenta Nacional de Colombia. Recuperado: http://www.redacademica.edu.co/archivos/redacademica/colegios/curriculo/final_cartilla_volumen1_web.pdf
- Piñero, C. (2004). *Un ladrón entre nosotros*. Colección Torre de Papel: Torre Azul. Editorial Norma.
- Rasco, J. F. A. (1990). *Investigación-acción y curriculum: una nueva perspectiva en la investigación educativa*. *Investigación en la Escuela*, (11), 39-50.



Regresar al índice general

Encuentro Distrital de Educación Matemática **EDEM**

Índice de esta sección

Diálogos sobre la perspectiva sociopolítica de la educación matemática: Base para diálogos futuros	53
El consumo de sustancias psicoactivas y la identificación de algunas problemáticas de los estudiantes en el aula: Otra forma de explorar situaciones matemáticas.....	61
¿En clase de matemáticas se deben dar menos cosas por supuestas?	71
Resaltando la importancia de la educación matemática como un medio para aportar a la diversidad, a través de experiencias del aula inclusiva	77
Ampliación de universos numéricos: El entero relativo	85
Uno fraccionario, un juego de cartas.....	94
Aprendamos con la estadística, “desarrollando el pensamiento Variacional y sistemas de datos, a través de situaciones problema cotidianas, para estudiantes de grado quinto”	101
El origami y el videojuego como recursos tecnológicos en el aula de matemáticas.....	108
Enseñanza de la multiplicación a partir de situaciones que involucran perímetro y área de polígonos regulares.....	116
La formación de estudiantes para profesor sobre recursos didácticos para la diversidad. Un pilotaje en las aulas hospitalarias.....	124
Situaciones aditivas simples: Una experiencia en aula con adultos semiescolarizados	134
Control de algunas heurísticas frente a situaciones problema, involucrando razones trigonométricas. Una experiencia en grado decimo	145

Comunicaciones breves:
Experiencias de Aula



Segundo Encuentro

Transformaciones, retos y desafíos del diseño y desarrollo curricular de matemáticas en Bogotá

Memorias

Bogotá, agosto 27, 28 y 29 de 2015

Diálogos sobre la perspectiva sociopolítica de la educación matemática: Base para diálogos futuros

Clavijo, Martha - Mora, Dolly - Camelo, Francisco – Parra, Aldo
marthaclavijor@gmail.com - carolinamora391@gmail.com
fjcamelob@udistrital.edu.co.com - aldo.parra.sanchez@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia);
Universidad Federal de Minas Gerais, (Brasil); Universidad de Aalborg, (Dinamarca)

Resumen

Pretendemos dar a conocer algunos de los productos de los diálogos en los que hemos sido partícipes y que permiten, de cierta manera, caracterizar algunos de los elementos relevantes en esta perspectiva, tales como: Cultura, política, sujeto, poder, entre otras. Quienes intentamos transcribir estas ideas somos cuatro investigadores en educación matemática: dos estudiantes de maestría (Dolly y Martha) quienes abordan un trabajo de investigación asesorado por dos estudiantes de doctorado (Francisco y Aldo) quienes le apostamos al enfoque socio político de la educación matemática. Esperando que sea otra puesta en común que nos permita dialogar en torno a lo que conocemos como Educación Matemática Crítica. Así, nuestras conclusiones no puede ser otras que algunas preguntas en las que aún esperamos continuar viajando.

Palabras clave: Sujeto, cultura, política y contexto.

1. Introducción

A partir de la historia que cada uno de nosotros ha tenido en relación a las matemáticas y especialmente a los diálogos suscitados en la Maestría en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, ha

emergido, en nosotros, la necesidad de caracterizar la perspectiva sociopolítica de la educación matemática en cuestiones como: los principios, paradigmas frente a la metodología de investigación, preguntas y puntos de atención. Lo anterior se desarrolló en una investigación colaborativa e intentaremos plasmar en este texto los aprendizajes dialógicos que se generaron en torno al enfoque sociopolítico de la educación matemática.

2. Referente conceptual

Desde las discusiones generadas al interior los espacios de formación, el trabajo de investigación y lo planteado en Valero, Skovsmose & Alro y Borba, abordaremos aspectos que consideramos posibilitan una resonancia dentro de las concepciones y metodologías que se llevan en prácticas educativas e investigativas desde este paradigma y que aportan para el abordaje de la pregunta del trabajo de investigación: ¿Qué tensiones y elementos emergen en el desarrollo de ambientes de aprendizaje bajo la perspectiva socio crítica de la modelación matemática?

2.1.1 La Educación Matemática como una red de prácticas sociales

Partimos por no limitar la visión de la educación matemática como prácticas de enseñar y aprender matemáticas, sino también como aquellos productos de la práctica de investigación que refieren a las prácticas sociales. Es decir, un movimiento de investigación que pretenda cubrir la amplitud de las prácticas sociales de la educación matemática pensando en “tajar” y definir objetos de estudio de una manera diferente. Así, consideramos como premisas: “que las justificaciones para conectar la educación matemática con la democracia no se encuentran sólo en el contenido matemático, sino también y principalmente en los factores sociales y políticos que constituyen las relaciones de aprendizaje y enseñanza en el aula, en la escuela y en la sociedad” (Valero, 2012a). Por lo que no se deben considerar sólo:

Las relaciones institucionalizadas entre profesores, estudiantes y matemáticas en los diferentes niveles de escolaridad, dentro y fuera del sistema educativo, sino también la actividad de quienes formulan políticas, que en un nivel

nacional tienen que ver con el diseño de pautas curriculares para la enseñanza de las matemáticas (Valero, 2012a).

2.1.2 Relaciones entre política y poder, matemáticas y educación matemática:

Entendemos lo “político” como la conciencia de la existencia del poder, vinculado con las matemáticas y la educación matemática de manera similar a la planteada por Valero (2012b). Las matemáticas, tanto como la educación matemática, empoderan, y en sí mismas constituyen un conocimiento indispensable que en el mundo actual occidentalizado tiene el papel positivo de *enculturar* a las nuevas generaciones en tal conocimiento y en todos sus valores relacionados. Por lo anterior, reconociendo estas relaciones de poder en torno a la matemática y la educación matemática, aparecen tres perspectivas:

- i) Las matemáticas y su educación empoderan o tienen la capacidad de dar poder a los sujetos, asumiéndose una intrínseca bondad de este cuerpo de conocimiento. La relación con el poder se da de forma transparente, ya que la matemática es apenas un medio. Esto se ejemplifica con posturas como “si los estudiantes y los ciudadanos aprenden adecuadamente una considerable cantidad de matemáticas, serán mejores ciudadanos”.
- ii) La noción de poder se asume como “la capacidad de algunos —los poseedores de recursos o una clase dominante— para moldear las condiciones de vida de otros —los desposeídos—, al alienarlos del producto de su actividad laboral” (Valero, 2012b). En esta aproximación de tipo marxista, el poder se vuelve objeto de una división y lucha entre quienes están “incluidos” y “excluidos” del saber matemático. Luego existe una relación en la que algunos tienden a ganar, a pesar de las ideas de resistencia y fuerza. Una crítica al poder implica cuestionar tanto las matemáticas como la educación matemática.
- iii) Considerando el poder de forma situacional, relacional y en constante transformación, ejerciéndose a través de la participación de actores en la construcción de discursos, se puede indagar cómo

las personas se posicionan en situaciones diferentes y mediante el uso de varios recursos de poder. A diferencia de la anterior perspectiva, esta no asume el poder como una característica intrínseca y permanente de los actores sociales, consecuencia de una lucha y resistencia. Con esta combinación es posible estudiar el poder como un elemento constitutivo de las prácticas de educación matemática en instituciones escolares.

2.1.3 Cultura desde el enfoque sociopolítico:

En el enfoque sociocultural, el papel de la cultura es protagónico, en el sociopolítico no es el papel principal, pero si es uno muy importante. Desde este enfoque a partir del poder se puede entender la cultura y viceversa. Analizando desde ejercicio de poder y de las estructuras políticas, la cultura hace parte de las relaciones sociales que se dan en una comunidad, siendo por tanto una construcción histórica y social. Sin embargo, es necesario reconocer que en ella, y por ende en las relaciones sociales, hay un ejercicio de poder que se puede entender a través de los discursos y las prácticas sociales. Luego existe una estructura que está impuesta pero puede imaginarse de una manera diferente, y por tanto asumir una posición política (conciencia de sujeto) que ayuda a comprender tales dinámicas sociales. Allí los sujetos de las prácticas sociales son los que como sujetos culturales, pero sobre todo políticos, toman conciencia de las estructuras y el poder.

Asumimos que poder y cultura se entrelazados, el uno forma al otro en múltiples sentidos. El poder se ejerce a nivel ideológico, no solo económico o militar, y para ello la cultura es el medio. De la misma manera que se ejerce el poder en la cultura, se resiste también con ella. Así que la cultura es un escenario de lucha política, liberación y opresión.

2.1.4 Diálogo desde el enfoque sociopolítico:

Intentando caracterizar el tipo de dinámicas que se pueden generar en este enfoque tanto desde las prácticas educativas como investigativas y teniendo en cuenta lo planteado por Alro y Skovsmose (2012) frente al aprendizaje dialógico desde la investigación colaborativa, se hace preciso definir una

categoría importante, esta es el diálogo que hace referencia al proceso de indagación, cuyo objetivo es obtener nuevas comprensiones y que se caracteriza por la curiosidad, el sentido crítico, la ponderación reflexiva y la reflexión conjunta de manera explícita. Este modelo de interacción se da por diversos actos dialógicos que da el carácter específico a la comunicación en una cooperación indagativa para la generación de aprendizaje. Entrar en contacto, localizar, identificar, pensar en voz alta, defender, reformular, controvertir y evaluar.

Desde el aprendizaje dialógico se parte de la idea que los profesores y estudiantes producen juntos nuevas ideas, ocurre posiblemente en escenarios de investigación que invitan a la indagación, permite que se defina la libertad y se elijan diferentes caminos hacia una experiencia emocionante, pero se combinan también con el riesgo de perder. Lo anterior implica que las matemáticas no se puedan considerar una "bondad última", sino una forma de conocimiento que puede operar en contextos muy diferentes y que necesita reflexión y crítica. Por lo que la educación matemática no solo debe aportar competencia para operar con las nociones matemáticas, sino también competencia para reflexionar en lo que se puede hacer por medio de las matemáticas.

2.1.5 Sujeto desde el enfoque sociopolítico:

Reconocemos que dentro de la red de prácticas sociales existen relaciones que caracterizan al sujeto, y que además lo reconocen como aquel que existe por las interacciones con los otros. Luego este sujeto en su singularidad construye saberes, identidades, posiciones por medio de diálogos, y aspectos que se han marcado en la cultura y que él ha ido consolidando. Cuando el sujeto toma conciencia de las relaciones de poder que se legitiman en los espacios culturales que él ha heredado y renovado con las prácticas cotidianas en las que participa (lenguaje, tradiciones, valores), se abre a la posibilidad de cambiarlas o por lo menos entenderlas es cuando el sujeto social se torna sujeto socio-político.

Parte fundamental de su carácter político, está al asumir una postura frente a lo que ocurre en la red de prácticas sociales y frente a aquellas estructuras (constituidas por las relaciones de poder) que de cierta manera van

influyendo en el pensar y actuar de las personas. Consideramos que es a través de los discursos, ya sean situacionales o relacionales en la participación de los actores, que se logra una posición mediante los recursos de poder.

2.1.6 Contexto desde el enfoque sociopolítico:

“Aprender matemáticas es un acto, en alto grado, político y social que se debe entender en conexión plena con los múltiples contextos en los que se desarrolla esa actividad y esa práctica” (Valero, 2012b). Por lo que, sin desconocer todos los otros contextos, definiremos de forma breve lo que significa contexto sociopolítico con Valero y Vithal (2003): es “el espacio sociológico de nivel macro que incluye las interacciones más focalizadas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en contextos de nivel micro como el salón de clase”. Luego se puede investigar a partir de las prácticas en educación matemática, sobre el intercambio entre “lo vivido en el mundo” y el “orden constitutivo”.

2.1.7 Investigación crítica como resonante al enfoque sociopolítico:

A pesar de que un enfoque socio-político no formula ni fija procedimientos metodológicos rígidos de investigación, acepta que múltiples abordajes pueden ser empleados para dar cuenta de las tensiones que le interesan como enfoque, ha encontrado que ciertas opciones de investigación le son más afines que otras. Una de ellas se llama investigación crítica, y fue formulada por Borba y Skovsmose (2004) para la investigación en el aula de matemáticas, ellos plantearon la existencia de tres tipos de situaciones:

La situación actual (SA), que tuvo lugar antes del experimento educativo y contiene rasgos problemáticos y emerge de la disposición o las intenciones de los estudiantes. Naturalmente sobre la base de las observaciones, el investigador podría sugerir nuevas interpretaciones de las dificultades. Pero a pesar de las observaciones de la situación actual es importante resaltar que la investigación crítica no puede ser absorbida por la situación actual, sin duda

presta una especial atención a los problemas educativos que van surgiendo en ella. La situación actual puede, entonces, imaginarse de manera diferente.

La imaginación puede estar relacionada con la expectativa y la esperanza del docente, y puede ser apoyada por la experiencia del investigador. A una visión sobre las posibilidades de las alternativas se le llama una situación imaginada (SI). La situación resultante del experimento educativo se denomina la situación arreglada (SA), que es una alternativa a la situación actual y también es diferente de la imaginada; luego es la consideración de la situación imaginada teniendo en cuenta eso que ya está, es decir aquellos elementos con los que se cuenta. La distinción entre la situación actual, la situación imaginada y la situación arreglada es analítica y subraya que la investigación crítica no se encuentra dentro de un paradigma descriptivo.

Ahora bien, el acto creativo denominado imaginación pedagógica se relaciona con 'imaginación sociológica' que trata de identificar alternativas a la situación actual, de esta manera ofrece posibilidades de cambio, debido a la existencia de alternativas, allí se muestra que la situación actual no es "una necesidad".

El contexto educativo limita la imaginación pedagógica. Es por esto que el docente debe tener la capacidad de hacer organización pedagógica que está ligada a la calidad de la cooperación entre profesores, investigadores, estudiantes y administradores. Organizar una situación arreglada significa negociar una situación específica dentro de las limitaciones específicas, pues si no hubiera consenso, no habría manera de que la situación dispuesta sucediera. En ese sentido, la organización práctica representa una versión realista de la imaginación pedagógica.

3. Descripción de la experiencia

Esta experiencia se llevó a cabo mediante los discursos y socializaciones en diálogos suscitados en la Maestría en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, han permitido caracterizar la perspectiva sociopolítica de la educación matemática en cuestiones como: los principios, paradigmas frente a la metodología de investigación, preguntas y puntos de atención. Lo anterior se desarrolló por medio de una investigación

colaborativa y algunos aprendizajes dialógicos que se generaron en torno al enfoque sociopolítico de la Educación matemática.

4. Reflexiones y conclusiones

Al retomar todas estas ideas, narradas anteriormente, damos inicio a una exploración a la puesta en escena de este enfoque con la intención de lograr pensar la sociedad y la escuela de una manera distinta y aventurarnos en hacerlas parte de nuestra praxis en distintos contextos, donde no nos limitemos a caminar con el otro, sino SER CON EL OTRO.

Referencias bibliográficas

- Alro, H. & Skovsmose, O. (2012). Aprendizaje dialógico en la investigación colaborativa. En Valero, Paola; Skovsmose, Ole (Eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: Una empresa docente. p. 149-171
- Borba, M. & Skovsmose, O. (2000) *Research Methodology and Critical Mathematics Education*. Centre for Research in Learning Mathematics, Publication 17, Roskilde
- Valero, P. (2012a). La educación matemática como una red de prácticas sociales. En Valero, Paola; Skovsmose, Ole (Eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*. Bogotá: una empresa docente. p. 299-326
- Valero, P. (2012b). Perspectivas sociopolíticas en la educación matemática. En Valero, Paola; Skovsmose, Ole (Eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas..* Bogotá: Una empresa docente. p. 195-216
- Valero, P., & Vithal, R. (2003). *Researching mathematics education in situations of social and political conflict*. In Bishop, Alan J.; Clements, M.A. Ken; Keitel, Christine; Kilpatrick, Jeremy; Leung, Frederick K.S. (Ed.), *Second International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. (The Kluwer International Handbooks of Education; No. 10).
- Skovsmose, O., & Borba, M. (2004). *Research Methodology and Critical Mathematics Education*. In Valero, P.; Zevenbergen, R. (eds.) (Ed.), *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology..* Boston: Kluwer Academic Publishers. p. 207-226

El consumo de sustancias psicoactivas y la identificación de algunas problemáticas de los estudiantes en el aula: Otra forma de explorar situaciones matemáticas

Guzmán Ruiz, Cristian Alejandro
crisalegur@gmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

El siguiente trabajo etnográfico muestra algunas problemáticas específicas para un grupo particular de estudiantes, cuyo objetivo principal era poder realizar actividades matemáticas enmarcadas en cada una de las problemáticas puestas en discusión. Dichas problemáticas fueron trabajadas de manera tal que cada uno de los estudiantes generaran un postura crítica y reflexiva, dando al mismo tiempo soluciones a dichos problemas. El trabajo cualitativo estuvo basado en referentes teóricos y metodológicos que apoyan la idea de reflexionar sobre los conflictos que presentan los estudiantes a la hora de llegar a la escuela; por ende, la investigación muestra unos resultados significativos para poder analizar las situaciones presentadas y las actitudes tomadas por el profesor de matemáticas.

Palabras clave: Observación educativa, comunicación, interacción, problemáticas sociales, situaciones algebraicas.

1. Referente conceptual

Una de las preocupaciones como docente en formación y al mismo tiempo en ejercicio, es definitivamente que el proceso de aprendizaje esté basado a partir de una metodología construida por la interpretación, construcción y

solución de problemas de la cotidianidad de los estudiantes (Polya, 1995). Para ello, los fenómenos matemáticos a estudiar deberían estar asociados directamente a la vida diaria de todos y cada uno de los estudiantes que van a manipular o aprender este concepto, es decir, cada una de las situaciones matemáticas planteadas deben estar dentro de un contexto donde se apropie el estudiante de los objetos matemáticos y por ende puede dar el siguiente paso a la situación acción del problema o situación planteada, para ello Alberti (2007) cita a Casey (2002) quien indica que es de vital importancia que las producciones y el surgimiento de las matemáticas estén enmarcadas en algunas de las actividades propiamente humanas que las hacen al mismo tiempo cotidianas.

Por otro lado, la preocupación también radica en que el proceso de enseñanza y aprendizaje de estos objetos matemáticos esté enmarcado en un ambiente de comunicación, respeto, afectivo, y donde se potencialice el desarrollo de la personalidad; por lo tanto, Erazo (2009) indica que la escuela ha dejado atrás la reflexión sobre la integridad que existe entre el estudiante con su medio y además, justifica las falencias a nivel académico y cada una de las funciones comportamentales que se dan en los estudiantes.

Así mismo el concepto de dignidad, derechos y deberes del ciudadano no están desligados a los estamentos políticos que se rigen en el país, la Ley General de Educación (1994) afirma, dentro de sus fines, que el estudiante en el entorno educativo debe potenciar competencias ciudadanas que le permitan la explicación y el actuar en la sociedad; en este orden de ideas, la observación y la crítica hacia los orígenes y consecuencias de algunas problemáticas presentes en la clase de Álgebra de los estudiantes permite pensar en que la epistemología alternativa (pensando en las necesidades sociales y culturales del estudiantado) contrastada con el conocimiento objetivo, se basa en todo tipo de conocimiento conectado con el mundo social de dichos sujetos (Stanton, 1986 mencionado por Walker & Otros, 2011). En este sentido, la experiencia de aula está sujeta a un contenido netamente social y a un contenido matemático que es excusa para trabajar y reconocer las falencias sociales de los mismos estudiantes, por ende era necesario enmarcar una serie de problemáticas que guiarían todo el trabajo en el aula y gracias a los directivos del centro educativo se plantearon las más relevantes y las que más influían en el proceso de aprendizaje y convivencia en los estudiantes¹:

¹ Este consenso fue gracias a entrevistas no estructuradas con los directivos y las reuniones con el comité de convivencia.

Tipología de problemáticas a trabajar: Cada una de las problemáticas están descritas en cómo son presentadas por el estudiante y además se asociaron a un grupo particular para un estudio mucho más profundo. En cierto sentido, las problemáticas plasmadas desde un principio tuvieron un sustento conceptual desde la mirada Erazo (2009) quien plantea unos problemas en la escuela desde un estudio de caso particular.

Problemáticas de tipo personal

- Drogadicción. Ejemplo: “me gusta fumar marihuana porque me siento libre, feliz...”
- Alcoholismo. Ejemplo: “me emborracho porque así bailo mejor y soy más sociable”
- Identidad personal: Se refiere a que el estudiante no reconoce sus aptitudes como ser humano, no aprecia sus quehaceres cotidianos, falta de criterio en su credo, inestabilidad emocional, entre otros.
- Reconocimiento y aceptación de su inclinación sexual. Esta problemática indica que el estudiante posee miedo, indisposición y/o inseguridad al momento de reconocer (aceptar en este caso) sus gustos sexuales diferentes a lo “común”
-

Problemáticas de tipo social

- Pandillismo: Esta problemática tiene una definición de tipo social en este contexto, ya que el estudiante está inmerso en un ámbito grupal o “subcultura” que generan conductas en cada uno de los individuos que van en contra de la sana convivencia.
- Drogadicción. Ejemplo: “...Cuando estamos con la banda, nos echamos unos porros...”
- Donde se ve involucrado el grupo social al cual pertenece el sujeto: Esta problemática radica en la indiferencia y la desigualdad social, definitivamente es uno de los puntos críticos no solo en el ambiente educativo sino también una preocupación a nivel social.

Problemáticas de tipo familiar

- Aborto.
- Abandono por parte de los padres.
- Maltrato familiar.
- Malnutrición.
- Muerte de un allegado o familiar del estudiante.

Problemáticas de tipo académica

- Bullying. Esta problemática se enfoca en los estudiantes que generan violencia y en los perjudicados por la misma.
- Mal rendimiento académico.
- Convivencia escolar
-

Problemática de tipo médica externa

- Enfermedad de transmisión sexual.
- Enfermedad general.
- Discapacidad.

2. Descripción de la experiencia

La Corporación Tecnológica Empresarial es la institución educativa donde se llevó a cabo la experiencia de aula y en donde, según los reportes de la coordinación académica, el 90% de los estudiantes que entran a esta institución viven en un entorno de maltrato infantil, adicción a las drogas, falta de afecto familiar, problemas nutricionales, abandono por parte de los padres, embarazos no deseados, entre otros. Por esta razón, vi la necesidad de realizar mesas de trabajo con los estudiantes para validar cuáles son cada una de las problemáticas que enfrentan diariamente y así mismo establecer situaciones-problema cuyo contenido esté enmarcado al área de las matemáticas y que además, pueda generar un análisis y reflexión acerca de las mismas para su posible solución.

Dado lo anterior, los “problemas matemáticos” fueron estrictamente transformados a problemas reales de los estudiantes que pueden ser modelos

matemáticamente a partir de diferentes representaciones, para luego hacer una reflexión y análisis sobre las problemáticas presentadas en un grupo específico de estudiantes del grado octavo (ciclo 4).

2.1 Momentos y actividades planteadas.

Momento 1: Identificación de problemáticas

En esta actividad la idea era que de manera individual y basado en algo parecido al espantapájaros de las matemáticas (Lopez, L. & Otros, 2012), los estudiantes expresaran en octavos de cartulina, por un lado, el peor día de sus vidas asociado a la problemática más marcada en sus vidas y luego, por el otro lado de la cartulina debían expresar el mejor día de sus vidas para equilibrar la parte emocional.

Momento 2: Mesas de trabajo colectivas

Esta actividad consistía en reunir grupos de trabajo, estos grupos tenían una característica principal la cual era tener una problemática en común. Por ejemplo, para la creación de grupos yo hacía preguntas como ¿Cuáles estudiantes han sufrido maltrato por parte de sus padres?, ¿Quién consumen drogas?², ¿Quiénes pertenecen a alguna pandilla o alguna barra brava de fútbol?, entre otras preguntas que permitían la conformación de las mesas temáticas.

Momento 3: Trabajo matemático y selecciones de situaciones

Con cada una de las mesas formadas por las problemáticas en común, yo decidía una situación matemática que pudiera asociar la problemática del grupo y el trabajo algebraico para este ciclo (el cual era el despeje de ecuaciones con una incógnita); en este sentido la situación debía dar alusión a un análisis que hicieran los estudiantes acerca de las causas y las posibles consecuencias-soluciones de las problemáticas que podían darse luego del trabajo algebraico.

² Para esta actividad hubo una preparación previa con todo el grupo para que los mismos estudiantes tuvieran un nivel considerable de confianza y así mismo pudieran dar respuesta de manera grupal a estas preguntas planteadas.

Momento 4: Recolección y análisis de las situaciones

Dado a que las producciones matemáticas se dieron básicamente entre cada uno de los grupos de trabajo, hubo 7 situaciones en torno a problemáticas totalmente diferentes. Por ende la selección de la situación abordada³ debía recoger la mayoría de las necesidades de la población académica.

3. Aproximaciones metodológicas

3.1 Categorías de análisis

Dado que el trabajo de observación se aproxima a un ejercicio etnográfico, las categorías para identificar las problemáticas sociales a las cuales se enfrentan los estudiantes de la Corporación Tecnológica Empresarial están enmarcadas en unos instrumentos asociados netamente a variables cualitativas, por ende se establecieron como categorías de análisis cada uno de los tipos de problemáticas mencionados anteriormente

3.2 Instrumentos para la recolección de la información

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente, los instrumentos para recolectar la información estuvieron basados en aquellos que brindan la posibilidad de hacer un estudio crítico, una descripción densa de una población y que atienda a las necesidades de un etnógrafo (Álvarez, 2011) los cuales fueron la entrevista no estructurada y la revisión de producciones textuales de los estudiantes (Ver tablas 1 y 2).

- En primera instancia el registro fotográfico permitirá evidenciar la conformación de equipos en donde sus integrantes estén enfrentados directamente a una misma problemática social-personal.
- Registro en audio: Registro de las intervenciones de los estudiantes, se realiza la entrevista no estructurada.

³ El fin de escoger solo un grupo era únicamente para hacer un mayor énfasis en el trabajo investigativo.

- Una revisión de producciones textuales hechas por los estudiantes:
Analizar e identificar las problemáticas relevantes de los estudiantes.

El formato de los instrumentos para la recolección de la información puede encontrarse en el siguiente link:

https://www.dropbox.com/s/rbill3146w95qqw/Formato%20de%20los%20instrumentos%20de%20recolecti%C3%B3n%20Exp._A..docx?dl=0

4. Resultados de la experiencia

Los siguientes son alguno de los fragmentos de las conversaciones que se tuvieron con los estudiantes que pertenecían al grupo de los que tenían la problemática del consumo de drogas, por ende los resultados de la entrevista y las producciones en términos generales fueron:

Tabla 1.

Transcripción 1. Inicio de la conversación con el grupo de estudiantes manteniendo un rumbo matemático

Entrevista a 3 estudiantes que pertenecían al grupo de los que fuman marihuana.

Profesor (Pr)		¿Cómo fue que habíamos pensado acá?
Estudiante (E1)	1	Ahí está el consumo del lunes del jueves y del sábado ¿si me entiende?
Estudiante (E2)	2	Ósea que el consumo lo dividió en tres.
Estudiante (E1)	1	Si, la suma la divido en tres. Entonces estos los sumo ¿si? Entonces los cojo y los sumo y me da 19 mil Ósea 19 mil el consumo semanal
Estudiante (E1)	1	Si, esta fue la cuenta que yo hice normal. Ahora hago lo que usted nos pidió que fue hallar la "x" para estos dos mil pesos del lunes.
Profesor (Pr)		Habíamos dicho el lunes consumía tanto, el jueves tanto y el sábado tanto y Uds. debían hallar uno de los datos desconocidos o incógnita para cualquiera de los días.

Pero este trabajo al mismo tiempo fue encaminado a que los estudiantes de manera propia y autónoma se apropiaran de conceptos algebraicos y aritméticos para que luego hicieran una reflexión a partir de los resultados:

Tabla 2.*Transcripción 2. Análisis de la problemática luego de haber realizado el trabajo algebraico*

E1	Para mí se fue el lunes, hice toda la suma entre paréntesis ¿si me entiende? Pero en vez del valor del lunes lo reemplacé por una x
Pr.	¿Porque?
E1	Porque era la incógnita que se iba a hallar ¿si me entiende? Entonces aquí yo debía descubrir cuál era x y la x es doce mil ¿no? Pero entonces los colocho entre paréntesis, entonces ahí está entre paréntesis ¿si me entiende? Se coloca la suma entre paréntesis y eso se multiplica por cuatro que son las semanas para conocer el consumo mensual ¿si me entiende? Y ese resultado se multiplica por doce para saber el consumo anual si me entiende profe? Y entonces el resultado da 912 mil pesos ¿si me entiende? Pero entonces el resultado ya estaba planteado, ya estaba dado. Hice esta suma y se multiplica por cuatro y luego lo multiplico por 12, esto es para saber el valor de x
Pr.	Y luego de este trabajo viene lo más importante y es un análisis sobre estas cifras, ¿Qué piensan Uds. acerca de estos valores? Dado que se ha partido de una situación de consumo de una droga específica como por ejemplo 624 mil el de Sebas anual es 513 y el de Joseph es 912. ¿Qué creen de estos gastos? ¿Ustedes se habían dado cuenta del montonón de dinero que se estaban consumiendo al año?
E1	Es un gasto arto.
E2	Yo pensé que el millón que teníamos de presupuesta no me iba a alcanzar y antes me sobro 80 mil pesos. Yo tenía en la mente que era más el consumo
E3	Yo pensé que no era tanto. Pensé que era mucho menos

Estas entre otras, hacen parte de las producciones en los octavos de cartulina que plasmaron los estudiantes con respecto a las problemáticas vividas propias; se lograron aprendizajes con relación al trabajo matemático (despeje de ecuaciones) ya que el grupo de enfoque se remitió directamente a hacer cálculos matemáticos basados en las propiedades de la igualdad, operaciones entre números enteros, propiedades de la igualdad, entre otras. Aquí se puede visualizar una de las fichas o evidencias: https://www.dropbox.com/s/sdb5jzco544hwml/Evidencia%20ficha%20Exp._A.docx?dl=0

5. Conclusiones y recomendaciones

1. Es de vital importancia que el aula de clases los docentes reconozcan, identifiquen y traten los problemas por cuales los estudiantes pasan; en este sentido, involucrar los objetos matemáticos a experiencias propias

- de los estudiantes permite que el aprendizaje sea significativo y además posibilita hacer un entorno de comunicación e interacción, donde se evidencia las interacciones y el reconocimiento del otro.
2. Dado a que el trabajo algebraico se vio en un principio abandonado, el trabajo cooperativo y el trabajo grupal permitió que en el aula se estableciera un ambiente ameno cuyo eje particular era el de sensibilizar a cada uno de los estudiantes; este ambiente permitió al mismo tiempo una consciencia social y una mirada de comprensión en cuanto a la realidad social, personal familiar, entre otras.
 3. Fue una experiencia demasiado grata ya que gracias al trabajo de observación y las producciones hechas por los estudiantes, fue posible interactuar de manera directa con cada uno de los ellos, permitiendo al docente hacer una praxis sobre sus prácticas y así mismo que se generaran situaciones de estudio propio de un campo de conocimiento enmarcado en problemáticas vividas y reales para el estudiante.

Referencias bibliográficas

- Alberti, M. (2007). *Interpretación matemática situada de una práctica artesanal*. Tesis doctoral Departamento de Didáctica de las Matemáticas y las ciencias experimentales. Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona. Extraído del sitio web: http://etnomatematica.org/tesis.../Tesis_doctoral_artesania_UAB_2007.pdf
- Álvarez, C. (2011). *El interés de la etnografía escolar en la investigación educativa*. Cantabria: Universidad de Cantabria
- Congreso de la República de Colombia (1994). *Ley 115. Ley General de la Educación Colombiana*. Bogotá.
- Erazo, O. (2009). El estudiante y sus problemas en la escuela. *Revista de psicología GEPU. Volumen 1 No. 2*. Popayán: Fundación Universitaria de Popayán – Uniminuto. Págs. 40-57. Extraído del sitio web: <http://revistadepsicologiagepu.es.tl/El-Estudiante-y-sus-Problemas-en-la-Escuela.htm>

López, L., Cortés, J. & Pérez, L. (2012). *El espantapájaros de las matemáticas. Memorias del 13er Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. Medellín: Sello Editorial Universidad de Medellín. Págs. 1134- 1139. Extraído del sitio web: http://funes.uniandes.edu.co/2558/1/El_espantap%C3%A1jaros_de_las_matem%C3%A1ticas.pdf

Polya, G. (1995). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas

Walker, D., Boud, D. & Cohen, R. (2011). Aprendizaje a partir de la experiencia: El interpretar lo vital y cotidiano como fuente de conocimiento. En: *Aprendizaje experimental y transformación social*. México: Ediciones Narcea.

¿En clase de matemáticas se deben dar menos cosas por supuestas?

Hernández Ravelo, Karen Yulemy

mdma_kyhernandezr874@pedagogica.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional – IED Ofelia Uribe de Acosta, (Colombia)

Resumen

El presente documento muestra una experiencia de aula que permite evidenciar por medio de la visión de los estudiantes aspectos y dificultades que en ocasiones no son tenidos en cuenta, pero que pueden afectar el desarrollo de la clase de matemáticas y por ende la participación de los estudiantes como miembros activos del aula. Además, se presenta desde la perspectiva sociocultural el análisis de algunas dificultades observadas en el aula de clase.

Palabras clave: Diversidad, Etnomatemática, Prácticas Socioculturales, Aula.

1. Introducción

Al iniciar un ciclo escolar cada docente define los contenidos a estudiar y las reglas que direccionan el comportamiento social dentro del aula, varias de estas reglas regulan los comportamientos y otras, la participación y los roles tanto del profesor, como de los estudiantes. Pero al regular el comportamiento social en el aula, ¿todo se puede dar por supuesto?

En la experiencia de aula que se describe a continuación se muestran como en ocasiones, no siempre todas las cosas en la clase de matemáticas se pueden dar por supuestas. Dicha experiencia se recoge de las observaciones realizadas a un grupo de 38 estudiantes de grado noveno mientras desarrollan una guía relacionada con la factorización o reducción de trinomios.

Es importante destacar que el grupo está formado por 38 estudiantes con edades entre los 14 y 18 años, entre los integrantes se encuentra una estudiante inmigrante, una estudiante desplazada de ascendencia indígena, un estudiante afrodescendiente, tres estudiantes desplazados, 7 estudiantes de clase baja y los restantes de clase media-baja. Eso nos ubica en un aula que presenta una gran diversidad, desde la perspectiva de Civil & Planas (2000).

A partir de este contexto se describen a continuación algunos de los procesos observados en el marco de la actividad propuesta y algunas cuestiones que permiten evidenciar las cosas que no pueden ser supuestas dentro de esta clase.

2. Referente conceptual

Al plantear la actividad para el grupo de grado noveno la docente creía, como algunos otros docentes, que las dificultades de los estudiantes se encuentran enfocadas específicamente en los conceptos y en las capacidades de cada estudiante, es decir, ella consideraba que las dificultades se deben estudiar a partir de los obstáculos epistemológicos y de los niveles de cognición del estudiante, pero ella dejaba de lado los aspectos socioculturales inmersos en la clase. Pues como afirma Planas:

Entender las dificultades del aprendizaje matemático desde una perspectiva sociocultural marca importantes diferencias en relación con las diversas interpretaciones en torno a la noción de dificultades sugeridas por las teorías cognitivas y constructivistas del aprendizaje (Planas & Font, 2003, pp. 1019).

Además Planas & Font (2003) destacan que esta perspectiva no niega la naturaleza cognitiva del estudiante ni la existencia de la cognición matemática, pues no se trata de sustituir los principios cognitivos, sino de buscar que coexistan con nuevos principios que ayuden a mejorar la comprensión de los fenómenos de aprendizaje matemático desde las realidades socioculturales de los sujetos implícitos en el proceso y la especificidad de los conceptos matemáticos.

Por ello se decide analizar que otro tipo de dificultades se pueden observar en el aprendizaje de los estudiantes de este grupo a partir de sus propias afirmaciones, para así buscar cómo superarlas. Es necesario tener en cuenta en el análisis que las dificultades desde la perspectiva sociocultural se pueden clasificar en: dificultades de aprendizaje relacionadas con el contrato

didáctico, dificultades relacionadas con el contrato social y dificultades de aprendizaje matemático en alumnos inmigrantes.

3. Descripción de la experiencia

Al iniciar el ciclo escolar con los estudiantes de grado noveno del IED Ofelia Uribe de Acosta, la docente describe los contenidos y los comportamientos sociales que se deben seguir cuando se desarrollan las actividades propuestas en la clase de matemáticas. En la descripción se destaca la importancia de la participación y el trabajo en equipo para favorecer la interacción.

Al concluir la explicación se proponen una prueba diagnóstico para identificar las dificultades que pueden tener los estudiantes y así favorecer el proceso de adquisición del conocimiento. Luego, de la revisión de la prueba se evidencian algunas dificultades en la identificación de los trinomios y sus formas de reducción.

Para favorecer el proceso de apropiación del concepto por parte de los estudiantes, la docente propone una actividad que busca afianzar el concepto a partir del uso de material didáctico. La docente considera que con el uso del material concreto se pueden superar las dificultades evidenciadas en la prueba diagnóstico y centra su atención en el desarrollo que los estudiantes hacen de la actividad propuesta.

Durante el desarrollo de la actividad la docente observa que algunos de los grupos de trabajo formados por tres o cuatro estudiantes no avanzan, al acercarse a cuestionar a los estudiantes sobre las dificultades que observa, se encuentra con algunas afirmaciones como:

Tabla 1.

Transcripciones 1. Afirmaciones realizadas por algunos de los estudiantes.

(A1) María Paula: “profe para que desarrollo esa actividad si no entiendo nada de lo que hay que hacer”.	Afirmaciones realizadas por dos de los integrantes de un grupo formado por tres estudiantes de tiene como característica particular ser reiniciantes en el proceso de grado noveno.
(A2) Erika: “Profe no entiendo nada, además, si yo perdí matemáticas es porque soy una bruta para eso”.	
(A3) Jonathan: “profe pero que... díganos que hay que hacer”.	Afirmaciones realizadas por un grupo de tres estudiantes que se caracterizan por que al plantear alguna actividad
(A4) Brayan: “si profe si no nos dice que hacer como	

quiere que respondamos la guía”. (A5) Jhonier: “si no dice que hay que hacer como vamos a trabajar”.	buscar la aprobación de la docente a los procesos que van a realizar.
(A6) Cristian, Leonardo, Valentina y Cristina: “profe lo que estamos haciendo está bien, díganos”.	Grupo formado por cuatro estudiantes que se caracterizan por su participación en clase, pero que en ocasiones buscan que los procesos que realizan sean aprobados por la docente.

Luego de escuchar las afirmaciones de los estudiantes se pregunta: ¿las dificultades que se observan en los estudiantes se originan solo en el concepto que se está trabajando?, ¿Los estudiantes que se niegan la posibilidad de explorar la actividad propuesta solo tienen dificultades de carácter cognitivo?, ¿Sólo con la ejercitación los estudiantes pueden solucionar sus dificultades? ¿Existen roles que los estudiantes asumen sin importar la actividad a desarrollar?

Cada uno de estos cuestionamientos la lleva a reflexionar sobre las palabras de cada estudiante y las razones por las que toman ciertas actitudes frente a una actividad específica. Para evidenciar si las dificultades solo se relacionan con el concepto o existen otras variables que deben tenerse en cuenta, considere necesario estudiar las dificultades del aprendizaje de desde la perspectiva sociocultural, para así mejorar los procesos de aprendizaje de sus estudiantes.

Por ello, realiza una pausa en la actividad y dialoga con algunos de los estudiantes para observar que cuestiones particulares dan lugar a las afirmaciones realizadas. En el caso de Paula, ella afirma que su desinterés hacia el área se puede estar relacionado con tres aspectos, el primero es ser reiniciante; el segundo, ser una estudiante que viene de otro país donde los procesos de escolares son diferentes y el tercero, los problemas que se originan en su contexto familiar.

Para Erika la afirmación se debe a que es reiniciante y que se no se siente cómoda con los compañeros de grupo, pues en ocasiones cuestionan las afirmaciones que ella realiza; para Jonathan la afirmación se debe él está acostumbrado a que le indiquen detalladamente que se debe hacer y le aprueben cada paso que él da en el proceso.

En el caso de Brayan y Jhonier, ellos dicen que sus afirmaciones se deben a que siempre esperan a que los compañeros les expliquen qué se debe hacer para resolver la guía. Para el grupo de Cristian, Leonardo, Valentina y

Cristina la afirmación se debe a que ellos están acostumbrados a que el docente apruebe cada paso del proceso que desarrollan.

Luego de dialogar con el grupo de estudiantes se observa que sus necesidades y expectativas frente al trabajo en el aula van más allá del concepto matemático a trabajar. Por esto y gracias a los aportes de los estudiantes se continúa la actividad con algunas variaciones como el establecimiento de reglas claras para la participación, algunas de estas reglas son: cada grupo debe buscar validar sus resultados, la opinión de cada estudiante es igualmente válida, los procesos no serán desarrollados al mismo ritmo, pues la velocidad de trabajo la da el grupo y no el docente, las inquietudes frente al tema deben ser realizadas no solo al docente sino a los otros grupos de trabajo para buscar la integración y por último, los materiales deben ser compartidos para que todos cuenten con los recursos necesarios para solucionar la actividad.

A partir de estas modificaciones en el trabajo se busca mejorar la apropiación no sólo del tema sino de las normas socioculturales inmersas en la clase de matemáticas.

4. Reflexiones y conclusiones

Al retomar las afirmaciones de los estudiantes desde la clasificación proporcionada por la perspectiva sociocultural se evidencia que, A1 y A2 se pueden clasificar como dificultades relacionadas con el contrato social, pues sin que el docente lo establezca cada estudiante toma un rol dentro del aula que puede facilitar o dificultar sus intervenciones, y de esta forma hacer que dichas intervenciones sean aceptadas o cuestionadas por los demás miembros del grupo.

Las afirmaciones A3, A4, A5 y A6 están asociadas con las dificultades relacionadas con el contrato didáctico, pues, se considera que dentro del trabajo realizado en clase solo es el docente quien valida los aprendizajes y esto se establece como una regla implícita en el aula.

La afirmación A1 también se relaciona con las dificultades de aprendizaje matemático en alumnos inmigrantes, en el contexto de la clase también se encuentran este tipo de dificultades en los estudiantes de ascendencia indígena y aquellos estudiantes que son desplazados.

Por tanto, el proceso de aprendizaje desde la perspectiva sociocultural amplía las variables a tener en cuenta en el aula, pues al considerar otra

aproximación a las matemáticas desde los aspectos culturales y sociales el aula de matemáticas deja de ser un laboratorio asilado y pasa a ser parte del mundo donde se considera a sus integrantes como actores dinámicos que interactúan (Planas, 1999). Por eso ahora es preciso preguntarse ¿Es necesario identificar la diversidad en las clases de matemáticas? ¿La diversidad contribuye a mejorar el proceso de aprendizaje de las matemáticas? ¿Qué pasa si dejamos de lado los otros aspectos el proceso de aprendizaje? ¿La perspectiva sociocultural es contraria a la perspectiva cognitiva y a la perspectiva constructivista o simplemente las complementa?

Referencias bibliográficas básicas

- Civil, M., & Planas, N. (2000). La atención a la diversidad en el aula de matemáticas : hacia una participación pedagógica y matemática. *Revista Uno*, 23.
- Planas, N. (1999). Etnomatemáticas. In *Los retos de la escuela intercultural hoy* (M.A. ESSOM., pp. 134 – 144). Graó. Barcelona.
- Planas, N., & Font, V. (2003). Una aproximación sociocultural a las dificultades de aprendizaje matemático. *Educación Y Diversidades: Formación, Acción E Investigación*, 1018–1024.

Resaltando la importancia de la educación matemática como un medio para aportar a la diversidad, a través de experiencias del aula inclusiva

Moreno Patiño, Karen

Klismo.ud@gmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

Pretendemos dar a conocer la experiencia de aula llevada a cabo en el Colegio OEA de la ciudad de Bogotá, durante una pasantía con acuerdo de voluntades, establecido con la Licenciatura en educación básica con énfasis en Matemáticas, desarrollada en el transcurso del segundo semestre del año 2014, bajo el marco de la educación matemática inclusiva, en la cual se llevaron a cabo una serie de acompañamientos de aula en las horas de la clase de matemáticas y un apoyo extraescolar a la semana con el objetivo de ser un medio para darle un mejor acceso al estudiante con limitación visual al conocimiento de la matemática escolar pertinente a su grado.

Palabras clave: Educación matemática, Inclusión educativa, limitación visual.

1. Introducción

El carácter de este trabajo está en mostrar la práctica educativa de matemáticas como una práctica social, desde la cual se han buscado estrategias de formación para estudiantes para profesor como solución a las diversas problemáticas de exclusión, segregación y marginación que se han

presentado en la educación a nivel global y que a lo largo de la historia han sido abordadas por entes políticos internacionales y nacionales, permitiendo el surgimiento de caminos de solución, a través de políticas públicas para la atención de poblaciones vulnerables a nivel de Colombia, las cuales son fundamento para las instituciones educativas escolares y las instituciones de educación superior en su formación de profesores.

Con base en ello, la Universidad Distrital Francisco José de Caldas en su Facultad de Ciencias y Educación tiene un proyecto transversal llamado NEEs, para la formación de los futuros profesores, en atención a Estudiantes con Necesidades Educativas Especiales y en este sentido el proyecto curricular de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas LEBEM, brinda a sus estudiantes, una alta formación en la atención de la población con necesidades educativas especiales y un mayor acercamiento a estas a partir de una de las modalidades de trabajo de grado propuesta como pasantía para la atención a poblaciones vulnerables y con necesidades educativas especiales. En esta, se pretende que a través de prácticas inclusivas en el área de matemáticas, se genere en el estudiante y su entorno, un escenario viable para su formación integral, donde su discapacidad o situación de vulnerabilidad no es el eje vital de la enseñanza, sino un elemento más de su formación integral. Así mismo se busca generar un cambio en la percepción de toda la comunidad educativa.

Con estas intenciones, los estudiantes pasantes son formados en relación a la atención de la población en condición de discapacidad visual, por ser esta la población a atender en el Colegio OEA. Luego de ello a través de una metodología propuesta para llevar a cabo la atención de los estudiantes mencionados, se desarrollaron dos actividades: el acompañamiento en el aula y el apoyo extraescolar, y los resultados de estas actividades se reflejaron posteriormente en un informe que da cuenta de los logros alcanzados con los estudiantes dentro y fuera del aula inclusiva.

2. Referente conceptual

Son tres aspectos importantes que sustentan el desarrollo de esta experiencia, el primero de ellos se relaciona con las políticas públicas de atención a

poblaciones vulnerables, el segundo la educación inclusiva y el tercero las estrategias pedagógicas.

Políticas públicas de atención a poblaciones vulnerables

A continuación se establece una relación de los artículos y políticas donde se plantea la atención a la diversidad, como un deber dentro de la labor docente:

- En la Constitución Política de Colombia de 1991 se retoma el artículo 67: donde se define y desarrolla la organización y la prestación de la educación formal y no formal en sus diferentes modalidades.
- La Ley General de Educación de 1994 se retoma los artículos 46 y 48: donde se plantea la integración con el servicio educativo y las aulas especializadas en el respectivo orden.
- El Plan Decenal de educación de 2006 a 2016 en la formación de profesores:
 - Inclusión, diversidad, diferencia, identidad y equidad.
 - Derechos, protección, promoción y población vulnerable con necesidades educativas especiales.

Educación matemática inclusiva

En Colombia la educación para niños en condición de discapacidad en el aula regular, es conocida como educación inclusiva, esta es central y además ha generado un reto dentro del Sistema de Educación Nacional, puesto que fue necesaria una reorganización por parte de los establecimientos educativos de carácter público, para brindar acciones pedagógicas y terapéuticas que la posibilitaran.

Dentro de estas acciones pedagógicas se han brindado herramientas y recursos tanto humanos como tecnológicos, a la población escolar que presenta alguna discapacidad, buscando la atención de calidad y la promoción del derecho fundamental a la educación.

A los resultados de involucrar estas acciones pedagógicas se les llama: educación inclusiva y educación integradora, ambas han sido definidas a través de una evolución histórica que ha permitido con ellas dar paso a un término que le dé mayor acogida a la educación para todos y en específico a la educación especial. Por ende:

“la educación inclusiva constituye un enfoque educativo basado en la valoración de la diversidad como elemento enriquecedor del proceso de enseñanza y aprendizaje y, en consecuencia, favorecedor del desarrollo humano. El concepto de educación inclusiva es más amplio que el de integración y parte de un supuesto distinto porque está relacionado con la naturaleza misma de la educación regular y de la escuela común. La educación inclusiva implica que todos los niños y niñas de una determinada comunidad aprendan juntos, independientemente de sus condiciones personales, sociales o culturales, incluidos aquellos que presentan una discapacidad.” (Parra, 2010, p. 73).

También es importante resaltar que durante la evolución histórica, se definieron diversas concepciones para referirse a la integración de la población con discapacidad, en cuanto se buscaba darle cumplimiento y sentido al derecho a la educación que ellos merecían, y que le permitiría tener igualdad de oportunidades en el desarrollo de su entorno cotidiano y en el desenvolvimiento de su realidad; una de estas concepciones como lo menciona Parra (2010), es el término de Necesidades educativas especiales (NEE), este se presenta en el informe Warnock en 1978 el cual contenía las propuestas para la integración escolar, que implica una nueva forma de entender la integración de los alumnos con discapacidad en las aulas ordinarias, pues en este

“se reafirmó el significado de “normalización”. Éste, no se enfocó en convertir a una persona con Necesidades Educativas Especiales (NEE) en “normal”, sino a aceptarlo tal como es, con sus necesidades, con los mismos derechos que los demás y ofreciéndoles los servicios para que pueda desarrollar al máximo sus posibilidades”. (Parra, 2010.P. 76).

Pero todo esto no ha sido suficiente, por esto se han buscado formas de encontrar un modelo global que permitan mayor efectividad y suficiencia en cuestión de dicha atención y por esto se plantea la inclusión educativa, la cual nace de repensar el término discapacidad, desde la conceptualización de *“la escuela que pone el énfasis en aspectos distintos de la persona y promueve interpretaciones dispares de la realidad”* (Parra, 2010.P. 76).

Teniendo en cuenta cada uno de esos intentos por resolver un poco más esas dificultades que aparecen en los Centros educativos o Colegios en términos de la educación inclusiva, desde el área de matemáticas se busca contribuir a la inclusión. A partir de este planteamiento conocer que dificultades comunes hay en los estudiantes, a la hora de aprender matemáticas es algo relevante por ende se enuncian algunas de las razones comunes de las dificultades matemáticas propuestas por Gross, (2004), en niños de básica primaria y secundaria son las siguientes:

- Dificultades específicas de aprendizaje.
- Pensar en abstracto.
- Dificultades espaciales.
- Problemas con el lenguaje matemático.
- La necesidad de sobre-aprender.
- Motivación, ansiedad y dependencia

Estrategias pedagógicas

En lo propuesto por Rosich (1999), la relación entre matemática y deficiencia visual, se puede constatar de dos hipótesis: la primera consiste en que los estudiantes con deficiencia visual o con ceguera si pueden aprender matemáticas y la segunda que aunque tienen la capacidad de aprender, hay condiciones que generan un retraso de al menos dos años en la adquisición de experiencias lógico matemáticas, por ende algunas estrategias según Rosich (1999) son las adaptaciones curriculares, el material e instrumentos de trabajo y el reconocimiento del ritmo en la realización de tareas.

3. Descripción de la experiencia

La forma en la que se llevó a cabo esta experiencia de aula inclusiva, consistió en el desarrollo de dos funciones, la primera es el acompañamiento en el aula al estudiante con ceguera o baja visión, durante las clases de matemáticas, esta actividad tuvo como propósito la mediación en el proceso

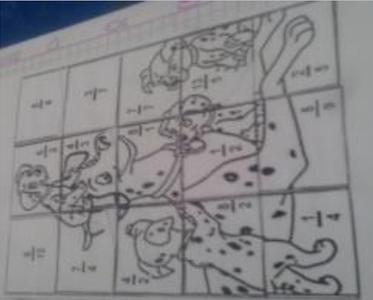
de aprendizaje entre el estudiante con discapacidad visual y el docente titular del área. A continuación se presenta, un ejemplo, de la manera como se sistematizó el proceso llevado a cabo con cada uno de los estudiantes asignados.

Tabla 1. Caracterización de los estudiantes.

Nombre	Condición Física	Condición Académica
Vanessa Alexandra Navas Martínez (601°)	Baja visión y uso de lentes como ayudas ópticas.	Bajo rendimiento académico y problemas disciplinarios.

De la misma forma se presenta el seguimiento al proceso de esta estudiante de manera general mediante una valoración de su estado inicial y de su estado final:

Tabla 2. Valoración de los estudiantes.

Nombre	Estado inicial	Estado Final
Vanessa Alexandra Navas Martínez (601°)	<p>La estudiante en un primer momento presentó claridad en el manejo de los conceptos matemáticos referidos a:</p> <p>Fraciones y su representación verbal, junto con el reconocimiento de su representación simbólica, como se evidencia en la imagen.</p>  <p><i>Rompecabezas adaptado a letra ARIAL 16. Actividad iniciación de tema "fraccionarios"</i></p>	<p>La estudiante Vanesa Navas durante el acompañamiento en el aula se caracterizó, por ser una estudiante que comprendía con facilidad los conceptos y los algoritmos matemáticos, por ende lograba realizar los ejercicios propuestos por el docente de matemáticas de forma rápida y correcta. Se concluye que ella presenta una excelente comprensión y un desarrollo cognitivo propio de su edad, a pesar de su calidad de baja visión, puesto que logró adquirir los temas y algoritmos pertinentes a los fraccionarios, específicamente la suma, resta, multiplicación y división de fracciones.</p>

Se evidencia que reconoce las fracciones de forma verbal y simbólica porque logro organizar el rompecabezas.

La segunda función que se desarrolló dentro de la metodología de la pasantía, fue realizar el apoyo extraescolar en el aula de tiflogía⁴ del Colegio OEA, a cargo de los tiflólogos responsables Melba García y Pedro Aldana, también se realizó la caracterización de los estudiantes asignados como en el registro de la tabla anterior y su respectiva valoración a través de un estado inicial y final.

4. Conclusiones

Algunas conclusiones que dan cuenta de la experiencia de aula y los resultados de la misma en el marco del plan de acción concebido en el capítulo III del informe final de la pasantía son:

- El plan de acción que consistió en la recopilación de los momentos de acompañamiento en el aula y el apoyo extraescolar, se reconoce como un puente que permite evidenciar la importancia de la matemática como un medio para aportar a la diversidad, ya que por parte del pasante de matemáticas hay una práctica formativa que lo lleva a ser un profesional de la educación integró, que no solo busca enseñar la disciplina “matemática” de una forma tradicional, por el contrario busca el medio para que todos los estudiantes independiente de sus condiciones físicas o intelectuales accedan a ella y se genere un ambiente de aprendizaje que promueve la equidad y la justicia social.
- Las acciones pedagógicas presentadas contribuyeron a la formación de cada estudiante que se encontraba en el aula de clase, a cada estudiante de la institución y a cada persona que hace parte de la comunidad educativa, ya que la idea que implícitamente se le está enviando a estos grupos, con la labor que permite el colegio que se desarrolle, es que sí

⁴ Tiflogía: es la ciencia que estudia las condiciones y problemática de las personas con discapacidad visual (invidentes y personas de baja visión) con la finalidad de plantear soluciones que permitan su completa integración social y cultural. AULAS VIRTUALES COLEGIO OEA.

se puede ser diversos y que sí se puede generar espacios para que todos se desarrollen dignamente.

Referencias bibliográficas

Constitución Política de Colombia. (1991). Disponible en el sitio web: <http://www.alcaldiabogota.gov.co/sisjur/normas/Normal.jsp?i=4125> . Recuperado el 02 de febrero del 2015.

Ley General de Educación. Ley 115 de 1994 (1994). Disponible en el sitio web: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf . Recuperado el 10 de febrero del 2015.

Plan Decenal de educación de 2006 a 2016. Disponible en el sitio web: http://www.plandecenal.edu.co/html/1726/articles-166057_compendio_general.pdf . Recuperado el 10 de febrero del 2015.

Gross, J. (2004). *Necesidades educativas especiales en educación primaria: una guía práctica*. Madrid. Ediciones Morata.

Rosich, N. & Otros. (1996). *Matemáticas y deficiencia sensorial*. Madrid. Editorial Síntesis.

Parra, C. (2010). Educación inclusiva:Un modelo de educación para todos. *Revista_ isees*, 8, pp. 73-84.

Ampliación de universos numéricos: El entero relativo

Muñoz, Yurani - Poveda, Xiomara
yurani_andrea1995@hotmail.com – xiomilalo@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

Se presenta la descripción de una experiencia de aula producto del trabajo desarrollado en el espacio de formación práctica intermedia III en la Universidad Distrital, basada en la enseñanza del número relativo y sus propiedades, la cual fue realizada en grado séptimo (701 y 703) en el colegio República de China; cuyo objetivo general se centró en el diseño, implementación y evaluación de una secuencia de actividades a partir de la resolución de problemas que permitiera a los estudiantes comprender el número relativo y de esta manera potenciar el proceso general de razonamiento, identificando en medio de este proceso posibles dificultades u obstáculos que presentaran los estudiantes para de esta forma generar estrategias de refuerzo y apoyo en sus construcciones. Llegando a obtener como resultado un avance significativo en la comprensión del número entero relativo como un elemento que permite transformaciones y como el resultado de comparaciones.

Palabras clave: Entero relativo, comprensión, enseñanza, razonamiento.

1. Introducción

Tomando como base la dificultad que se ha tenido a lo largo de la historia para comprender los enteros relativos de acuerdo con González (1999) y la multitud de dificultades inmersas en su proceso de enseñanza, el interés del trabajo realizado se centró en la contribución al aprendizaje del número

entero relativo y sus propiedades a partir de situaciones problema en contextos concretos, logrando de esta manera aportar de manera significativa a los estudiantes de grado séptimo en la comprensión de éste objeto matemático como un elemento que permite transformaciones y como el resultado de comparaciones, e inmerso en este proceso se potenció el razonamiento, dado que el ampliar el concepto de número de acuerdo con MEN (2006) obliga a cambios conceptuales en las operaciones y las relaciones entre ellos y por ende se da un desarrollo tanto en la estructura aditiva como en la multiplicativa.

2. Referente conceptual

En primer lugar es indispensable señalar que en esta experiencia de aula más allá de trabajar el número entero se trabajó con el *número relativo*, el cual ha sido caracterizado por González et al. (1999) como un número entero contextualizado, es decir, es la parte intuitiva-concreta del número entero.

Y este se trabajó a través de la propuesta didáctica que hace Luis Gonzales en su libro “números enteros” de la serie síntesis, en la cual se proponen cinco fases (el número relativo como relación útil en contextos concretos, de la relación útil a la relación objeto, el número relativo como objeto contextualizado, el número entero como útil matemático y como objeto matemático) -de las cuales trabajaremos las tres primeras- que ayudan en la conceptualización del número entero relativo y sus propiedades, las cuales nos servirán como base en este proceso de enseñanza-aprendizaje.

Esta propuesta nos sirve de base si tenemos en cuenta que basamos el trabajo con el número entero relativo desde diferentes contextos llegando a fortalecer la estructura aditiva, considerando sus propiedades y los procedimientos para su solución, teniendo como base que:

“El estudio de los números enteros implica la interpretación y aplicación del concepto y su significado como número relativo en diferentes contextos (físicos, geográficos) de medida (absolutos) y su ubicación en la recta numérica. Además se debe llegar a la representación simbólica que permita efectuar operaciones y establecer relaciones. Dentro de las operaciones se enfoca la estructura aditiva y la estructura multiplicativa con sus algoritmos y

propiedades y planteando las relaciones entre equivalencias y de orden”
(Chaparro, Poveda & Fernández, s.f, p.5)

Pero, además de ello hicimos énfasis en la identificación y la superación de posibles obstáculos presentados en su proceso de conceptualización; entre las dificultades que manejamos estuvieron principalmente las relacionadas con el significado del signo menos, debido a que como es sabido, los estudiantes venían trabajando en el contexto de los naturales, donde el signo menos tiene un significado de disminución y en los enteros esta idea cambia, ya que una resta no significa disminución, y una suma no significa aumento.

Esta tensión se da como producto de la concepción que se tiene del signo menos, el cual en los enteros tiene un doble significado de acuerdo con Castillo & Ortega: “como operador binario porque necesita dos elementos o como operador unario porque le cambia el signo al número determinando” (Castillo & Ortega, 2012, p. 4). Entonces, el simple hecho de ampliar el significado de número, de ver que la suma y la resta en términos del operador hacen que se presenten dificultades en su enseñanza.

De manera general, podemos citar otras muchas dificultades que se generan este proceso de aprendizaje, las cuales según Iriarte, Jimeno & Vargas (1991) están ligadas además, con el hecho de pensar en la forma como se opera y como se ordenan los Naturales, produciendo errores ligados con creer que el orden de los naturales es mismo orden de los enteros relativos en su conjunto, ignorar el signo, entre otras; en relación con las operaciones estas dificultades están relacionadas con el hecho de ver a la suma como aumento, a la resta como disminución, la división y multiplicación como natural, las reglas del cálculo en un formalismo vacío etc., las cuales afectan de manera lógica la posible resolución de situaciones en las que intervenga en número relativo: en los problemas por ejemplo, de acuerdo con estos mismos autores, existe una dificultad especial cuando hay una inversión en la relación de orden o en la secuencia temporal, lo cual sin lugar a dudas tiene que ver con los procesos de razonamiento implícitos a la hora de abordar la enseñanza- aprendizaje de este objeto matemático y de todas las relaciones conceptuales que hay en él.

En cuanto a la forma de introducir este concepto en el aula, según distintos autores una posible forma es a través de la recta numérica, por ejemplo, González et al. (1999) señala, que la recta numérica es un modelo que

proporciona una interpretación bastante provechosa de los números enteros, ya que para estos autores el tratar el número entero a través de la recta numérica es una forma de concretizarlo, debido a que permite tener varias interpretaciones relacionadas con el orden de los números enteros y por supuesto con la forma en cómo se opera con ellos (especialmente la suma y la resta).

Y, si tenemos en cuenta que el número entero relativo en este contexto será representado de acuerdo con Gonzales et al. (1999) por un punto de la recta (aspecto estático) y por una distancia, desplazamiento, vector o salto (aspecto dinámico), vemos que las operaciones de sumar y restar, se presentan a nivel de significaciones concretas (como acciones con números relativos), lo cual es fundamental en este proceso, ya que esto permite que se avance en la comprensión de los enteros relativos como elementos que permiten transformaciones y como operadores.

3. Descripción de la experiencia

Esta experiencia tuvo lugar en el colegio República de China ubicado en la localidad de Engativá, en la ciudad de Bogotá, el cual cuenta con un programa de inclusión por lo que en los cursos en lo que se trabajó (701 y 703) se encontraban estudiantes con baja visión y ceguera total. Para llevar a cabo esta experiencia se diseñó en primer lugar la siguiente ruta de aprendizaje, la cual sería nuestra guía en el desarrollo de la propuesta. Ver figura 1.

Para llevar a cabo la propuesta se tomó como base las orientaciones para el diseño y elaboración de actividades de aprendizaje y de evaluación propuestas por el grupo DECA (1992), por lo que en primer lugar se realizó una actividad que sirvió de diagnóstico y reconocimiento en la cual se trabajó con base en los conocimientos previos de los estudiantes relacionados con los números enteros, explícitamente con la forma de operar con ellos y de ubicarlos en el plano cartesiano y en la recta numérica; junto con ello se introdujeron nuevos conocimientos relacionados con la forma de interpretar y resolver problemas relacionados con este conjunto de números, por lo que hubo un choque cognitivo el cual permitió que los estudiantes identificaran la necesidad de aprender éstos nuevos conocimientos y superar

las dificultades que presentaban. Además, esta actividad permitió ubicar a cada uno de los estudiantes en un nivel de desarrollo dados unos criterios, e identificar algunos de los conflictos que presentaban los estudiantes ligados con el tratamiento de los enteros relativos, algunos de ellos: ignorar el signo, fracaso en la inversión de una relación de orden y en la secuencia temporal, así como la desorientación temporal que evidencia la inconciencia de los dos sentidos opuestos <antes de> y <después de>, entre otras (esto de acuerdo con Gonzales et al. (1999) e Iriarte, Jimeno y Vargas-Machuca (s.f)) las cuales nos dieron un punto de partida para iniciar el trabajo.

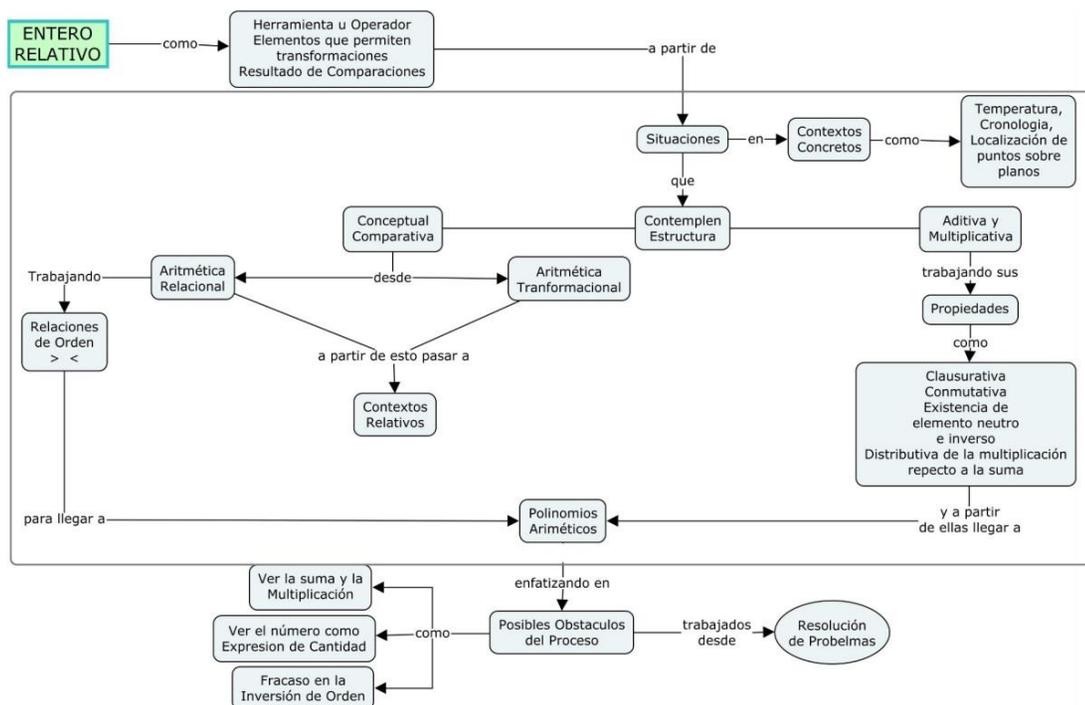


Figura 1. Ruta de Aprendizaje

Teniendo en cuenta lo anterior se propuso una actividad en la cual se apropiaran los nuevos conocimientos pero además de ello se trabajan las dificultades observadas en la clase anterior; en ella se proponen situaciones en las que interviniera los números enteros relativos y la forma intuitiva de operar con ellos: juego “la escalera relativa y problemas de tipo verbal de manera que los estudiantes se enfrentan a nuevas situaciones. Ver figura 2.



Figura 2. La "Escalera Relativa"

Esta actividad consistió en jugar la escalera convencional pero los estudiantes debían llevar un registro escrito en una hoja de los movimientos que realizaban, indicando si avanzaban ¿cuánto avanzaban? Si retrocedía ¿Cuánto retrocedían? Indicando la operación que realizaban en ese momento. Esto con la finalidad de potenciar la estructura aditiva y comparativa por medio de la ejercitación de las operaciones básicas entre enteros relativos Como se muestra en la figura 3:

$$\begin{array}{l}
 1+5=9 \quad 9+6=15 \quad 15+2=17 \quad 17+5=22 \quad 22+3=25 \quad 2- \\
 25+2=27 \quad 27+4=31 \quad 31+5=36 \quad 36+2=38 \quad 2- \\
 38+2=40 \quad 40+6=46 \quad 46-30 \quad 34+ \\
 30+4=34 \quad 34+3=37 \quad 37+3=40 \quad 40+5=45 \quad 49+ \\
 45+6=51 \quad 51+1=52 \quad 52+4=56 \quad 55+ \\
 70-37=33 \quad 33+6=39 \quad 76-37
 \end{array}$$

Figura 3. Evidencia procesos del juego

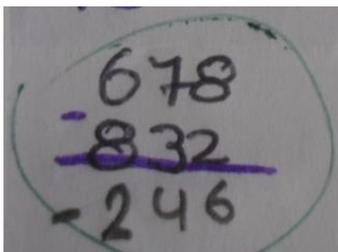
En la figura 3 se muestra como el estudiante Jeison (invidente) además de realizar las comparaciones mentalmente, teniendo como base la casilla en la que estaba ubicado y en número de casillas que avanzaba o retrocedía realizando la operación correcta y obteniendo así el número de la casilla al que debía dirigirse. Además, el tablero incluía algunas casilla especiales "ciudades" y cuando los estudiantes cayeran en alguna de ellas debían hacer una de las operaciones que sacaran aleatoriamente y sus compañeros deberán

examinar si la realizó o no adecuadamente. Esto se hizo con el propósito de reforzar las operaciones básicas, especialmente la resta.

Luego de ello y por último se desarrolló la actividad de profundización en la cual los estudiantes debían complejizar la estructura aditiva que venían desarrollando, por medio de la simbolización y aplicación de un algoritmo que les facilitara realizar la sumas y restas en diferentes situaciones, teniendo en cuenta para ello la conjugación de los signos –signo como operador y como acompañante de la cantidad- y la aplicación de algunas de propiedades de la suma (conmutativa y asociativa).

4. Reflexiones y conclusiones

En primer lugar cabe resaltar que dadas las dificultades que se evidenciaron en los estudiantes al inicio de la práctica para comprender especialmente situaciones en las que interviniera el número entero relativo como operador, por lo que se propusieron diversas actividades con el fin de superarlas, especialmente la que se presentaba con la resta en la que el minuendo es menor que el sustraendo. Ver figura 4.



A photograph of a student's handwritten work on a piece of paper. The student has written a subtraction problem: 678 minus 832 equals 246. The numbers are written in black ink. The 832 is underlined with a blue line. The 246 is also underlined with a blue line. The entire problem is circled in green. This illustrates a common error where a student subtracts a larger number from a smaller one without recognizing the need to borrow or adjust the signs.

Figura 4. Errores presentados la resta en la que el minuendo es menor que el sustraendo

Es por ello que se le dio un enfoque especial a ésta, sin dejar de un lado lo propuesto inicialmente, por lo que se propusieron actividades dinámicas como lo fue “la escalera relativa” la cual tenía como objetivo principal reforzar la suma y la resta de enteros pero a partir del juego y junto con ello establecer comparaciones. Este tipo de actividades contribuyeron a superar esta dificultad y del mismo modo a concebir el entero relativo como el resultado de comparaciones.

Una de las estrategias para que los estudiantes pudieran comprender el número entero relativo, fue trabajarlo a partir situaciones problema en

contextos relativos, en donde el estudiante además de realizar la operación correcta debía interpretar y entender el problema y lo que le pedía éste, ya que en la mayoría debían realizar una inversión temporal o de orden -lo cual implicaba un nivel de dificultad más amplio- y es allí donde se evidenció una gran dificultad, por lo que se propusieron más actividades similares, de manera que los alumnos cambiaran el esquema de problemas a los que estaban acostumbrados y junto con ello lograran superar sus dificultades con orientación de las docentes. Logrando así, que el estudiante realizara un proceso de razonamiento más complejo y por ende tuviera herramientas no solo en la resolución de problemas con enteros sino la comprensión e interpretación de problemas en general.

Además, se avanzó en cuanto a la identificación del cero relativo como punto de referencia, esto a partir de las situaciones en contextos concretos propuestas (cronología, temperatura, etc.), ya que estas permitieron que el estudiante tomara distintos puntos de referencia y por medio de ello reforzará también la ubicación en la recta numérica y el uso de los desplazamientos para resolver este tipo de situaciones.

Por último, podemos afirmar que el proceso se fortaleció el razonamiento en torno a aspectos relativos y de esta manera se dio un avance importante en términos de la ampliación de los universos numéricos, ya que los estudiantes no solo se tenían en cuenta lo absoluto (positivo) sino que se abrió paso a la comprensión de los números negativos, y por ende se contribuyó en el aprendizaje del entero relativo, sus propiedades y la forma de operar con ellos.

Referencias bibliográficas

- Chaparro, O., Poveda, D., & Fernández, R. (s.f). *Jugando con los números enteros*. Universidad del valle, Cali, Colombia.
- Fory, O. (2010). *Obstáculos didácticos en la adición de números enteros en textos escolares*. Tesis de pregrado. Cali, Valle, Colombia. Universidad del Valle.
- González, J., Iriarte, M, Jimeno, M, Ortiz, A, Sanz, E. & Vargas-Machuca, I. (1999). *Números Enteros*. Madrid: Ed. Síntesis.
- Grupo DECA. (1992). Orientaciones para el diseño y elaboración de actividades de aprendizaje y evaluación. *Aula*, 6, 33-39.
- Iriarte, D., Jimeno, M. M., & Vargas, I. (1991). Obstáculos en el aprendizaje de los números enteros. *SUMA* 7, 14-18.

MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. En Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanía.* (pp. 46 - 94). Santa Fé de Bogotá D.C. Colombia. Ed. MEN

Ortega, N., & Castillo, V. (2012). *Una introducción al concepto de entero enfatizando en el número negativo en el grado séptimo de la educación básica* (tesis de grado). Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Uno fraccionario, un juego de cartas

Ortiz, Andrea - Cardozo, Fajardo - Peña, Cristian

Mendoza, Alejandro - Mora, Lyda

dma_yortiz931@pedagogica.edu.co - dma_scardozo900@pedagogica.edu.co -

dma_cpenna762@pedagogica.edu.co - dma_jmendoza985@pedagogica.edu.co -

lmendieta@pedagogica.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional, (Colombia)

Resumen

Se presenta una experiencia en aula que se llevó a cabo en el Colegio La Giralda de Bogotá, por parte de cuatro practicantes de la Universidad Pedagógica Nacional, en el marco del espacio académico Enseñanza y Aprendizaje del Álgebra en el semestre 2013-II, con el acompañamiento de la profesora del curso. Se trabajó con estudiantes de cuarto grado, quienes se encontraban en un rango de edades de 8 a 10 años, se abordaron las diferentes representaciones del número fraccionario por medio de un juego de cartas al que se le denominó “Uno fraccionario”, a nivel general se logró que los estudiantes comprendieran representaciones como la numérica, literal, figural continua superficie y figural discreta.

Palabras clave: Números fraccionarios, representación numérica, representación literal, representación figural continua superficie, representación figural discreta.

1. Introducción

El lugar donde se desarrolló la experiencia de aula fue en el Colegio La Giralda ubicado en Bogotá, D.C. en el barrio las Cruces, que tiene convenio con la Secretaria de Educación, atiende a población entre estratos 1 y 2 con alto grado de vulnerabilidad.

En la realización de la práctica se trabajó con dos cursos de grado cuarto (cuarto A y cuarto B) que se encontraban bajo la coordinación del profesor Jair Garay, se realizaron actividades relacionadas con los números fraccionarios, concepto que ya había sido abordado en clases anteriores por los estudiantes, es por eso que la actividad se centró en hacer un refuerzo sobre el objeto matemático.

En el curso cuarto A había 38 estudiantes, 16 niños y 22 niñas y el cuarto B lo constituían 40 estudiantes, 22 niños y 18 niñas; en general para los dos cursos las edades de los estudiantes se encontraban en un rango de 8 a 10 años; en relación con la actitud de los estudiantes, en los dos cursos se caracterizaron por participar en las diferentes actividades.

2. Referente conceptual

El objeto matemático en el cual estuvo centrada la clase fue números racionales positivos, conocidos como números fraccionarios, una representación de estos son las fracciones, las cuales se clasifican en propias e impropias, reducibles e irreducibles, homogéneas y heterogéneas, mixta y entera.

Los saberes conceptuales que se movilizaron en el aula, fueron las fracciones propias e impropias, lo reducible e irreducible cuando se trabaja sobre la simplificación de las fracciones, de igual manera se trató implícitamente la idea de clase de equivalencia, por ejemplo, al momento de decir que $1/4=2/8$.

Según Morcote (2001), la concepción clásica sobre fracción, consiste en dividir un todo en partes iguales, sin importar que sea discreto o continuo. Este significado de fracción se observa cuando se ve esta relación existente entre el todo y una de sus partes. Además, plantea que existen diferentes representaciones para las fracciones, como son: la numeral fracción, que es la más usual y se simboliza a/b ; la literal, donde se hace uso de palabras escritas; la figural continua superficie, la cual está asociada a la noción de superficie, en esta se hace uso de figuras geométricas, circulares o poligonales, la figural continua lineal, donde se hace uso del modelo de la recta numérica, la numeral porcentual la numeral decimal y por último, la representación figural discreta, esta se utiliza cuando hay conjuntos de

cantidades discretas. De las representaciones anteriormente mencionadas, se hizo uso de la numeral fracción, la literal, la figural continua superficie y la figural discreta.

Esta temática se enseña en la escuela, ya que inicialmente los estudiantes empiezan a reconocer los números naturales, luego, es necesario hacer el paso de este concepto a concepto de número racional, y como este es muy denso y un poco complejo de entender, se hace necesario hacer uso de los números fraccionarios para empezar a abordar dicho tema; además, esta temática se plantea en los estándares tanto nacionales como en los norteamericanos en los primeros años de escolaridad, igualmente, esta temática es abordada para que los estudiantes la relacionen con la realidad y esta sea mucho más fácil de comprender, por ejemplo cuando se habla de “la mitad de...”, de igual manera, los números fraccionarios se utilizan en otras ramas de las matemáticas.

Para abordar esta temática se hace uso del “Uno fraccionario”, una adaptación del juego conocido como “UNO”; este material fue elaborado por los maestros en formación en octubre de 2013, con el fin de que los estudiantes pudieran reconocer las diferentes representaciones de algunos números fraccionarios por medio de un juego, ya que como lo menciona Duval (1999), es importante tener varias representaciones de un mismo concepto para tener una mejor comprensión de este.

Por otro lado, los errores y dificultades que se han evidenciado en la enseñanza de esta temática, según Pazos (2009), son los siguientes: se centran en el conteo de partes, priorizando el número de partes y no la relación entre la parte y el todo; no se establecen relaciones entre las diferentes representaciones; no se tiene en cuenta la necesaria equidad de las partes; no se trabaja con fracciones mayores a la unidad; no se representan distintas fracciones en una misma unidad y no se proponen diferentes gráficas, generalmente se usa la rectangular y por último según Maza (1999), cuando el estudiante va a trabajar con equivalencias, no reconoce a cual clase de equivalencia pertenece una fracción dada. Estos errores y dificultades fueron tenidos en cuenta en el diseño del juego.

El juego cuenta con un total de 54 cartas, elaboradas en cartón cartulina, cuyas dimensiones son: 20 cm de largo y 14 cm de ancho.

UNO FRACCIONARIO, cuenta con un mazo de características distintas a los naipes españoles o ingleses, el cual contiene 2 tipos de cartas: normales y comodines.

Las cartas se dividen en 4 colores: Azul, Rojo, Verde y Morado; cada color tiene 10 representaciones diferentes de los números fraccionarios. Los números fraccionarios que se encuentran en las cartas en su representación numeral fracción son: $\frac{5}{3}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{12}{2}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{10}{5}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{1}{2}$ y $\frac{7}{4}$, además de su respectiva representación literal, figural continúa superficie y figural discreta. Los comodines, son una serie de cartas, que como su nombre lo indican, presentan características especiales que permiten alterar el flujo normal del juego mediante ciertas acciones.

3. Descripción de la experiencia

Se abordaron las diferentes representaciones del número fraccionario, a nivel general se logra el objetivo propuesto ya que para los dos cursos se reforzó en los estudiantes representaciones de los números fraccionarios tales como la representación numérica, literal, figural continua superficie y figural discreta.

Antes de iniciar la clase se pusieron unas carteleras con las reglas del juego y algunos ejemplos de representaciones de números fraccionarios, en paralelo con ello se escribió el desempeño de la clase en el tablero, después de esto, al empezar la clase se inició dando una breve descripción del trabajo que se realizaría, lo que llevo a formular preguntas que mostraran el manejo que tenían los estudiantes sobre los números fraccionarios y además el conocimiento que tengan sobre las reglas del juego “UNO”, al haber realizado estas preguntas se aclararon las reglas del juego a nivel general para con esto, dar paso a la organización de los grupos que se conformarán y así poder realizar la actividad.

A continuación se repartió las respectivas cartas a los diferentes grupos y con ello se dio inicio al juego, que fue guiado de una manera permanente por los docentes en formación que procuraron encaminar la actividad al objetivo propuesto con la ayuda de diferentes preguntas que ayudaron a encaminar la actividad como, ¿Qué fracción se encuentra representada?, ¿Qué fracción es

igual?, ¿Cuál es la unidad?, entre otras, esta actividad fue planeada para realizar un trabajo grupal ya que la dinámica del juego se prestaba para realizar un trabajo en equipo, al hacer que plantearan las ideas que les surgieran y discutieran sobre ellas, además en el transcurso del desarrollo de la actividad si se observaban errores conceptuales en los estudiantes se conducían a que llegaran a evidenciar su error y lo pudieran corregir de manera acertada; al finalizar la clase se recogió el material y se socializo, en el caso del curso 4A se hizo un conjunto de preguntas para indagar sobre el conocimiento adquirido, mientras que en el curso 4B la socialización consistió en la recolección de información apoyándose en unas cartas en blanco, en las cuales se les pidió a los estudiantes dibujar la representación que más les llamo la atención del juego de acuerdo a una fracción dada para cada uno de las filas, lo que muestra claramente que a nivel general los estudiantes relacionan las fracciones con representaciones literales, figural continua superficie y figural discreta.

En cuanto a las fases que se representaron en la actividad se evidenció la representación inactiva en el momento en que los estudiantes manipularon las cartas del “UNO FRACCIONARIO”, también se evidenció la representación icónica cuando se les solicitó a los estudiantes dibujar representaciones de un número fraccionario en las cartas en blanco que se utilizaron en la socialización y por último se vio la representación simbólica cuando los estudiantes pasaron al tablero a escribir una fracción.

El rol del maestro en formación inicialmente fue orientar la clase de tal forma que se encaminara a reforzar las diferentes representaciones de número fraccionario, durante el desarrollo de la actividad el rol del docente en formación consistió en ser mediador entre el objeto matemático y el estudiante.

4. Reflexiones y conclusiones

Los siguientes logros no se evidenciaron en todos los estudiantes pero si en su gran mayoría.

Logros: Reconocen que la unidad está dividida en partes iguales, hacer una correspondencia entre: la fracción y su representación figural continúa

superficie, la fracción y su representación literal o verbal y la fracción y su representación figural discreta.

Las siguientes dificultades no fueron evidentes en todos los estudiantes, pero si en su gran mayoría, especialmente al referirnos a las clases de equivalencia.

Dificultades: El estudiante no reconoció a cuál clase de equivalencia pertenece una fracción dada, tuvo dificultades en reconocer cual es la correspondencia entre una representación gráfica y un número fraccionario los cuales se refieren a fracciones impropias.

La planeación es una base importante para poder llevar a cabo la gestión de una clase, ya que se tienen en mente una estructura organizada que comprende las fases de realización, los posibles problemas que pueden presentar los estudiantes y la manera para tenerlos en cuenta y dar solución oportuna.

Esta actividad contribuye en muchos aspectos al aprendizaje de los estudiantes, entre esos entender que la unidad debe ser dividida en partes iguales, encontrando una relación entre las diferentes representaciones de la fracción, entendiendo que en la representación numeral fracción el divisor representa la cantidad de divisiones que se le hace a la unidad, observando una relación entre las diferentes representaciones de los números fraccionarios entre otras.

Además se observó que la implementación de la actividad presentó dificultades en el manejo de un grupo de estudiantes numeroso, esto debido a que fue necesario que los estudiantes formaran equipos y debieran entre ellos compartir el mismo juego de cartas, esto impidió que muchos de los estudiantes presentaran riñas entre sus mismos equipos, al querer ser solo ellos quienes manejaran las cartas, es por eso que se recomendaría al aplicar la actividad, que el curso tenga pocos estudiantes o buscar la manera de que a todos los estudiantes se les haga entrega de un juego de cartas distinto.

Por otro lado, según Contreras y Delgado, los niños ya no buscan tanto la empatía con sus padres, si no con personas de igual o cercana edad a ellos, empiezan a compararse con su compañeros, es aquí donde la autoestima juega un papel importante, ya que buscan ser mejores que los iguales a ellos

en edad, y cuando no lo logran se desaniman y empiezan a demeritar sus capacidades. Observando en la clase y comparándolo con las características anteriormente descritas, se induce que los niños tienen empatía entre ellos mismos, cuando participan en la clase, se ve el interés primordialmente por tener la respuesta correcta, por ser mejor que el otro compañero, esto se infiere cuando el niño pasa al tablero y su respuesta finalmente es correcta, se escuchan frases como la siguiente: “yo si lo hice bien, no era como usted decía”.

El uso de materiales didácticos para el caso particular de esta experiencia en aula el “uno fraccionario”, contribuye en la formación de los estudiantes, ya que ayuda a que ellos se involucren en el tema propuesto, contribuyendo con esto al aprendizaje significativo de los contenidos matemáticos y dejan a un lado la trasmisión de información por parte del docente.

Referencias bibliográficas

- Duval, R., (1999). *Semiosis y pensamiento. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali, Universidad del Valle.
- Maza, C., (1999). *Equivalencia y orden: la enseñanza de la comparación de fracciones*. SUMA 31, pp 87-95.
- MEN (2006). *Estándares Básicos de Competencias matemáticas*. Bogotá, Colombia.
- MEN (1998). Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. En MEN (Ed.), *Lineamientos curriculares. Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.
- Mora, L. (2012). *Álgebra en primaria*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Morcote, O., Flores, P. (2001). “*Algunos elementos del conocimiento profesional en la planeación de clases de futuros profesores de secundaria (Un caso: Las Fracciones)*”. Encuentro de matemáticas Andaluces.
- Pazos, L., (2009) *Las fracciones son un problema*. Quehacer educativo.

Aprendamos con la estadística, “desarrollando el pensamiento Variacional y sistemas de datos, a través de situaciones problema cotidianas, para estudiantes de grado quinto”

Parra Guerrero, Laura Carolina- Riaño Valencia, Magnolia Jazmín
laurac_2511@hotmail.com - magjaz9010@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

La presente experiencia de aula representa el desarrollo general de una secuencia de actividades para estudiantes de grado quinto con tal de desarrollar el pensamiento variacional y sistemas de datos para ello se explicará varios apartados con tal de mostrar de una forma general el trabajo realizado, entre los apartados a evidenciar se encuentran los referentes teóricos, experiencia general de aula, dificultades entre otros, los cuales en general dan un barrido del trabajo realizado con los estudiantes.

Palabras clave: Datos, representaciones, problemas, estadística, análisis.

1. Introducción

La presente experiencia de aula representa el trabajo realizado durante la práctica intermedia III con el curso 505 en la IED José Félix Restrepo J.M, para la asignatura práctica intermedia del proyecto curricular Licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas LEBEM, este trabajo consistió

en potenciar el pensamiento variacional y los sistemas de datos, lo cual se desarrolló bajo una secuencia de actividades de acuerdo a la teoría de situaciones didácticas DECA.

2. Referente conceptual

Para el desarrollo de la secuencia de actividades se tuvo tres diferentes aspectos como lo es lo político, lo didáctico y lo matemático.

Referente legal o político

Para la elaboración de la secuencia de actividades se tuvo en cuenta documentos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN): los Lineamientos Curriculares De Matemáticas y los Estándares De Competencias Básicas de Matemáticas, los cuales establecen parámetros en lo referente a cada contenido matemático.

Teniendo en cuenta los lineamientos curriculares de matemáticas, se tomó el pensamiento Variacional, involucrando conceptos y procedimientos interestructurados que permitan analizar, organizar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre.

Ahora bien, se tuvo en cuenta los siguientes estándares básicos:

Estándares para el pensamiento variacional y los sistemas de datos. Los estándares que se tomaron como base para la creación de la secuencia de actividades fueron los siguientes:

- Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas.
- Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno escolar.
- Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras.

Referente matemático

En este referente se abordará el objeto el pensamiento Variacional y sistemas de datos, por lo que en primera medida es necesario abordar que es un gráfico estadístico el cual representan datos por lo general de tipo numérico, relacionada con algún contexto constituido por alguna parte de la realidad que se quiere representar Moore (1999), estos datos representan una o varias variables específicas.

Diagrama de barras: Es una representación gráfica que puede ser usada para representar la distribución de frecuencias variables cualitativa, cuantitativa discreta o continua.

Referente didáctico

Se tuvo presente la *Comprensión de tablas y gráficos estadísticos*. Curcio (1989), desde la perspectiva de Soto (2003) describe cuatro niveles de comprensión de gráficos, que pueden aplicarse para caracterizar las habilidades con respecto a gráficos estadísticos:

- **“Leer los datos”**: Este nivel de comprensión requiere una lectura literal del gráfico; realiza interpretación de la información contenida en el mismo.
- **“Leer dentro de los datos”**: Incluye la interpretación e integración de los datos en el gráfico; requiere la habilidad para comparar cantidades y el uso de otros conceptos y destrezas matemáticas.
- **“Leer más allá de los datos”**: Requiere que el lector realice predicciones e inferencias a partir de los datos sobre informaciones que no se reflejan directamente en el gráfico.
- **“Leer detrás de los datos”**: Supone valorar la fiabilidad y completitud de los datos.

3. Descripción de la experiencia

Como ya se ha mencionado a lo largo de este escrito la experiencia de aula está basada en una secuencia de actividades para potencializar en

pensamiento Variacional y sistemas de datos, específicamente la distinción de variables cualitativas y cuantitativas al igual que la comprensión y clasificación de datos con su respectiva representación gráfica, para ello se contó con 10 clases en la institución educativa, donde se desarrollaron 6 actividades una vez por semana en una intensidad horaria de 2 horas.

Con relación a las actividades se dio inicio con una actividad de reconocimiento con el fin observar la población con la que se iba a trabajar, las edades aproximadas, sus actitudes, fortalezas y dificultades para tenerlas en cuenta en la planeación de las siguientes actividades, posteriormente se realizó una actividad diagnóstico la cual tenía la finalidad de identificar las habilidades de los estudiantes frente a la clasificación, organización, selección, comparación, y asociación de datos, en esta primera actividad se observó aspectos generales como el reconocimiento de variables cualitativas y cuantitativas en un inicio los estudiantes debían reconocer esas características basados en un juego similar a “Adivina Quien” donde habían diferentes tipos de personas (mujeres y hombres) con diferentes características físicas (color de cabello, color de ojos, edad, entre otros) y posteriormente se complejizó con el uso exclusivo variables cuantitativas para las relaciones de selección, análisis y comparación de datos

El resto de actividades estuvo enfocada en la potencialización de este objeto matemático, para ello se idearon actividades muy visuales donde hubieran diferentes situaciones problemas de la vida cotidiana con la cual los estudiantes se sintieran identificados, por ejemplo el uso de encuestas en relación a temáticas como: comida favorita, programas de televisión favoritos o música favorita, además de la representación de datos de situaciones vividas en el colegio como sus notas en diferentes asignaturas, así como su preferencia por alguna de ellas, con la información obtenida debían analizar representaciones tabulares, completar y clasificar información, analizar graficas de barras con determinada cantidad de datos y crear la representación gráfica entre otras. (Ver logros generales de las actividades).

4. Dificultades

- En un principio los estudiantes no tenían ningún tipo de conocimiento acerca de la estadística, ya que era la primera vez que se iban a topa con este pensamiento, pues todo el trabajo realizado en la asignatura de matemáticas estaba enfatizado en desarrollar el pensamiento numérico y sistemas numéricos.
- Los estudiantes no trabajaban bajo la metodología de resolución de problemas, pues al parecer la metodología de la docente titular del grado quinto era tradicional la cual estaba basada en la explicación, ejemplificación y finalmente ejercitación
- Los estudiantes no analizaban los problemas, utilizando un razonamiento muy pobre para el desarrollo de los mismos, ya que estaban acostumbrados a enfrentarse con ejercicios más no con problemas.

5. Reflexión final

Para desarrollar una buena gestión en el aula es necesario realizar tareas previas como el diseño y la planeación de las actividades, secuenciar los contenidos, elaborar un método de enseñanza que tenga en cuenta el procesos que lleva cada uno de los estudiantes, ejecutar situaciones problemas reales entre otras, las cuales ayuden a mitigar los obstáculos presentes en el aula y a generar aprendizaje significativo y colectivo, en cuento a la metodología de DECA y la resolución de problemas, les permitió a los estudiantes crear su propio conocimiento a través de la experimentación y el trabajo individual.

LOGROS GENERALES DE LAS ACTIVIDADES

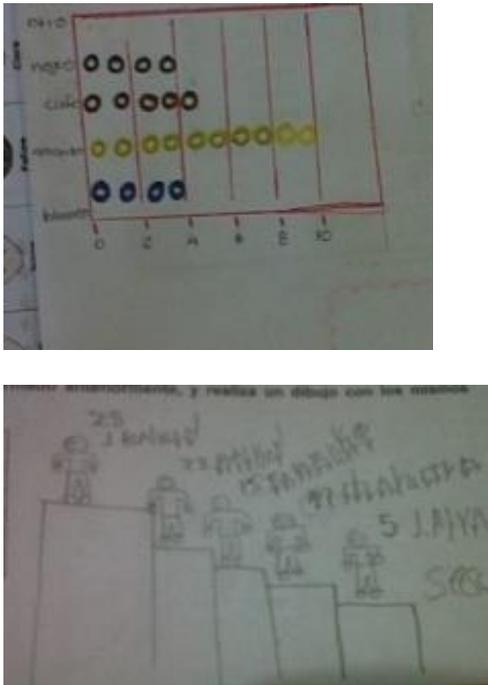
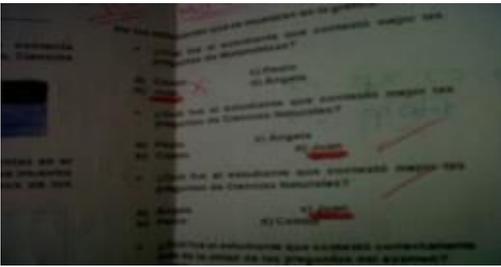
Para esta actividad los estudiantes debían reconocer la información brindada, clasificarla y organizarla a modo de un horario. Los estudiantes al finalizar la secuencia de actividades lograron comparar, clasificar y analizar datos, lo cual fue un logro tanto para ello

Elaborados por los niños y las niñas que los presentarán, basados en cuanto se les pida

Responda: ordene 3 horas en la semana
 1. Matemáticas, ordene 2 horas en la semana
 2. Música, ordene 2 horas en la semana
 3. Inglés, ordene 2 horas en la semana
 4. Español, ordene 3 horas en la semana

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Matemáticas	Matemáticas	Matemáticas	Matemáticas	Matemáticas
Matemáticas	Matemáticas	Matemáticas	Matemáticas	Matemáticas
Matemáticas	Matemáticas	Matemáticas	Matemáticas	Matemáticas

Se cuenta para la organización de la anterior tabla:
 1. Matemáticas cada día que sea un día
 2. Matemáticas que sea un día

<p>como para nosotras como docentes, ya que también logramos reconocer la forma en que los estudiantes establecen estas relaciones.</p>	
<p>Para esta actividad, se brindó una información a los estudiantes relacionadas con gustos (musicales, comida, materias), y se permitió a los estudiantes utilizar el tipo de representación gráfica que prefiriese, en donde ellos mismos debían construir su propia representación teniendo en cuenta lo explicado en la clase, con el fin de observar y analizar qué tipo de grafico que era más entendible para cada estudiante, Se mostró las características de las representaciones, de esta forma los estudiantes lograron establecer la conveniencia en la utilización de cada una dependiendo a la situación, además lograron representar por si solos información con diagramas de barras.</p>	
<p>En esta actividad se propuso a los estudiantes que analizaran una información, y teniendo en cuenta el análisis de este que pudiesen contestar las preguntas de selección múltiple. No tenían que graficar, pero si analizar la información brindada. Los estudiantes modelaron y utilizaron un razonamiento acorde para cada una de las situaciones problema, escogiendo las más útiles y necesarias, además realizaron una mejor interpretación de los enunciados.</p>	

Durante las sesiones de clase se incentivó a los estudiantes a participar libre y respetuosamente, generando confianza y seguridad en cada tema a tratar, cuando se tenían dificultades con conceptos o temas, entre los mismos estudiantes con orientación de las docentes se aclaraban dudas, Se brindó a los estudiantes un ambiente cálido y competitivo, permitiendo la participación de cada uno de ellos, lo cual les generó más confianza y un mejor desempeño en las clases. en la imagen se evidencia la participación activa de un estudiante, se logró que los estudiantes le perdieran el “miedo” al tablero



Referentes bibliográficos

- GRUPO DECA. (1992). Orientaciones para el diseño y elaboración de actividades de aprendizaje y evaluación. *Aula*, 6, 33- 39
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares para Matemáticas. En Lineamientos curriculares para Matemáticas* Bogotá, D. C.: MEN, 74-76
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Matemáticas*: Recuperado el 18 de marzo de 2012, de Ministerio de Educación Nacional, disponible en: http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf.
- Moore D. (1999). *Estadística aplicada básica*. Barcelona.
- Soto, O. & Pacheco, P. (2003). *Investigaciones sobre razonamiento estadístico y dificultades de aprendizaje*, XIX COLOQUIO DISTRITAL de matemáticas y estadística, Universidad Nacional de Colombia.

El origami y el videojuego como recursos tecnológicos en el aula de matemáticas

Riaño Vargas, Angie

angie010712@hotmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

A continuación se detalla una propuesta de enseñanza en la que se puntualiza sobre el papel de la mediación instrumental como elemento esencial en el proceso de aprendizaje. Se compone del diseño de tres actividades encaminadas a la formulación de conjeturas, construcción y aplicación de conocimiento matemático con relación a transformaciones geométricas en el plano y características de los fractales como su auto semejanza.

Palabras clave: Mediación instrumental, transformaciones geométricas, auto semejanza.

1. Introducción

La propuesta considera diferentes dimensiones de emplear la tecnología como recurso didáctico. En este marco, se propone que instrumentos como videojuegos (tetris), aplicaciones (FMSLogo), Origami (arte con papel), se usen bien sea para formular conjeturas, desarrollar un concepto o aplicarlo. En este caso se aborda las transformaciones en el plano (rotación y traslación) y auto semejanza de los fractales, respectivamente. Se plantean momentos de la clase con base a preguntas orientadoras que direccionen a los estudiantes en su construcción de conocimiento.

2. Referente conceptual

La mediación Instrumental

“La Mediación Instrumental aparece en las propuestas de Vigotsky como un concepto central para pensar y analizar las modalidades por las cuales los instrumentos influyen la construcción del saber.” (Robardel citado por Santacruz, 2009, p. 2)

Tomando como base esta definición, se proponen 3 actividades en las que se analiza su papel en el proceso de aprendizaje.

Acerca de las transformaciones geométricas en el plano

Investigaciones recientes (Montes, 2012), reportan errores que presentan los estudiantes al realizar transformaciones en el plano, dado que cada una de ellas requiere de la aplicación de conceptos matemáticos particulares. Para el caso de la rotación, señala:

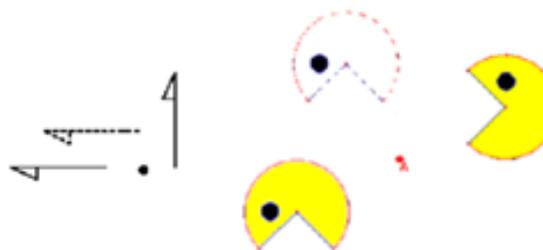


Ilustración 9. Ejemplo 1. Error en el trazo de una rotación

Figura 1. Presenta un error en el ángulo de rotación (Montes, 2012, p.32 [Figuras]. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/7739/1/sergiontesalarcon.2012.pdf>)



Ilustración 10. Ejemplo 2. Error en el trazo de una rotación

Figura 2. Presenta una falta de equidistancia del centro (Montes, 2012, p.32 [Figuras]. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/7739/1/sergiontesalarcon.2012.pdf>)



Ilustración 12. Ejemplo 4. Error en el trazo de una rotación

Figura 3. Presenta un error en la falta de congruencia entre las figuras al no conservar las medidas entre la imagen y la pre imagen. (Montes, 2012, p.32 [Figuras]. Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/7739/1/sergiontesalarcon.2012.pdf>)

Para el caso de la traslación, una de las dificultades que se presenta es “la comprensión del concepto de vector libre como vector asociado a una traslación. Los estudiantes tienen la tendencia a pensar que una traslación consiste en llevar la figura hasta el extremo de “la flecha” que indica la traslación” (Jaime & Gutierrez, 1996, citado por Montes, 2012, p. 32). Con el fin de trabajar estas dificultades, se propone hacer un teselado en FMSLogo cuya consigna es recubrir toda la pantalla sin que las figuras se solapen, lo que le exige al estudiante pensar en ángulos de giro para la creación de figuras, entre otros conceptos necesarios para realizar giros y traslaciones en el plano.

Juego tetris

Fue creado en 1984 por el programador ruso Alexey Pajitnov. Tomó su nombre de Tetrominó en referencia al número de cuadrados que conforman cada figura con siete formas posibles, y del tenis, deporte favorito de su creador (Belli & López, 2008).

La mecánica de este juego exige la aplicación de transformaciones en el plano, en principio, se puede hacer girar y trasladar las fichas por ensayo y error hasta que coincidan, pero conforme avanza el nivel, el tiempo de caída es más reducido, exigiéndole al jugador la predicción de la rotación y traslación que necesita para encajar. Por esta razón, el juego es un recurso que permite la aplicación de conocimientos para crear estrategias y poder avanzar el número mayor de niveles posible.

Fractales

Gutierrez & Hott (2004) definen el fractal como

Una figura geométrica con una estructura compleja y pormenorizada a cualquier escala. Normalmente los fractales son auto semejantes, es decir, tienen la propiedad de que una pequeña sección de un fractal puede ser vista como una réplica a menor escala de todo el fractal. (p.2).

En particular, el proceso para generar un fractal a través de una relación de recursividad, devela características como la conservación de su forma original aunque se cambien otras como su posición y tamaño. Por esta razón, se propone elaborar un fractal usando origami, en lo que hace posible que en su construcción, a partir de dobleces simétricos, se identifique patrones que permanecen invariantes y que permiten reconocer que los fractales se contienen a sí mismos y son auto semejantes.

Se toma como recurso didáctico los dobleces en el papel origami, ya que los pliegues son operaciones de simetría, que en este caso le permite al estudiante identificar patrones y regularidades que develen la característica de auto similitud típica de los fractales.

En este sentido, el papel de la tecnología se divide al transformar el uso común del material para un fin que no estaba pensado originalmente. El

origami es usado como un arte con papel, en este caso se dota de un uso como recurso didáctico para encontrar regularidades y patrones.

3. Descripción de la experiencia

Actividad 1: Su objetivo es proponer el uso de FMSLogo como recurso didáctico que permite la formulación de conjeturas e hipótesis acerca de las transformaciones geométricas que sufre una figura al crear un teselado.

Descripción de la actividad

Se presenta una imagen de un teselado realizado en FMSLogo, con el fin que el estudiante, en el primer momento, formule conjeturas sobre qué pasos se siguieron para poder obtenerla, y en el segundo momento pueda validarlas a través de la manipulación de la aplicación.

La elaboración del teselado mencionado exige tomar como patrón un triángulo equilátero y comenzar a realizar transformaciones como la rotación y la traslación con el fin de recubrir la pantalla del programa con la premisa que no se puede solapar entre sí.

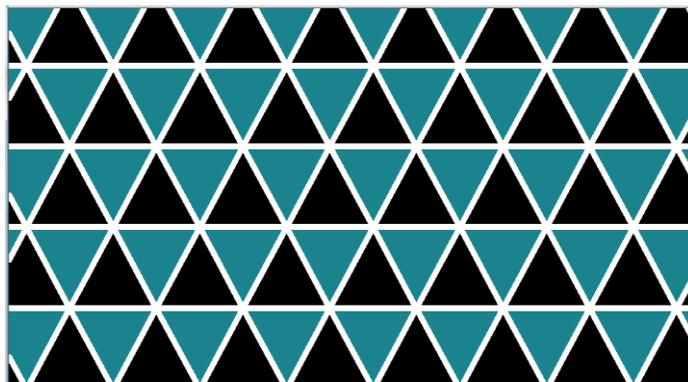


Figura 4. Teselado en FMSLogo

Actividad 2: Su objetivo es proponer el videojuego como recurso didáctico, con el fin de aplicar conocimientos con relación a transformaciones geométricas en el plano, en particular la rotación y traslación de figuras.

Descripción de la actividad

Se solicita al estudiante jugar tetris (se puede jugar online en el link: <http://www.juegos.com/juego/tetris>)

Se organizan los estudiantes en grupos, para jugar por competencia, el estudiante que llegue al nivel más alto con la puntuación mayor, gana el juego.

Guía del estudiante

1. Ingresa al link: <http://www.juegos.com/juego/tetris>
2. Prueba jugando una vez. ¿Cuántos puntos hiciste? ¿A qué nivel llegaste? ¿Qué movimientos se pueden hacer con las fichas? ¿Qué cambia cada vez que realizas un movimiento? ¿Qué no cambia?
3. ¿Qué estrategia podrías usar para alcanzar un nivel mayor y tener mejor puntaje ?. ¿Cómo sabes de qué manera es pertinente ubicar las fichas en el menor tiempo posible?
4. Conversa con tu compañero las estrategias usadas y los resultados obtenidos, divisen ventajas y desventajas de cada una con el fin de consolidar una estrategia que genere mejores resultados. ¿Qué elementos se tienen en cuenta para elaborar la estrategia?

Actividad 3: Cuyo objetivo es proponer el uso del origami como material didáctico que permite, a partir de sus dobleces, la identificación de patrones y regularidades que develen la auto similitud como una de las características de los fractales.

Descripción de la actividad

Se proyecta un video en el que se presentan procedimientos para armar una figura en origami, como se muestra en la figura 5. Se indaga con el fin que los estudiantes conjeturen acerca de la figura que se construye en papel. Se solicita que el estudiante construya la figura de acuerdo a las indicaciones y que responda interrogantes que lo lleven a encontrar patrones y regularidades que le develen la característica de auto similitud, descubriendo que se trata de un fractal.

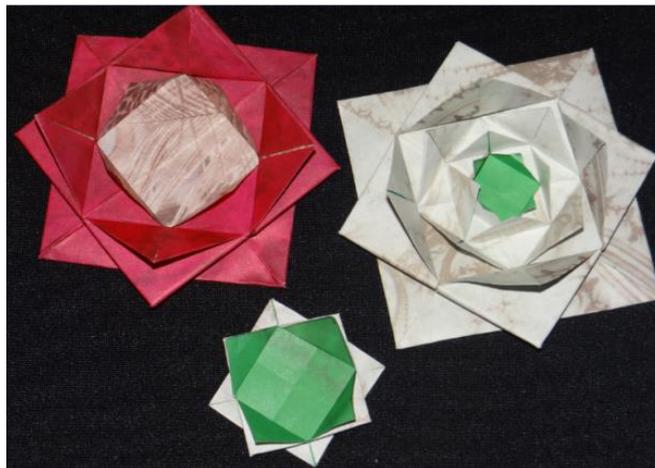


Figura 5: Fractal en origami

Guía del estudiante:

Observa el vídeo:

Video Fractal 1. Disponible en: <http://youtu.be/VMmDCVa9jS8>

1. ¿Qué figura se formó? ¿Cuáles crees que son sus características?
2. Realiza la figura creada en el video con papel origami
3. ¿Qué regularidades encuentras en la figura final?
4. ¿Qué relación existe entre los dobleces que realizas y las formas que se obtienen al final de la figura?
5. ¿Qué cambia cada vez que se realiza el procedimiento de los pliegues? ¿Qué permanece constante?

4. Reflexiones y conclusiones

Tras realizar el diseño de las 3 actividades puedo concluir que:

En la primera actividad, dirigida a creación de conjeturas e hipótesis sobre un objeto matemático en particular, exige el uso de la tecnología, específicamente una aplicación (FMSLogo) como recurso didáctico para construir conocimiento (transformaciones en el plano) que usando con métodos encaminados a lo memorístico genera errores conceptuales debido a

que no permite la exploración del estudiante sobre algún medio para que sea él quien descubra regularidades.

En la segunda actividad, dirigida a la aplicación de conceptos construidos, el juego como recurso didáctico despliega sus bondades al ser atrayente para los estudiantes y generar competencias no sólo matemáticas. Resulta interesante su implementación en el aula de clase debido a que su mecánica exige una estrategia definida para ganar y le indica al participante cuando su estrategia no es óptima (por el puntaje y nivel que obtiene).

En la tercera actividad, cuyo objetivo se encamina a la identificación de patrones y regularidades en un fractal tomando como recurso el origami, se observa que se amplía el horizonte del instrumento, dotándole de un uso para el cual no está inicialmente creado. Esto exige una re significación de la herramienta, en este caso el origami, para divisar en ella propiedades implícitas que transforman su aplicación original.

Referencias bibliográficas

- Belli, S., López, C. (2008). *Breve historia de los videojuegos*. Recuperado el 31 de mayo del sitio web: <http://www.elotrolado.net/wiki/Tetris>
- Hott, E., Gutierrez, P. (2004). *Introducción al mundo fractal: matemáticas*. Ciudad de México: México. Recuperado el 31 de mayo del sitio web: <http://www.sectormatematica.cl/fractales/fractales.pdf>
- Marambio, F. (2010). *Construcción del concepto de semejanza desde el punto de vista de la teoría APOE*. Valparaíso : Facultad de ciencias. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
- Moreno, S. (2012). *Una propuesta didáctica para la enseñanza de las transformaciones geométricas en el plano con estudiantes de séptimo grado haciendo uso del entorno visual..* Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, 30-32.
- Santacruz, M. (2009). *La gestión del profesor desde la perspectiva de la mediación instrumental. Pasto: 10° encuentro de matemática educativa.*

Enseñanza de la multiplicación a partir de situaciones que involucran perímetro y área de polígonos regulares

Sáenz Martínez, Paola - Zabala Hernández, Camilo
paolasaenzmart@gmail.com – camilo.zabala.hernandez@live.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

Considerar la enseñanza de la multiplicación como un proceso fundamental en los primeros ciclos de la matemática escolar se puede constituir como una oportunidad de implementación de diversas propuestas de enseñanza que vayan más allá de la idea tradicional de memorización, recitación y uso de las tablas de multiplicar, permitiendo al estudiante la construcción de dicho concepto a través de situaciones problema que requieran poner en juego diversos tipos de pensamiento y a su vez que puedan ser relacionadas con objetos y contextos “tangibles” en los que cobre sentido. De acuerdo con esto, ponemos en consideración una experiencia de aula desarrollada con estudiantes de grado segundo de primaria en el colegio General Santander, en la que a partir de algunas situaciones problema y el uso de algunos recursos didácticos, se implementó una secuencia de enseñanza de la multiplicación usando como elementos fundamentales: el área y el perímetro de polígonos regulares.

Palabras clave: Multiplicación, Polígonos regulares, Área, Perímetro.

1. Introducción

En la experiencia de aula que describimos en el presente documento se pone en juego una secuencia de actividades orientadas al aprendizaje de la

multiplicación que se desarrolló en el colegio General Santander en grado segundo. El eje fundamental de la secuencia es la utilización de los conceptos de área y perímetro de polígonos regulares en la construcción de dicho concepto. La propuesta se describe en tres bloques: El primero, hace referencia a algunas de las caracterizaciones de las situaciones de tipo multiplicativo propuestas por Maza (1991), que se tomaron como referencia desde: (i) las diferentes formas en que se presentan esta operación, (ii) el tipo de unidades que intervienen en la misma y (iii) las estrategias que se usan para resolver situaciones problema que se proponen, en función de una posible clasificación por grado de dificultad.

El segundo bloque definido como el marco de referencia metodológico, se estructura desde la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1986), donde se involucran los elementos expuestos en el primer bloque a través de la implementación de una secuencia de actividades regidas en el marco de una situación fundamental denominada “La Finca de Sam Bigotes”, la cual nos permitió llevar a cabo una posible organización introductoria a las situaciones de tipo multiplicativo mencionadas en el primer bloque y en consecuencia al concepto de multiplicación esperado en el currículo de matemáticas. Para las situaciones que se realizaron en el transcurso de la secuencia, se enfatizó en el desarrollo de los pensamientos geométrico, numérico y métrico. Se tomaron referencias en los estándares curriculares de matemáticas correspondientes al primer ciclo de primero a tercero de la básica primaria y se ajustaron en el marco de la propuesta curricular de la institución.

El tercer y último bloque, da cuenta de la retroalimentación de la propuesta a través del análisis de los resultados obtenidos tras la ejecución de la secuencia y que se referencian en las recopilaciones de las acciones de clase, considerando los desarrollos efectuados por los estudiantes, toando como referencia las potencialidades, dificultades y errores que pueden presentarse.

2. Referente conceptual

Cuando nos referimos a caracterizaciones del concepto de multiplicación, es fundamental presentar tres aspectos que la determinan y sobre las cuales se

pueden establecer procesos de enseñanza que contemplen resoluciones diferentes a la suma reiterada o al simple proceso de memorización y recitación de las tablas de multiplicar. Teniendo en cuenta lo anterior tomamos como referencia la caracterización desarrollada por Maza (1991), en términos de (i) las diferentes formas en que se presentan esta operación, (ii) el tipo de unidades que intervienen en la misma y (iii) las estrategias que se usan para resolver situaciones problema que se proponen, en función de una posible clasificación por grado de dificultad. En el primer aspecto, Maza presenta una clasificación de cuatro tipos de problemas multiplicativos, que toma como base referencial las investigaciones de Schwarz (1976), Vergnaud (1983), Quintero (1986) y Nesher (1988) citados en Maza (1991) donde se exponen tres tipos de problemas multiplicativos: razón, comparación y combinación, definidos a partir del tipo de unidades que intervienen en cada uno de ellos, por lo que comenzaremos por esta descripción de unidades.

Cantidades extensivas: Hacen referencia al cardinal de un conjunto, es decir, a su número de elementos. Este tipo de cantidades se suelen denominar como (E). Ejemplos: 5 manzanas, 3 libros, 4 galletas.

Razones: Hacen referencia a la relación (razón) existente entre dos cantidades de distinta naturaleza, en las que la cantidad que opera como denominador tendrá de forma invariables el cardinal uno (1). Este tipo de cantidades se suelen denominar como (R). Ejemplos: 16 casas por calle, 8 naranjas por paquete, \$1000 por cada cuaderno.

Cuantificadores: Expresan la relación existente entre dos cantidades de la misma naturaleza. Este tipo de cantidades se suelen denominar como (C). Ejemplos: cuatro veces más, tres veces más grande que, cuatro veces menos.

Una vez determinadas estas cantidades se tiene en cuenta la diferencia fundamental entre el desarrollo de Maza y los elementos de las investigaciones de referencia, la cual consiste en la existencia de un cuarto tipo de problemas de tipo multiplicativo que puede ser trabajado en la escuela básica primaria, que se denominan problemas de conversión. La diferencia se constituye a partir de los tipos de unidades (desde la perspectiva de Schwarz) que intervienen en cada categoría; A continuación presentamos un diagrama que representa las características principales de los tipos de problemas.

Tabla 3. Tipos de problemas multiplicativos (Maza,1991).

TIPO	FORMA	EJEMPLO
Razón	$E \times R = E$	En un closet hay 5 cajones y en cada cajón hay 10 camisas. ¿Cuántas camisas hay en un closet?
Comparación	$C \times E = E$	Un lápiz vale \$500. Otro más grande cuesta tres veces más. ¿Cuánto vale el lápiz grande?
Combinación	$E \times E = E$	¿Cuántas parejas de ropa podemos formar con tres camisas y cuatro pantalones?
Conversión	$R \times R = R$	En cada bolsa hay 5 paquetes de chicles. Cada paquete tiene 3 chicles. ¿Cuántos chicles hay en cada bolsa?
	$R \times C = R$	Un paquete pequeño trae seis galletas. ¿Cuántas traerá el grande que tiene tres veces más galletas?
	$C \times C = C$	Juan dobla la edad de Luis y este tiene tres veces la edad de Ana. ¿Cuántas veces es mayor la edad de Juan que la de Ana?

Una vez establecida esta categorización, se tomó como referencia el trabajo desarrollado por Del Olmo (1993) para el tratamiento didáctico del perímetro y el área en el aula, que tiene por objeto posibilitar al estudiante un aprendizaje significativo de estos conceptos, partiendo de “introducir la idea de área y perímetro por medio de las aplicaciones de estos conceptos, especialmente las que están presentes en el mundo real en el que viven los alumnos antes que en el de las matemáticas”. Se propone un abordaje cuantitativo de estos conceptos a partir de diversos procedimientos, uno de ellos la descomposición de la superficie en partes iguales y la estimación del perímetro a partir de las regularidades en la forma de superficies poligonales regulares. Así mismo propone una estructura de pensamiento métrico configurada desde la iteración de la unidad, pues primero el estudiante iterará la unidad física, y posteriormente elaborará una representación de ella.

3. Descripción de la experiencia

La propuesta a trabajar se dividió en tres actividades, teniendo como situación fundamental la “finca del vaquero Sam Bigotes” y con ella se pretendía abordar diferentes problemas de tipo multiplicativo usando conceptos de perímetro y área de polígonos regulares.

La primera actividad tuvo situaciones multiplicativas de tipo razón y conversión, se pretendía que los estudiantes ayudaran al vaquero a encontrar el perímetro de todos los terrenos (son polígonos) de su finca la cual tenía dos clases: para cultivos y animales. Se dividió el curso en dos, a cada grupo se le entregó tres terrenos diferentes pero de igual uso.

Tabla 4. Preguntas formuladas actividad 1

GRUPO 1	GRUPO 2
1. ¿Cuánto perímetro tiene cada terreno?	1. ¿Cuánto perímetro tiene cada terreno?
2. Si hay 4 terrenos de cerdos ¿Cuál es el total de todos?	2. Si hay 3 terrenos de tomates ¿Cuál es el total de todos?
3. Si hay 3 terrenos de caballos ¿Cuál es el total de todos?	3. Si hay 4 terrenos de mazorcas ¿Cuál es el total de todos?
4. ¿Cuánto miden todos los terrenos de los animales?	4. ¿Cuánto miden todos los terrenos de los cultivos?

La actividad 2 tuvo situaciones multiplicativas de tipo razón comparación organizadas en un juego por equipos que consistió en ayudar al vaquero Sam Bigote a: (i) Conformar los terrenos de su finca uniendo todos los que había comprado (componiendo polígonos a partir de polígonos) (ii) encontrar el perímetro total de dos clases: para cultivos y animales. Se dividió el curso en equipos de tres estudiantes, a cada grupo se le entregaron cuatro terrenos diferentes descompuestos en otros polígonos. Los estudiantes tenían que sumar tanto los perímetros encontrados como los puntos obtenidos por equipo.

La actividad 3 tuvo situaciones multiplicativas de tipo combinación y razón, el objetivo era encontrar el área de la superficie de cada uno de los terrenos de la finca; para este fin se les entregaron los perímetros en lana y cuadrados pequeños (como baldosas) para que pudieran cubrir la superficie contenida en el perímetro. En este caso se trabajó con cuadrados y rectángulos. Al avanzar en la construcción se les pidió que buscaran estrategias para saber el área conociendo solamente la longitud de la base y la altura del cuadrilátero entregado. De la misma forma que en la anterior sesión se debían sumar los puntos por equipo y las áreas encontradas.

4. Reflexiones y conclusiones

Se pudo cumplir el objetivo que teníamos para la actividad, pues los estudiantes lograron trabajar la multiplicación a partir del perímetro y el área de polígonos regulares, elaborando buenos análisis a través de la situación fundamental planteada de la “finca de Sam Bigotes”, identificando los diferentes tipos de datos y unidades como se describe a continuación:

En la estimación de perímetros de los polígonos, los estudiantes manejaron el concepto del perímetro como contorno de la figura y reconocen los lados como magnitudes extensivas, cuando van a resolver la situación multiplicativa de tipo razón, identifican la relación entre los lados de los triángulos que conforman el polígono y los lados del polígono, entendiendo como razón que de los tres lados del triángulo solo les interesa el lado que conforma el polígono. Ver figuras 1 y 2.

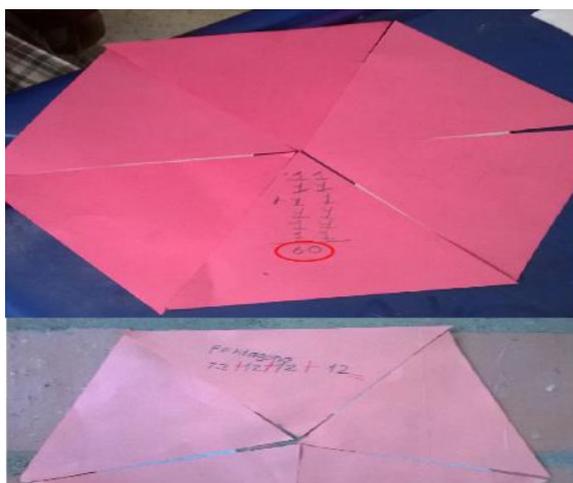


Figura 1. Polígonos compuestos por los estudiantes.



Figura 2. Construcción de polígono dado el perímetro

Con respecto a la situación multiplicativa de tipo conversión, la mayoría utilizó como estrategia de resolución la suma reiterada, sin embargo no tienen en cuenta todos los lados o lo suman dos veces, por lo que les da un resultado diferente. Según (Godino, 2004) esto se denomina como errores de partición: Errores asociados al hecho de "no llevar la cuenta", es decir, de no distinguir correctamente lo ya contado de lo que falta por contar.

Considerando los diferentes desarrollos que llevaron a cabo los estudiantes con respecto al área, se puede decir que no tuvieron dificultades al trabajarla como número de unidades que recubren la superficie. Según Corberán (1996). Es esencial que el alumno comprenda que la unidad debe recubrir exactamente la superficie. Esta propiedad determina las características que debe poseer una buena unidad de medida: debe ser fácilmente reproducible, fácilmente divisible y no debe dejar huecos en el momento de recubrir la superficie con unidades o sus fracciones. Estas condiciones deben conducir a una elección racional del cuadrado como la unidad de área bidimensional más "conveniente". Esta propiedad se refiere sólo a unidades de medida bidimensional.

Con la situación multiplicativa de tipo combinación que se planteó, se puede decir que hubo una transición desde la primera estimación del área (por unidades que recubren la superficie) a una estimación de forma directa vía multiplicación (Lopez Sanchez, 2008), donde el producto de dos cantidades extensivas (lados) de igual naturaleza dan como resultado una cantidad extensiva (área) de diferente naturaleza.

A partir de lo trabajado podemos decir que la propuesta que se desarrolló para la enseñanza de multiplicación pudo vincular diferentes pensamientos como el espacial a partir del uso de área y perímetro de polígonos regulares, el métrico mediante el uso de medidas estandarizadas para la estimación de los lados de los polígonos y el numérico a través de la resolución de problemas de situaciones de tipo multiplicativo.

Cada situación nos permitió abordar la multiplicación con diferentes estrategias de resolución, generando en los estudiantes diversas concepciones más allá de suma reiterada y/o procesos de memorización de tablas de multiplicar, además de trabajar con área de cuadriláteros, quisimos trabajar con perímetro de polígonos regulares, con la intención de ver la

multiplicación como estrategia de resolución a partir de un análisis de las regularidades en la composición de polígonos.

Referencias bibliográficas

- Brousseau, G. (1986). *Teoría de las situaciones didácticas*. Paris: Le pense suavage.
- Corberán, R. (1996). *EL ÁREA, recursos didácticos para su enseñanza en primaria*.
- Del Olmo Romero, M. d., Moreno Carretero, M. F., & Gil Cuadra, F. (1993). *Superficie y volumen ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?* Madrid: Síntesis.
- Godino, J. D. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. : Universidad de Granada.
- Lopez Sanchez, J. (2008). *La multiplicación y división en la escuela*.
- Maza Gómez, C. (1991). *Enseñanza de la multiplicación y división*. Madrid: Síntesis.
- Maza Gómez, C. (1991). Problemas multiplicativos de conversión. *SUMA*, 5-9.

La formación de estudiantes para profesor sobre recursos didácticos para la diversidad. Un pilotaje en las aulas hospitalarias

Salgado, Camilo - Castro, Claudia

camiloud@gmail.com – mathclaudiacaastro@yahoo.com

Secretaría de Educación Distrital, (Colombia)

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

En este trabajo se presenta, cómo la relación entre la Educación Superior y la Escuela, favorecen la educación matemática de niñas y niños que se encuentran vinculados al programa especial “aulas hospitalarias” de la Secretaría de Educación Distrital. La experiencia nace del reconocimiento que realiza un grupo de estudiantes del espacio de formación Práctica Intermedia II, de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, sobre la función de los recursos didácticos, el juego como dispositivo didáctico y la posibilidad de contribuir a través de estos de manera significativa, en este programa especial. Los docentes de las aulas hospitalarias, quienes gestionan estos recursos para el aprendizaje de las matemáticas, destacan la importancia de mantener esta relación, con el fin de beneficiar a los estudiantes que allí se encuentran.

Palabras clave: Recursos didácticos, Dispositivo Didáctico, Aula Hospitalaria, Educación Superior

1. Introducción

Los espacios no convencionales para la enseñanza de las matemáticas en el aula no convencional, hacen parte de los retos a los que se enfrentan los docentes, debido a las necesidades de cubrir nuevos escenarios de carácter académico. Tal es el caso de las aulas hospitalarias, una estrategia, lúdico-pedagógica, que brinda apoyo académico a estudiantes que por diversas situaciones de salud, se ven en la obligación de ausentarse del aula física en sus colegios de origen. El trabajo por parte del docente en este escenario, exige un tipo de enseñanza flexible, basada en los intereses y motivaciones por aprender de cada estudiante y en el que se contemple las bases mínimas del aprendizaje correspondientes a su edad y grado escolar, tal como lo sugieren los estándares básicos de calidad (MEN, 2006).

Partiendo del reconocimiento de la función que cumplen los recursos didácticos en el aula y el dispositivo juego, los estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas -LEBEM-, del curso práctica intermedia II de la Universidad Distrital, en el periodo 2014- II, diseñaron y elaboraron diversos recursos didácticos, teniendo en cuenta las dimensiones Matemática, Cognitiva, Comunicativa y socio-matemática del dispositivo didáctico juego propuestos por León, Rocha y Vergel (s.f.).

Estos recursos se entregaron a un grupo de docentes de las aulas hospitalarias, a partir de un encuentro en el que se realizó una exposición de cada uno de los recursos, con el fin de dar a conocer su funcionalidad, sus componentes y manuales de uso. Este es primer acercamiento entre la licenciatura y el programa hospitalario, interesados en unir esfuerzos para mejorar los recursos y la forma de enseñar la matemática fuera del aula convencional, con el fin de dinamizar y flexibilizar la práctica docente con los estudiantes hospitalizados, desde las dimensiones propuestas del dispositivo didáctico.

2. Referente conceptual

El programa de aulas hospitalarias se sustenta desde el derecho que los niños, niñas y adolescentes tienen a la Educación, tal como lo establece la

Ley 1098 Código de Infancia y Adolescencia en su artículo 28 que “Reconoce a la educación como un derecho impostergable de la infancia”. Es así como la Secretaria de Educación Distrital -SED- de la ciudad de Bogotá, en el año 2010, inició la prueba piloto en la fundación cardioinfantil, hoy en día cuenta con 22 aulas hospitalarias y 63 docentes de diferentes especialidades, con el fin de garantizar el derecho a la educación de calidad a los niños y niñas que allí se encuentran, se reconoce que el uso de los recursos didácticos favorecen la comprensión de los objetos de las matemáticas escolares, en este sentido, el diseño y la elaboración de los recursos didácticos se fundamentaron en la propuesta por Juan D. Godino (1998), quien asegura que los recursos didácticos son instrumentos semióticos del trabajo matemático, y los clasificados como "manipulativos tangibles" –que ponen en juego la percepción táctil- y "manipulativos gráfico-textuales-verbales" –en los que participan la percepción visual y/o auditiva. Para Godino, estos instrumentos pueden ser objetos tomados del entorno u objetos diseñados específicamente para construir pensamiento matemáticos (tal es el caso de las regletas de Cuisenaire). El autor asegura que algunas de las funciones que pueden desempeñar, en particular, los materiales manipulativos son:

- medios de expresión y exploración en la actividad matemática.
- estudio de las relaciones entre lenguaje y pensamiento.
- desempeñan un papel esencial en el triángulo epistemológico (signo, concepto, objeto).
- permiten formular problemas, juntamente con el lenguaje ordinario y los símbolos artificiales matemáticos.
- permiten la expresión de las cantidades, la realización de operaciones, fijación de los procesos y resultados intermedios, lo que permite localizar y corregir posibles errores, obtener reglas y algoritmos estrechamente ligados a tales expresiones simbólicas (p.3).

El uso de los recursos didácticos en el aula de matemáticas se puede dar a través del juego, es por ello que uno de los aspectos a tener en cuenta es el del juego como dispositivo didáctico el cual se entiende desde León, Rocha y Vergel (2006), como el componente de la propuesta didáctica que busca estimular un tipo de acción en los estudiantes para favorecer la movilización de sus procesos cognoscitivos y comunicativos. Los autores hacen mención

de tres dispositivos didácticos: la resolución de problemas, el proyecto de aula y el juego. A partir de este último, se centra la construcción de los recursos donados y su diseño se basó en las dimensiones que se proponen desde éste dispositivos, así:

- *Desde la dimensión matemática.* El tipo de acción que activa el dispositivo didáctico juego está determinado por una relación entre el juego como actividad cultural y la matemática como una actividad cultural desarrollada. Se destacan dos aspectos, i) el contenido matemático presente en la actividad y ii) el componente que asimila al juego diversas actividades matemáticas (p.3).
- *Desde la dimensión cognitiva.* Tiene que ver con la relación entre el desarrollo del sujeto y el juego. Se identifican qué procesos son dinamizados por los juegos y su efecto en el aprendizaje de las matemáticas. se caracteriza por un carácter voluntario y libre de esa actividad, la delimitación espacio temporal, la presencia de unas reglas para la acción y un conjunto de sentimientos asociados (p.5).
- *Desde la dimensión comunicativa.* Se involucra el desarrollo del lenguaje como efecto de los procesos de significación y representación. El uso de formas de representación adecuadas se vincula a las necesidades internas del juego y a las formas de organizaciones discursivas como la narración y la explicación, la argumentación y eventualmente como desarrollo de esta última la demostración (p.8).
- *Desde la dimensión sociomatemática.* Se considera el sujeto en un contexto social con necesidades de interacción. Diversas formas de interacción son promovidas de acuerdo al juego puesto en escena. Para el caso de los juegos denominados matemáticos, el desarrollo de este tipo de juegos fomenta el desarrollo de reglas de carácter matemático que provienen de los sistemas teóricos a los que se recurre en el desarrollo del juego (p.8).

A partir de estos dos referentes se construyen: como recursos didácticos manipulativos tangibles los estudiantes de la LEBEM construyeron recursos como: Casillas para neutralizar; Dominó de factorización; La ficha tapada; Escalera Matemática; Jenga Matemática; entre otros. Ver figuras 1, 2 y 3.



Figura 1. Juego Valor Posicional



Figura 2. Casillas para Neutralizar



Figura 3. La Ficha Tapada

3. Descripción de la experiencia

La experiencia tuvo impacto en dos escenarios:

En el espacio de formación de Práctica Intermedia II con énfasis en Recursos Didácticos de la LEBEM, los Estudiantes Para Profesor -EPP-, reciben formación, entre otros aspectos, en: i) reconocer la pertinencia, uso y función de los recursos didácticos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar; ii) dispositivos didácticos como organizadores del aula, que contribuyen en favorecer la movilización de procesos cognoscitivos y comunicativos y iii) atención a la diversidad como la posibilidad de permitir a todos los estudiantes al acceso al conocimiento. En este sentido, la relación con un docente de la SED de un aula hospitalaria, posibilitó que en éste espacio de formación, se proyectara un análisis sobre ¿cuáles recursos didácticos beneficiaría el aprendizaje de las matemáticas escolares, a los niños y niñas que se encuentran en las aulas hospitalarias?

Durante el desarrollo del curso, los EPP trabajaron sobre esta pregunta y al final del semestre entregaron por grupos (de 2 o 3 estudiantes), los recursos y manual de instrucción de los recursos construidos por ellos, a los profesores de las aulas hospitalarias, en un espacio que se dispuso para tal fin. Esta presentación se llevó a cabo en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, en la sede de la Macarena A. Ver figura 4.



Figura 4. Exposición y entrega de juegos a los profesores de las aulas hospitalarias

Posterior a la entrega, los profesores de las aulas hospitalarias de la Fundación Cardioinfantil y la Clínica Infantil Colsubsidio, han implementado estos dispositivos didácticos, para dar un enfoque diferencial a la enseñanza de las matemáticas.

Las Aulas Hospitalarias tienen gran variedad de educandos hospitalizados, desde los 3 hasta los 18 años; como la población es diversa en edad, es necesario contar con los recursos didácticos adecuados para esta población escolar. Esta característica exige desde el inicio contar con recursos adecuados para tan amplia y diversa población escolar. Los criterios de selección para trabajar con material didáctico en el contexto de la pedagogía hospitalaria, son los siguientes según Cancela (s.f.):

- Contemplan actividades variadas, atractivas y abundantes, principalmente en lo que se refiere a materias artísticas.
- Disponer de material informático como soporte importante de la actividad escolar.
- Una amplia gama de juegos que favorezcan la socialización, sirvan para que los alumnos se olviden de forma temporal su condición de enfermedad y estimulen el razonamiento, el planteamiento de estrategias y distintas destrezas.
- El material de manualidades permite la realización de los trabajos en una sesión para que los alumnos de estancias cortas o con frecuentes interrupciones de la actividad en el aula debido a los tratamientos médicos, puedan ver el producto final de su tarea.
- El material de plástico deberá tener en cuenta las condiciones sanitarias en que se encuentra el niño.

En una primera fase de exploración con el material didáctico, los estudiantes pacientes hicieron uso libre, fue el caso del tangram, como se aprecia en la figura 5, lo primero que hicieron fue tratar de encajar las 7 figuras, formando el cuadrado inicial, esto les tomó tiempo, pero la manipulación les permitió el reconocimiento de algunas relaciones, entre las fichas grandes, con las pequeñas, las formas y los colores.



Figura 5. Estudiante paciente explorando el tangram.

En un segundo momento, se explicó la intención del juego, el cual consiste en hallar el área y el perímetro de una figura dada, con la intencionalidad de diferenciar estos dos conceptos, desde lo concreto. Otro de los materiales empleados, fue el dómينو de factorización, muy llamativo por sus representaciones y fuera de lo común para el estudiante, ya que la concepción de dominó, es básicamente el tradicional juego de mesa. Fue necesario realizar algunas operaciones en el cuaderno, como se evidencia en la figura 6, con la ayuda del docente, se despejaron dudas y se logró identificar las factorizaciones correctas y las falencias en algunos casos.



Figura 6. Dominó completado

La figura 7 muestra el desarrollo del juego, el cuaderno del estudiante juega un papel importante en esta actividad, ya que se debe verificar si efectivamente la ficha del dominó es la correspondiente y la justificación tanto del docente como del estudiante al momento de colocar la ficha, sus formas de representación y lo más importante, los procesos de socialización y espacios propicios para bajar la ansiedad que genera la hospitalización. Finalmente el neutralizador, es un material diseñado para trabajar habilidades de cálculo mental, estrategia y lógica, ha sido uno de los juegos favoritos en estudiantes de primaria y una herramienta adicional para estudiantes de séptimo grado, con el fin de interiorizar las operaciones en el conjunto de los enteros, haciendo una pequeña variación de la propuesta inicial para la cual fue creado, sus padres se integran al juego, socializando y compartiendo con su hijo, pasando a un rol de par y jugador.



Figura 7. Intervención inicial dominó de factorización

4. Reflexiones y conclusiones

El proceso que se realizó en el curso Práctica Intermedia II con énfasis en Recursos Didácticos, propició en los EPP el reconocimiento por el papel que debe cumplir el profesor en ejercicio, en relación con la atención a la diversidad y el acceso que se debe dar al conocimiento.

Las relaciones establecidas entre la LEBEM y las Aulas Hospitalarias, permiten hacer un acercamiento de dos tipos, el primero que tiene que ver con los estudiantes que se están formando para profesor y el trabajo que

implica el reconocimiento por la diversidad en la educación matemática y el segundo, el vínculo que se realiza entre la educación superior con la educación básica y media, que es fundamental para la construcción de saberes.

El uso de los recursos didácticos y los juegos, permiten que los estudiantes pacientes exploren e interactúen desde un primer contacto con los dispositivos didácticos. Estos materiales son dinámicos ya que propician la integración con el docente, con otros estudiantes, con sus padres o cuidadores e inclusive con el personal médico.

Una de las conclusiones en relación con el trabajo con el dominó de factorización, es que permite reconocer las diferentes representaciones. Además de conservar las reglas básicas del dominó, propicia la posibilidad de socializar y despejar las dudas que puedan existir al momento de factorizar, identificar polinomios y la multiplicación entre binomios, pero el punto más importante es la inmersión en el juego, haciendo que el estudiante paciente, momentáneamente olvide su condición de enfermedad.

Referencias bibliográficas

- Bienestar Familiar (2006). *Ley 1098 Código de Infancia y Adolescencia*. Ministerio de protección social. Colombia. Recuperado el 28 de mayo de 2015 de <http://www.icbf.gov.co/portal/page/portal/PortalICBF/Bienestar/LeyInfanciaAdolescencia/SobreLaLey/CODIGOINFANCIALey1098.pdf>
- Cancela, B. y otros. (s.f.). *Proyecto Curricular de las Aulas Hospitalarias de la Comunidad Autónoma Vasca*. Archivo PDF. Recuperado el 9 de mayo de 2015, de la página web: http://www.hospitalcruces.com/Proyecto_Curricular.pdf
- Godíno, J. (1998). Uso de Material Tangible y Gráfico-Textual en el Estudio de las Matemáticas: Superando Algunas Posiciones Ingenua. En: A. M. Machado y cols. (Ed.), *Actas do ProfMat 98*, 117-124. Associação de Profesores de Matemática: Guimarães, Portugal.
- León, O., Rocha, P. y Vergel R. (s.f.). *El juego, la resolución de problemas y el proyecto de aula como dispositivos en las didácticas de la matemática y de la estadística*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá.
- Morantes, J., (2005). *Estudio sobre la integración de áreas: salud y educación especial como una alternativa de facilitación pedagógica para el niño, niña y adolescente con enfermedades crónicas*. República Bolivariana de Venezuela: Universidad Nacional Abierta.

Situaciones aditivas simples: Una experiencia en aula con adultos semiescolarizados

Mejía Suarez, Stephany Lorena - Sanabria, Ángela Johana
dma_smejia899@pedagogica.edu.co - dma787_asanabria@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Colombia)

Resumen

Con el presente escrito, se pretende dar a conocer la manera como se desarrolló la comprensión y soluciones de situaciones aditivas con población adulta semiescolarizada, con quienes se logró que analizaran e interpretaran situaciones reales o hipotéticas y establecieran un punto de comparación para determinar si los resultados obtenidos eran o no razonables, además de haber desarrollado habilidades que les permitirán ser personas más autónomas, propositivas y seguras de sí mismas.

Palabras clave: Alfabetización, adultos, situaciones aditivas.

1. Introducción

A continuación se presenta la experiencia de aula que tiene lugar en el Proyecto de Extensión Social (PES) del Instituto Pedagógico Nacional (IPN) donde se trabajó con población adulta que no finalizó su educación formal por diversos factores; a lo largo de la experiencia se buscó favorecer la comprensión y solución de situaciones aditivas simples proponiendo a los adultos diferentes tipos de situaciones de acuerdo a la clasificación dada por Bruno (2004) e implementando una metodología de trabajo en equipo y espacios de socialización de cada una de las respuestas dadas por los adultos; al finalizar con el desarrollo de las actividades se logró un gran avance en los

adultos quienes además de adquirir habilidades matemáticas, mejoraron aspectos personales como el trabajo en equipo y las destrezas comunicativas.

2. Referente conceptual

Debido a que se trabajó con los adultos en la resolución de situaciones aditivas simples, se tomó como referente la clasificación propuesta por Bruno (2004), quien divide las situaciones aditivas en situaciones de cambio, combinación, comparación y doble cambio; entendiendo que *situación aditiva simple* es una situación numérica que se describe con una adición $a + b = c$. Por ejemplo, "compré un almuerzo por un valor de \$4.500 y una sopa adicional en \$1.200, es decir que cancelé por el almuerzo un valor de \$5.700". En relación con la cantidad que se convierte en incógnita, se conocen tres tipos de situaciones aditivas:

Estados: expresan la medida de una cantidad de una magnitud en un cierto instante. "La altura de Bogotá es 2.600 metros sobre el nivel del mar", "Debo \$50.000 pesos".

Variaciones: expresan los cambios que se producen en una función estado con el transcurso del tiempo "La altura de Bogotá con respecto al nivel del mar disminuyó 5 metros", "Gané 9.000 pesos".

Comparaciones: expresan la diferencia entre dos estados "la altura de Santiago de Tunja respecto al mar es 235 metros mayor a la de Bogotá", "Tengo 9.000 pesos más que tú".

Existen cuatro estructuras aditivas:

- **Combinación** (Combinación de estados) estado parcial 1 + estado parcial 2
= estado total $e1 + e2 = et$

Pablo tenía 3 salchichas rancheras y 5 salchichas ZENU. En total tiene 8 salchichas. En este problema la incógnita es el estado total ¿Cuántas salchichas tiene en total?

- *Cambio* (Variación de un estado) estado inicial + variación = estado final

$$ei + v = ef$$

Elena tenía 5 libros. Compró 3 libros más. Ahora tiene 8 libros. La incógnita es el estado final ¿Cuántos libros tiene ahora?

- *Comparación* (Comparación de estados) estado 1 + comparación = estado 2

$$e1 + c = e2$$

Juan tiene 500 pesos y Pedro tiene 300 pesos más que Juan. Pedro tiene 800 pesos. En este problema la incógnita es el estado 2 ¿Cuántos pesos tiene Pedro?

- *Dos cambios* (combinación de variaciones sucesivas) variación 1ª + variación 2ª = variación total

$$v1 + v2 = vt$$

Juan ganó 5.000 pesos por la mañana y ganó 3.000 pesos por la tarde. A lo largo del día ganó Juan 8.000 pesos. La incógnita es la variación total ¿Cuántos pesos ganó Juan a lo largo del día?

A continuación, aparece un resumen de los tipos de problemas:

Notación de los problemas aditivos (estructuras e incógnitas)

Incógnita	I1	I2	I3
Estructura			
Cambio	$i? + v = ef$ Cambio1	$ei + i? = ef$ Cambio2	$ei + v = i?$ Cambio 3
Combinación	$i? + e2 = et$ Combinación1	$e1 + i? = et$ Combinación2	$e1 + e2 = i?$ Combinación3
Comparación	$i? + c = e2$ Comparación1	$e1 + i? = e2$ Comparación2	$e1 + c = i?$ Comparación3
Dos cambios	$i? + v2 = vt$ Dos cambios1	$v1 + i? = vt$ Dos cambios2	$v1 + v2 = i?$ Dos cambios3

Por otra parte, Ávila (s.f) establece que se debe reconocer el saber de los adultos derivado de sus experiencias de vida, para poder manejarlo y

convertirlo en aprendizaje formal, en este caso matemático formal; además de tener en cuenta que las metodologías a implementar no pueden ser las mismas de la escuela y deben favorecer el aprendizaje en contextos cercanos a los adultos como el manejo del dinero, los calendarios, la calculadora, etc.

3. Descripción de la experiencia

La presente experiencia surgió de la práctica según modalidad enmarcada en el proyecto curricular de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, la cual se llevó a cabo en el PES del IPN a lo largo del primer semestre del año 2015. Dicho programa atiende a población de bajos recursos, dando la posibilidad a jóvenes y adultos de desarrollar competencias básicas en diferentes áreas del conocimiento (Matemáticas, L. Castellana, Informática y Música), es un programa semi-presencial, flexible, semi-escolarizado y gratuito, el cual no otorga ningún título al estudiante.

Para dar inicio al programa a lo largo del semestre, se realizó una prueba diagnóstica, donde se evidenció que los adultos poseían algunos conocimientos sobre los algoritmos escritos de suma y resta, sin embargo se les dificultaba la solución de situaciones problemas, razón por la cual se decidió abordar dicho tema. Para el desarrollo de este se diseñaron diversas actividades que se llevaron a cabo en 7 sesiones de clase, cada una de 70 minutos los días sábados entre el mes de marzo y abril del presente año, además la población con la cual se trabajo estaba compuesta por 7 adultos semiescolarizados, quienes manifestaron haber hecho parte de la escuela primaria hace algunos años, la metodología utilizada en casi todas las sesiones consistía en trabajo en grupo, con el fin de que los adultos interactuaran con sus compañeros y con los maestros en formación (MF) para poder comprender con mayor facilidad los problemas; posteriormente se realizaba una socialización, en la cual se buscaba solucionar dudas de los adultos y verificar los resultados obtenidos por cada uno; a continuación, se describen brevemente cada una de las actividades propuestas a los adultos para el desarrollo del tema y algunas observaciones hechas a los adultos sobre sus dificultades, fortalezas y actuaciones.

1ª actividad

Uno de los objetivos de esta actividad era reconocer los intereses de los adultos, con el fin de poder diseñar las secuencias de próximas actividades, además como era la actividad introductoria al tema, se tomó la decisión de llevar situaciones muy cercanas a ellos, en este caso el uso del dinero, por lo cual se propuso trabajar con billetes y monedas didácticas, inicialmente se solucionaron dos situaciones, en las cuales se pedía a cada adulto representar una cantidad de dinero con billetes y/o monedas de diferentes denominaciones y por ende diferentes cantidades de cada uno, para esto una de las MF dio el siguiente ejemplo, *sí yo compro $\frac{1}{4}$ de café y este cuesta \$2 450 pesos, podría pagarlo de la siguiente manera:*

2 billetes de 1 000

4 monedas de 100

1 moneda de 50

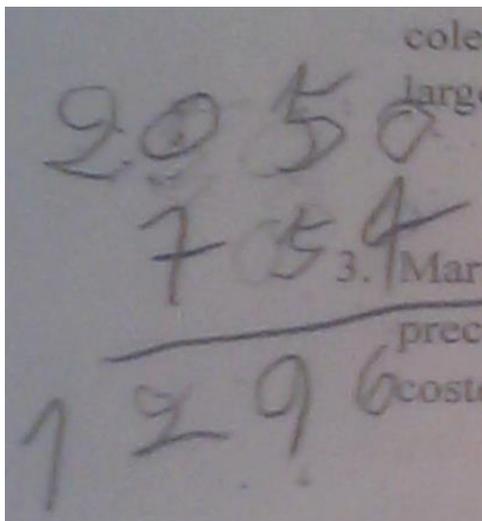
Después se les pidió que realizarán lo mismo con la siguiente situación, *“imaginemos que tenemos \$ 5 450 para comprar un aceite en la tienda ¿qué billetes o monedas podemos usar para pagar un aceite que cuesta \$3 250?”*, durante la solución de dicha situación se observó que la mayoría de los adultos tomaron 3 billetes de 1.000, 2 monedas de 100 y 1 moneda de 50, sin embargo como se esperaba que reconocieran que habían varias maneras de representar la misma cantidad, se pidió a las señoras que habían presentado representaciones diferentes, que las dieran a conocer a la clase, con lo cual se logró el objetivo sin dificultad, ya que la manipulación del material didáctico facilitó la comprensión de cómo se debía solucionar la situación.

Para finalizar con la clase se simuló en el aula una tienda, otorgando a los adultos diferentes roles (vendedor, ayudante y compradores), los compradores debían escoger tres artículos de una lista y pedirlos al vendedor, para lo cual siempre se pedía a los compradores que verificaran las vueltas y en caso de estar mal mostrar al vendedor y a su ayudante los errores cometidos, esto se propuso con la intención que los adultos reconocieran la importancia de saber sumar y restar en la vida cotidiana y de tener un pensamiento crítico ante cualquier situación; se observó que, la vendedora y su ayudante realizaban algunos cálculos mal debido a la

presión que ejercían sus compañeras y que en general la mayoría de las señoras realizaban con facilidad las sumas bien fuera de manera escrita o mental, pero en el caso de la resta se presentaban algunas dificultades cuando se requería de la descomposición de las cifras para poder realizar el algoritmo, por lo cual algunas solicitaban la ayuda de las MF.

2ª actividad

Se trabajaron situaciones aditivas de combinación y de cambio con el fin de que los adultos identificarán cuando la solución se hallaba por medio de una suma y cuando por medio de una resta, para el diseño de las situaciones aditivas se tuvo en cuenta la posición de la incógnita que se le pedía encontrar, con el fin de que ellos evidenciaran que no todos tenían la misma estructura, se observó que la posición de la incógnita no es ningún problema para el adulto, los cuales reconocen con facilidad en que situaciones se debe realizar una suma y los solucionan sin problema, sin embargo manifestaron que se les dificulta reconocer cuando deben realizar una resta y en cuanto al algoritmo adquiere un alto grado de complejidad para la mayoría de los adultos cuando hay ceros intermedios en el numerador.



①
$$\begin{array}{r} 5342 \\ + 6810 \\ \hline 12152 \end{array}$$

②
$$\begin{array}{r} 13011 \\ - 7580 \\ \hline 5431 \end{array}$$

③
$$\begin{array}{r} 25945 \\ 16599 \\ \hline 42544 \end{array}$$

④
$$\begin{array}{r} 5800 \\ 3550 \\ \hline 9350 \end{array}$$

⑤
$$\begin{array}{r} 32 \\ - 14 \\ \hline 18 \end{array}$$

Feb 23 Mar 20

$$\begin{array}{r} 58 \\ 32 \\ \hline 26 \end{array}$$

Grupo 1 - Luzmila Peña

1)
$$\begin{array}{r} 53 \\ 68 \\ \hline 121 \end{array}$$
 juntas pasas 121 kilos

2)
$$\begin{array}{r} 2050 \\ 757 \\ \hline 1393 \end{array}$$
 logro recoger 1392 estampillas en su vida

3)
$$\begin{array}{r} 7900 \\ - 3577 \\ \hline 4301 \end{array}$$
 El jabón le costó 4.301

4)
$$\begin{array}{r} 5800 \\ 3550 \\ \hline 9350 \end{array}$$
 gasto \$9350 para comprar la carne

Con el último punto de la actividad se pretendía iniciar a los adultos en el proceso de formulación de problemas, por lo cual se les pedía elaborar una situación aditiva como las trabajadas en clase, con lo cual se evidenció que solo una de las señoras no diferencia la estructura aditiva de la multiplicativa planteando el siguiente problema “Luis compró 2 libras de pollo \$8 650 y compró libras de papa \$1 250 ¿cuánto es todo?” y en la solución encontramos el siguiente procedimiento:

$$\begin{array}{r} 8\ 650 \\ +5\ 000 \\ \hline 13\ 650 \end{array}$$

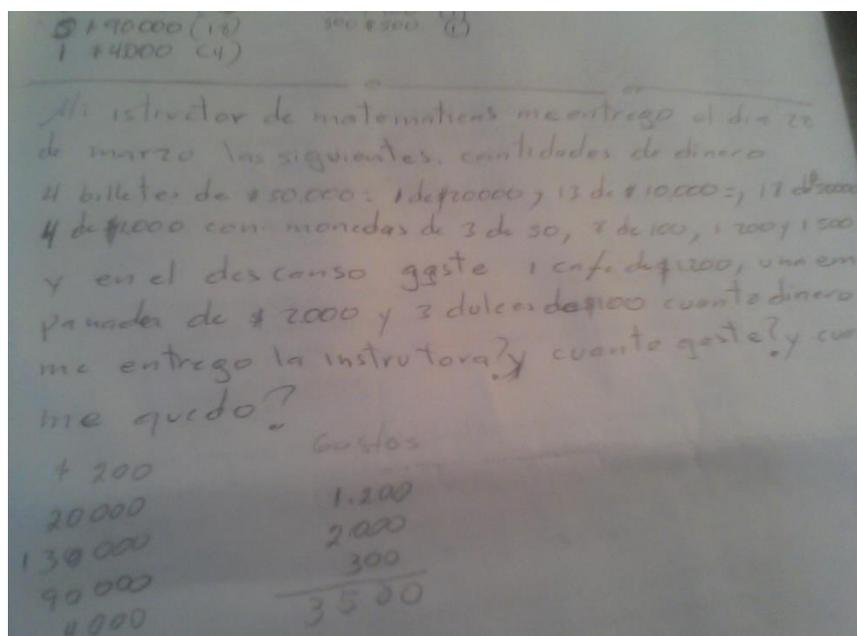
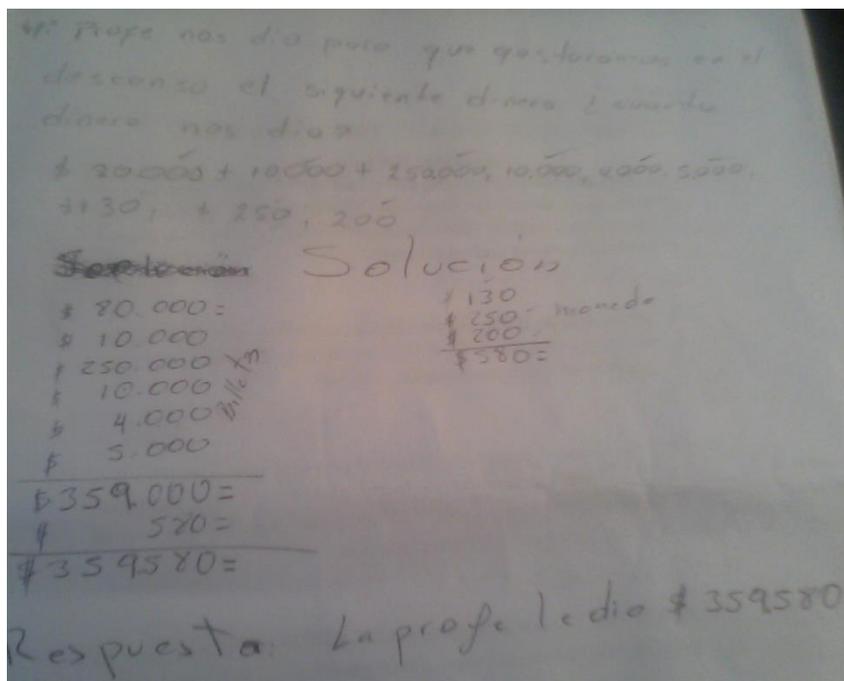
Yo a la Tienda o compra 2 libras de papas
y una 7 libra de papa

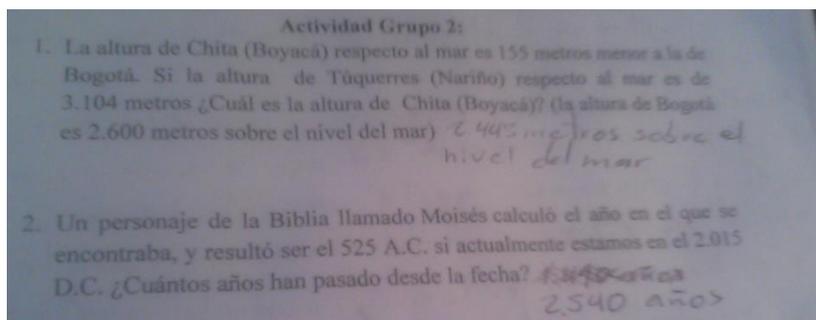
Juanita fue al supermercado
compra 10 libra de manzana 10 peso
5 libra de papa costo 3000 peso
cuanto libra compra y cuanto
pagó tota 13.000 ya está

3ª actividad

Los objetivos de esta actividad fueron los mismo de la actividad anterior, pero se llevaron al aula situaciones de comparación y doble cambio, ya que se pretendía que los adultos fueran capaces de solucionar cualquier tipo de situación con respecto a la clasificación propuesta por Bruno (2004); además debido a que se observó en anteriores sesiones que las señoras solían buscar los números propuestos en las situaciones y leer la pregunta para saber cómo operarlos, es decir, si hacer una suma o una resta; los problemas que se plantearon a partir de dicha sesión poseían algunos datos distractores con el fin de hacer que las señoras leyeran todo el enunciado y comprendieran realmente la situación; notando así que solo tres de las señoras poseen una comprensión completa de los enunciado y son capaces de reconocer los datos necesarios en la solución de las situaciones; además en general todas las señoras avanzaron en el reconocimiento del algoritmo que se debía realizar aunque aún presentaban bastantes dificultades al solucionar los algoritmos de la resta y se notó que han desarrollado sus habilidades comunicativas y sociales por medio de la metodología del trabajo en grupo y de las socializaciones que se realizan al finalizar las clases, lo anterior se concluye debido a que las señoras eran cada vez más participativas y

realizaban aportes enriquecedores a las dificultades que observan en sus demás compañeras.





4ª actividad

Con el fin de cambiar la metodología de clase, se propuso a los adultos un juego de lotería, en este los tableros contenían números correspondientes a las soluciones de situaciones aditivas propuestas en las tapas, dicha actividad debía realizarse en parejas, donde cada pareja debía solucionar la situación leída por la MF y en caso de tener la respuesta en su cartón solicitar la tapa, la actividad se realizó de dicha manera con el fin de que sirviera de método de validación, ya que todas las parejas debían solucionar la situación y no habría posibilidad de que trampa, sin embargo dicha metodología no funciono, ya que la emoción del juego se fue perdiendo a medida que se pedía solución una situación y la clase termino siguiendo la misma metodología implementada en las anteriores sesiones; en cuanto a los avances de los adultos se observa que desarrollan cada vez más la comprensión asertiva de las situaciones aditivas reconociendo de los datos proporcionados por la situación aquellas que realmente hacer parte de la solución y las que son solamente un distractor.

5ª actividad

Debido a que la población que asiste en dicho horario son solo señoras quienes en su mayoría muestran interés por la cocina, se propuso la creación de una torta, donde las medidas de los ingredientes se debían descubrir solucionando algunas situaciones aditivas de todos los tipos según la clasificación de bruno (2004), como se mencionó al inicio de la clase que las soluciones de las situaciones servirían para conocer los ingredientes para preparar al final una torta, se observó gran interés en la señoras en finalizar la actividad escrita donde el trabajo en grupo favoreció la rápida y correcta

solución de cada una de las situaciones, donde a pesar de los distractores en algunas de las situaciones o se observaron mayores dificultades.

4. Reflexiones

En general la metodología utilizada en las sesiones de clase favoreció el aprendizaje de los adultos, quienes en la mayoría de ocasiones mostraron su interés y contribuyeron al buen desarrollo de las mismas; finalmente se alcanzaron los objetivos propuestos para el tema de situaciones aditivas simples, ay que los adultos mejoraron la comprensión de situaciones reales y la solución de las mismas, además se observó un gran avance en la solución de algoritmos escritos y mentales y en las actividades comunicativas y críticas de los adultos.

Referencias bibliográficas

- Ávila, A. (s.f.). *Enseñanza de las matemáticas y saber extraescolar*. El caso de la educación de adultos. Recuperado: <http://bibliotecadigital.conevyt.org.mx/servicios/hemeroteca/072/072004.pdf>
- Bruno, A. (2004). *Estructuras Aditivas*. Recuperado: <file:///C:/Users/Angela%20Johana/Desktop/Pr%C3%A1ctica/Documentos%20consulta/Situaciones%20aditivas.pdf>

Control de algunas heurísticas frente a situaciones problema, involucrando razones trigonométricas. Una experiencia en grado decimo

Zabala Hernández, Cristian Camilo
camilo.zabala.hernandez@live.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

La posibilidad de reconocer a la matemática como una construcción social que pretende responder a cuestiones que emergen de la interacción de las sociedades con el medio en el que se desarrollan, implica que su enseñanza permita a los estudiantes construirla a partir de su vinculación con situaciones problema en las que pongan en juego una visión creativa, crítica, constructiva, argumentativa comunicativa y socializante. En este sentido se desarrolló esta experiencia de aula, en la que tomando como excusa el aprendizaje de la trigonometría escolar para grado decimo, se propuso una secuencia de actividades que permitiera a los estudiantes la elaboración de estrategias propias de resolución y su puesta en cuestionamiento con su comunidad de aprendizaje, frente a diferentes situaciones que simulaban contextos reales, de manera que el énfasis se da en la aparición de procesos creativos y generativos de conocimiento, trascendiendo al simple manejo de conceptos y procedimientos usuales.

Palabras clave: Situaciones problema, Heurísticas, Socialización, Trigonometría.

1. Introducción

La necesidad de dar un lugar privilegiado al desarrollo de heurísticas por parte de los estudiantes en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la trigonometría escolar a partir de la resolución de problemas supone que las situaciones problema que se propongan involucren contextos en los que el estudiante se desarrolle cotidianamente, sin embargo, en varias observaciones de secuencias didácticas se evidencia que esta relación contexto-situación-heurística se presenta en muy pocas ocasiones. Un ejemplo de estas observaciones es la desarrollada por Arenas & otros (2012), quienes exponen que “muchos profesores de matemáticas de grado décimo usan las razones trigonométricas como herramienta para solucionar ejercicios de resolución de triángulos, aplicados a problemas, sin tener en cuenta el contexto propio del estudiante”, por lo que las clases se quedan únicamente en el acto de resolver problemas con métodos habituales. Así mismo se tienen en cuenta las indagaciones propuestas por Kilpatrick (1998) frente a las relaciones existentes la selección de heurísticas o algoritmo.

A partir de esta idea, y teniendo como referencia lo expuesto por Schoenfeld (1985) frente al hecho de que “no es suficiente resolver muchos problemas o conocer muchas estrategias (heurísticas), sino que se debe tener control en el sentido de saber si una determinada herramienta funciona para continuar utilizándola o decidir utilizar otro método o conocimiento”, se propuso una secuencia de actividades que involucrara contextos cotidianos de los estudiantes y que a su vez les permitiera establecer heurísticas propias que por medio del proceso de socialización les permita controlar cuales son las “más adecuadas” para afrontar las situaciones problema. La secuencia se desarrolló a lo largo de 16 sesiones de trabajo con el grado 1003 del Colegio I.E.D Tomas Carrasquilla de la ciudad de Bogotá. De esta secuencia se enuncia una descripción general y los resultados obtenidos como producto de la misma, en el marco de la relación contexto-heurística-control-solución, que desarrollaron frente a cada situación.

2. Referente conceptual

La presente experiencia de aula se caracterizó en el marco de tres contextos: curricular, académico y socioeconómico, de acuerdo con la propuesta de Arenas & otros (2012). Estos contextos se justificaron desde los documentos, aportes teóricos sobre estructura matemática y metodología de aula, teniendo en cuenta que se aplicaría en una población específica de estudiantes, la cual también será descrita más adelante.

El desarrollo del contexto curricular recayó principalmente en el vínculo de la propuesta de aula y el marco regulatorio propuesto por el Ministerio de Educación Nacional (M.E.N) descrito en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) y los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (1998). Teniendo en cuenta este marco se propuso una estructura de “espacios de desarrollo” en la que se vinculan los aspectos fundamentales de conocimiento básico, contexto y procesos generales.

En cuanto a los conocimientos básicos se tendrán en cuenta (aunque no en iguales dimensiones) los cinco tipos de pensamiento, haciendo énfasis en el geométrico y en el variacional. Para el tratamiento contextual del estudiante se tomó en cuenta el análisis realizado por Arenas & Otros (2012) en el que se enuncia: “muchos profesores de matemáticas de grado décimo usan las razones trigonométricas como herramienta para solucionar ejercicios de resolución de triángulos, aplicados a problemas, sin tener en cuenta el contexto propio del estudiante”. En este sentido, se vinculó la estructura descrita de forma cubica en los lineamientos curriculares (Ministerio de Educación Nacional, 1998), donde se intentan proponer situaciones problemáticas que involucren elementos de las mismas matemáticas, de la vida diaria y de las otras ciencias. Para los procesos generales, se trabajó sobre actividades orientadas a Resolución y Planteamientos de Problemas, Comunicación y Modelación; Estos procesos generales a su vez se determinaron desde el desarrollo de Kilpatrick (1989) con respecto a la relación entre heurística y algoritmos en la resolución de problemas, a partir de las siguientes cuestiones fundamentales: (i) *¿Cómo hacer para que los estudiantes diferencien entre un algoritmo y una heurística?* y (ii) *¿Cómo hacer para que los estudiantes prefieran hacer uso de las heurísticas y no de algoritmos?*.

De manera complementaria se utilizaron algunos elementos asociados a la investigación sobre procesos de resolución de problemas en matemática desarrollada por Schoenfeld (1985), frente al hecho de que *“no es suficiente resolver muchos problemas o conocer muchas estrategias (heurísticas), sino que se debe tener control en el sentido de saber si una determinada herramienta funciona para continuar utilizándola o decidir utilizar otro método o conocimiento”*, de tal forma que la secuencia de actividades involucrara contextos cotidianos de los estudiantes y que a su vez les permitiera establecer heurísticas propias que por medio del proceso de socialización les permita controlar cuales son las *“más adecuadas”* para afrontar las situaciones problema.

En el desarrollo de la experiencia se propuso la siguiente estructura conceptual, de acuerdo con la propuesta de Arenas & otros (2012), el planteamiento curricular del colegio y los acuerdos iniciales establecidos con el docente titular del área de matemáticas para grado decimo. En ese sentido se tuvieron en cuenta los aspectos descritos en el siguiente esquema:

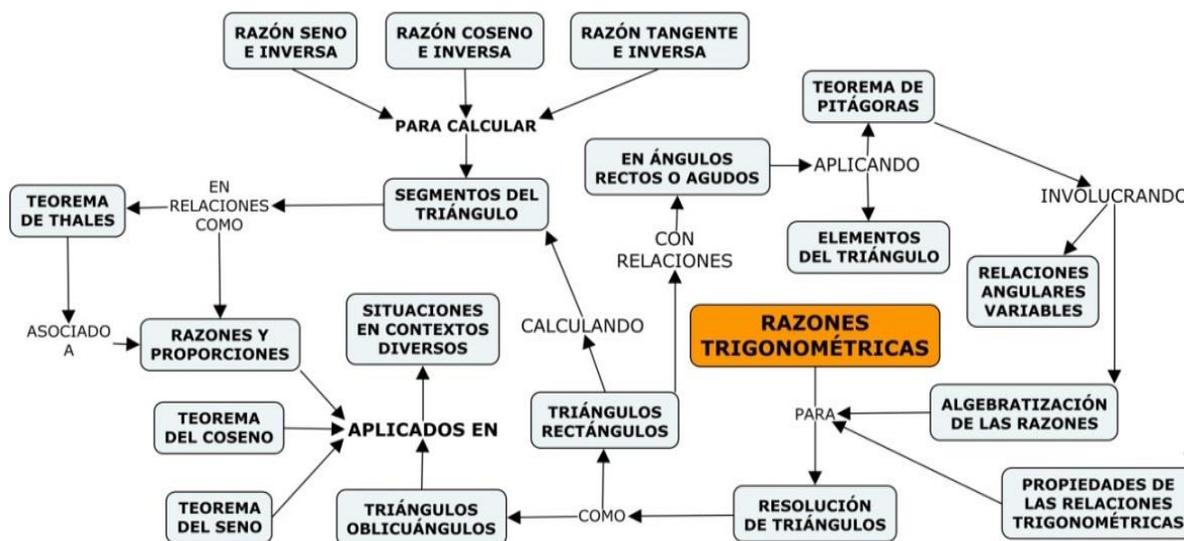


Figura 1. Estructura conceptual de la Experiencia a partir de Arenas y otros (2012)

Una vez definida la estructura conceptual fue posible definir algunos elementos generales de la estructura procedimental, donde se vincularan algunas variables de tipo heurístico e interpretativo – comunicativo, de

manera que el estudiante lograra vincular los elementos de orden conceptual propuestos para la unidad. De igual forma resulto fundamental establecer dentro de la propuesta el vínculo con sistemas y procesos de representación, como una manera de definir cada uno de los diferentes conceptos presentes. Para este fin se tomó como referencia la propuesta de Arenas & Otros (2012), donde definen las razones trigonométricas (resolución de triángulos) como el foco de contenido e identifican cinco sistemas de representación (verbal, simbólico, numérico, gráfico y manipulativo) que se hacen presentes en la relación entre hechos (términos) de la estructura conceptual.

3. Descripción de la experiencia

La dinámica de trabajo se desarrolló en cuatro bloques concretos por temática. En el primero se esperaba que los estudiantes desarrollaran principalmente acciones de formulación y comunicación con respecto a las situaciones propuestas inicialmente (Secuencia – Actividad), y los procesos resolutores que se efectuaron a propósito de dichas situaciones en el marco de la construcción de las razones trigonométricas.

En el segundo bloque se desarrollaron situaciones que vinculaban los conceptos por medio de una interpretación de situaciones planteadas en lo gráfico textual, y que se esperaba implicaran que los estudiantes trataran de hacerse pseudo participantes de cada situación. Esta parte de la secuencia se desarrolló de forma individual, con algunas mediaciones de parte del docente frente a algunas de las preguntas que surgieron en los estudiantes.

En el tercer bloque se desarrolló una aproximación formal a los conceptos y procesos algorítmicos asociados al cálculo de razones trigonométricas, por medio de representaciones de tipo algebraico simbólico y gráfico, y con un énfasis particular en lo tabular, de manera que los procesos resolutores de los estudiantes pudieran vincular elementos del lenguaje usual y formal en el tránsito de la interpretación local hacia la conceptualización formal, por medio del registro tabular.

En el cuarto bloque se desarrolló un trabajo por grupos de estudiantes orientado al desarrollo definitivo de las situaciones problema propuestas, donde se espera se establezcan relaciones entre los elementos conceptuales

representados local y formalmente en los bloques 2 y 3, de tal forma que se trabaje entorno a las siguientes acciones, que se consideran como eje fundamental de la propuesta:

- Posibles estrategias y registros de representación que consideraron para el desarrollo.
- Desarrollo heurístico seleccionado (representaciones seleccionadas como herramientas de demostración).
- ¿Porque se seleccionó ese método? ¿Ese es el mejor método para resolverlo?
- ¿En qué situaciones de la cotidianidad o de algún campo de aplicación puede ser útil aplicar la estrategia y los registros seleccionados?

Este último bloque incluyó una presentación general de resultados de cada uno de los grupos, donde se propusieron los desarrollos y se sometieron a discusión con toda la comunidad de aprendizaje.

4. Reflexiones y conclusiones

En la planeación general se intentó tener en cuenta la necesidad de hacer ajustes a las planificaciones iniciales, de acuerdo con los siguientes aspectos:

Interacción organizacional de los grupos: En este aspecto se involucra el hecho de que los estudiantes no han estado muy relacionadas y tienen en su cotidianidad propuestas de aula que involucren construcción comunitaria de conocimiento, de tal suerte que la individualización de sus resultados implica también que se les dificulte de forma inicial trabajar como equipos y como equipos de equipos, por lo cual resultó una debilidad no contar con esta posible dificultad de organización.

Diseño de algunas tareas: El diseño de la secuencia de las tareas fue pensado sobre la base de relacionar contextos, procesos y conocimientos, sin embargo, en la implementación fue necesario realizar cambios a partir de inconvenientes en cuatro sentidos: (i) Lenguajes empleados en las tareas, (ii) Contextos cotidianos a los estudiantes, (iii) Identificación de la relación de los conocimientos construidos, con el desarrollo científico y tecnológico y

(iv) Deficiencias conceptuales y procedimentales que surgieron a lo largo de la secuencia.

Dentro de la propuesta se enfatizó en el trabajo en grupo, siendo una de las principales fortalezas encontradas. Este tipo de organización posibilitó un ambiente de aprendizaje en el que los estudiantes se sintieron cómodos al expresar sus desempeños y dificultades. Cada uno de los grupos desarrolló una dinámica de trabajo particular, en la que sus integrantes asumieron roles específicos a la hora de resolver las tareas, y de manera paralela se cuestionaban o indagaban sobre esas tareas asignadas yendo de lo puramente operativo hacia aproximaciones conceptuales con diferentes niveles de precisión. Unos abordaron la construcción gráfica de la situación teniendo en cuenta las observaciones verbales del grupo; otros lideraron el proceso de solución a partir de sus destrezas en el ámbito matemático; y otros mostraron una especial atención al dominio del recurso (calculadora), elaborando representaciones y modelos que contribuyeron con la interpretación gráfica de los problemas.

Esta organización permitió también elaborar discusiones alrededor de heurísticas de solución en cada una de las tareas. Los procedimientos fueron evaluados de forma conjunta por los integrantes del grupo a partir de un ejercicio de argumentación, que les llevó a decidir por una estrategia de solución específica, a partir de acuerdos consensuados. Ver figura 2.

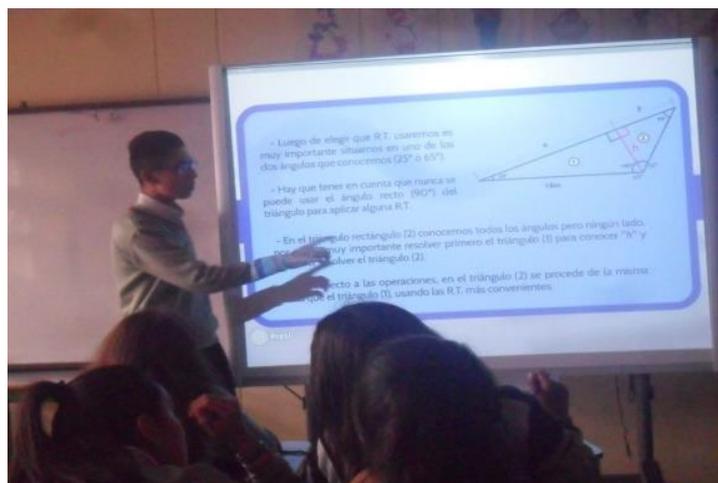


Figura 2. Socialización de Heurísticas

El generar el diseño de la propuesta desde dos perspectivas: las condiciones curriculares, académicas y socioeconómicas de los estudiantes, y la conveniencia, pertinencia y coherencia de la propuesta con las expectativas de aprendizaje se convirtieron en unas excelentes caracterizadoras del desarrollo de la misma. Es destacable como las diferentes actividades y situaciones problemáticas propuestas, permitieron la aparición de múltiples heurísticas propias, caminos de aprendizaje y consecución de buenos niveles de complejidad en el desarrollo conceptual producto de las situaciones descritas, así como el logro de varias de las competencias esperadas.

Referencias bibliográficas

- Arenas, F., Becerra, M., Morales, F., Urrutia, L., & Gómez, P. (2012). Razones Trigonómicas. En P. Gómez, Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas matemáticas. En: *MAD 1*, 342-414. Bogotá: Universidad de los Andes.
- Kilpatrick, J., & Stanic, G. (1989). *Historical perspectives on problem solving in the mathematics. National Council of Teachers of Mathematics*, 1-22.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares en Matemáticas*. Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en Matemáticas*. Bogotá: MEN.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Press.



Regresar al índice general

Encuentro Distrital de Educación Matemática **EDEM**

Índice de esta sección

Talleres invitados

Cómo analizar las pruebas PISA	154
Gestión en ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas	160
Actividades para la comprensión de la ecuación de la recta utilizando el software gratuito “CaRMetal”	170



Segundo Encuentro

Transformaciones, retos y desafíos del diseño y desarrollo curricular de matemáticas en Bogotá

Memorias

Bogotá, agosto 27, 28 y 29 de 2015

Cómo analizar las pruebas PISA

Bello Chávez, Jhon Helver - Muñoz Tegua, María Alejandra
Ramírez Cortes, Brayan Steven
jhonhelver@gmail.com– mamunozt@correo.udistrital.edu.co
brayansteven01@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

El taller trabaja alrededor del marco teórico de la prueba PISA y dos de las preguntas liberadas por la OCDE como ejemplo del tipo de pregunta que se realiza. La intención es comparar el tipo de pretensiones con la posible información que se podría deducir de la solución de las situaciones, eso permitirá hacer un acercamiento al tipo de pregunta y habilidades que se pretenden los estudiantes tengan.

Palabras clave: Pruebas PISA, análisis, resultados, tipo de preguntas.

1. Temáticas

Las pruebas PISA podría ser la evaluación internacional que más interés genera entre comunidad de educadores, políticos de turno y público en general. La prueba está construida bajo los intereses de organizaciones internacionales que hacen recomendaciones basados en una economía global, transnacional e interesada en hacer comparativos entre los países. Colombia participa con frecuencia en este tipo de mediciones y según las declaraciones del gobierno actual, nuestro país tiene intenciones de ser recibido dentro de los países miembros de esta organización.

La prueba tiene sus propios marcos de referencia; en el caso de matemáticas se pretende medir la capacidad que tienen los estudiantes de 15 para resolver problemas que un ciudadano común podría enfrentar en el mundo actual.

De igual manera, la OCDE ha entregado a la comunidad internacional algunas preguntas con el fin de ejemplificar el tipo de problemas, sin embargo, no aparecen estudios de cómo este tipo de problemas responde al marco teórico y a los resultados que se entregan y se divulgan en la comunidad internacional. Es intención de este taller mostrar algunas posibles opciones de análisis, entre ellas; las duplas que permiten relacionar el marco teórico-preguntas; resultados-pregunta y marco teórico-pregunta.

2. Objetivos

Esencialmente el taller tiene como objetivo poner en discusión diferentes formas de análisis de las pruebas PISA, en esta pretensión se darán a conocer algunos aspectos puntuales del marco teórico, los resultados que proporcionan y del tipo de pregunta que se usó en el año 2012. Se pretende dar inicio a un debate de las posibilidades de conocimiento y análisis curricular que es posible a partir de la prueba.

3. Referentes teóricos

La prueba PISA se aplica en alrededor de 65 países desde el año 2000. Evalúa las áreas de Lectura, Ciencias Naturales y Matemática; en cada aplicación se enfatiza en una de las áreas, para el año 2012 se localizó en el área de matemáticas. La prueba pretende medir la capacidad que tienen los estudiantes de 15 años de solucionar problemas que se encontrarán en el futuro.

En el caso del área de Matemáticas, la competencia es definida como la capacidad que tiene el individuo de formular, interpretar y emplear su conocimiento matemático en la solución de situaciones de diferentes contextos, se deduce entonces que PISA no es una prueba sobre conocimientos y algoritmos, sino sobre asuntos que afloran en la solución de diferentes situaciones problema. Con esta intención la competencia matemática se compone de las siguientes dimensiones y categorías:

**TABLA 1. Información extraída de PISA Competencias Matemáticas:
Un requisito para la sociedad de la información**

DIMENSIONES	CATEGORÍAS
Procesos	<p>Formulación: capacidad del individuo para reconocer e identificar oportunidades para utilizar la matemática y, posteriormente, proporcionar la estructura matemática a un problema presentado de forma contextualizada.</p> <p>Empleo: capacidad del individuo para emplear conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos en la resolución de problemas formulados matemáticamente con el fin de llegar a conclusiones matemáticas</p> <p>Interpretación: traducir las soluciones matemáticas o reflexionar de nuevo sobre el contexto del problema y determinar si los resultados son razonables y tienen sentido en dicho contexto.</p>
Contenidos	<p>Cambio y relaciones: hace referencia a la comprensión de los tipos fundamentales de cambio así como a reconocer cuándo tienen lugar, con el fin de utilizar modelos matemáticos adecuados para describirlos y predecirlos.</p> <p>Espacio y forma: incluye una serie de actividades tales como la comprensión de la perspectiva la elaboración y lectura de mapas, la transformación de las formas con y sin tecnología, la interpretación de vistas de escenas tridimensionales desde distintas perspectivas y la construcción de representaciones de formas.</p> <p>Cantidad: la cuantificación del mundo supone comprender las mediciones, los cálculos, las magnitudes, las unidades, los indicadores, el tamaño relativo y las tendencias y patrones numéricos.</p> <p>Incertidumbre y datos: incluye el reconocimiento del lugar de la variación en los procesos, la posesión de un sentido de cuantificación de esa variación, la admisión de incertidumbre y error en las mediciones, y los conocimientos sobre el azar.</p>
Contextos	<p>Personal: se centran en actividades del propio individuo, su familia y su grupo de iguales. Los tipos de contexto que pueden considerarse personales incluyen (pero no se limitan a) aquellos que implican la preparación de los alimentos, las compras, los juegos, la salud personal, el transporte personal, los deportes, los viajes, la planificación personal y las propias finanzas.</p>

	<p>Profesional: da cuenta de problemas que se centran en el mundo laboral. Las preguntas clasificadas como profesionales pueden incluir (pero no se limitan a) aspectos como la medición, el cálculo de costes y el pedido de materiales para la construcción, la nómina/ contabilidad, el control de calidad, la planificación/ el inventario, el diseño/la arquitectura y la toma de decisiones relacionadas con el trabajo.</p> <p>Social: se centran en la propia comunidad (ya sea local, nacional o global). Pueden incluir (pero no se limitan a) aspectos como los sistemas electorales, el transporte, el gobierno, las políticas públicas, la demografía, la publicidad, las estadísticas nacionales y la economía.</p> <p>Científico: aquellos problemas que refieren a la aplicación de la matemática al mundo natural y a cuestiones y temas relacionados con la ciencia y la tecnología. Los contextos concretos podrían incluir (pero no limitarse a) áreas como la meteorología o el clima, la ecología, la medicina, las ciencias espaciales, la genética, las mediciones y el propio mundo de la matemática.</p>
--	---

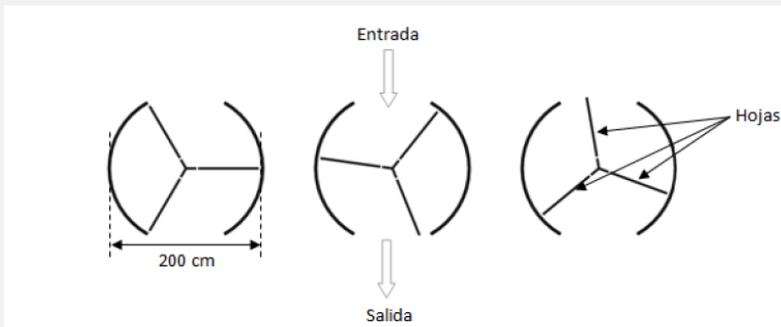
En cuanto a los resultados podemos indicar que cada estudiante se ubica en un nivel de desempeño el cual es a priori para cada una de las aplicaciones, es decir la prueba clasifica a los estudiantes de acuerdo a su nivel desempeño en la prueba, por medio de un número. De igual manera, ubica una puntuación a cada país participante y a partir de esta clasificación realiza comparativos. Con información parecida realiza inferencias sobre el desempeño de los estudiantes en las regiones. Vale la pena aclarar que PISA, realiza trabajos de campo en los países y regiones donde se aplica, en ella intenta determinar el tipo de población.

4. Propuesta de actividades

En el taller se analiza y contrasta la información resumida en la tabla 1 de este documento con algunos resultados y en especial con algunas preguntas liberadas por la organización. Por ejemplo:

PUERTA GIRATORIA

Una puerta giratoria consta de tres hojas que giran dentro de un espacio circular. El diámetro interior de dicho espacio es de 2 metros (200 centímetros). Las tres hojas de la puerta dividen el espacio en tres sectores iguales. El siguiente plano muestra las hojas de la puerta en tres posiciones diferentes vistas desde arriba.



Pregunta 1

¿Cuánto mide (en grados) el ángulo formado por dos hojas de la puerta?

Medida del ángulo: °

Pregunta 3

La puerta da 4 vueltas completas en un minuto. Hay espacio para dos personas en cada uno de los tres sectores.

¿Cuál es el número máximo de personas que pueden entrar en el edificio por la puerta en 30 minutos?

- A. 60
- B. 180
- C. 240
- D. 720

Estas preguntas fueron clasificadas por la prueba de la siguiente manera:

Pregunta	Nivel	Dificultad	Proceso	Contenido	Contexto
1	3	512,3	Emplear	Espacio y forma	Científico
3	4	561,3	Formular	Cantidad	Científico

El análisis de preguntas como estas y de la clasificación realizada por PISA permite entender la prueba, cuestionarla e intentar comprender por qué una prueba como esta no podría decir sobre todos los aspectos de la competencia que se propone.

Referencias bibliográficas

- OCDE. (S.F). *El programa PISA de la OCDE. ¿Qué es y para qué sirve?* Paris: Organización para la cooperación y el desarrollo económicos. Obtenido de <http://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf>
- MECD. (S.F). Items Liberados PISA. Documento consultado el 25 de julio de 2015 en: <http://recursostic.educacion.es/inee/pisa>
- OCDE. (2013). PISA Competencias Matemáticas: un requisito para la sociedad de la información. Marco de evaluación, preguntas y ejemplos de respuestas de la prueba. Agencia de Calidad de la Educación. Ministerio de Educación de Chile.

Gestión en ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas

Bohórquez Arenas, Luis Ángel

labohorqueza@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

Este taller tiene como propósito primordial presentar algunas características del conocimiento del profesor y estudiantes para profesor y la relación de las mismas con la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje en ambientes fundamentados en la resolución de problemas. En esencia, se espera dar a conocer aspectos asociados a la gestión del conocimiento matemático y la competencia docente “mirar profesionalmente”.

Palabras clave: Conocimiento del profesor de matemáticas, gestión del proceso enseñanza-aprendizaje, competencia “mirar profesionalmente”, gestión del conocimiento matemático.

1. Temática

El conocimiento del profesor de matemáticas, la práctica de enseñar Matemática, la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje y la competencia mirar profesionalmente.

2. Objetivos

- Presentar algunas características del conocimiento del profesor y estudiantes para profesor y la relación de las mismas con la gestión del

proceso de enseñanza-aprendizaje en ambientes fundamentados en la resolución de problemas.

- Dar a conocer aspectos asociados a la gestión del conocimiento matemático y la competencia docente “mirar profesionalmente”

3. Referentes teóricos

3.1 Sobre el conocimiento del profesor y del estudiante para profesor de matemáticas.

Son diversas las investigaciones que han hablado sobre el conocimiento del profesor. Sin embargo, en este escrito se presentará la postura de Ball y Cohen (1999). Estos autores hacen una caracterización más explícita del conocimiento de la disciplina del profesor de matemáticas y señalan que conocer las “matemáticas que se van a enseñar” supone mucho más que la idea de “conocer las matemáticas del currículo”. Supone llegar a conocer el contenido matemático desde la perspectiva de que dicho contenido debe ser aprendido por alguien. Esta condición se apoya en el reconocimiento de que llegar a “conocer las matemáticas que deben ser enseñadas para que alguien aprenda” supone un conocimiento de las matemáticas específico y vinculado a la tarea profesional de enseñar matemáticas (Ball & Cohen, 1999).

El equipo de Ball (1999) propone cuatro categorías para el conocimiento del profesor: 1. Conocimiento común del contenido, como el conocimiento y la habilidad matemática que se espera tenga cualquier adulto educado, 2. Conocimiento especializado del contenido, como el conocimiento que el profesor requiere en su trabajo y que va más allá de aquel que tiene un adulto educado, 3. Conocimiento del contenido y de los estudiantes, 4. Conocimiento del contenido y de la enseñanza (Ball, Hill, & Bass, 2005).

Tomando como base lo expuesto por Ball & Cohen (1999), Llinares, (2000, 2004, 2008) considera que la manera como los estudiantes para profesores y los profesores de matemáticas necesitan conocer las matemáticas difiere de la manera en la que otros profesionales necesitan conocerlas. Como consecuencia de este hecho, en un programa de formación de profesores el contenido matemático debe ser “diferente” de las matemáticas en otros diferentes perfiles profesionales (arquitectos, matemáticos profesionales,

ingenieros, economistas etcétera) (p. 66). Otro aspecto que establece una diferencia radical en la formación de profesores con relación a otros profesionales es que los futuros profesores de matemática deben prepararse en epistemología de la matemática (D'Amore, 2004).

Teniendo las consideraciones sobre la formación de profesores, según Llinares, Valls, y Roig (2008), se genera la necesidad de que los estudiantes para profesor y los profesores investiguen el potencial de las “situaciones matemáticas”, viéndolas como instrumentos de aprendizaje matemático. Una tarea previa para ver las situaciones matemáticas como instrumentos de aprendizaje de los estudiantes para profesor es explorar las posibilidades matemáticas del problema, identificar posibles objetivos por conseguir con la resolución de esta tarea en un contexto de enseñanza e intentar prever posibles estrategias de los estudiantes.

Según Llinares et al. (2008) para realizar un análisis de la situación de enseñanza, los estudiantes para profesor necesitan comprender la tarea y las matemáticas implicadas. Y agregan que estas situaciones no sólo implican resolver el problema diseñando estrategias, conjeturando relaciones que deben ser probadas o generalizando mediante la modificación de la presentación del problema, sino también pensar en el problema como un instrumento con el cual es posible generar aprendizaje matemático. De esta manera, según estos autores, la introducción de “lo didáctico” en el análisis de las tareas matemáticas, cuando se ven como instrumento de aprendizaje, se convierte en sí mismo en un objetivo didáctico para el formador de profesores (p. 64).

De acuerdo con lo anterior, para estos autores el conocimiento profesional del profesor de matemáticas se considera integrado por diferentes dominios (conocimiento sobre la organización del currículo, los modos de representación y ejemplos más adecuados en cada momento, las destrezas de gestión y comunicación matemática en el aula, conocimiento en epistemología de la matemática etc.) (D'Amore, 2004; Escudero & Sánchez, 1999; García, Serrano, & Espitia, 1997; Gavilán, García, & Llinares, 2007; Llinares, 2000). Sin embargo, para Llinares (2008) el rasgo que caracteriza el conocimiento del profesor no está sólo en lo que conoce (dominios de conocimiento) sino en lo que hace con lo que conoce (uso del conocimiento) (Eraut, 1996, citado por Llinares, 2008).

Llinares (2008) subraya la importancia del uso del conocimiento en la resolución de las situaciones problemáticas generadas en su actividad profesional, es decir la práctica de enseñar matemáticas entendida como: 1.

realizar unas tareas (sistema de actividades) para lograr un fin, 2. hacer uso de unos instrumentos, y 3. justificar su uso (Llinares, 2008). Al considerar la enseñanza de las matemáticas como una práctica que tiene que ser comprendida y aprendida, Llinares (2004, 2008) identifica tres sistemas de actividades que la articulan y los componentes del conocimiento profesional que permiten realizarlas, a saber: 1. analizar, diagnosticar y dotar de significado a las producciones matemáticas de sus alumnos y comparar estas producciones con lo que él pretendía (objetivos), 2. planificar y organizar el contenido matemático para enseñarlo -determinar planes de acción- y 3. dotar de sentido y gestionar la comunicación matemática en el aula (p. 12).

Para desarrollar cada uno de estos “sistemas de actividad”, el estudiante para profesor debe llegar a ser competente en los diferentes aspectos que los definen, y por tanto “conocer” lo que lo fundamenta generándose de esta manera la competencia docente respectiva (Llinares, 2004). Desde esta consideración aparece de manera natural un llamado a hablar de la competencia como parte fundamental del conocimiento del profesor de matemáticas y del estudiante para profesor de matemáticas.

3.2 La práctica de enseñar Matemática

Llinares (2008) ha considerado importante que tanto el profesor como el estudiante para profesor usen efectivamente su conocimiento en la resolución de las situaciones problemáticas generadas en la práctica de enseñar matemáticas. Esto hace sin lugar a dudas que en este documento se reflexione y profundice sobre las características fundamentales de esta práctica.

Jackson (1975) señaló distintos momentos en los que se desarrollan las actividades de la práctica del profesor, a los cuales denominó fase pre-activa (antes de la clase), fase interactiva (durante la clase) y fase post-activa (después de la clase). Ponte en el año 1995 hace alusión a la práctica del profesor cuando considera que el conocimiento en acción es visto en relación a tres áreas: la práctica lectiva, la práctica no lectiva y el desarrollo profesional. Este conocimiento está estrechamente relacionado con el conocimiento de referencia (que incluyen el conocimiento del contenido de la enseñanza, la pedagogía y el currículo), así como con varios procesos de reflexión (por, en y sobre la acción) (Da Ponte, 1995).

Sobre la acción en la práctica lectiva, Da Ponte (1995) presenta dos dominios distintos; el primero es el conocimiento sobre gestión del aula y el

segundo el conocimiento didáctico. Estos dos dominios están profundamente interrelacionados, por lo que todo lo que sucede en cada uno de ellos se refleja inmediatamente en el otro (Doyle, 1986). Sin embargo, es pertinente distinguirlos en tanto el cumplimiento de objetivos, pues en cada dominio son diferentes, ambos tienen lógicas distintas y las relaciones de cada uno con los distintos ámbitos de referencia, también son diferentes (p. 197).

Para Da Ponte (1995) el conocimiento sobre la gestión del aula incluye todo lo que le permite al profesor crear un ambiente propicio para el aprendizaje, estableciendo las reglas para su trabajo, poner en obra los métodos de organización de los estudiantes, frente a las situaciones o comportamientos acorde con sus reglas etc. Por su parte en el conocimiento didáctico, según este autor, se pueden distinguir cuatro aspectos fundamentales: una guía curricular, el calendario, la monitorización y la evaluación.

3.3 Sobre la gestión del proceso enseñanza- aprendizaje

Las consideraciones que sobre el conocimiento en acción y en particular sobre la práctica hechas por Da Ponte (1995) se pueden relacionar con los momentos propuestos por Jackson (1975) en la práctica de un profesor y aún más con las fases que Llinares (2000) estableció tomando como base el trabajo de este autor. Para Llinares (2000) la primera fase es la fase de planificación y organización de las matemáticas que se van a estudiar, es decir es el momento en el que se toman decisiones acerca de qué enseñar y cómo enseñarlo. La segunda fase es la fase de gestión del proceso de enseñanza aprendizaje en la que se da la relación entre el problema propuesto y los estudiantes en el contexto aula y la tercera fase es la fase de reflexión y nueva comprensión (Llinares, 1991) y tiene como propósito aprender de la propia experiencia.

Llinares (2000) establece que algunas de las tareas del profesor en la fase de gestión del proceso de enseñanza aprendizaje son específicas del contenido matemático y otras son de carácter general (en el sentido de Doyle, 1986) relacionadas con la organización de los estudiantes, el manejo del orden y la disciplina, las tareas propuestas, entre otros. Con relación a las tareas del contenido matemático, este autor considera que son aquellas que están vinculadas a la gestión de la interacción entre los estudiantes y el conocimiento matemático que subyace al problema matemático propuesto (Saraiva, 1995; Perrin-Glorian, 1999; Llinares, 2000;) y en la caracterización

del discurso en el aula (Hache & Robert, 1997). Esto es, con el discurso pedagógico y la comunicación que propicia.

Ahora bien, con relación a las tareas asociadas a la gestión del aula ya Duke en 1970 consideraba que eran todas aquellas disposiciones y procedimientos necesarios para establecer y mantener un entorno en el que puedan darse la instrucción y el aprendizaje (Duke, 1979). Al respecto Emmer, 1987 afirmaba que la gestión del aula era un conjunto de comportamientos y actividades del profesor encaminados a que los alumnos adopten una conducta adecuada y a que las distracciones se reduzcan al mínimo (Emmer, 1987; Sanford, Emmer, & Clements, 1983).

Basados en las consideraciones Duke (1979) y Emmer (1987) sobre gestión del aula, Davis y Thomas (1992) establecen recomendaciones para esta gestión, las cuales se pueden dividir en cuatro grandes categorías, a saber: aquellas recomendaciones asociadas a las normas y expectativas, otras relacionadas con la organización del aula, otras referidas a las actividades en el aula y finalmente recomendaciones para responder al mal comportamiento o a las desviaciones. Sin embargo, todas estas recomendaciones se centran básicamente en mantener el orden, la disciplina de los estudiantes, así como otras disposiciones que le permitan tener el control del aula. Es decir, se inscriben dentro de las tareas del profesor de carácter general que Llinares (2000) estableció en la fase de gestión del proceso de enseñanza aprendizaje.

Algunas de las actividades del profesor que Llinares (2000) identificó dentro de esta fase son: 1. la gestión de los distintos momentos o secciones que conforman cada clase, lección, tema o unidad de enseñanza y de aprendizaje que constituyen la lección de matemáticas; 2. La presentación de la información; 3. la gestión del trabajo y la discusión en grupo; 4. La interpretación y respuesta a las ideas de los estudiantes; 5. la gestión de la discusión en gran grupo; 6. la construcción y uso de representaciones; 7. la introducción de material didáctico o de entornos informáticos y 8. la gestión de la construcción del nuevo conocimiento matemático desde la interacción profesor- alumno-tarea etc. (p. 16).

El diseño y gestión de situaciones de enseñanza aprendizaje y de materiales, Niss (2003) lo identificó como una competencia didáctica y pedagógica del profesor de matemáticas (p. 189). Por su parte Rico (2002) estableció que la de gestión del contenido matemático en el aula es una de las competencias básicas del profesor de matemáticas. En otras palabras, para estos autores cuando se habla de gestión del proceso enseñanza y aprendizaje se está

haciendo alusión a una competencia fundamental del profesor, la cual se debe desarrollar en el estudiante para profesor.

Ahora bien, de acuerdo con lo anterior es comprensible porque para Zabalza, (2004) y Marín del Moral (2008) la gestión del proceso de enseñanza y aprendizaje en el aula es considerada compleja y que requiere considerar muchos aspectos, los cuales surgen directamente en el contexto del aula y por tanto no siempre se pueden planificar de antemano. No obstante, para Lupiáñez (2010) la gestión se puede ver desde el punto de vista de la planificación. La gestión de clase como “la planificación y el procedimiento para establecer y mantener un entorno en el que enseñanza y aprendizaje pueden tener lugar” (Duke, 1979, citado en Doyle (1986, p. 394)), implica, según Gómez (2007), que el profesor no sólo debe actuar para “mantener el orden en el aula”, sino que también debe prever y gestionar sus actuaciones de tal forma que los escolares logren los objetivos de aprendizaje. Sin embargo, para los intereses de este taller la atención estará centrada en la gestión del proceso enseñanza-aprendizaje a la que hace alusión Llinares (2000) cuando se refiere a la segunda fase de la práctica del profesor.

En la segunda fase de gestión del proceso enseñanza y aprendizaje Bonilla, Bohórquez, Narváez y Romero (2015) proponen tareas del profesor cuando éste está desempeñándose en un ambiente de aprendizaje fundamentado en la resolución de problemas. Una tarea que consideran fundamental es que gran parte de la acción del profesor debe recaer en desplazar su protagonismo hacia la búsqueda de comunicación entre los estudiantes, tanto en los grupos pequeños como en la clase en general (Bohórquez, Bonilla, Romero, & Narváez, en prensa). También se espera que el profesor en la interacción con los estudiantes tenga en cuenta la intervención de los estudiantes, preguntas, afirmaciones y otros aspectos, para a partir de estos generar orientaciones que les permitan analizar el camino de solución inicialmente propuesto.

3.4 La competencia “mirar profesionalmente”

La idea que se expone anteriormente está estrechamente relacionada con noción de la competencia docente “mirar de una manera profesional” (Jacobs, Lamb, & Philipp, 2010). La cual, según Llinares (2013, 2015), permite al profesor de matemáticas ver las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas integrando tres destrezas: identificar los aspectos relevantes de la situación de enseñanza; usar el conocimiento para razonar sobre dichos aspectos, y realizar conexiones entre aspectos específicos de las situaciones de enseñanza-aprendizaje y principios e ideas

más generales sobre la enseñanza-aprendizaje para tomar decisiones de acción. Esta caracterización se basa fundamentalmente en lo expuesto por Jacobs, Lamb & Philipp, (2010) y Fisher et al. (2014).

4. Propuesta de actividades

En el taller se propondrán dos tipos de guía, la primera busca que los asistentes al taller presenten algunas consideraciones que tienen sobre la gestión y la segunda indaga sobre las acciones que debe tener el profesor para orientar un proceso de aprendizaje en un ambiente fundamentado en la resolución de problemas. Posteriormente se solicitará a que conformen grupos de tres personas para discutir, entre otras cosas, sobre las respuestas dadas a las guías descritas anteriormente y sobre las características de la gestión del conocimiento matemático.

Referencias bibliográficas

- Ball, D. L., & Cohen, D. K. (1999). Developing practice, developing practitioners: Toward a practice-based theory of professional education. In G. S. and. L. Darling-Hammond (Ed.), *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice* (pp. 3–32). San Francisco: Jossey-Bass.
- Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29(1), 14–46.
- Bohórquez, L. Á., Bonilla, M., Romero, J., & Narváez, D. (n.d.). *Los ciclos de resolución de problemas: Ambientes de aprendizaje en la formación de profesores de matemáticas*. Bogotá, D.C.: Publicaciones Universidad Distrital “Francisco José de Caldas.”
- Bonilla, M., Bohórquez, L. Á., Narváez, D., & Romero, J. (2015). Características del proceso de construcción del significado del concepto de variación matemática en estudiantes para profesor de matemáticas. *AIEM - Avances de Investigación En Educación Matemática.*, (7), 73–93. Retrieved from <http://www.aiem.es/index.php/aiem/article/view/107/46>
- D’Amore, B. (2004). El papel de la Epistemología en la formación de profesores de Matemática de la escuela secundaria. *Epsilon*, 20(3), 413–434.
- Da Ponte, J. P. (1995). Perspectivas de desenvolvimiento profesional de profesores de Matemática. In J. P. Ponte, C. Monteiro, M. Maia, L. Serrazina, & C. Loureiro (Eds.),

- Desenvolvimento profissional de professores de Matemática: Que formação?* (pp. 193–211). Lisboa: SEM-SPCE.
- Davis, G. A., & Thomas, M. A. (1992). *Escuelas eficaces y profesores eficientes*. Madrid: La Muralla.
- Duke, D. L. (1979). Editor's preface. (D. L. Duke, Ed.) *Classroom Management*. Chicago: University of Chicago.
- Emmer, E. (1987). Classroom management. In M. J. Dunkin (Ed.), *The international encyclopedia of teaching and teacher education* (pp. 437–446). Oxford: Pergamon.
- Escudero, I., & Sánchez, V. (1999). Una aproximación al conocimiento profesional del profesor de matemáticas en la práctica: la semejanza como objeto de enseñanza-aprendizaje. *Cuadrante*, 8(1-2), 85–110.
- Fisher, M. H., Schack, E. O., Thomas, J., Jong, C., Eisenhardt, S., Tassell, J., & Yoder, M. (2014). Examining the Relationship Between Preservice Elementary Teachers' Attitudes Toward Mathematics and Professional Noticing Capacities. In J.-J. Lo, K. R. Leatham, & L. R. Van Zoest (Eds.), *Research Trends in Mathematics Teacher Education* (pp. 219–237). Cham: Springer International Publishing. <http://doi.org/10.1007/978-3-319-02562-9>
- García, G., Serrano, C., & Espitia, E. (1997). *El concepto de función en textos escolares*. Bogotá: Colciencias y UPN.
- Gavilán, J. M., García, M. M., & Llinares, S. (2007). Una perspectiva para el análisis de la práctica del profesor de matemática. Implicaciones metodológicas. *Enseñanza de Las Ciencias*, 25(2), 157–170. Retrieved from http://www.researchgate.net/publication/39330661_Una_perspectiva_para_el_analisis_de_la_prctica_del_profesor_de_matemticas._Implicaciones_metodologicas/file/3deec51713adabcb87.pdf
- Gómez, P. (2007). Caminos de aprendizaje y análisis de tareas. *Análisis Didáctico de Las Matemáticas Escolares Para El Diseño de Tareas*. Bogotá.
- Hache, C., & Robert, A. (1997). Un essai d'analyse de pratiques effectives en classe de seconde, ou comment un enseignant fait Afréquenter@ les mathématiques a ses élèves pendant la classe? *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 17(3), 103–150.
- Jackson, P. (1975). *La vida en las aulas* (Tercera). Madrid: Ediciones Morata.
- Jacobs, V., Lamb, L., & Philipp, R. (2010). Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169–202. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/20720130>
- Llinares, S. (1991). *La formación de profesores de matemáticas*. Sevilla: GIEM, Universidad de Sevilla.
- Llinares, S. (2000). Secondary school mathematics teacher's professional Knowledge: A case from the teaching of the concept of function. *Teachers and Teaching: Theory and Practice*, 6(1), 41–62.

- Llinares, S. (2004). La actividad de enseñar matemáticas como organizador de la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. Adecuación al Itinerario Educativo del Grado de Matemáticas. In *Itinerario Educativo de la Licenciatura de Matemáticas*. Granada.
- Llinares, S. (2008). Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de comunicación. In *III Encuentro de Programas de Formación Inicial de Profesores de Matemáticas Universidad* (pp. 1–19). Bogotá, Colombia: UPN.
- Llinares, S. (2013). El desarrollo de la competencia docente “mirar profesionalmente” la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Educar Em Revista*, (50), 117–133. <http://doi.org/10.1590/S0104-40602013000400009>
- Llinares, S. (2015). ¿Cómo dar sentido a las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas? Algunos aspectos de la competencia docente del profesor. In *Conferencia interamericana de educación Matemática*. Chiapas: CIAEM XIV.
- Llinares, S., Valls, J., & Roig, A. I. (2008). Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemáticas. *Educación Matemática*, 20(3), 59–82. Retrieved from http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-58262008000300004&script=sci_arttext&tlng=en
- Lupiáñez, J. L. (2010). Competencias del profesor de Educación primaria, 71–74. Retrieved from <http://funes.uniandes.edu.co/800/>
- Marín del Moral, A. (2008). *Análisis de las tareas matemáticas*. Granada: Universidad de Granada.
- Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. In A. Gagatsis & S. Papastavridis (Eds.), *Third Mediterranean Conference on Mathematics Education* (pp. 115–124). Atenas: Hellenic Mathematical Society.
- Perrin-Glorian, M. J. (1999). Problèmes d’articulation de cadres théoriques : L’exemple du concept de milieu. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(3), 279–321. Retrieved from <http://cat.inist.fr/?aModele=afficheN&cpsid=1545751>
- Rico, L. (Investigador principal). (2002). Indicadores de calidad para la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria (ICAFIPMAS). Memoria científico-técnica del proyecto.
- Sanford, J. P., Emmer, E. T., & Clements, B. S. (1983). Improving classroom Management. *Educational Leadership*, 40(7), 56–60. Retrieved from http://www.ascd.org/ASCD/pdf/journals/ed_lead/el_198304_sanford.pdf
- Saraiva, M. J. (1995). O Saber dos Professores: Usá-lo, apenas? Respeitá-lo e considerá-lo, simplesmente? In J. P. da Ponte, C. Monteiro, M. Maia, L. Serrazina, & C. Loureiro (Eds.), *Desenvolvimento profissional dos professores de matemática. Que formação?* (pp. 131–1148). Lisboa: Secção de Educação Matemática. SPCE.
- Zabalza, M. A. (2004). *Diseño y desarrollo curricular*. Madrid: Narcea Ediciones.

Actividades para la comprensión de la ecuación de la recta utilizando el software gratuito “CaRMetal”

Pinzón, Katherin - Cárdenas, Yuri – Hernández, Harold
Kathe9992@gmail.com – estudiantenrpao@gmail.com
cardenal-1995@hotmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

La presente propuesta se da como resultado del trabajo que se ha llevado a cabo en el semillero de investigación Edumat de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, y quiere dar a conocer una serie de actividades desarrolladas a través del software gratuito CaRMetal, para trabajar las relaciones entre la gráfica y la ecuación de la recta, desde el tránsito entre diferentes registros semióticos (gráfico-algebraico y algebraico-gráfico) y un aprendizaje por adaptación, que muestre a los profesores de matemáticas en ejercicio y formación cómo es posible aprovechar y hacer uso del potencial de este software para la enseñanza de diferentes saberes matemáticos.

Palabras clave: CaRMetal, Registros semióticos, gráfica, ecuación

1. Temáticas

La emergencia de una sociedad tecnológica ejerce una presión para implementar y utilizar las tecnologías informáticas en la enseñanza. Los docentes, y en especial los de matemáticas, experimentan muchas dificultades para el uso de las mismas, pues en su mayoría no fueron

educados en este ámbito. Partiendo de esto, es claro que uno de los mayores retos de “los educadores matemáticos es el de diseñar actividades que tomen ventaja de aquellas características con potencial para apoyar nuevos caminos de aprendizaje” (Arcavi & Hadas, 2000; citado por Gamboa, 2007, p. 15), por lo cual se plantea esta propuesta que involucra las TIC, en un trabajo con un software de geometría dinámica, que está al alcance de todos y que permite la creación de diversas actividades, como las que presentamos aquí, sobre las relaciones entre la gráfica y la ecuación de la recta.

Según diversos estudios como el de Torregrosa, Haro, Penalva y Llinares (2010), los software de geometría dinámica permiten la creación de espacios de interacción en donde la experimentación e investigación juegan uno de los papeles más importantes que potencian la construcción y adquisición de un saber; luego estos pueden ser entendidos como recursos en pro de la educación matemática.

2. Objetivos

Mostrar actividades que buscan lograr la comprensión de la relación entre ecuación y gráfica de una recta, tratando de evidenciar así un ejemplo de lo que puede lograrse con la tecnología, e introducir algunas herramientas didácticas del software “CaRMetal”.

Partiendo de lo mencionado anteriormente se pretende:

- Proponer actividades de clase para promover el aprendizaje por adaptación del concepto de ecuación de una recta, aprovechando el potencial del software “CaRMetal”.
- Proporcionar a los profesores y estudiantes para profesor una experiencia de aprendizaje utilizando el software CaRMetal.
- Permitir que los profesores de matemáticas en ejercicio y formación utilicen el software dinámico de geometría “CaRMetal”, para la enseñanza del concepto de ecuación de una recta.
- Reflexionar sobre el concepto de aprendizaje por adaptación cuando se promueve la interacción de los estudiantes con el software dinámico de geometría “CaRMetal”.

3. Referentes teóricos

La propuesta de actividades a presentar, sigue las orientaciones de Duval (2006), intentando trabajar la conversión entre registros de representación: el registro algebraico (ecuación) y el registro geométrico (gráfica), para lograr un aprendizaje del concepto de recta.

San Martín (2007) señala que Duval (1999) cree como fundamental considerar:

- La importancia de la coordinación de diversos registros de representación semiótica. Establece que muchas de las dificultades encontradas por los estudiantes pueden ser descritas y explicadas como una falta de coordinación de registros de representación.
- El considerar al conocimiento conceptual (la comprensión) como el invariante de múltiples representaciones semióticas.
- En base a diferentes registros de representación, definir variables independientes específicas para contenidos cognitivos y organizar propuestas didácticas para desarrollar la coordinación de registros de representación (P. 04).

Por eso proponemos problemas en los que los alumnos tengan que experimentar esa conversión: observando la gráfica de una recta poder determinar su ecuación, o examinando su ecuación poder trazar su gráfica. Aprovechamos el potencial del software CaRMetal para trabajar y coordinar esos dos registros de representación.

Por otra parte, intentamos plantear situaciones que propicien el aprendizaje por adaptación, para que de acuerdo con la teoría de Brousseau (1986) los alumnos interactúen con el software para intentar resolver un problema: realizando acciones y recibiendo retroacciones del software que una vez interpretadas permitan validar o invalidar sus estrategias. De esta manera construyen un conocimiento personal, que luego puede ponerse en relación con el saber institucional. Los problemas planteados requieren que los usuarios realicen acciones en uno de los registros, de manera que se logren determinados efectos en el otro registro. Las retroacciones visuales del software les permiten saber si han resuelto o no el problema, de manera que pueden modificar sus acciones para encontrar la solución. Además, cada

problema se repite con variaciones, de manera que las estrategias ganadoras se puedan reforzar.

4. Propuesta de actividades

En un primer momento se hará una corta introducción sobre el manejo básico del software “CaRMetal”, y luego los participantes realizarán las actividades preparadas. Una vez se haya dado el espacio de interacción con las actividades, se realizará una discusión abierta sobre el diseño de las mismas y las posibilidades de aprendizaje que propician o no en los alumnos, considerando, cómo a través del software es posible realizar un diseño didáctico, que tenga en cuenta teorías como las de Brousseau y de Duval, para permitir la construcción de un conocimiento matemático.

Un ejemplo del tipo de actividades a presentar es el que se muestra en la figura 1, donde se pide que el participante mueva el cursor para lograr que la recta roja quede sobrepuesta en la recta azul; de esta manera se busca que los estudiantes asocien el valor del cursor con la inclinación de la recta, y tomen conciencia de que el numerador representa el número de cuadros desde el punto B (variable b) que en otras actividades representa el corte de la ordenada de la recta) hasta la ordenada del punto G, mientras que el denominador representa la abscisa del punto G. Cabe resaltar que la representación gráfica le permite a los usuarios saber si resolvieron el problema (las dos rectas quedan superpuestas), pero además el software mismo puede evaluar si el problema está resuelto o no, permitiendo pasar a otro problema diferente o devolviendo al usuario la tarea nuevamente para que intente de nuevo realizarla.

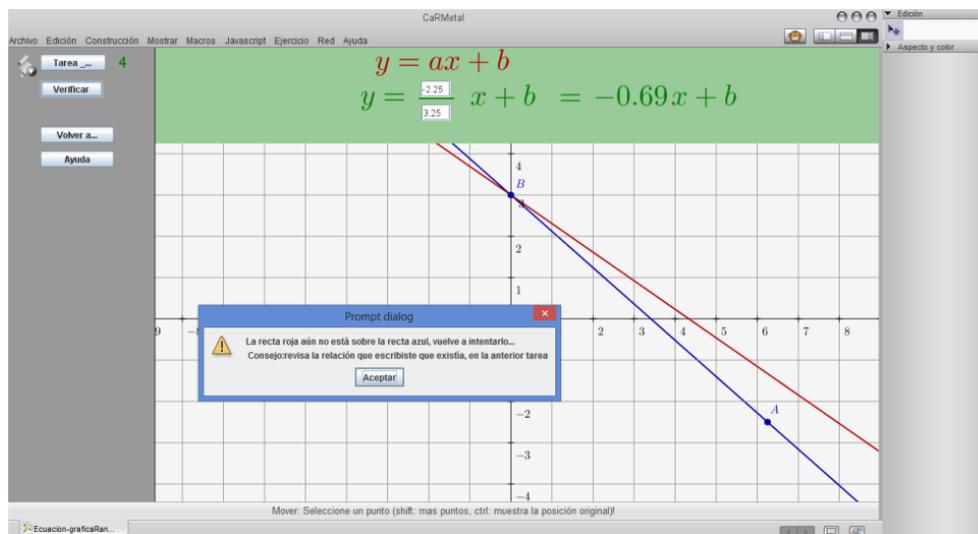
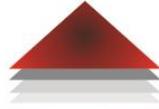


Figura 1. Actividad que pretende estudiar la relación entre la variable (a) (pendiente de la recta) de la ecuación $y = ax + b$, con respecto a la gráfica

Referencias bibliográficas

- Brousseau, G. (1986). *Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas*. Traducción Centeno, J.; Melendo, B. y Murillo, J.; pp. 1- 57. Recuperado de https://www.dropbox.com/s/flb8wspqu17e91n/Brousseau_Fondements.pdf?dl=0
- Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, (Madrid). Vol.9. 9.1 143-168 Duval R. (2006).
- Gamboa, R. (2007). *Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 3, 11-44.
Recuperado de http://cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno3/cuaderno3_c1.pdf
- San Martín, O. (2007). Un registro de representación semiótica de naturaleza geométrica para la trigonometría. *Memorias XII congreso nacional de investigación educativa- Educación y conocimientos disciplinares*. Recuperado de <http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v09/ponencias/at05/PRE1178828913.pdf>
- Torregrosa, G.; Haro, M.; Penalva, M. y Llinares, S. (2010). Concepciones del profesor sobre la prueba y software dinámico: desarrollo de un entorno virtual de aprendizaje. *Revista de educación*, 352, 379-404.



Regresar al índice general

Encuentro Distrital de Educación Matemática **EDEM**

Índice de esta sección

Talleres para Educación Básica

Enseñanza de la simetría axial utilizando situaciones a- didácticas y SGD CaRMetal como medio	177
Tangram: material didáctico que contribuye al desarrollo de habilidades de pensamiento espacial en la escuela	189
Abaco “Sorobán”: Instrumento de representación y apropiación de procesos mentales	195
¿A qué le suenan las matemáticas?	201
Maestros aprendiendo juntos a planear y a desarrollar competencias.....	206
Astronomía en la escuela.....	212



Segundo Encuentro

Transformaciones, retos y desafíos del diseño y desarrollo curricular de matemáticas en Bogotá

Memorias

Bogotá, agosto 27, 28 y 29 de 2015

Enseñanza de la simetría axial utilizando situaciones a-didácticas y SGD CaRMetal como medio

Flórez Santacruz, Jorge Enrique

profejorge67@yahoo.es

Grupo Edumat, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

Este taller propone implementar una secuencia de actividades, elaboradas por el grupo de investigación Edumat, para la enseñanza de la simetría axial, a partir de la mediación de un software de Geometría Dinámica (SGD). Esta propuesta se fundamentará en la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) y tomará como referente metodológico la ingeniería didáctica (ID), con el fin de poder describir las ventajas del uso del SGD; CarMetal como medio facilitador de un aprendizaje por adaptación y sus efectos cuando es integrado al diseño de una secuencia didáctica.

Palabras clave: Geometría Dinámica, situaciones a-didácticas, Ingeniería didáctica, Simetría axial.

1. Temáticas

La simetría constituye un elemento importante en el aprendizaje de la geometría, con ella se pueden resolver diversos problemas geométricos; ya que muchas figuras geométricas poseen las propiedades de esta transformación y también, efectuando movimientos simétricos en el plano es posible llegar a encontrar alternativas óptimas de solución de problemas. Por

lo anterior surge la pregunta: ¿Cómo mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la educación básica?

Es un hecho que los métodos o estrategias de enseñanza actualmente utilizados por los profesores no están produciendo los resultados esperados; por lo tanto, parte de la solución del problema debe consistir en modificar esas prácticas pedagógicas. Se deben utilizar nuevas estrategias didácticas que permitan en los estudiantes una verdadera construcción y asimilación del conocimiento geométrico. En particular en nuestro país se están liderando políticas educativas en cuanto a la promoción y uso de las tecnologías informáticas; tales como el software de geometría dinámica (SGD), sugiriéndolos como apoyo a las prácticas pedagógicas de profesores.

Surge entonces otro aspecto a considerar: ¿Cómo usar competentemente el SGD en el proceso de enseñanza para lograr un mejor aprendizaje de la geometría? La pretensión es transformar las prácticas de enseñanza de la geometría utilizando tecnologías informáticas. Pero no de manera ingenua o empírica, sino fundamentando este cambio desde una teoría de la didáctica de las matemáticas. En medio del debate, hay certeza de que ni las tecnologías son la panacea para la solución de los problemas de aprendizaje de los estudiantes, ni la educación puede seguir de espaldas a los cambios que ocurren a su alrededor.

Entonces surge un tercer interrogante: ¿Cómo sustentar teóricamente las prácticas de enseñanza que se desarrollan con SGD? El Proyecto Institucional tecnología y didáctica de la Geometría, propuesto por el grupo EDUMAT y desarrollado en distintos colegios de Santander y Bogotá, responde a estas tres preguntas proponiendo la Teoría de las Situaciones Didácticas como referente teórico para analizar las prácticas de enseñanza y la organización de estrategias para un mejor aprendizaje de la geometría, aprovechando el potencial del SGD.

2. Objetivos

- Aplicar un taller que comprende una secuencia de cuatro actividades de clase, alrededor del concepto de simetría axial.

- Guiar a los participantes a acercarse gradualmente a la construcción de los conceptos y a la identificación de las propiedades de la simetría axial.
- Conducir a los estudiantes a identificar los fenómenos visuales relacionados con las propiedades de la simetría axial, que les permitirán identificar luego en una construcción si dos figuras son simétricas y a predecir la posición del eje de simetría.
- Precisar de manera clara, cómo la Teoría de las Situaciones Didácticas nos proporciona un modelo de aprendizaje en el que el software de geometría dinámica CarMetal, puede considerarse como un medio adecuado para que se produzca efectivamente un aprendizaje por adaptación en los participantes.

3. Referentes teóricos

3.1 La Teoría de Situaciones Didácticas

Aprendizaje por adaptación

Para el desarrollo didáctico de este taller me sustento en la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau (1998), quien según Acosta (2010); construye su teoría alrededor del concepto de aprendizaje por adaptación. Este aprendizaje es producto de la interacción del sujeto con un medio, sin la mediación de un profesor. Según este enfoque, en el aprendizaje por adaptación se considera esencialmente la interacción de un sujeto con un medio (que en muchos casos es material).

1. El sujeto parte de una intención, de una meta que desea alcanzar.
2. para lo cual realiza una acción sobre el medio.
3. El medio reacciona a esa acción (lo cual recibe el nombre de retroacción).
4. El sujeto interpreta la retroacción del medio usando sus conocimientos previos.

5. El sujeto valida su acción de acuerdo con la interpretación que hace de las retroacciones del medio. Esta validación puede tomar dos valores. Cuando la acción realizada le permite alcanzar su intención la validación es positiva, en cuyo caso refuerza esta acción, es decir la repetirá con mayor frecuencia cuando quiera alcanzar esa intención. Cuando la acción realizada no le permite alcanzar su intención la validación es negativa, y produce una modificación de la acción, iniciando un nuevo ciclo acción-retroacción-validación.

El producto de la validación es lo que se considera como señal de aprendizaje: el refuerzo o la modificación de una conducta observable.

3.2 Situación didáctica y situación a-didáctica

Ahora, ¿cómo considera la TSD la relación entre el aprendizaje por adaptación y la enseñanza escolar? La TSD denomina situación a-didáctica a una actividad que produce un aprendizaje por adaptación, y la incluye dentro de una situación didáctica, que es una situación de clase. La TSD caracteriza la situación didáctica como una situación en la que intervienen tres elementos: un saber (a enseñar), un profesor (que desea enseñar ese saber) y un/unos estudiantes (que desean aprender ese saber).

Entonces el profesor debe presentar a los estudiantes una situación a-didáctica, que fomente el aprendizaje por adaptación, y que produce unos conocimientos. Para hacerlo, debe preparar cuidadosamente un problema que planteará a sus estudiantes (produciendo la intención necesaria para el aprendizaje por adaptación) y un medio con el cual los estudiantes podrán interactuar para realizar el aprendizaje por adaptación. Es decir, un medio en el cual puedan realizar acciones, que produzca unas retroacciones adecuadas (que puedan ser interpretadas por los estudiantes para validar sus acciones). Una vez que los estudiantes han adquirido un conocimiento producto de la situación a-didáctica, el profesor ‘institucionaliza el saber’, es decir explicita las relaciones entre el conocimiento personal de los estudiantes, contextualizado dentro de la situación a-didáctica, y el saber ‘oficial’.

3.3 El Software de Geometría Dinámica como medio

Según el modelo expuesto, uno de los elementos fundamentales del aprendizaje por adaptación, y por lo tanto de las situaciones a-didácticas es el medio. El medio es aquello con lo que interactúa el alumno, sobre el cual puede realizar acciones y recibir retroacciones que le permitan la validación. Ese medio debe ser seleccionado o diseñado de manera cuidadosa para que los conocimientos producto del aprendizaje por adaptación sean lo más parecidos posible al saber que se quiere enseñar. Considero el software de geometría dinámica CaRMetal como un medio adecuado para el aprendizaje por adaptación de la geometría, pues su programación garantiza que todos los fenómenos asociados con la construcción y la manipulación de figuras geométricas correspondan a la teoría de la geometría euclidiana.

3.4 Ingeniería Didáctica

Para alcanzar los objetivos propuestos voy a utilizar la metodología de investigación “ingeniería didáctica”, que se caracteriza por la confrontación de un análisis a priori y un análisis a posteriori, la cual además se centra en modelar las situaciones de enseñanza, para así permitir una elaboración y gestión controlada del aprendizaje. Se tendrán en cuenta las cuatro fases que propone la Ingeniería Didáctica a saber:

- Análisis preliminar.
- Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas.
- Experimentación y recolección de datos
- Análisis a posteriori.
- Resultados / productos esperados

Este taller contribuirá a orientar la transformación de las prácticas de enseñanza de la geometría por medio del uso de del (SGD) Car metal. Otro fin es proporcionar un juicio sobre las ventajas del uso de Car metal, como medio didáctico facilitador de un aprendizaje por adaptación y dar respuesta a la pregunta: ¿las actividades planeadas cumplen a cabalidad con los objetivos trazados?

4. Propuesta de actividades

La secuencia didáctica se compone de cuatro actividades que se trabajan en parejas, en un tiempo aproximado de tres horas cada una. Estas actividades se caracterizan por ser situaciones de acción que involucran en cada tarea espacios donde los estudiantes (participantes), explicitan sus estrategias de solución (situación de formulación).

Al inicio de cada situación entregaré a los estudiantes la respectiva hoja de trabajo; Finalizada cada sesión se recoge la hoja de trabajo, la cual se retorna en la siguiente sesión cuando el tiempo no alcance para que la mayoría de los estudiantes finalicen.

Las tareas que se proponen en las situaciones que involucran CarMetal son de tipo caja negra, puesto que el estudiante explora las figuras presentadas en cada situación y encuentra el comportamiento común de estas figuras cuando son arrastradas, permitiéndole el acercamiento a las propiedades de la simetría axial. En el análisis a priori, se tienen en cuenta únicamente las características del medio y las posibles reacciones de los sujetos ante la situación. En el análisis a posteriori se presentaran las acciones realmente efectuadas por los estudiantes luego de implementadas las actividades.

5. Análisis a priori actividades simetría axial

Presentaremos una secuencia de algunos ejemplos de las cuatro actividades de clase, alrededor del concepto de simetría axial. Cada actividad está compuesta de series, y en cada una de las series se les pedirá a los estudiantes (participantes), que realicen tareas específicas. Para cada serie hay un archivo con una figura, hecha en CarMetal, sobre la que los estudiantes trabajarán para desarrollar las tareas (Los estudiantes no necesariamente deben saber manejar el programa).

La secuencia está planteada para que los estudiantes (participantes), se familiaricen con algunos fenómenos que caracterizan la simetría axial, de modo que esto les permita predecir o anticipar las posiciones de los objetos simétricos, dados ciertos elementos de la simetría. Para que identifiquen el eje, lo ubiquen de manera perceptiva y posteriormente sean capaces de

construirlo, además que puedan construir alguno de los componentes de la simetría dados los otros; por ejemplo, dado un triángulo y el eje de simetría, construir el simétrico.

Además, en cada actividad, las series tienen una secuencia que se detallará a medida que avancemos en el documento. Para ello analizaremos una de las actividades, haciendo una descripción, especificando los objetivos, precisando las tareas y lo que esperamos que los estudiantes hagan.

5.1 Actividad 1

Saber en juego

Una simetría axial es una transformación geométrica, es decir una correspondencia entre parejas de puntos del plano. Decimos que dos puntos del plano A y A' son simétricos con respecto a una recta e (llamada eje de simetría) si y sólo si e es mediatriz del segmento AA' . Esta condición implica que el segmento AA' debe ser perpendicular a e y que e debe pasar por el punto medio de AA' . También se deduce que A y A' deben quedar en semiplanos opuestos con respecto a e . Por lo tanto, si dos figuras (por ejemplo polígonos) son simétricas con respecto a e , deben tener orientaciones contrarias con respecto a e , ya que la distancia de cada punto a e debe ser igual a la distancia de su homólogo a e . Una simetría axial es una isometría, puesto que conserva la forma y el tamaño de las figuras; es decir, si dos figuras son simétricas con respecto a un eje, entonces son congruentes.

Objetivo

La finalidad de esta actividad es que los estudiantes se familiaricen con algunos fenómenos visuales concernientes al movimiento de figuras simétricas, tales como la dependencia de una con respecto a la otra, los movimientos contrarios con respecto al eje (Los estudiantes podrían asimilarlo como un espejo imaginario). Esto implica que logren identificar el eje de simetría y predecir su ubicación.

Descripción del medio

Para esta actividad, se trabaja con 12 figuras, en cada una de las cuales hay 6 triángulos con los vértices ocultos, tres rojos y tres verdes, simétricos con respecto a un eje que permanece oculto. Los tres triángulos rojos tienen diferentes formas, cada triángulo verde es congruente con un triángulo rojo. En las figuras numeradas 1-1 a 1-6, aparece también un círculo; en las figuras numeradas 1-1a a 1-6a aparecen tres círculos cada uno con un punto sobre él. La diferencia entre las seis series es la orientación (inclinación) del eje. Las 12 figuras se presentan a continuación.

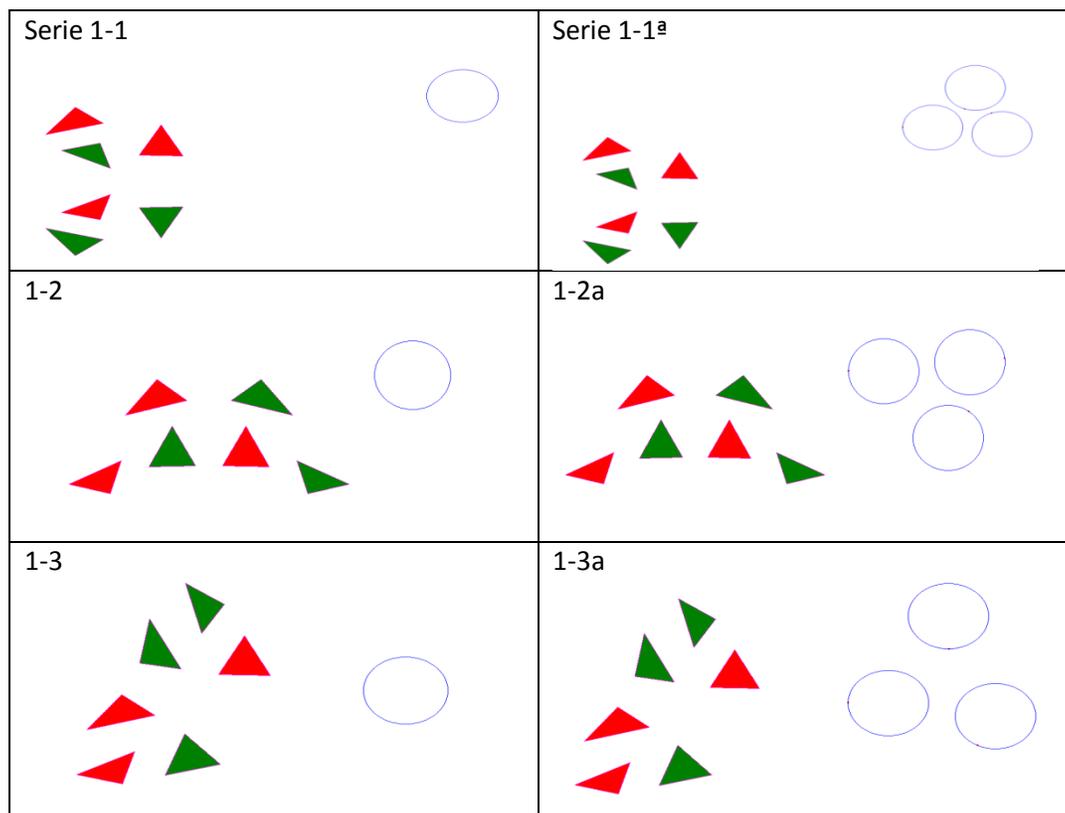


Figura 1. Tareas a realizar. Fuente: Edumat

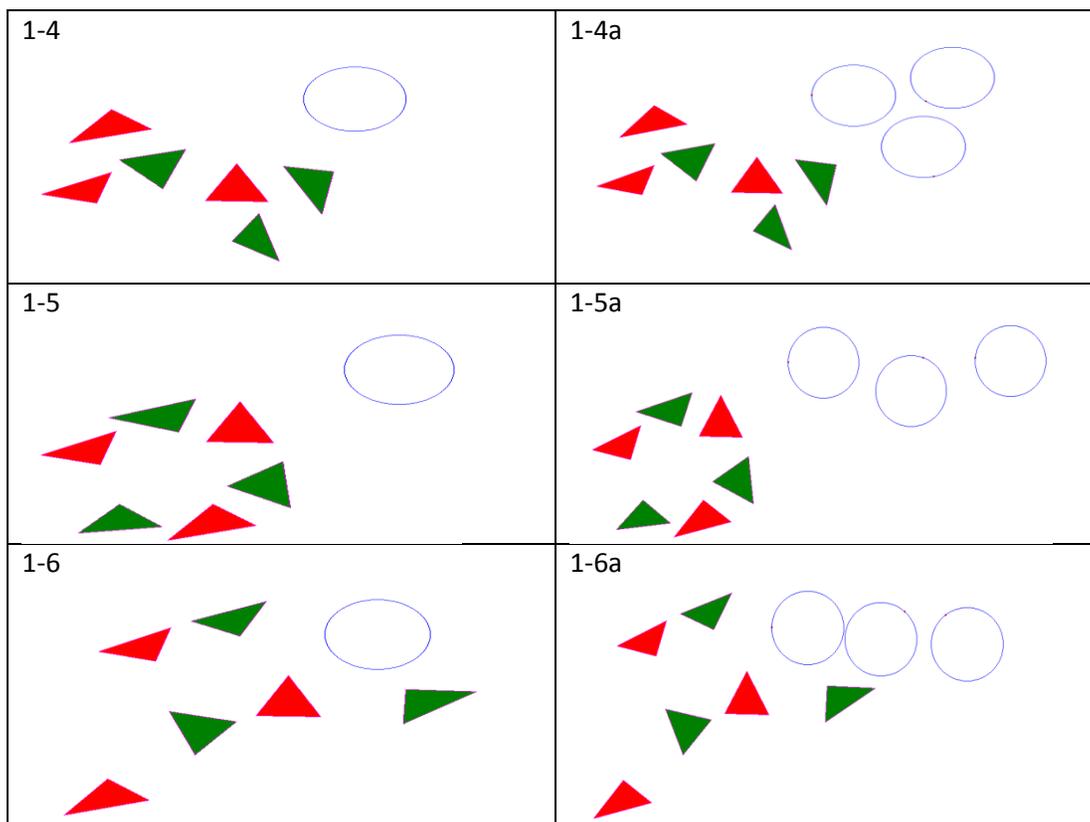


Figura 2. Tareas a realizar. Fuente: Edumat.

De acuerdo con las características del software, los triángulos verdes no se pueden arrastrar directamente, dada la dependencia de éstos con respecto a los rojos, lo cual no es una propiedad específica de la simetría, sino una particularidad del programa; pero los triángulos rojos sí se pueden arrastrar agarrándolos por un lado o un vértice, permitiendo llevarlos libremente a cualquier lugar de la pantalla sin que cambien su forma y tamaño, para ello basta hacer clic sostenido sobre el triángulo y arrastrar. Adicionalmente, al arrastrar los triángulos rojos, los verdes se mueven de manera que conservan la simetría. Del mismo modo, los círculos de las series 1-1 a 1-6 no se pueden arrastrar, mientras que los de las series 1-1a a 1-6a se pueden mover libremente agarrándolos por el punto que aparece sobre ellos. Para alcanzar los objetivos propuestos, y para que los estudiantes identifiquen esos fenómenos visuales y se familiaricen con ellos, se les pedirá que realicen cuatro tareas.

Primera y segunda tareas: esperamos que tomen conciencia de que en distintas series los movimientos de un triángulo y su pareja tienen diferentes orientaciones. Es decir, que en la primera serie al arrastrar un triángulo rojo hacia arriba su pareja se mueve hacia abajo y viceversa, pero al arrastrarlo en dirección horizontal la distancia entre ellos no varía; mientras que en la segunda serie al arrastrar un triángulo rojo hacia la derecha su pareja se mueve hacia la izquierda y viceversa, pero al arrastrarlo en dirección vertical la distancia entre ellos no varía.

Tercera tarea: esperamos que al avanzar de una serie a otra demoren menos tiempo intentando meter todos los triángulos en el círculo antes de argumentar que no es posible resolver la tarea, incluso no sería extraño que al pasar de la segunda a la tercera serie o de la tercera a la cuarta argumenten que no es posible resolver la tarea antes de intentar arrastrar los triángulos.

Cuarta tarea: esperamos que los estudiantes tomen conciencia de que para diferentes series los círculos quedan ubicados en distintas direcciones (horizontal, vertical...). Sería importante que el profesor solicite a los estudiantes dibujar en su cuaderno la posición en que quedaron los círculos en cada serie al terminar la tarea.

Puesta en común

Es de esperarse que haya grupos de trabajo más adelantados que otros, entonces el profesor puede disponer una puesta en común una vez finalizadas las cuatro tareas con las seis series, con el fin de constatar que los estudiantes manifiestan los fenómenos visuales que se pretendía que descubrieran y que de alguna manera se hayan familiarizado con ellos. El profesor pedirá a algunos estudiantes que pasen al frente del grupo para que expliquen a los demás cómo desarrollaron las tareas. Es importante que el profesor identifique cuáles grupos terminaron y cuáles no, con el propósito de pasar primero a los grupos más rezagados. También es conveniente que en su mayoría los grupos expongan su trabajo. Es importante que los estudiantes hablen (con sus propias palabras) de la dependencia de los triángulos verdes con respecto a los rojos, de los movimientos contrarios, de que los triángulos se juntan a lo largo de una línea recta.

Concurso (para finalizar la primera actividad)

En esta instancia se supone que ya los estudiantes están familiarizados con los fenómenos visuales que hemos mencionado anteriormente, pero para ello solo han utilizado estrategias meramente perceptivas. El propósito de este concurso es bloquear esas estrategias, y llevar a los estudiantes a que utilicen los conocimientos que han adquirido para anticipar la posición del eje de simetría.

Para este concurso se organizan equipos competidores dentro del salón de clase (entre 6 y 8 estudiantes por equipo), el profesor explica que deberán solucionar la cuarta tarea: colocar los círculos donde puedan meterse todos los triángulos dentro de ellos, pero no podrán mover los triángulos antes de colocar los círculos. Para garantizar que los estudiantes se comuniquen y se pongan de acuerdo en una estrategia, el profesor explica que él seleccionará un representante de cada equipo para realizar la tarea.

El representante escogido por el profesor deberá ubicar los tres círculos *sin mover los triángulos* y luego otro estudiante, o en su defecto el profesor, moverá los triángulos para comprobar si es posible meter todos los triángulos dentro de cada círculo. Del mismo modo lo harán los representantes de los otros equipos. En caso de que uno de los representantes no logre resolver la tarea puede repetirse el concurso, y finalmente organizar una puesta en común para que los grupos expongan sus estrategias. Para resolver la tarea, los estudiantes deben identificar cuál es la pareja de cada triángulo (sin moverlos), y además identificar los puntos donde se unen, que deben estar sobre el eje de simetría.

Para el análisis a priori de este concurso tendremos en cuenta que se llevará a cabo en dos etapas; la primera consiste en ubicar los círculos, acción llevada a cabo por parte del representante del grupo escogido por el profesor. La segunda consiste en validar la acción intentando meter las parejas de triángulos en los círculos.

Los estudiantes siempre tienen la posibilidad de invalidar las estrategias perdedoras gracias a las retroacciones del medio, y de darse cuenta que la estrategia ganadora consiste en identificar las parejas de triángulos simétricos para anticipar la posición del eje de simetría y ubicar los círculos sobre este eje, ya que de la tarea tres, ellos han descubierto que un objeto y

su simétrico se superponen sobre el eje de simetría. Como consecuencia del concurso, es ineludible que los estudiantes intenten anticipar la posición del eje de simetría, siendo esta la única estrategia ganadora, porque las demás no permiten concluir la tarea. Además, si no todos han descubierto la estrategia, la puesta en común permite confrontar esta situación, ya que los distintos grupos expondrán la manera como planearon desarrollar la tarea.

En conclusión, como producto del desarrollo de las cuatro tareas de esta primera actividad, los estudiantes lograrán identificar la dependencia de los triángulos verdes y los rojos; los movimientos contrarios con respecto a una recta que pasa por la mitad de un triángulo rojo y su pareja; las orientaciones contrarias de los triángulos con respecto a tal recta; además precisar su ubicación; por último, del concurso lograrán anticipar la posición del eje de simetría sin mover los triángulos. Correspondiendo estos hechos al objetivo de la actividad.

Es importante que el profesor institucionalice estas conclusiones utilizando las palabras de los propios estudiantes, y haga tomar nota de las mismas en el cuaderno.

Referencias bibliográficas básicas

- Artigue, M. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. En Artigue, M.; Douady, R.; Moreno, L.; Gómez, P. (Eds.), Colombia.
- Brousseau, Guy. (2007). *Inicialización al estudio de la Teoría de las Situaciones Didácticas*. 1ª.ed. Buenos Aires: Editorial Libros del Zorzal.
- Acosta, G. Martín. (2010) Situaciones a-didácticas para la enseñanza de la simetría axial utilizando Cabri como medio, En: *Colombia, Revista Integración*, ed: Ediciones Universidad Industrial De Santander, ISSN 0120-419X, v. 28, fasc. 2, 173-189.
- Acosta, G. Martín. (2003) Nuevas posibilidades de razonamiento geométrico en un ambiente de geometría dinámica”, en Colombia, *Evento: Congreso internacional de tecnologías computacionales en el currículo de matemática*. Ed. Ministerio de Educación Nacional.

Tangram: material didáctico que contribuye al desarrollo de habilidades de pensamiento espacial en la escuela

Fresneda Patiño, Edna Paola - Martínez Cárdenas, Elba Azucena
epfresnedap@gmail.com – eamc.mat@gmail.com
Didáctica y Matemáticas, (Colombia)

Resumen

Este taller tiene un enfoque teórico-práctico para docentes y su objetivo es proporcionar herramientas que contribuyan al desarrollo del pensamiento espacial, proceso en el que se construyen y manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio. Para ello, se hará uso del tangram, material didáctico que posibilita el planteamiento de situaciones problemáticas que permiten fomentar y ejercitar el pensamiento espacial en el aula teniendo en cuenta el carácter lúdico de las actividades matemáticas. De esta manera, la metodología usada tendrá un carácter lúdico, reflexivo y teórico, en el que se espera la participación activa de los asistentes tanto en el desarrollo de las actividades propuestas con el tangram, como en las reflexiones en torno a los elementos didácticos y teóricos suscitados durante el desarrollo del taller. Así, se espera generar inquietud en los asistentes acerca de algunas actividades y materiales didácticos que se pueden usar en la escuela.

Palabras clave: Pensamiento espacial, material didáctico, tangram, habilidades espaciales, relaciones proyectivas, topológicas y métricas.

1. Temáticas

El desarrollo del pensamiento espacial requiere el uso de herramientas y materiales concretos que permitan la manipulación, exploración y representación del espacio. Para esto, se requiere que los estudiantes realicen diversas acciones que les permitan “hacer cosas” como construir, dibujar, manipular, producir y analizar para tener un acercamiento a diferentes nociones y conocimientos propios del pensamiento espacial que va más allá de la memorización de definiciones. De esta manera, se busca hacer un acercamiento al desarrollo del pensamiento espacial considerando las propiedades estructurales del espacio: topológicas, proyectivas y métricas a partir del uso de un material didáctico como el tangram que posibilita la manipulación, exploración y construcción de conocimientos. Además, al propiciar el proceso de aprendizaje a través de actividades lúdicas se genera interés y motivación, por esto la propuesta se convierte en una herramienta indispensable para desarrollar habilidades en torno a la solución de problemas, la argumentación, el razonamiento, la comunicación, la modelación y el poder de abstracción de ideas matemáticas. Esto, teniendo como premisa que el pensamiento espacial forma parte de nuestro lenguaje cotidiano, se usa en todas las áreas de la matemática y tiene importantes aplicaciones en problemas de la vida real.

2. Objetivos

- Hacer un acercamiento al desarrollo del pensamiento espacial considerando las propiedades estructurales del espacio: topológicas, proyectivas y métricas a partir del uso de un material didáctico como el tangram.
- Desarrollar competencias como la solución de problemas, la argumentación, el razonamiento, la comunicación, la modelación y el poder de abstracción de ideas matemáticas por medio de actividades lúdicas.
- Generar inquietud acerca de actividades y materiales didácticos que se pueden implementar en el aula de clase buscando ampliar la capacidad

de pensamiento de los educandos a partir de la expresión gráfica y manipulativa de ideas matemáticas haciendo uso del tangram.

3. Referentes teóricos básicos

En el proceso de aprendizaje de las matemáticas se presenta la interacción de dos facetas distintas pero complementarias, relacionadas con actividades propias del cerebro (Sharma, 1979 citado por Dickson y otros, 1991). La representación espacial, función perceptiva del hemisferio derecho que se ocupa de elementos espaciales y visuales, procesa información visual desde el todo hacia las partes y es el centro para la información que ha de ser percibida, comprendida y recordada. El lenguaje y los símbolos (propia de algoritmos y fórmulas) función correspondiente al hemisferio izquierdo que se ocupa de organizar secuencialmente la información, procesa elaboraciones desde las partes hacia el todo y es el centro de comunicación hablada o escrita.

Estos dos tipos de actividades llamadas modalidades cognitivas tienen una fuerte influencia en el desarrollo del pensamiento espacial, considerado como el conjunto de procesos mediante los cuales se construyen y manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones, transformaciones y diversas traducciones a representaciones mentales (MEN, 1998). Este proceso se logra a través de la exploración activa de los objetos del espacio que inicia en un nivel sensorio-motor relacionado con la capacidad de actuar en el espacio manipulando objetos, y termina en un nivel conceptual o abstracto relacionado con la capacidad de representar el espacio reflexionando sobre propiedades geométricas.

Para el desarrollo del pensamiento espacial Piaget (citado por Boule, 1995) propuso abordar de manera progresiva tres propiedades estructurales del espacio, clasificadas en relaciones: topológicas, proyectivas y métricas. Las relaciones topológicas, buscan que el estudiante se familiarice con propiedades cualitativas de las formas que no varían ante determinados cambios tales como: fronteras, regiones, relaciones entre las partes y los todos, noción de proximidad entre partes, coloreado de regiones, etc. Las relaciones proyectivas, posibilitan el desarrollo de destrezas como:

coordinación viso-motriz, percepción de la figura fondo, constancia perceptual de la forma, posición en el espacio e integración de partes (Silva, 1996). Las relaciones métricas, recrean algunos conceptos geométricos, métricos y numéricos tales como: establecimiento de relaciones de área y perímetro, construcción de figuras equivalentes, congruentes y semejantes.

Para desarrollar un proceso de enseñanza-aprendizaje se proponen los niveles de Van Hiele que permiten describir la evolución en la comprensión y el dominio de nociones y habilidades espaciales (Godino y otros, 2003). Estos niveles son: Visualización, allí se reconocen las figuras y se nombran basándose en características visuales globales sin detectar relaciones entre las formas o entre sus partes. Análisis, se reconoce que las figuras se componen de partes, una colección de formas pertenece a la misma clase debido a sus propiedades. Ordenamiento, se describen las figuras de manera formal reconociendo que unas propiedades derivan de otras, estableciendo relaciones entre propiedades. Deducción y Rigor. Se ocupan del razonamiento deductivo y de la construcción de teorías, culminando en la abstracción sin recurrir a ejemplos concretos, lo que implica que muy pocos estudiantes en edad escolar lleguen a alcanzarlos (Dickson y otros, 1991).

Estas construcciones en torno al desarrollo del pensamiento espacial se realizan usando un material manipulativo estructurado, es decir, que está diseñado con un fin didáctico ya que contribuye a la construcción de conocimientos matemáticos (Valenzuela, 2012). En este sentido, el tangram (rompecabezas bidimensional) y las guías estructuradas permiten generar interés en los estudiantes y plantear una gran variedad de problemas y experiencias geométricas. Por tal razón, estas actividades deben entenderse no como meros pasatiempos sino parte integral del aprendizaje de las matemáticas que desempeña un papel importante para fomentar y ejercitar el pensamiento espacial (Dickson & otros, 1991).

4. Propuesta de actividades

El desarrollo del taller tiene un carácter teórico-práctico que requiere de la participación activa de los asistentes para realizar reflexiones en torno a los

ejercicios y acciones manipulativas desarrolladas con el tangram durante la actividad, en la que se tienen en cuenta cuatro momentos:

Primero. Se realiza una contextualización acerca del desarrollo del pensamiento espacial relacionándolo con las dos modalidades cognitivas y la manera como el trabajo del hemisferio derecho e izquierdo intervienen en este proceso. Allí, se hace una problematización acerca de nuestras habilidades perceptivas y de lenguaje, frente a algunas situaciones generales y otras problemáticas propias del aprendizaje de nociones geométricas, notando la necesidad de emplear materiales didácticos para generar cambios en los procesos desarrollados en el aula de clase.

Segundo. Se pretende hacer un acercamiento a las propiedades estructurales del espacio a partir del trabajo activo con el tangram y las guías estructuradas. Se inicia con una exploración del material didáctico tangram en un proceso de creación de una figura libre posibilitando el proceso de comunicación en el que se rescata la necesidad de establecer un lenguaje común en el auditorio para emplearlo durante el taller. Se realiza una actividad de memoria visual, donde se pretende problematizar con respecto a nociones de carácter topológico que permiten desarrollar mejor el ejercicio y dirigirse al lenguaje geométrico que se pretende. A continuación, estas nociones topológicas se desarrollan en una guía estructurada en la que usando el tangram se hace énfasis en elementos como fronteras, regiones, separaciones, nociones de proximidad, coloreado de regiones entre otras, a partir del trabajo propositivo de los asistentes.

Posteriormente, se trabaja en torno a las relaciones métricas, que se establecen de acuerdo a las características del tangram, identificando una unidad de medida entre las piezas para trabajar las nociones de área y perímetro, que luego se aplican en la resolución de una situación problema que involucra además, la noción de proporción. Para terminar, se trabaja con las relaciones proyectivas buscando problematizar los diferentes niveles de percepción visual del auditorio a partir del uso de distintas guías estructuradas, resaltando que estas habilidades visuales son transversales al desarrollo del pensamiento espacial. Allí, se les propone a los asistentes construir una figura y dar las pautas para que los compañeros puedan diseñarla, teniendo en cuenta que durante el desarrollo del taller se ha elaborado un lenguaje común y se debe notar su evolución.

Tercero. Se realiza una reflexión frente al desarrollo de los niveles de pensamiento espacial de Van hiele durante el trabajo de las actividades mencionadas en el apartado anterior. Es importante resaltar que este proceso reflexivo y participativo se va dando en el discurso que los expositores y los asistentes van logrando durante el desarrollo de las actividades.

Cuarto. Se realiza una socialización con el auditorio buscando dejar la inquietud acerca de algunas actividades y materiales didácticos (tangram) que los docentes investigadores pueden usar en el aula de clase para que los estudiantes desarrollen competencias matemáticas; que son indispensables para moverse en el mundo y para lograr la comprensión del entorno, que será el resultado del proceso de aprendizaje de las distintas relaciones de tipo espacial, métrico y geométrico.

Referencias bibliográficas

- Boule, F. (1995). *Manipular, organizar y representar. Iniciación a las matemáticas*. Madrid. Ediciones Narcea S.A
- Dickson, L., Brown, M., & Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las Matemáticas*. Barcelona. Editorial Labor S.A.
- Godino, J., Ruíz, F. (2003). *Geometría y su didáctica para maestros*. Granada. Departamento de didáctica de la matemática.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998) *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá. Cooperativa editorial Magisterio.
- Silva, M. (1996) *La percepción visual en los primeros años del aprendizaje, según el programa Frostig*. México, D.F. Departamento de producción editorial de la ENEP Acatlán.
- Valenzuela, M. (2012) *Uso de materiales didácticos manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría*. Granada. Departamento de didáctica de la matemática.

Abaco “Sorobán”: Instrumento de representación y apropiación de procesos mentales

Garay Carrillo, Wilmer Mauricio - Fresneda Patiño, Edna Paola
wmgaraycarrillo@gmail.com - epfresnedap@gmail.com

Didáctica y Matemáticas, (Colombia)

Resumen

Este taller tiene como objetivo aportar a los docentes de matemáticas de educación básica y media, herramientas que contribuyan al desarrollo de habilidades y al reconocimiento de los procesos mentales que ponen en juego los estudiantes cuando se enfrentan a una tarea de cálculo usando el ábaco “Sorobán”. De esta manera, este material manipulativo se convierte en un instrumento de representación y apropiación de procesos mentales y además una herramienta valiosa y eficaz para desarrollar un sin número de habilidades matemáticas. El desarrollo del taller tiene un carácter teórico, lúdico y reflexivo, ya que a medida que se avanza en el desarrollo de algunos ejercicios con el material, se realizarán las sugerencias pertinentes de la manera como el docente puede sacarle provecho al uso del ábaco. Se espera aportar al proceso que realizan los docentes en el aula, de manera que se generen cambios positivos en sus prácticas pedagógicas.

Palabras clave: Ábaco Sorobán, representaciones mentales, prácticas constructivas, materiales didácticos.

1. Temáticas

Es una realidad que en la actualidad y específicamente hablando de prácticas pedagógicas en la clase de matemáticas, es importante la innovación continua de éstas por parte del docente con el propósito de generar interés en los estudiantes por el aprendizaje de las matemáticas. De ahí, la necesidad de generar e implementar nuevas herramientas que contribuyan a mejorar las prácticas. En este sentido, y de acuerdo a nuestra experiencia con el uso de materiales didácticos en el aula, es posible evidenciar que son una herramienta valiosa cuando se trata de potenciar y desarrollar habilidades básicas del pensamiento. De este modo, el ábaco “Sorobán” es una gran herramienta porque permite estimular, desarrollar y potenciar en los estudiantes habilidades como: concentración, agilidad mental, asociación de imágenes, analogías, psicomotricidad, entre otras. El desarrollo de estas habilidades toma importancia en la medida en que las personas que usan el ábaco “Sorobán” pueden reconocer o identificar los procesos mentales que se realizan al momento de resolver una situación numérica, una operación, un ejercicio, etc.

2. Objetivos

- Potenciar con el uso del ábaco “Sorobán” el desarrollo de habilidades básicas del pensamiento como concentración, memoria, agilidad mental, capacidad de análisis, capacidad de procesar información e incluso mejorar la velocidad de lectura.
- Resaltar la importancia de la implementación de materiales manipulables en el aula, ya que este tipo de iniciativas genera interés en los estudiantes por el aprendizaje de las matemáticas y genera cambios en el ambiente del aula de clase.
- Apoyar las prácticas pedagógicas de los docentes de matemáticas de educación básica y medida proporcionándoles herramientas y materiales manipulativos como el ábaco “Sorobán” que permiten reconocer los procesos mentales de los estudiantes cuando enfrentan una tarea.

3. Referentes teóricos

En el proceso de reformulación de las prácticas de los docentes de educación básica y media se requiere un trabajo investigativo constante que contribuya a enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de la clase de matemáticas. Estas prácticas tienen grandes cambios cuando el docente lleva a su clase estrategias que son novedosas y que generan interés en los estudiantes, lo que hace que ellos cambien su percepción hacia la clase y muestren mayor disposición por las actividades propuestas. Además, esto va a permitir cambiar el tipo de enseñanza en la que predominan tareas mecánicas (de memoria y rutina), lo que produce un aprendizaje basado en la memoria (Flores, P. y otros, 2011).

Por esta razón, los procesos de enseñanza-aprendizaje que se desarrollan en el aula de clase deben ser modificados y enfocados en la formación de estudiantes matemáticamente competentes, es decir, que aprendan a tomar decisiones, generen hábitos de aprendizaje, puedan desenvolverse en situaciones nuevas dentro y fuera del aula de clase (Flores, P. y otros, 2011). De esta manera, se deben proponer actividades de enseñanza que promuevan la participación activa del estudiante y donde puedan comunicar, argumentar, razonar, visualizar, proponer y discutir con otros compañeros, permitiendo el avance en el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático.

Este proceso se logra cuando el docente hace uso de materiales y recursos que alteran el modelo habitual de la clase y dan lugar al desarrollo de nuevas estrategias, ya que se posibilita que el estudiante resuelva situaciones problemáticas nuevas. La manipulación del material tiene una intención didáctica que es provocar el aprendizaje de conocimientos matemáticos de forma dinámica, por esto, el material debe ir acompañado de unas actividades bien diseñadas y que tengan unos objetivos específicos que susciten el aprendizaje (Flores, P. y otros, 2011). En este sentido, hacemos referencia al uso de materiales manipulativos, como aquellos objetos físicos y tangibles diseñados con un fin didáctico o de aprendizaje de un contenido matemático específico, que los estudiantes pueden manipular directamente con sus manos y tienen la posibilidad de intervenir y comprobar por sí mismos el resultado de sus acciones (Valenzuela, 2011).

Para el caso específico, el material manipulativo es el ábaco “Sorobán” que tiene su origen en el siglo XVI con una disposición 2-5, aunque a inicios del siglo XX tuvo una reestructuración quedando en disposición 1-4 que es la más adecuada al sistema decimal usado actualmente, lo que hace que sea el ábaco más evolucionado, permitiendo realizar los cálculos con mayor rapidez (Tejón, 2007). Además de ser un instrumento de cálculo, su uso habitual permite el desarrollo habilidades como la agilidad numérica, mejora la capacidad de concentración, el razonamiento lógico, la memoria, la agilidad mental, el procesamiento de información de forma ordenada y la atención visual, lo que permite que nuestro cerebro se mantenga activo (Tejón, 2007).

Ahora bien, teniendo en cuenta que en la escuela los estudiantes adquieren destrezas en las rutinas de cálculo con lápiz y papel por medio de algoritmos formales muchas veces sin comprender ni los conceptos ni el significado de las operaciones (MEN, 1998), el ábaco resulta ser un excelente instrumento de reflexión, representación y apropiación de los procesos mentales que desarrolla es estudiante cuando enfrenta una tarea de cálculo. De esta manera, las representaciones mentales son entendidas como una manera de interpretar y de pensar las situaciones de la realidad, siendo un proceso mental elaborado por las personas para darle mayor sentido a sus procesos de aprendizaje. Los procesos de construcción de las representaciones requieren de dos fuentes para explicitarlas: el lenguaje y las prácticas sociales (Arbeláez, M., 2002). De esta manera, a través del lenguaje el sujeto da cuenta de sus explicaciones del mundo, de sus comprensiones y predicciones, las cuales se han construido a través de prácticas sociales establecidas en su entorno (Arbeláez, M., 2002).

4. Propuesta de actividades

El desarrollo del taller tiene un carácter teórico, práctico y reflexivo puesto que a partir de los elementos teóricos que se pueden aportar, se espera la participación activa de los asistentes no sólo en los ejercicios que se realicen con el ábaco “Sorobán”, sino además con las reflexiones que se susciten en torno al reconocimiento de los procesos mentales que se ponen en juego al momento de enfrentarnos a una situación de cálculo. De esta manera, se

busca generar la inquietud en los asistentes acerca de cómo es posible modificar las prácticas pedagógicas en el aula de matemáticas. En este sentido, el desarrollo del taller tendrá cuatro momentos específicos.

Primero. Contextualización. En este momento se realiza una presentación general del taller y de lo que se quiere lograr con las actividades propuestas. Se resalta la importancia del uso de los materiales manipulativos en el aula de clase y la implicación que éstos tienen en el reconocimiento de los procesos mentales de los educandos cuando se enfrentan a una tarea de tipo matemático. De esta manera, se presenta formalmente el ábaco “Sorobán”, que para este caso específico, es el material didáctico que nos permite reflexionar acerca de esos procesos mentales que realizamos cuando trabajamos cálculo mental.

Segundo. Reconocimiento del ábaco. Dado que ya se ha hecho una introducción al trabajo que se quiere realizar y teniendo en cuenta que el material didáctico usado es el ábaco, es necesario conocerlo, identificar sus partes, la ubicación de las cuentas y la manera correcta en que debemos utilizarlo para realizar los cálculos de forma rápida, entre otros aspectos que son fundamentales para desarrollar la habilidad en el manejo de este material. Esto teniendo en cuenta, que si se hace un buen reconocimiento de este valioso instrumento de cálculo y se genera un hábito continuo de trabajo es posible desarrollar distintas habilidades de pensamiento matemático. Aquí, se trabaja el conteo, la escritura y lectura de diferentes cantidades que nos permitirá el reconocimiento de la ubicación de las cuentas en el ábaco.

Tercero. Habilidades de cálculo mental. Teniendo en cuenta que los asistentes ya tienen un reconocimiento y un manejo inicial del ábaco, se trabaja el desarrollo de operaciones aritméticas básicas con cantidades pequeñas. Dependiendo del progreso que logren los asistentes es posible avanzar al desarrollo de operaciones complejas con cantidades más grandes. Es importante tener en cuenta que sólo el trabajo continuo, permanente, persistente y disciplinado permitirá una eficiencia y velocidad en los procesos de cálculo. Además, es necesario resaltar que no sólo se hará énfasis en el desarrollo de habilidades de cálculo, sino además en las representaciones mentales que nos permite realizar el ábaco “Sorobán” cuando enfrentamos una situación u operación matemática.

Cuarto. Socialización. En este momento se realiza una socialización con el auditorio buscando identificar si se lograron los objetivos propuestos para el taller. Se deja la inquietud acerca de la importancia de usar materiales manipulativos en el aula de clase, para potenciar el proceso de aprendizaje de los estudiantes y mejorar las prácticas pedagógicas en la clase de matemáticas. Además, se pretende generar interés en el auditorio por el uso del ábaco “Sorobán” como instrumento de representación de procesos mentales cuando los estudiantes se enfrentan a situaciones de cálculo mental y que permiten a su vez potenciar habilidades de tipo matemático.

Referencias bibliográficas

- Arbeláez, M. (2002) Las representaciones mentales. *Revista de ciencias humanas No. 29*. Pereira, Colombia.
- Flores, P., Lupiáñez, J., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Ministerio de Educación Nacional, (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá. Cooperativa Editorial del Magisterio.
- Tejón, F. (2007). *Manual de uso del ábaco japonés Sorobán. Ponferrada-España*. Editerio Krayono. Disponible en: <http://eib.sep.gob.mx/abacos/manualsoroban.pdf>
- Valenzuela, M. (2012). *Uso de materiales didácticos manipulativos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría*. Granada. Departamento de didáctico de la matemática.

¿A qué le suenan las matemáticas?

López Roa, Leidy Ximena

leidyximena.lopez@ulagrancolombia.edu.co

Universidad La Gran Colombia, (Colombia)

Resumen

Ante el evidente desinterés que manifiestan hoy en día los jóvenes colombianos por el estudio de las matemáticas, esta propuesta reúne el gusto que produce la música, la posibilidad que nos permiten algunos programas para representar líneas melódicas, y la necesidad de implementar nuevas y mejores estrategias, que permitan el rediseño de los planes curriculares de matemáticas, todo lo anterior, en el estudio del concepto de función, a partir de la modelación matemática de líneas melódicas.

En dicha propuesta, se explora cómo una sucesión de sonidos a través del tiempo combinando alturas y ritmo (melodía), puede ser modelada por un tipo específico de función y cómo la representación gráfica de algunas funciones determina cierto tipo de sucesión de sonidos. Podría usted imaginar: ¿cómo sonaría una función lineal o cuadrática?, ¿o las características de una función que represente la estructura musical de una cumbia, un himno o su canción favorita?

Palabras clave: TIC, Música, Funciones, Modelación.

1. Temáticas

- Estrategias didácticas en miras a un rediseño curricular en matemáticas que reconozca las habilidades innatas de los estudiantes en torno a la tecnología.
- Modelación de líneas melódicas con el software bar-graphs score.
- Concepto de función a partir de la definición de línea melódica.

2. Objetivos

Objetivo General:

Presentar una estrategia para el aprendizaje del concepto de función, a partir de la modelación matemática de líneas melódicas.

Objetivos Específicos:

- Identificar características de funciones a partir de líneas melódicas dadas.
- Emplear el programa bar-graphs score y Finale para reproducir la línea melódica a partir de la representación gráfica de una función dada.

3. Referentes teóricos

Sin duda alguna, el concepto de función es uno de los conceptos más importantes en la formación de cualquier persona interesada en el estudio de las matemáticas.

Las funciones entendidas como leyes que asocian a cada objeto de un determinado conjunto X uno y sólo un elemento de un conjunto Y (Apostol, 1990) fueron mencionadas inicialmente en 1637 (discurso del método) por el matemático y filósofo Rene Descartes, para designar una potencia x^n de la variable x ; y hacen su aparición en los currículos de los principios y estándares para la educación matemática del *National Council of Teachers of Mathematics*, (NCTM), dentro de los contenidos matemáticos referentes a Álgebra a partir de 1989 y en la serie de lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional de Colombia a partir de 1998, dentro de los núcleos conceptuales referentes al pensamiento variacional y sistemas algebraicos analíticos, (MEN 1998). Más tarde en los Estándares Básicos de Competencias en matemáticas se recalcaría su importancia en los currículos dentro de uno de los cinco procesos generales de la actividad matemática: La modelación (MEN, 2006).

Al respecto, Eisenberg (1992) señala que la función es un concepto crucial en la comprensión de las matemáticas y que uno de los principales objetivos

del currículo es desarrollar en los estudiantes una sensibilidad para las funciones. Su importancia entonces radica en la gran cantidad de aplicaciones prácticas que tienen debido a la representación que se pueden hacer de fenómenos naturales en torno al cambio entre las magnitudes que intervienen.

Según lo anterior y dada la importancia que tiene el concepto de función dentro del currículo escolar y en general en la formación matemática, se propone una estrategia para la introducción al estudio de funciones a partir de líneas melódicas. En dicha propuesta se logra una interconexión entre el ya mencionado concepto de función y algunos conceptos propios de música tales como: figura musical, ritmo, notas.

4. Propuesta de actividades

Parte 1: ¿Sabías que el orden de los factores si alteran el resultado en la música?

Objetivo: identificación y exploración de los conceptos básicos de la música: melodía, ritmo, sonido, empleo del concepto fracción en la clasificación de las figuras rítmicas. Ver figura 1.

Tiempo estimado: 40 min.

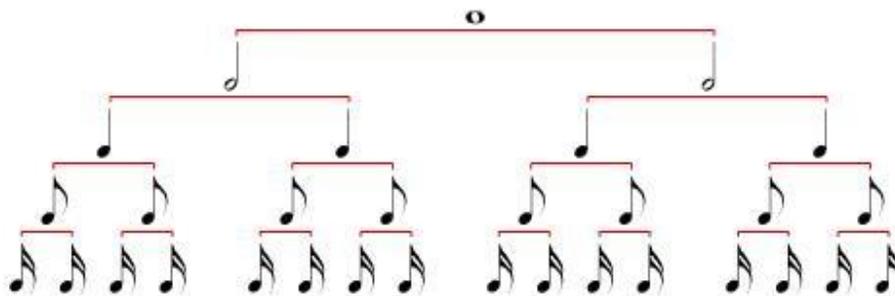


Figura 1. Pirámide las figuras musicales

Parte 2: ¿Es Do Re Mi una función lineal?

Objetivos: reconocimiento y generación de líneas melódicas en el software de bar-graphs score, identificación de funciones durante la reproducción de una línea melódica. Ver figuras 2, 3, y 4.

Tiempo: 40 min.

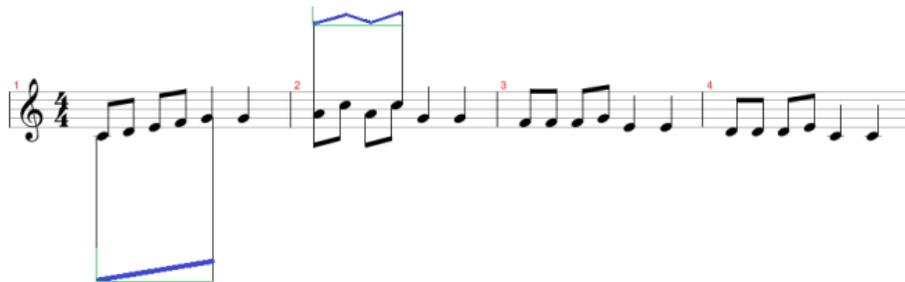


Figura 2. Funciones en el pentagrama



Figura 3. Función lineal en pentagrama

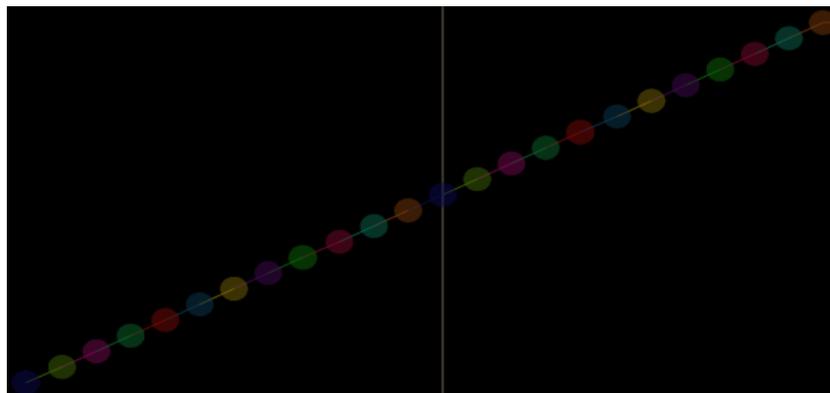


Figura 4. Representación de Función lineal realizada en bar-graphs score

Referencias bibliográficas

Apostol, T. (1990). *Calculus*. Vol.1. Barcelona: Reverté.

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Matemáticas. Lineamientos curriculares*. MEN. Bogotá.

Ministerio de Educación. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Colombia: Colombia Aprende.

Eisenberg, T. (1992). On the Development of a Sense for Functions, The Concept of Function, Aspects of Epistemology and Pedagogy, G. Harel and E. Dubinsky (Eds.), *MAA Notes Volume 25*, 153 - 174.

Descartes, R (1637). *Discurso del método*, Trad. de Arnau Gras, H.; ed Alhambra, Madrid 1987.

Maestros aprendiendo juntos a planear y a desarrollar competencias

Angulo, Leidy - Reyes, Aura - Triana, Kelly - Aristizábal, Andrea
leidydianguloramos@gmail.com – emelinareyes.55@gmail.com
kelly triana@gmail.com
Universidad Autónoma de Colombia

Resumen

Durante las dos últimas décadas en Colombia se ha escuchado constantemente el eslogan “educación de calidad para todos”, a pesar de los esfuerzos realizados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), los resultados presentados por el Programa de Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA), de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OECD), permiten ver que no se ha logrado desarrollar en los estudiantes del país una competencia matemática de alto nivel. Un factor que puede influir en el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes es la coherencia entre los fundamentos que orientan la prueba PISA, los documentos oficiales que reglamentan la enseñanza de la matemática en el país y los planes de estudio que se proponen en las instituciones. En el presente trabajo se propone un taller para profesores para elaboración de unidades didácticas en las que se incluyan habilidades, contenidos y contextos, elementos claves de las competencias matemáticas y que es fundamental en el marco PISA.

Palabras clave: Currículo, Prueba PISA matemáticas, Competencias matemáticas, Unidad didáctica.

1. Propósito

El interés del taller “Maestros aprendiendo juntos a planear y a desarrollar competencias” es dar a conocer consideraciones teóricas y prácticas que aporten a los docentes, en la planeación curricular, a través de unidades didácticas que tengan coherencia con los referentes curriculares y propósitos educativos sugeridos en documentos tales como, metas educativas 2021, plan decenal de educación 2006-2016, estándares básicos de competencias matemáticas, marco teórico PISA, proyectos educativos institucionales y programas de área.

2. Referentes teóricos

Los referentes que se presentan a continuación son la base fundamental con la que se estructura la propuesta realizada, buscando con ellos atender a lo que sugiere el Ministerio de Educación Nacional (MEN), según el cual, el Proyecto Educativo Institucional es la carta de navegación de las escuelas y colegios en la que se expresa la forma en que cada institución buscará cumplir con los fines de la educación propuestas por la ley como lo indica el artículo 14 del decreto 1860 de 1994. Además, atendiendo a que los programas de cada materia, área o campo de pensamiento deben responder a lo propuesto por los PEI institucionales de la misma manera que lo deben hacer las planeaciones y prácticas de los docentes. Se muestran los fines y metas educativos a los que la propuesta busca responder, algunas referencias sobre el programa para la evaluación internacional, fundamentos de los lineamientos y estándares curriculares del Ministerios de Educación Nacional y finalmente algunas consideraciones sobre el currículo y en particular el currículo de matemáticas.

Metas educativas 2021

Las metas educativas 2021 “la educación que queremos para la generación del bicentenario” presenta el consenso de los países iberoamericanos relacionado con la educación, que tiene como objetivo final:

“Lograr a lo largo del próximo decenio una educación que dé respuesta satisfactoria a demandas sociales inaplazables: lograr que más alumnos estudien, durante más tiempo, con una oferta de calidad reconocida, equitativa e inclusiva y en la que participe la gran mayoría de las instituciones y sectores de la sociedad. Existe, pues, el convencimiento de que la educación es la estrategia fundamental para avanzar en la cohesión y en la inclusión social.”. (OEI, 2010).

A partir del análisis de la situación actual de los países y sus necesidades culturales y sociales presentan once metas educativas con sus respectivos indicadores a partir de los cuales cada país será evaluado en el avance, a través del tiempo. La meta educativa octava es de especial interés en éste trabajo: *Fortalecer la profesión docente*. Así como su correspondiente meta específica 21: *Favorecer la capacitación continua y el desarrollo de la carrera profesional docente*.

Currículo

La investigación tiene en cuenta las definiciones dadas al currículo de Stenhouse (1981): “El currículo es una tentativa para comunicar los principios y rasgos esenciales de un propósito educativo, de forma tal que permanezca abierto a discusión crítica y pueda ser trasladado efectivamente a la práctica” (p.29). Por su parte Coll (1987) propone:

“Entendemos por currículo el proyecto que preside las actividades educativas escolares, precisa sus intenciones y proporciona guías de acción adecuadas y útiles para los profesores que tienen la responsabilidad directa de su ejecución”(p.31).

Es decir que el currículo toma las demandas de la sociedad y ejerce la función de regulador, deberá portar bases y principios generales como la justificación, la planificación y la evaluación de un proyecto educativo institucional y será un orientador en la práctica escolar.

Currículo de matemáticas

Este trabajo toma como referencia el trabajo desarrollado por Rico (1997) en relación que busca dar respuesta a cuestiones como ¿Qué es y en qué consiste el conocimiento matemático? ¿Qué es el aprendizaje? ¿Qué se

enseña? ¿Para qué sirve el conocimiento? las que dan lugar a muchos otros cuestionamientos; a partir estas cuestiones ontológicas se permite establecer cuatro dimensiones por medio de las cuales se organizan los niveles de reflexión curricular: entre ellas están la Cultural, la Cognitiva o de desarrollo, la Ética y la Social.

Lineamientos curriculares de matemáticas y estándares básicos de competencias matemáticas

El Ministerio de Educación Nacional (MEN), en el documento de los Lineamientos curriculares de matemáticas (1998), y en los Estándares básicos de matemáticas (2003), presenta una propuesta curricular con nuevos fundamentos teóricos y prácticos con la intención de actualizar y modificar las estructuras de los currículos de la educación matemática en el país, respetando la autonomía de cada proyecto educativo institucional. Por medio de estos documentos el MEN busca orientar y establecer criterios nacionales sobre las estructuras curriculares en función de la formación y el desarrollo integral de las personas de acuerdo con los contextos específicos y las demandas socioculturales de la constante transformación y cambio del mundo moderno. A través, de propuestas fundamentadas, estructuradas, con seguimiento y evaluación.

Competencia matemática en PISA

Es de interés para el presente trabajo, la definición propuesta en PISA 2012 de competencia matemática, dado que el programa PISA es uno de los de mayor impacto a nivel internacional usado por diferentes naciones para buscar caminos hacia la mejora de la educación:

“la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Ayuda a los individuos a reconocer el papel que las matemáticas desempeñan en el mundo y a emitir los juicios y las decisiones bien fundadas que los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos necesitan.” (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte España, 2013, p.9).

No solo es pertinente tener en cuenta la definición de competencia matemática según PISA sino es necesario reflexionar sobre los resultados obtenidos por Colombia y el significado de los mismos, veamos: En Colombia el 0.3% de los jóvenes evaluados alcanza los niveles 5 y 6, el 73,8% de los estudiantes no alcanza el nivel dos, ubicándose el 50% en el nivel 1, el que corresponde a quienes saben responder a preguntas relacionadas con contextos que les son conocidos, en los que está presente toda la información pertinente y las preguntas están claramente definidas. Son capaces de identificar la información y llevar a cabo procedimientos rutinarios siguiendo unas instrucciones directas en situaciones explícitas. Pueden realizar acciones obvias que se deducen inmediatamente de los estímulos presentados, estos datos muestran un bajo nivel en la calidad de la educación y ratifica la necesidad de focalizar esfuerzos para transformarla, ya que

“Basados en la evidencia recogida por distintos estudios con datos de PISA, es posible proyectar que con alta probabilidad los estudiantes en niveles 1 y 2 tendrán dificultades para seguir aprendiendo Matemática, usarla constructivamente en su trabajo y aportar conocimiento a su sociedad en el futuro”. (Mineduc, 2014, p.22).

3. Propuesta de Actividades

<p>Parte 1: Fundamentación y sensibilización. Propósito: Informar y formar sobre los fundamentos de la formación matemática a los docentes en formación y en ejercicio.</p> <p>Reflexionar y pensar sobre la importancia de tener en cuenta referentes como metas educacionales, plan decenal de educación, marco PISA, estándares, PEI, y planes de área al momento de realizar la planeación.</p>	<p>Parte 2: Elementos a considerar en el programa de área de matemáticas. Propósito: Identificar los aspectos que los docentes consideran en la planificación.</p> <p>A partir de la siguiente pregunta: Cuando planea una temática de matemáticas, ¿Qué aspectos considera en orden de relevancia? Se debatirá sobre el orden más apropiado según los referentes teóricos propuestos.</p>
--	---

<p>Parte 3: Aprender haciendo. Propósito: Evidenciar una forma en que es posible organizar secuencias didácticas en función de la malla curricular.</p> <p>Presentación de malla en función de: <i>Competencia: habilidad + contenido.</i></p> <p>Construcción por parte de los docentes de una secuencia didáctica teniendo en cuenta el análisis de las habilidades que se relacionan a un contenido dado.</p>	<p>Parte 4: Consolidación de la planificación.</p> <p>Propósito: Diseñar una unidad didáctica a partir de un modelo propuesto.</p> <p>Durante ésta última parte, se socializarán las propuestas realizadas por los docentes y se evaluarán en relación a la coherencia con los referentes presentados, los posibles beneficios para la enseñanza y la posibilidad real de aplicación.</p>
--	---

Referencias bibliográficas

- Ministerio de Educación Nacional. (2003). *Estándares Básicos de Matemáticas*, Bogotá, Colombia.
- Ministerio de Educación de Chile. (2012). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012*, Recuperado de https://s3-us-west-2.amazonaws.com/documentos-web/Estudios+Internacionales/PISA/Informe_Nacional_Resultados_Chile_PISA_2012.pdf
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte de España. (2012). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012*. Recuperado de <http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/marcopisa2012.pdf?documentId=0901e72b8177328d>
- OECD (2012). *PISA 2012. Results in Focus. Technical report, OECD*, Programme for International Student Assessment.
- Rico, L. (Coord.) et., al. (1997). *La educación matemática en la enseñanza*. Barcelona: Horsori, 1997, Cap. III, p.61-94.
- Rico, L. (1997). *Currículo de matemáticas en educación secundaria*. Bases teóricas. Madrid, España
- Stenhouse, L. (1981). *Investigación y desarrollo del curriculum*. Madrid, España: Ediciones Morata.

Astronomía en la escuela

Zárate Rodríguez, María Cristina – Torres Duarte, José

kriszarate@gmail.com - jotorresd@udistrital.edu.co

INEM Francisco de Paula Santander, (Colombia)

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

Este taller tiene como propósito dar un ejemplo de actividad de iniciación a la astronomía desde el aula de matemáticas. En dicha actividad se parte de la pregunta: ¿A qué signo zodiacal perteneces? ¿Sabes por qué? Estas preguntas quieren servir de pretexto para ir de la cotidiana acción de leer el horóscopo; según el signo zodiacal, para pasar a conocer de constelaciones en general, de la carta celeste, la eclíptica y por supuesto, el significado astronómico de las constelaciones del zodiaco.

En el taller se construirá la carta celeste, se aprenderá a orientarla según los puntos cardinales, se explicará cómo funciona y finalmente se explicará la importancia de las constelaciones del zodiaco desde el punto de vista astronómico.



[Regresar al índice general](#)

Encuentro Distrital de Educación Matemática **EDEM**

Índice de esta sección

Cursos invitados

Geogebra para principiantes.....	214
La formación de profesores y la diversidad en el aula de matemáticas	216
Procesos de objetivación en los pensamientos algebraico, multiplicativo y aditivo.....	221
Una aproximación al precálculo que favorezca el desarrollo del pensamiento variacional.....	231
Enunciado de un teorema:	235
¿Único componente de su significado?.....	235
Desarrollo del pensamiento algebraico temprano.....	236



Segundo Encuentro

Transformaciones, retos y desafíos del diseño y desarrollo curricular de matemáticas en Bogotá

Memorias

Bogotá, agosto 27, 28 y 29 de 2015

Geogebra para principiantes

Carranza, Edwin

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

Este taller tiene el objetivo de mostrar algunos elementos básicos del software Geogebra para ser incorporado como una herramienta tecnológica que permita enriquecer y fortalecer el aprendizaje de las matemáticas. El taller tendrá tres momentos; el primero, abarcará elementos de la geometría dinámica abarcando desde el manejo de objetos geométricos hasta propiedades de éstos; el segundo momento, será destinado a álgebra haciendo uso de la instrucción de secuencia y manejo de funciones; y finalmente el tercer momento, se hablará del uso de la hoja de cálculo y el cálculo simbólico.

Palabras clave: Geogebra, Fluidez representacional

1. Temáticas

Tópicos de geometría dinámica, secuencias y hojas de cálculo.

2. Objetivos

Se espera que el taller dé luces a los participantes acerca del uso del software Geogebra y lo vean como una herramienta para ser incorporada en el aula.

3. Propuesta de actividades

Primer Momento: Geometría Dinámica

El potencial de los software de Geometría Dinámica radica en la versatilidad que tienen para darle vida y movimiento a los objetos geométricos y con ello descubrir propiedades que desde la Geometría Estática es difícil evidenciar.

Las actividades son:

- Realización de un applet que ayude a la clasificación de los triángulos según sus ángulos y según sus lados.
- Actividad de construcción geométrica de algunos objetos.

Segundo Momento: Álgebra

Los elementos analíticos que presenta Geogebra lo ubican no solo en un software de Geometría Dinámica sino es uno de Matemática Dinámica, la interacción de las variables y demás instancias que refuerzan la versatilidad del software hacen que la fluidez representacional sea evidenciable y por ende digna de ser llevada al aula.

Las actividades son:

- Uso de secuencias para la ayuda de la generalización.
- Uso de la funciones y los deslizadores.

Tercer Momento: Hoja de cálculo y Cálculo simbólico.

El uso de Hojas de Cálculo y Cálculo Simbólico muestra aún más una herramienta que permite la fluidez representacional de diferentes entornos.

Las actividades son:

- Uso de la hoja de cálculo.
- Uso de la vista de Cálculo Simbólico y su diferencia con otras vistas.

La formación de profesores y la diversidad en el aula de matemáticas

Castro, Claudia - Gil, Diana - Torres, Elizabeth
mathclaudiacastro@yahoo.com- dianagilchaves@yahoo.es-
elizatorrespuentes@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

Las aulas de nuestras escuelas son diversas porque allí asisten estudiantes de diferentes etnias o culturas, algunos con discapacidad, y otros con dificultades para seguir el ritmo del más adelantado. Por ello, el profesor de matemáticas debe considerar algunos criterios para que su clase acoja esa diversidad y los estudiantes comprendan y transformen su realidad con ayuda de las matemáticas que aprenden en la escuela. Este curso tiene el propósito de brindar a los asistentes un espacio de conocimiento de algunas estrategias para el diseño, gestión y evaluación de actividades para la enseñanza de objetos matemáticos, que garanticen la atención y respeto por la diversidad del alumnado. La metodología será tipo taller, busca que los asistentes puedan confrontar aspectos teóricos con algunas situaciones reales del contexto del aula, que les permita reflexionar sobre su práctica y que contribuya a reconocer una educación matemática para todos.

Palabras clave: Diseño, Gestión, Evaluación, Diversidad.

1. Temáticas

La formación de los docentes, en general requiere de habilidades para reconocer las particularidades que tienen los estudiantes que se encuentran en aula de matemáticas; decidir sobre lo que se debe aprender; el tipo de

actividades a desarrollar; la organización de las actividades y las formas de evaluación, de tal manera que se logre un aprendizaje significativo y poder reflexionar, a partir de la evaluación, sobre lo que aprendieron los estudiantes y las posibilidades de mejorar la práctica como profesores en el aula. En ese sentido, consideramos que un profesor de matemáticas debe tener dominio en el diseño, gestión y evaluación de actividades de tipo inclusivo, para que se garantice el derecho a la educación.

2. Objetivo

Brindar elementos teóricos y prácticos para el diseño, gestión y evaluación de actividades para el aprendizaje de objetos matemáticos, teniendo en cuenta las diversas manifestaciones que se encuentran en el aula de matemáticas.

3. Referentes teóricos básicos

La matemática es considerada como una de las áreas que más genera en los estudiantes frustración, poca motivación y mínimo desarrollo de reflexión y análisis. Varios estudios muestran que esto se debe, principalmente, a que los métodos usados por la mayoría de los profesores, están centrados en la memorización y repetición de procesos. Alsina y Planas (2008) afirman que el fracaso escolar y la urgencia de atención a la diversidad, entre otras problemáticas, reclaman un proceso de organización de la educación matemática (Castro, Torres y Gil, 2015).

La invitación en este curso es reflexionar sobre la necesidad de cambio de métodos repetitivos por métodos centrados en la indagación; la manipulación de recursos didácticos que permitan deducir propiedades y relaciones; el planteamiento de situaciones que despierten el interés en los estudiantes, pero sobre todo el desarrollo de la conciencia del maestro en el acogimiento a la diversidad.

Consideramos tres tareas básicas del profesor de matemáticas que resignifican su conocimiento de las matemáticas, su didáctica y manejo de

los contextos donde se construyen ambientes de aprendizaje fortalecidos en las mediaciones semióticas que favorecen el aprendizaje de todos y con todos. En los referentes curriculares con incorporación de tecnologías para la formación del profesorado de matemáticas en y para la diversidad (León et al, 2014), se consideran dos instrumentos de mediación para las matemáticas:

- *Conceptuales, provenientes de la didáctica de las matemáticas y de las matemáticas escolares.*
- *Físicos, como las tecnologías digitales o los llamados materiales, recursos y artefactos didácticos (p.146).*

De acuerdo con lo anterior y en consonancia con León et al (2014), la formación de profesores en y para la diversidad requiere de profesionales que logren relaciones entre la matemática, la cultura y los grupos sociales, en este sentido, el curso versará sobre los tres elementos de formación de profesores en ambientes de diversidad expuestos en los referentes antes mencionados y representados en la figura 1.

Diseños aplicables a múltiples ambientes, a través de la reflexión didáctica continua sobre la selección de diversas formas para la expresión; la selección de múltiples herramientas para la explotación de los objetos de la dialéctica de la matemática; la selección de múltiples formas para la interacción sobre los objetos didácticos de los estudiantes para profesor; la selección de un conjunto coordinado de actividades y dispositivos didácticos que permiten la coexistencia de los tres tipos de razonamientos fundamentales en la experiencia matemática: la abducción y la deducción; la organización de formas de articular elementos para configurar dispositivos que instalan ambientes de aprendizaje que desarrollen experiencias matemáticas entre poblaciones diversas de estudiantes (Fase pre-activa).

Gestión de los ambientes didácticos para el desarrollo de competencias relacionadas con experiencias matemáticas que desarrollan una forma matemática de ver el mundo en los aprendices escolares; procesos matemáticos que constituyen habilidades en los aprendices escolares para la exploración matemática de las situaciones; procesos sociales, culturales y lingüísticos que desarrollan formas de ser y de aprender sobre el mundo desde una perspectiva matemática; uso de tecnologías para explorar de una manera matemática las situaciones y para expresar lo que reflexiona en las exploraciones (Fase activa).

Evaluación de los currículos y actividades diseñadas, de la gestión dentro y fuera del aula, con alumnos, con padres de familia y con autoridades, así como de otros procesos presentes en el acto educativo; con la idea de planificar futuras intervenciones, modificar los diseños aplicados y la forma de gestionar algunas situaciones. Desarrollando conocimiento didáctico sobre: la matemática escolar y las experiencias que la desarrollan; la matemática escolar y los procesos que requiere; la matemática escolar y la formación de una perspectiva matemática en sus protagonistas; la matemática escolar y el desarrollo de experiencias matemáticas con todos; la matemática escolar y las tecnologías que permiten las experiencias matemáticas de las poblaciones diversas; las condiciones de las poblaciones y sus potenciales para el desarrollo matemático; el potencial de la interacción en la constitución de la identidad. (Fase post-activa).

Figura 1. Elementos para formar profesores en ambientes de diversidad. Tomado de Referentes Curriculares con incorporación de tecnologías para la formación de profesorado de matemáticas en y para la diversidad (León et al, 2014. p.128).

4. Propuesta de actividades

El curso está organizado para tres sesiones, en relación con cada una de los elementos para formar profesores en ambientes de diversidad:

Sesiones	Tareas de profesor	Actividades
Sesión I	Herramientas para el diseño de actividades de tipo inclusivo	Criterios para la toma de decisiones en el diseño de actividades: - Finalidades/objetivos. - Contenidos - Selección y secuenciación de actividades - Selección y secuenciación de actividades
Sesión II	Herramientas para la gestión de actividades de tipo inclusivo	Criterios para la organización y gestión en el aula: Gestión del conocimiento Gestión de los recursos Gestión del tiempo/espacio
Sesión III	Herramientas para la evaluación de actividades de tipo inclusivo	Criterios para la identificación de aprendizajes: Evaluación inicial Evaluación formativa Evaluación sumativa

Se pretende que los asistentes reconozcan elementos teóricos básicos y la vez los puedan experimentar y poner en práctica. En este sentido, se reflexionará a cerca de una educación matemática inclusiva, Castro, Torres y Gil (2015) aseguran que para lograrla se debe tener en cuenta el respeto por la diferencia; adecuaciones curriculares; estrategias pedagógicas y una formación de profesores que hagan posibles la realización de los aspectos mencionados.

Referencias bibliográficas

- Castro, C. Torres, E. y Gil, D. (2015). El compromiso de la escuela y la universidad por la educación matemática inclusiva. *Cuadernos de la Maestría en Docencia e Investigación Universitaria*. Tomo I. Pág. 15-27. Universidad Sergio Arboleda. Bogotá.
- León, O. (Ed.) (2014). *Referentes curriculares con incorporación de tecnologías para la formación del profesorado de matemáticas en y para la diversidad*. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Procesos de objetivación en los pensamientos algebraico, multiplicativo y aditivo

Gómez, John – Mojica, Javier – Pantano, Oscar
johngomezt@gmail.com – javiermojicav@hotmail.com
leonardopantanom@gmail.com

Secretaría de Educación Distrital, (Colombia)

Universidad La Gran Colombia, (Colombia)

Universidad Konrand Lorenz, (Colombia)

Resumen

Se plantea un curso teórico práctico para docentes investigadores que tiene como objetivo principal contribuir a ampliar la mirada de los signos que dan cuenta del pensamiento matemático, particularmente en la resolución de tareas en contextos algebraicos, aditivos y multiplicativos. Para tal fin se utilizará el análisis realizado de la actividad matemática de un grupo de estudiantes colombianos cuando resuelven tareas asociadas a la generalización de patrones y a tareas de tipo aditivo y multiplicativo. Tales tareas hacen parte de los trabajos de maestría de los cursillistas Gómez (2013), Mojica (2014) y Pantano (2014). El propósito del curso se capitaliza al proponer a los asistentes un ejercicio de análisis de la actividad matemática de un grupo de estudiantes cuando resuelven tareas inmersas en los contextos ya mencionados. Para tal fin se usan algunos elementos de la teoría cultural de la objetivación como categorías de análisis.

Palabras clave: Teoría de la Objetivación, Semiótica Cultural, Pensamiento algebraico, Pensamiento aditivo, Pensamiento multiplicativo.

1. Temáticas

La temática principal del curso se inscribe en la perspectiva semiótica cultural de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas propuesta por Radford (2006) en la *Teoría Cultural de la Objetivación* (TCO). Dentro de esta perspectiva se resalta la importancia de reconocer en la actividad matemática de los estudiantes una serie de acciones ligadas al uso de artefactos y signos tales como gestos, expresiones lingüísticas y movimientos corpóreos. Dichas acciones, según Radford (2006, 2008), dan cuenta del desarrollo del pensamiento matemático y paradójicamente suelen ser ignoradas por la mayoría de los profesores de matemáticas. No obstante, algunos investigadores se han interesado por estudiar estas acciones que permiten reconocer la manifestación y evolución del pensamiento matemático, centrando su interés en la identificación de estas acciones movilizadas por los estudiantes al resolver tareas en contextos algebraicos y recientemente esta teoría ha sido abordada en otros contextos diferentes al algebraico, como por ejemplo en el contexto de lo multiplicativo y de lo aditivo.

2. Objetivo

El objetivo es reflexionar sobre el desarrollo del pensamiento matemático desde una perspectiva semiótica cultural, a través del análisis de algunos ejemplos en los cuales se puede evidenciar la manifestación y evolución del pensamiento matemático por medio de las acciones desplegadas, por los estudiantes, cuando se involucran en la Labor de resolver tareas de tipo algebraico, multiplicativo y aditivo. En dichas acciones es posible reconocer y analizar los signos utilizados por los alumnos así como las expresiones lingüísticas y corporales movilizadas por ellos.

3. Referentes teóricos básicos

Situados en una aproximación sociocultural del aprendizaje de las matemáticas, en la cual asumimos los preceptos de la perspectiva histórico

cultural y puntualmente en la Teoría Cultural de la Objetivación (TCO) (Radford, 2006a, 2013a, 2014); será necesario considerar los aspectos fundantes de la teoría y la manera en que éstos tienen su aparición en el escenario educativo. La TCO, como teoría de orden fenomenológico (Radford, 2014) intenta dar cuenta de los procesos de enseñanza aprendizaje planteados como procesos histórico culturales que son considerados desde una postura filosófica a partir de los planteamientos hegelianos del materialismo dialéctico. En tal sentido la TCO considera la terna: general, individual y particular, como marco explicativo de las maneras en que conocemos o elaboramos significados de los objetos de nuestra cultura a través de la actividad o labor (el particular) que media entre ese saber (general) y las instancias o actualizaciones que hacemos del mismo (individual). Ver figura 1.

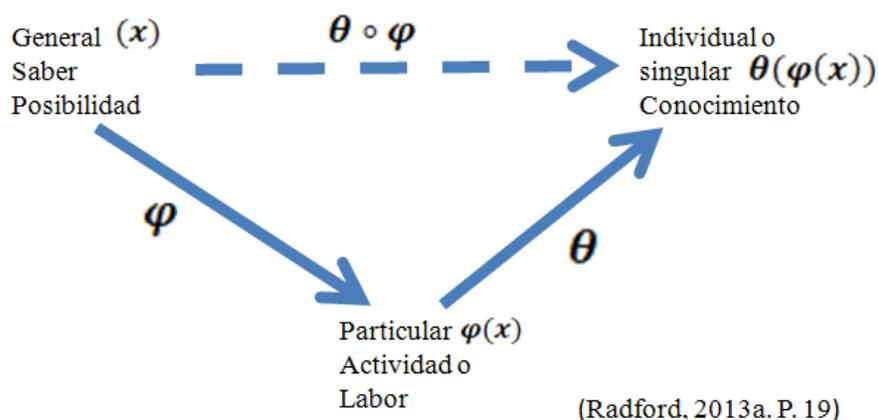


Figura 1. Postura filosófica de la TCO desde una postura Hegeliana

Radford (2013a) nomina las relaciones de esta terna. Con la relación φ refiere a nuestras intenciones pedagógicas, aquellas que son consideradas en el diseño de tareas, en las cuales debe considerarse el objeto, el objetivo y el tipo de tareas con las cuales se pretende instanciar o actualizar el saber.

La relación θ define las posibles ocurrencias de la actividad o labor como un único e irrepetible evento que puede tomar distintas formas según sea la relación φ , que transita por estados en los cuales se desarrolla la actividad o labor.

Para explicitar las anteriores relaciones y las maneras en que operan dentro de la teoría, a continuación esbozamos los principios fundamentales que son considerados como dimensiones: Dimensión ontológica (el saber), dimensión epistemológica (el conocimiento), dimensión educativa (la enseñanza-aprendizaje) y la dimensión ética (el individuo). Adicionalmente la teoría acude a dos categorías conceptuales fundamentales. Radford (2014) señala que el principio fundamental de la teoría es la idea de labor:

El principio central de la teoría de la objetivación está basado en el materialismo dialéctico hegeliano y su idea fundamental de la constitución dinámica y recíproca entre ser y cultura. Los individuos crean la cultura y la cultura crea sus individuos. Para Hegel (2001), la mutua constitución de los individuos y la cultura ocurre en la labor o trabajo (p.137).

Por otro lado, en esta teoría se amplía la idea de *signo*, no sólo como medio de representación de los objetos matemáticos sino también como elemento constitutivo del pensamiento y de la actividad, introduciendo así el concepto de *Medio Semiótico de Objetivación* entendido como un recurso que intenta comunicar algo, que hace evidente una intención. Un ejemplo de esto lo constituyen aquellos objetos, herramientas, recursos lingüísticos y señales que utilizan intencionalmente las personas en la construcción social de significados, con el propósito de lograr una conciencia estable, hacer evidente una intención y realizar una serie de acciones para alcanzar el objetivo con el cual se encuentra impregnada la actividad matemática de los estudiantes. Para Radford (2010a, 2010b) los medios semióticos de objetivación no son únicamente herramientas por medio de las cuales manipulamos el mundo, sino mediadores de los actos intencionales, portadores de una conciencia histórica construida a partir de la actividad cognitiva de las generaciones precedentes. De acuerdo con Radford (2010b), los medios semióticos de objetivación estratifican el objeto matemático en niveles de generalidad de acuerdo con la actividad reflexiva que ellos median.

De acuerdo con Radford (2006a, 2006b, 2008, 2010), D'Amore (2006), Wertsch (1988), los signos juegan un rol importante en tanto son los elementos que no sólo ayudan a realizar la actividad reflexiva, sino que hacen parte constitutiva de la actividad y de los procesos sociales. En el marco de la TCO se precisan los procesos sociales por medio de los cuales los sujetos aprenden a pensar de acuerdo a modos culturales ya establecidas,

de esta manera se configura la idea de *procesos de objetivación* que Radford (2006b, 2008) caracteriza como los procesos sociales a través de los cuales los estudiantes comprenden la lógica cultural con la que los objetos del conocimiento se han dotado, y se familiarizan con su constitución histórica de las formas de acción y pensamiento. Particularmente se distinguen los procesos de objetivación: contracción semiótica e iconicidad.

En el contexto del pensamiento algebraico, en Radford (2012) se postula que en el álgebra para operar en lo desconocido o en cantidades indeterminadas (por ejemplo, variables, parámetros) es necesario pensar de forma analítica. Es decir, se tiene que considerar las cantidades indeterminadas como si se tratara de algo conocido, como si fueran números específicos. Es decir, las características principales del pensamiento algebraico se centran en la indeterminancia, la analiticidad y la designación simbólica. Es en este contexto en el que los avances investigativos realizados por Radford (2010, 2011, 2012a, 2012b), Villanueva (2012); Vergel (2012), Gómez (2013) muestran que en las tareas asociadas a generalización de patrones existen estratos de generalidad caracterizados de acuerdo a los medios semióticos de objetivación movilizados por los estudiantes. Estos estratos son presentados por Radford (2010) por medio de una tipología de formas de pensamiento algebraico. Tal tipología se presenta a continuación:

- El *Pensamiento Algebraico Factual*. Aquí la indeterminación queda implícita en palabras y gestos y el ritmo constituye la sustancia de la semiótica en los estudiantes en un proceso llamado fórmulas en acción.
- El *Pensamiento Algebraico Contextual*. Aquí la indeterminación se convierte en un objeto explícito del discurso. Los gestos y ritmos son reemplazados por deícticos lingüísticos, adverbios, etc.
- El *Pensamiento Algebraico Simbólico*. Aquí las fórmulas en lugar de ser un dispositivo de resumen de cálculos aparecen como narraciones vividas; son íconos que ofrecen una especie de descripción espacial de la figura y acciones que se llevarán a cabo.

Esta tipología junto con los medios semióticos de objetivación movilizados en cada uno de éstos brindan información acerca del desarrollo del pensamiento algebraico permitiendo así, realizar una caracterización de éste, como afirma Arzarello (2006) los medios semióticos de objetivación

emergen como aspectos importantes en la constitución y manifestación del pensamiento matemático. Teniendo en cuenta la información brindada por los medios semióticos de objetivación, una parte de la comunidad de investigadores se ha interesado por indagar si estos (los medios semióticos de objetivación) se manifiestan en otro tipo de pensamiento distinto al algebraico, tal es el caso del pensamiento numérico, específicamente a las tareas asociadas a lo multiplicativo y lo aditivo.

En cuanto a lo que se ha denominado pensamiento multiplicativo existen diversos pronunciamientos al respecto, algunos referidos a las dificultades de los estudiantes en la resolución de tareas de multiplicación y división, a la estructura semántica y sintáctica de los problemas propuestos, a su relación con el razonamiento proporcional, entre otras. Sin embargo aún no se tiene una caracterización de la naturaleza del pensamiento multiplicativo, de sus elementos constitutivos, de los medios semióticos de objetivación, ni de los estratos de generalidad que lo caracterizan. La ausencia de una caracterización del pensamiento multiplicativo que tenga en cuenta aspectos socioculturales y que incluya los estratos de generalidad que lo constituyen legítima la necesidad de identificar los medios semióticos de objetivación que movilizan los estudiantes cuando resuelven tareas de tipo multiplicativo, de manera que tales hallazgos permitan acercarnos a la comprensión de la semiótica de lo multiplicativo. En tal sentido Mojica (2014) realiza un estudio de los medios semióticos de objetivación y procesos de objetivación desarrollados por estudiantes de sexto grado de educación básica (10 - 13 años) cuando resuelven tareas de tipo multiplicativo. Del análisis de los datos obtenidos en la investigación, este autor plantea una hipótesis con relación a los procesos de objetivación y los estratos de generalidad presentes en el pensamiento multiplicativo; la hipótesis apunta a afirmar que en este pensamiento están presentes categorías similares a las postuladas en las investigaciones sobre el pensamiento algebraico.

Finalmente, en el caso del pensamiento aditivo el interés de los investigadores ha centrado la atención en análisis teóricos relacionados con la clasificación de los tipos de problemas que se pueden proponer en el aula (transformación, comparación, entre otros), el tipo de incógnita por la cual se puede indagar (estado inicial, transformación o estado final) y la identificación de los criterios semánticos a través de los cuales se pueden analizar los problemas de enunciado verbal (Bonilla, M., Sánchez, N., Vidal.

M., Guerrero, F., Lurduy, O., Romero, J., Rojas, P., Mora, L., & Barón, C., 1999; Castro, E., Rico, L., & Castro, E., 1995; Vergnaud. 1991). Sin embargo, dada la importancia que tiene el desarrollo del pensamiento aditivo en el desarrollo del pensamiento numérico es indispensable generar investigaciones que contribuyan a la caracterización de la manera cómo piensan los estudiantes y las acciones realizadas por estos que permiten dar cuenta del desarrollo de este pensamiento. La investigación reportada en Pantano (2014) describe y analiza los medios semióticos y los procesos de objetivación con el propósito de hacer una aproximación a la caracterización del pensamiento aditivo tomando como referencia, al igual que en pensamiento multiplicativo, los constructos teóricos desarrollados en los estudios asociados al pensamiento algebraico.

4. Propuesta de actividades

Teniendo los referentes investigativos en el campo del pensamiento algebraico (Gómez, 2013), en el pensamiento aditivo (Pantano, 2014) y en el pensamiento multiplicativo (Mojica, 2014); interesa en el presente curso presentar ejemplos de análisis de la actividad matemática de un grupo de estudiantes cuando se enfrentan a tareas en contextos de generalización de patrones, en contextos aditivos y en contextos multiplicativos. Esto con el objetivo que los asistentes puedan conocer los elementos de la TCO y utilizarlos como herramienta en un ejercicio de análisis que se propone durante el desarrollo del curso.

El propósito de tal ejercicio es que los asistentes realicen una observación y lleven a cabo un análisis minucioso de la actividad matemática de los estudiantes al enfrentarse a tareas matemáticas en diversos contextos. Dicho análisis comprende la convergencia de diversas disciplinas teóricas como la psicología y la sociología aportando a la literatura en el campo de la educación matemática ofreciendo algunos hallazgos que se fundamentan en la perspectiva de análisis multimodal del pensamiento (Arzarello, 2006; Manghi, 2010). Es decir, se tiene en cuenta una concepción multimodal de la cognición humana en la que la acción de los estudiantes se analiza más allá de la producción escrita u oral, se tiene en cuenta la movilización o emergencia de recursos semióticos que permiten objetivar el saber y que van

de la mano con la elaboración social de significados que es propia de una perspectiva sociocultural. En otras palabras, dicho análisis debe tener en cuenta la relación de los diferentes recursos semióticos movilizados durante la actividad (lenguaje escrito, lenguaje hablado, gestos, acciones, etc.). Ni lo escrito, ni lo hablado, ni lo gesticado por los estudiantes será analizado de manera aislada. Estos recursos o modalidades incluyen también comunicaciones simbólicas y orales así como dibujos, la manipulación de artefactos y movimiento corporal (Arzarello, 2006; Radford, Edwards y Arzarello, 2009). De esta manera, el curso es planteado para desarrollarse en tres sesiones que se describen a continuación:

Sesión 1. Se propone a los asistentes resolver un conjunto de tareas asociadas al pensamiento algebraico de manera que en grupos de tres asistentes, dos de ellos resuelven las tareas propuestas mientras que el tercer integrante asume el rol de observador, recopilando en un documento los aspectos que considere relevantes frente al proceder de los otros dos miembros de su grupo. Posteriormente se presenta a los participantes los videos correspondientes a la actividad matemática desplegada por estudiantes de grado décimo frente a estas mismas tareas, con sus respectivos análisis y a partir de éstos provocar la reflexión en torno a las herramientas de análisis de la TCO.

Sesión 2. Se propone a los asistentes analizar dos videos correspondientes a la actividad matemática desplegada por un grupo de estudiantes al resolver tareas de tipo aditivo y multiplicativo. A partir de los análisis realizados, se profundiza en otras herramientas provistas por la teoría, de manera que dichas reflexiones contribuyan a ampliar la perspectiva frente a los modos de ser y saber de los niños frente a la solución de tareas matemáticas.

Sesión 3. A partir de los hallazgos y reflexiones de la sesión anterior se presentan las categorías teóricas propuestas en el pensamiento algebraico y se exponen avances en la extrapolación de estas categorías a otros dominios del pensamiento matemático en general, invitando así a los participantes a continuar enriqueciendo la discusión académica en torno a los posibles aportes de la teoría al proceso de resignificación de las formas en que los estudiantes se acercan al significado histórico que como cultura hemos atribuido a los signos que se utilizan en las matemáticas.

Referencias bibliográficas

- Arzarello, F. (2006). Semiosis as a multimodal process. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics, Culture, and Mathematical Thinking*, 267-299.
- Bonilla, M., Sánchez, N., Vidal, M., Guerrero, F., Lurduy, J., Romero, J., Rojas, P., Mora, L., & Barón, C. (1999). *La enseñanza de la aritmética escolar y la formación del profesor*. Bogotá. Grupo Editorial Gaia.
- Castro, E., Rico, L., & Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Una empresa docente. Grupo Editorial Iberoamérica, S.A. de C.V.
- D'Amore, B. (2006). *Didáctica de la matemática*. Bogotá, Colombia: Magisterio.
- Gómez, J. (2013). *La generalización de patrones de secuencias figurales y numéricas: Un estudio de los medios semióticos de objetivación y procesos de objetivación en estudiantes de grado décimo*. Tesis de maestría no publicada. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá-Colombia.
- Manghi, D. (2009). *Coutilización de recursos semióticos para la regulación del conocimiento disciplinar. multimodalidad e intersemiosis en el discurso pedagógico de matemática en 1año de enseñanza media*. Tesis doctoral no publicada. Valparaíso: Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Chile.
- Mojica, J. (2014). *Procesos de objetivación en estudiantes de sexto grado de educación básica cuando resuelven tareas de tipo multiplicativo*. Tesis de maestría no publicada. Universidad Distrital Francisco José de caldas. Bogotá, Colombia.
- Pantano, O. (2014). *Medios semióticos y procesos de objetivación en estudiantes de cuarto grado de primaria al resolver tareas de tipo aditivo en los naturales*. Tesis de maestría no publicada. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.
- Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37-70.
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking*, 103-129
- Radford, L. (2008). *Iconicity and contraction: a semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts*. *ZDM*, 40(1), 83-96. doi: 10.1007/s11858-007 0061-0
- Radford, L. (2010a). *Elementary forms of algebraic thinking in young students*. Paper presented at the Proc. 34th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education.
- Radford, L. (2010b). *Layers of generality and types of generalization in pattern activities*. *PNA*, 4(2), 37-62.

- Radford, L. (2011). *Embodiment, perception and symbols in the development of early algebraic thinking*. Paper presented at the Proceedings of the 35th conference of the international group for the psychology of mathematics education.
- Radford, L. (2012a). *Early algebraic thinking epistemological, semiotic, and developmental issues*. Regular lecture ICME 12, Seoul.
- Radford, L. (2013a). *On the development of early algebraic thinking*. *PNA*, 6(4), 117-133.
- Radford, L. (2013b). *Three Key Concepts of the Theory of Objectification: Knowledge, Knowing, and Learning*. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 7-44 doi:<http://doi.dx.org/10.4471/redimat.2013.19>
- Vergel, R. (2012). *Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años)*. Proyecto doctoral, Doctorado Interinstitucional en Educación, énfasis en Educación Matemática. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá D.C. Colombia.
- Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad*. México: Trillas.
- Villanueva, J. (2012). *Medios semióticos de objetivación emergentes en estudiantes de primer grado escolar cuando se enfrentan a tareas sobre secuencias figurales*. Tesis de Maestría no publicada, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá D.C. Colombia.
- Wertsch, J. (1988). *Vygotsky y la formación social de la mente*. Barcelona: Paidós. Versión original: Vygotsky and the social formation of mind, Cambridge: Harvard University Press, 1985.

Una aproximación al precálculo que favorezca el desarrollo del pensamiento variacional

Guacaneme-Suárez, Edgar Alberto

guacaneme@pedagogica.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional, (Colombia)

Resumen

El curso se centra en el estudio del pensamiento variacional, en tanto uno de los aspectos descriptivos del pensamiento matemático, el cual permite y exige una nueva visión del currículo de Matemáticas y ofrece un potencial ámbito de resignificación de algunos objetos matemáticos así como una consecuente y diferente aproximación didáctica a los mismos. El trabajo se desarrollará en tres sesiones en las que el resultado de los trabajos de los asistentes se convierte en el asunto desde el cual realizar las discusiones; en algunas de estas se involucrarán, en la medida de las necesidades, planteamientos teóricos y resultados de la investigación en Educación Matemática. Algunas de las actividades se realizarán con el apoyo del software Geogebra.

Palabras clave: Pensamiento variacional, función, variación conjunta, derivada.

1. Temáticas

Las temáticas que se abordarán en el conjunto de las sesiones son:

- El pensamiento variacional en el currículo.
- La covariación como rasgo distintivo de tipos de funciones, más allá de los símbolos y los números.
- Aproximaciones no formales a la derivada.

2. Objetivos

Las tareas propuestas y constitutivas del curso pretenden promover actividades matemáticas y didácticas en los asistentes que les ofrezcan la posibilidad de:

- Profundizar en su comprensión del pensamiento variacional como uno de los elementos centrales del currículo escolar colombiano.
- Reconocer en la covariación un elemento diferenciador de tipos de funciones matemáticas que relacionan magnitudes o números.
- Advertir que aún en ausencia de símbolos y números se puede (y debe) realizar actividades matemáticas para capturar la covariación.
- Identificar tareas sobre el estudio de la covariación que pueden conllevar aproximaciones intuitivas, pero rigurosas, a la derivada.

3. Referentes teóricos

La discusión sobre el pensamiento variacional retoma los planteamientos de los dos documentos que contienen y describen los derroteros curriculares oficiales (MEN, 1998, 2006) y se apoya en un planteamiento sobre el razonamiento variacional (Carlson, Jacobs, Coe, Larsen, & Hsu, 2003).

Los planteamientos sobre la covariación recapitula ideas construidas por el autor y por colegas de la comunidad colombiana (Guacaneme y Perry, 2000; Guacaneme, 2002; Guacaneme, 2014).

4. Propuesta de actividades

La **primera actividad** consiste en discutir el conocimiento que sobre el pensamiento variacional y su lugar en la propuesta curricular colombiana para las matemáticas. Ello se contrastará con una breve exposición de la reciente historia del currículo en matemáticas para la Educación Básica y Media.

La **segunda actividad** implica un contexto geométrico (triángulos contruidos a partir de dos lados de longitud fija y ángulo entre los mismos variable) en donde se identifican variables que covarían y, por tanto, varias funciones. A través de ello se intenta responder a las preguntas: ¿qué fenómenos de variación se pueden estudiar?, ¿cómo explorar la variación entre la longitud del lado no dado en relación con la amplitud del ángulo de los lados dados?, ¿cómo varía la longitud del lado no dado en relación con la amplitud del ángulo de los lados dados? A propósito de estas, se discute la posibilidad de responderlas desde una perspectiva gráfica de la covariación, para lo cual se retoman estrategias que realizaron matemáticos de la Edad Media.

La descripción del comportamiento de la covariación, permite reconocer que a través de las gráficas se puede aproximar a ideas fundamentales del Cálculo diferencial sin necesidad de implicar el manejo de las expresiones simbólicas o algebraicas. Así mismo se plantea la pregunta acerca de si algo similar se puede lograr en un contexto numérico en donde se capture la covariación entre las magnitudes. Se logra entonces evidenciar que efectivamente a partir de una tabla de datos se puede abordar el reconocimiento de propiedades de la covariación sin necesidad de incluir explícitamente la aproximación simbólica o algebraica. Igualmente, a partir de las gráficas logradas desde la tabla en cuestión y unas generadas al correlacionar la medida del ángulo con las pendientes de las rectas secantes, relativas a valores sucesivos de las tablas, se muestra una aproximación tanto al tratamiento de familias de funciones, como al estudio de la primera y segunda derivada.

La **tercera actividad** refiere a la posibilidad de realizar actividades matemáticas legítimas, apoyado en la modelación de unas funciones en un software de Geometría (Geogebra), que emulen el posible trabajo matemático realizado en la construcción de conocimiento matemático sobre las derivadas, hoy en día hegemónico. En este sentido se estudia el comportamiento de tres elementos descriptivos de la recta tangente a una curva (o gráfica de una función). Al examinar la covariación de cada uno de tales elementos surgen tres funciones para las cuales se han acuñado los términos “generadas”, “degeneradas” y “perversas”, en una de las cuales emerge la derivada. Con base en esta aproximación se describe un modelo netamente geométrico para el estudio de las derivadas.

Referencias bibliográficas

- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S. & Hsu, E. (2003). Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos: un marco conceptual y un estudio. *Revista EMA* 8 (2), 121-156.
- Guacaneme, E. (2002). Estudio de la variación conjunta en la identificación de funciones. *Memorias del Cuarto Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, pp. 23-25.
- Guacaneme, E. (2014). Modelos geométricos de aproximaciones no formales a la derivada. *Memorias del VI Congreso de Formación y Modelación en Ciencias Básicas*. Medellín, Universidad de Medellín.
- Guacaneme, E. y Perry, P. (2000). *Propuesta curricular para la introducción a las funciones representadas por polinomios de grado dos*. Bogotá, “una empresa docente”.
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

Enunciado de un teorema: ¿Único componente de su significado?

Molina, Óscar

ojmolina@pedagogica.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional, (Colombia)

Grupo Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría

Resumen

La comunidad de educación matemática sugiere que la práctica de demostrar teoremas se favorece si las reglas lógicas y los enunciados de los elementos del sistema teórico (postulados, definiciones y teoremas) tienen significado para los estudiantes, pues así podrán hacerlos operables en la demostración. Pero, ¿qué significa entender un teorema? Se podría pensar que tal expresión se refiere a entender el enunciado y, quizá, también su demostración. Como resultado de nuestra más reciente investigación, tenemos una propuesta que amplía el mencionado significado. En este cursillo pretendemos poner a consideración un significado amplio de la expresión entender un teorema e ilustrarlo en relación con un par de teoremas de la geometría euclidiana plana.

Desarrollo del pensamiento algebraico temprano

Vergel Causado, Rodolfo

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

El desarrollo del curso se inspira en trabajos nacionales e internacionales enmarcados en lo que se ha dado en llamar hoy en día el álgebra temprana “Early Algebra”. En la primera parte se exponen algunos elementos teóricos que fungen como categorías para analizar la actividad matemática de los estudiantes, considerada fundamentalmente como una actividad semiótica. En particular, el análisis de las producciones (que se presentan de algunos estudiantes) intenta rastrear formas de pensamiento algebraico temprano y de dilucidar las diferencias con las formas de pensamiento aritmético.

Para sustanciar la discusión en esta primera parte, se aborda el problema de la especificidad de la actividad del aula de matemáticas. Se quiere posicionar la idea según la cual el concepto de pensamiento desde algunas aproximaciones socioculturales dista de aquel teorizado desde las aproximaciones idealistas y racionalistas. Las segundas han alimentado al cognitivismo tradicional que plantea y estudia el problema del pensamiento y su emergencia como fenómeno mental. Por su parte, desde algunas ideas de la perspectiva histórico-cultural que provienen de la filosofía de Hegel, Marx e Ilyenkov, se trata de comprender la emergencia del pensamiento algebraico temprano a través del prisma de la actividad que lo genera.

Más aún, la idea de mediación semiótica vygotskiana considera los signos como parte constitutiva del pensamiento y de la actividad. Esta afectación en la cognición (Vygotsky, 1929; Vergel, 2014) significa que toda la estructura de los procesos que despliega un sujeto estará determinada por el carácter de los medios (por ejemplo, signos, artefactos) que ha seleccionado para llevar a cabo dichos procesos. La afectación de la cognición humana tiene asidero

en la idea de plasticidad semiótica de la mente humana (D'Amore, Fandiño & Iori, 2013, p. 82) que refiere a la “capacidad de ésta de ser modificada por el uso de los signos”.

En la segunda parte del curso se expone una caracterización tanto del pensamiento algebraico (Radford, 2006, 2014; Vergel, 2013, 2015a, 2015b; Rojas & Vergel, 2013) como de la generalización algebraica de patrones (Radford, 2013, 2015), así como una breve presentación de lo que en el contexto internacional se ha llamado la concepción multimodal del pensamiento humano (Arzarello, 2006). En esta dirección se aborda un ejemplo de análisis multimodal a partir del desarrollo de una tarea sobre secuencia figural apoyada por representación tabular. El análisis considera la aparición o emergencia de formas de pensamiento algebraico en términos de la manera en que surgen y evolucionan nuevas relaciones entre el cuerpo, la percepción y el inicio del uso de símbolos a medida que los alumnos participan en actividades sobre generalización de patrones (Vergel, 2015b).

Algunas categorías que serán usadas para el análisis de la actividad semiótica de los estudiantes son el gesto como medio semiótico de objetivación, el nodo semiótico y la contracción semiótica. Estos elementos teóricos serán cruzados con una caracterización del pensamiento algebraico (Radford, 2006) que considera tres vectores o componentes analíticos, a saber: (i) el sentido de la indeterminancia (objetos básicos como: incógnitas, variables y parámetros) aquello como opuesto a la determinancia numérica; (ii) la analiticidad, como forma de trabajar los objetos indeterminados, es decir, el reconocimiento del carácter operatorio de los objetos básicos, transformaciones basadas en la aplicación de propiedades estructurales; y (iii) la designación simbólica o expresión semiótica de sus objetos, esto es, como la manera específica de nombrar o referir los objetos.

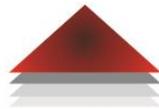
A partir de los insumos reflexivos planteados en las dos primeras secciones del curso, en la tercera parte se quiere propiciar la discusión acerca de una tradición curricular muy bien establecida en nuestro contexto educativo nacional, según la cual la enseñanza del álgebra es un asunto de la escuela secundaria, tradición que defiende la tesis que para entender álgebra es necesario tener una base aritmética relativamente sólida. La tradición mencionada hace evidente la crítica que señala la inconveniencia de que la aritmética debe preceder al álgebra porque la primera trata de las

operaciones que involucran números particulares y el álgebra trata de números generalizados, variables y funciones. Carraher & Schliemann (2007) sugieren que el álgebra es inherente a la aritmética. El álgebra ya estaría allí, su presencia es indiscutible, sin embargo hay que aprender a verla. La aritmética tiene ya un carácter algebraico y en el fondo la aritmética y el álgebra no son “completamente distintos” (Carraher & Schliemann, 2007, p. 669). En síntesis, no se trata de impartir un “curso de álgebra” a los alumnos de educación infantil y primaria, sino de desarrollar el pensamiento algebraico a lo largo de toda la escolaridad.

Referencias bibliográficas

- Arzarello, F. (2006). Semiosis as a multimodal process. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Special Issue on Semiotics, Culture, and Mathematical Thinking*, 9(1), 267-300.
- Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (2007). Early Algebra and Algebraic Reasoning. In F. Lester (Ed.), *Handbook of Research in Mathematics Education*. Greenwich, CT: Information Age Publishing, pp. 669-705.
- D'Amore, B., Fandiño, M. I., & Iori, M. (2013). *La semiótica en la didáctica de la matemática*. (M. Fandiño, Trad.). Bogotá: Magisterio.
- Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. In S. Alatorre, J. L. Cortina, M. Sáiz, & A. Méndez (Eds.), *Proceedings of the 28th conference of the international group for the psychology of mathematics education, north american chapter* (Vol. 1, pp. 2-21). Mérida, Mexico.
- Radford, L. (2013). En torno a tres problemas de la generalización. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp. 3-12). Granada, España: Comares.
- Radford, L. (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal*, 26(2), 257-277.
- Radford, L. (2015). Introduction: The phenomenological, epistemological, and semiotic components of generalization. *PNA*, 9(3), 129-141.
- Rojas, P., & Vergel, R. (2013). Procesos de generalización y pensamiento algebraico. In: Gallego P. (Editora) (2013). *Revista Científica, Edición especial*, 760-766.
- Vergel, R. (2013). Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años). In: Gallego P. (Ed.) (2013). *Revista Científica, Edición especial*, 234-240.

- Vergel, R. (2014). El signo en Vygotski y su vínculo con el desarrollo de los procesos psicológicos superiores. *Folios*, 39(1), 65-76.
- Vergel, R. (2015a). Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. *PNA*, 9(3), 193-215.
- Vergel, R. (2015b). ¿Cómo emerge el pensamiento algebraico? El caso del pensamiento algebraico factual. *UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 20(68), 9-17.
- Vygotsky, L. (1929). The problem of the cultural development of the child. *Journal of Genetic Psychology*, 36, 415-434.



Regresar al índice general

Encuentro Distrital de Educación Matemática **EDEM**

Índice de esta sección

Factores de motivación para las clases de matemáticas.....	241
La actividad argumentativa que emerge en estudiantes de grado noveno en torno a la demostración en geometría.....	247
Contradicciones en los usos de los resultados de la prueba PISA	254
Propuesta de enseñanza y aprendizaje de algunos conceptos algebraicos a partir de aplicaciones en la geometría	260
Evaluación de los significados personales de los estudiantes. El caso de la proporcionalidad directa. Reporte de una experiencia.....	267
La incorporación de las TIC en el aula de matemáticas. Un reto ante las dificultades de los docentes	273
Argumentación matemática en la solución de problemas de física: El caso de la Ley de Hooke.....	280
Enseñanza de algunos sistemas de numeración mediante la huerta escolar	286
Algunas dificultades de aprendizaje presentes en el estudio de la parábola en un grupo de estudiantes de grado once del Colegio María Cano J.T.....	290
Un primer acercamiento a las características de práctica docente a través de la investigación en el aula.....	297
Prácticas y procesos didácticos de gestión en el aula. El caso del número relativo.....	303

Comunicaciones breves:
Reportes de investigación



Segundo Encuentro

Transformaciones, retos y desafíos del diseño y desarrollo curricular de matemáticas en Bogotá

Memorias

Bogotá, agosto 27, 28 y 29 de 2015

Factores de motivación para las clases de matemáticas

Álvarez Hernández, Norma Adriana - Marín Rodríguez, Nelson Leonardo
adriana10804@hotmail.com - leoworld7@hotmail.com

Colegio Germán Arciniegas IED - Colegio Ofelia Uribe de Acosta IED, (Colombia)

Resumen

Algunos docentes tienen como preocupación la falta de motivación de sus estudiantes por aprender, en especial aquellos que se dedican a la enseñanza de las matemáticas, considerando que esta es una de las áreas de la educación en la que más se presenta desmotivación por parte de los estudiantes. Así, en aras de mostrar un posible panorama de la motivación de los estudiantes, por medio de encuestas a estudiantes y docentes de dos instituciones de la ciudad de Bogotá se buscó dar respuesta a la pregunta: ¿Qué factores deben tenerse en cuenta para generar motivación en los estudiantes por aprender matemáticas?

Palabras clave: Motivación, Factores, Motivación intrínseca, Motivación extrínseca.

1. Introducción

En el presente documento se encuentra algunos planteamientos sobre la dificultad de la motivación en el aula de matemáticas, los autores que han trabajado sobre algunos temas cercanos a éste, la metodología utilizada para solucionar el problema de la motivación en el aula y la contribución de la investigación en cuanto a los factores encontrados para motivar a los estudiantes en el momento de las clases de matemáticas.

Existe la necesidad de dar una mirada a la motivación en las aulas y tener en cuenta los diversos actores que confluyen en una clase: docentes, estudiantes, comunidad educativa, infraestructura de la institución; debido a que tradicionalmente se presenta apatía de los estudiantes hacia el área de matemáticas por ello no presentan trabajos en clase o extra clase, muestran bajos resultados, dificultando así el proceso de enseñanza y de aprendizaje. Lo cual originó la siguiente pregunta: ¿Qué factores deben tenerse en cuenta para generar motivación en los estudiantes por aprender matemáticas?

Para la realización de ésta investigación, se seleccionó un proceso metodológico que permitió evidenciar en la comunidad académica los factores motivacionales en el aula de matemáticas. Dicho proceso metodológico involucró los siguientes aspectos:

Tipo de investigación: proceso de tipo cualitativo.

Fases de la investigación: Documentación, Diseño de instrumentos, Aplicación, Análisis de la información y resultados.

Terminado el proceso de análisis de las encuestas y entrevistas se evidenció algunos puntos de encuentro entre lo que expresaron estudiantes y docentes con la teoría mostrando la importancia de factores como: competitividad, juegos y materiales, participación e interacción y aplicación los cuales hacen que los educandos se motiven por el aprendizaje de las matemáticas.

2. Marco de referencia

2.1 Aspectos y factores motivacionales

La motivación para el aprendizaje de las matemáticas es un proceso complejo el cual debe tener en cuenta aspectos como los siguientes:

- El tipo de metas que se propone el alumno en relación con su aprendizaje o desempeño escolar, y su relación con las metas que los profesores y la cultura escolar fomentan.
- La posibilidad real que el alumno tenga de conseguir las metas académicas que se propone y la perspectiva asumida al estudiar.

- Que el alumno sepa cómo actuar o qué proceso de aprendizaje seguir (cómo pensar y actuar) para afrontar con éxito las tareas y problemas que se le presenten.
- Los conocimientos e ideas previas que el alumno posee de los contenidos curriculares por aprender, de su significado y utilidad, así como de las estrategias que debe emplear.
- Las creencias y expectativas tanto de los alumnos como de sus profesores acerca de sus capacidades y desempeño, así como el tipo de factores a los que atribuyen su éxito y fracaso escolar.
- El contexto que define la situación misma de enseñanza, en particular los mensajes que recibe el alumno por parte del profesor y sus compañeros, la organización de la actividad escolar y las formas de evaluación del aprendizaje.
- Los comportamientos y valores que el profesor modela en los alumnos, los cuales pueden facilitar o inhibir el interés de éstos por el aprendizaje.
- El ambiente o clima motivacional que priva en el aula y el empleo de una serie de principios motivacionales que el docente utiliza en el diseño y conducción del proceso de enseñanza-aprendizaje. (p70-71).

Los aspectos anteriormente mencionados obedecen a dos tipos de motivación: Intrínseca y extrínseca. La primera es lo referente al individuo, lo que mueve de manera natural por lo cual no tiene necesidad de incentivos externos; la segunda, es aquella motivación que proviene del afán por obtener recompensas o aprobación de otros (Díaz & Hernández, 2002).

3. Aspectos metodológicos

Considerando los fines de la investigación, se seleccionó un proceso metodológico que permitiera evidenciar en la comunidad académica los factores motivacionales en el aula de matemáticas. Dicho proceso metodológico involucró los siguientes aspectos:

Tipo de investigación

Esta investigación obedeció a un proceso de tipo cualitativo, puesto que en la búsqueda de algunos factores que motiven a estudiantes de secundaria o primaria a aprender matemáticas, se tuvo como fuente al estudiante mismo y al docente y como plantea (Maya, 2001).

Fases de la investigación

Para esta investigación, se consideraron unas fases que responden a los momentos metodológicos que se llevaron a cabo. Dichos momentos serán descritos a continuación:

- **Documentación:** En esta parte se realizó un estudio sobre motivación, para consolidar algunos factores motivacionales que posteriormente fueron usados en el análisis de la información recolectada.
- **Diseño de instrumentos:** Los instrumentos que se diseñaron son una encuesta para estudiantes y una entrevista para docentes ambos instrumentos consideran preguntas abiertas para extraer el máximo de factores motivacionales que se pudieran identificar.
 - a. **Encuesta:** Este instrumento fue constituido por 3 preguntas, y se dirigió a los estudiantes, puesto que de ellos se deseaba recolectar información: *¿Te gustan las matemáticas?, ¿Cómo sería para ti una clase chévere de matemáticas?, Narra una experiencia positiva que hayas tenido con algún elemento o actividad que haya llevado a la clase alguno de tus profesores de matemáticas.*
 - b. **Entrevista:** Con este instrumento se pretendía recolectar información sobre factores motivacionales en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, provenientes desde el punto de vista de los docentes en ejercicio. Estaba constituida únicamente de preguntas abiertas: *¿Qué considera usted que es motivación para el aprendizaje de las matemáticas?, ¿Cuáles son los factores motivacionales que usa en su clase de matemáticas?, ¿Cuáles elementos ha identificado que son del agrado de sus estudiantes?, ¿Cuáles factores desmotivan a los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas?, ¿Qué factores*

motivadores le encontró a las matemáticas que le llevaron a estudiarlas y luego a enseñarlas?

Aplicación

Las encuestas fueron aplicadas a estudiantes de dos instituciones públicas de Bogotá de estratos uno y dos: Colegio Germán Arciniegas IED y Colegio Ofelia Uribe de Acosta IED, de Bosa y Usme respectivamente. Las entrevistas fueron realizadas a 3 docentes, de estos dos colegios.

Resultados

Al realizar la lectura y análisis de la información recolectada por medio de las encuestas, se consideró que la pregunta: *¿Cómo sería para ti una clase chévere de matemáticas?*, era la que proveía más elementos para dar respuesta al problema de investigación planteado, por tanto el análisis evidenció únicamente las respuestas a dicha pregunta.

A continuación se hace una clasificación del porcentaje de estudiantes que por cada colegio mostró la presencia de cada factor. Por último, se realiza un contraste teórico entre lo encontrado en las encuestas y la teoría construida desde la clasificación de motivación (intrínseca y extrínseca) Mencionar los aspectos metodológicos (forma en que se llevó a cabo la investigación, instrumentos, recopilación y análisis de la información, entre otros).

4. Conclusiones

De acuerdo al trabajo realizado, tanto con los estudiantes, profesores y con lo encontrado en la revisión teórica, se establecieron las siguientes conclusiones:

- Existen algunos factores que en ocasiones se descuidan y que son realmente importantes al momento del acto de enseñar que son motivantes para el estudiantes tales como: Clima del aula (la comodidad y la disposición del aula de clase).

- Algunas actividades como concursos, actividades que generan incentivos y competencia, permiten que la mayor cantidad de estudiantes se motiven por el aprendizaje de las matemáticas.
- La utilización de diferentes materiales para el desarrollo de las clases de matemáticas ofrece al profesor herramientas que podrían generar motivación en los estudiantes, puesto que existe material con características propias para desarrollar actividades matemáticas que los estudiantes normalmente no manejan y les puede llamar la atención por la novedad del mismo.
- Un aporte significativo del análisis de las encuestas mostró que las buenas relaciones interpersonales del docente hacen que los estudiantes se motiven pues los gritos o una mala actitud refuerza la apatía por el aprendizaje de las matemáticas, es lo que autores como Dörnyei (2008) o (Díaz & Hernández, 2002) mencionan en sus obras como factores en relación con el docente, las cuales buscan la generación de actividades cercanas a los estudiantes.
- Las matemáticas y su belleza son un factor motivacional porque son una interpretación del mundo y adicionalmente es un lenguaje universal que tiene las mismas representaciones gráficas en muchos idiomas.

Referencias bibliográficas

- Díaz, F., & Hernández, G. (2002). *Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo*. Mexico: Mc Graw Hill.
- Dörnyei, Z. (2008). *Estrategias De Motivación En El Aula De Lenguas*. Barcelona: UOC.
- Maya, M. (2001). *Una introducción a los métodos cualitativos: módulo de entrenamiento para estudiantes y profesionales*. Mexico: international institute for qualitative methodology.

La actividad argumentativa que emerge en estudiantes de grado noveno en torno a la demostración en geometría

Areválo Vanegas, Camilo

kmilo741a@gmail.com

Universidad distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

El presente trabajo busca brindar elementos que contribuyan a la transformación de las prácticas pedagógicas; se desarrollará por un grupo de estudiantes de grado noveno, del colegio Bosques de Sherwood de carácter privado. En este sentido, el proyecto se encargará de analizar los esquemas argumentativos que emergen en la actividad demostrativa de estudiantes; tomando la argumentación como la justificación y validación de afirmaciones que se hagan durante el proceso de demostración, de esta manera identificar y describir los esquemas que surgen en dicho proceso.

Con los elementos de reflexión que se determinen en el proyecto, se espera que un docente pueda considerar o inferir criterios asertivos para valorar el conocimiento al que recurre un estudiante cuando se enfrenta a un proceso de resolución de problemas; reflexiones en torno a la enseñanza de la demostración en geometría y al análisis de los esquemas de argumentación que subyacen en la actividad demostrativa.

Palabras clave: Esquemas de argumentación, actividad demostrativa, resolución de problemas, conjeturar.

1. Introducción

El presente trabajo indaga por los esquemas de argumentación que emergen de un grupo de estudiantes al interactuar con un campo de situaciones problema, en torno a la demostración geométrica. Algunos trabajos investigativos constatan el fracaso respecto a la capacidad de los estudiantes para formular una demostración en matemáticas (Balacheff, 1988).

Ahora bien, se habla de *argumentar*, ya que dicho proceso está presente en todos los momentos de la actividad matemática en los que se afirma algo, o en los que se quiere certificar si algo es falso o verdadero; este proceso se define, como la actividad de generar argumentos, que debe tener un carácter social y subyacen en el momento de validar cualquier tipo de afirmación (Toulmin, 2003). En este sentido, el valor de verdad de una afirmación depende del contexto en el que se esté desarrollando la actividad matemática.

2. Marco de referencia

Argumentar, tiene un carácter social y cobra sentido cuando hay la necesidad de garantizar la validez de alguna afirmación. Un *argumento* es un enunciado oral o escrito, utilizado para convencerse o convencer a otros sobre la veracidad de un hecho particular (Toulmin, 2003). Un argumento tiene lugar cuando a partir de unos hechos o datos se elabora una afirmación (conclusión). El paso de los datos a la conclusión es el garante y hace referencia a una regla. El garante, se debe sustentar en un grupo de afirmaciones que hacen parte de un conjunto de contenidos denominado respaldo (Carranza, 2013). Ver figura 2.

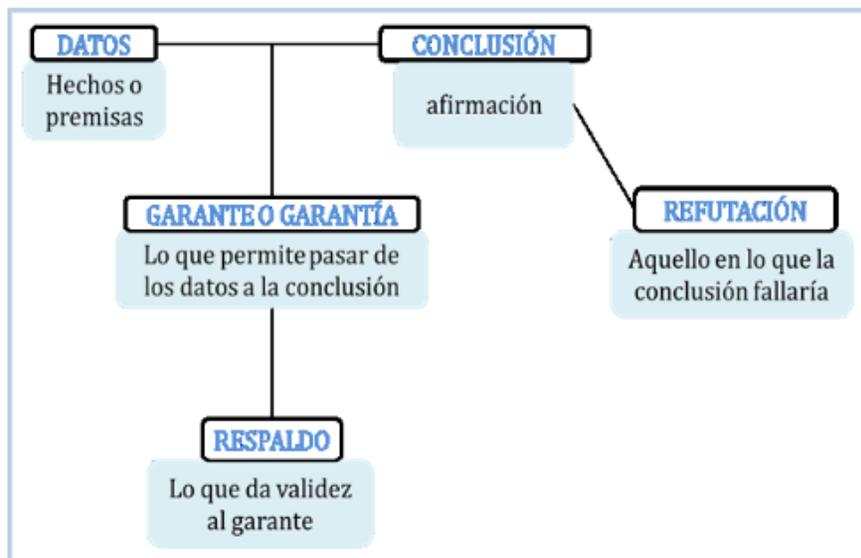


Figura 2. Estructura de un argumento, Toulmin (2003)

3. Aspectos metodológicos

En cuanto a la argumentación emergente en procesos de demostración en geometría, la propuesta permite por medio de un estudio de caso, desde la adaptación, aplicación y evaluación de problemas de carácter geométrico, comprender los fenómenos que suceden entorno a la argumentación en un grupo de estudiantes; sin la pretensión de generalizar los resultados a poblaciones mayores, por tanto se pretende desde los objetivos de un estudio de caso y en relación a la propuesta:

- Describir las situaciones concretas que suceden con la población estudiada, es decir, la actividad argumentativa de los estudiantes de grado noveno.
- Brindar nuevas perspectivas y en caso tal corroborar teoría ya existente, que promueva las reflexiones y resultados esperados de la propuesta.
- Elaborar hipótesis en torno a lo que sucede al interior del grupo cuando se enfrentan al problema y los argumentos, describiendo el proceso del grupo resolutor.

El estudio de caso plantea un proceso, para organizar y establecer una investigación. Ver figura 2.

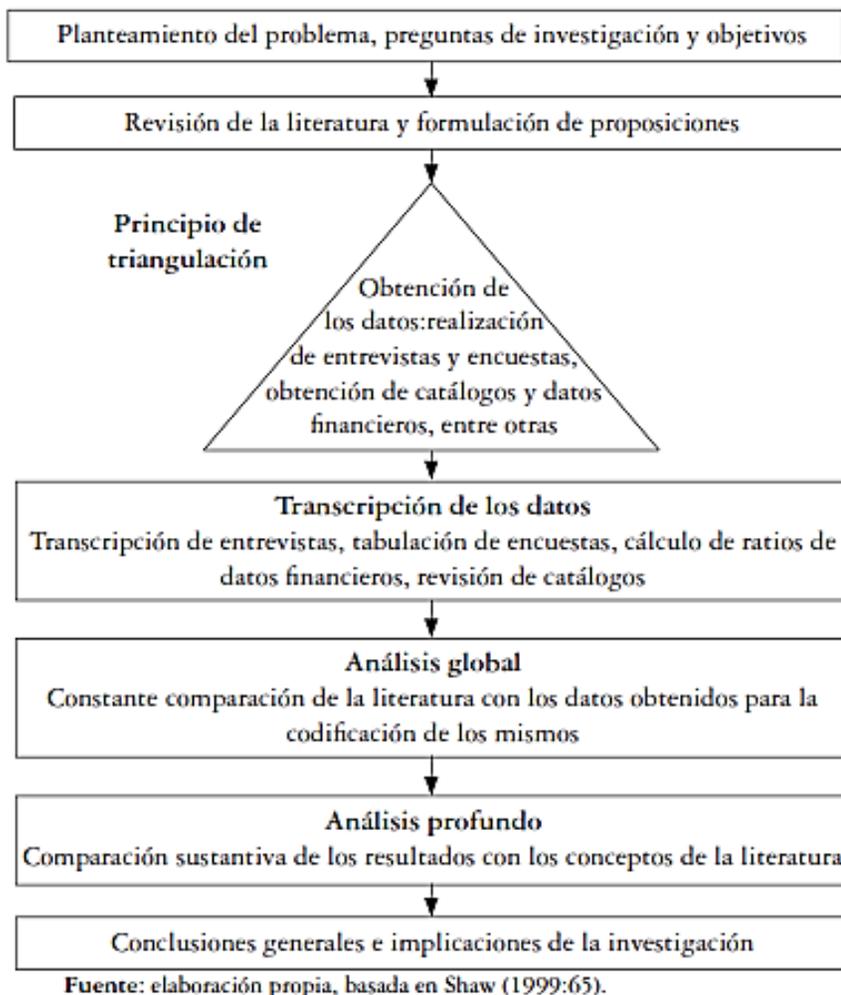


Figura 2. Procedimiento estudio de caso propuesta por Martínez (2006).

4. Técnicas e instrumentos para la recolección de datos

La recolección y organización de la información, permitirá obtener los datos para la etapa de *principio de triangulación*, así lograr un proceso en el que la utilización de los instrumentos y su relación con los referentes, permitirá la aplicación de las categorías de análisis para organizar y clasificar la

información, que brindara las reflexiones o conclusiones de la investigación. Teniendo en cuenta los intereses del investigador, uno de los principales instrumentos a utilizar es la *observación*, por medio de dispositivos mecánicos (videograbación), donde se realizará un registro sonoro, fotográfico y fílmico de los diversos aspectos y sujetos observados

Observación: Esta será estructurada y participante ya que de antemano existen unas categorías de análisis predeterminadas (Modelo argumentativo de Toulmin), permitiendo captar hechos en el acto y recoger muchos aspectos de la interacción social y cultural de los sujetos.

Registros: La situación problema permitirá que los estudiantes pongan en juego su creatividad para diseñar y crear; por lo que se hace indispensable obtener datos a través de los archivos, cálculos o registros elaborados, por tanto cada integrante del grupo llevará un *cuaderno resolutor*; en el cual consignará cada proceso, argumento, idea, duda, etc. que surja durante el proceso demostrativo.

La propuesta empieza con la aplicación de una situación que se enuncia de la siguiente manera: *Uno de los terrenos en la finca de don Gustavo tiene forma de cuña, bordeado por dos canales de riego. Él quiere sembrar matas de arroz de tal forma que la distancia de cada mata a cada canal sea la misma. Ver figura 3.*

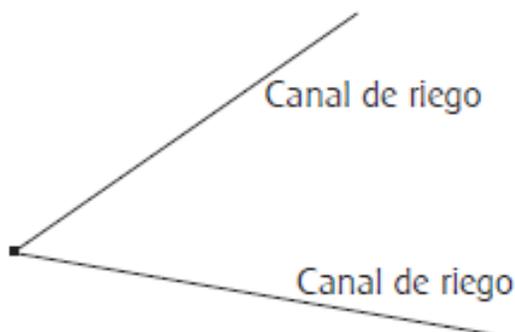


Figura 3. Representación de la situación.

Algunas de las reflexiones generadas en las pruebas de pilotaje son:

- Antes de implementar la situación, se podrían establecer algunos conceptos teóricos que sirvan al grupo resolutor afrontar argumentos válidos al intervenir con la situación.
- Aclarar o definir algunas palabras, que plantea la situación; por ejemplo; *cuña, canales de riego y matas de arroz*, establecer palabras que tengan que ver con su entorno.
- El grafico fue vital para que los estudiantes pudieran plantear conjeturas sobre situación
- Un estudiante planteó que la solución sería la bisectriz, cabe aclarar que la situación no debe generar soluciones rápidas, por tanto se debe implementar cuestiones (preguntas)
- Se puede llegar a implementar la situación con Geogebra, es decir, brindar una solución al problema con el software, ya que para ellos se facilitaría más que en el cuaderno.

5. Conclusiones

La propuesta pretende caracterizar los esquemas argumentativos implícitos en la demostración geométrica, para ello se deben adecuar categorías de análisis desde los referentes teóricos previamente mencionados, proporcionando una herramienta metodológica y conceptual que caracterice el comportamiento del grupo resolutor y a partir de las reflexiones en torno a su trabajo, brindar herramientas para la organización y comprensión de los esquemas de argumentación que subyacen en la actividad demostrativa.

A nivel personal se espera que la investigación promueva conocimientos sobre las matemáticas escolares, la identidad como profesor y el reconocimiento de aspectos en didáctica que se consideran al orientar procesos de enseñanza y aprendizaje, generando la búsqueda por comprender cómo hacen matemáticas los estudiantes y los problemas que se encuentran, para consolidar experiencias que transformen las prácticas pedagógicas.

Referencias bibliográficas

- Radford, L. (1994). *La enseñanza de la demostración: Aspectos teóricos y prácticos*. Panamá, Séptima reunión centroamericana y del caribe.
- Toulmin, S. (2003). *The uses of argument*. Cambridge. Cambridge University Press.
- Balacheff, N. (1988). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas*. Universidad de los Andes. Traducción. Primera Edición: Agosto 2000. Bogotá, Colombia
- Camargo, L., Samper, C., & Perry, P. (2006). Una visión de la actividad demostrativa en geometría plana para la educación matemática con el uso de programas de geometría dinámica. *Lecturas Matemáticas*, 27(Especial), 371-383.
- Carranza, E., Álvarez, I., Ángel, L., & Soler, M. (2013). Actividades Matemáticas: Conjeturar y Argumentar. *Números*, 85(1), 75-90.

Contradicciones en los usos de los resultados de la prueba PISA

Bello Chávez, Jhon Helver – Muñoz Tegua, María Alejandra
Ramírez Cortes, Brayan Steven
jhonhelver@gmail.com – mamunozt@correo.udistrital.edu.co –
brayansteven01@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

Esta comunicación presenta, analiza y compara, algunas manifestaciones de funcionarios del gobierno de turno o de documentos escritos, con los objetivos que desde el gobierno se justifican para realizar la prueba PISA en Colombia. Mostrando algunas incoherencias entre ellas y los resultados que ofrece la prueba.

Palabras clave: Pruebas PISA, Política educativa Colombiana, resultados.

1. Introducción

En esta comunicación breve se pretende mostrar la importancia de hacer un análisis de los resultados de la prueba PISA realizada por la OCDE, mostrando que en algunas interpretaciones de los mismos, se realizan propuestas y se generan programas de gobierno que buscan mejorar los resultados en la prueba, sin embargo no es posible deducir de los informes presentados por la organización las inferencias que se proponen como solución.

Estas reflexiones hacen parte de un trabajo monográfico para optar por el título de pregrado Licenciado en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, realizado en la Universidad Distrital Francisco José De Caldas.

2. Marco de referencia

La prueba PISA (en inglés: Programme for International Student Assessment, es decir, Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos) es uno de los mecanismos que utiliza la OCDE para evaluar la formación en las áreas de lectura, matemáticas y competencia científica en los alumnos, cuando llegan al final de la etapa de enseñanza obligatoria, es decir, hacia los 15 años de edad (OCDE, SF); se concibe como un recurso para ofrecer información abundante y detallada, que permite a los países miembros adoptar las decisiones y políticas públicas necesarias para mejorar los niveles educativos.

Los resultados más recientes para matemáticas son los del año 2012, los cuales fueron publicados el 3 de Diciembre del año 2013, su impacto logró sacudir medios de comunicación tanto nacionales como internacionales, al encontrarse que Colombia muestra desempeños muy inferiores al promedio de países de la OCDE, a partir de allí se generaron múltiples críticas y juzgamientos a los docentes, a la política, al sistema educativo, al estado, entre otros,

Por ejemplo, en diarios de circulación nacional se presentaron inferencias sobre la calidad de los profesores, diciendo que *“La mala calidad del profesorado en Colombia es, de acuerdo con reconocidos expertos en educación, uno de los factores que explican los bajos resultados obtenidos por los estudiantes del país en las últimas pruebas del Programa de Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA)”* (Redacción Vida de Hoy, 2013).

Además de juicios y búsqueda de culpables, algunos pronunciamientos se encaminaban a plantear algunas *ideas y propuestas* para mejorar los resultados de Colombia en las pruebas PISA. Entre ellos el Presidente de la Republica Juan Manuel Santos propuso *“Mejorar la calidad de la educación, capacitar más a los profesores, aumentar la cobertura de*

créditos con cero interés a través del Icetex y la promoción del deporte en los jóvenes estudiantes” (Sierra Palencia, 2014). Por su parte los pronunciamientos de la ministra de educación nacional de la época:

“la intención del Gobierno es enseñarles a los maestros contenidos digitales, reformar los estándares de calidad que se exigen en las licenciaturas, fortalecer las Secretarías de Educación de los municipios y los departamentos y crear modelos flexibles que se ajusten a las necesidades de los estudiantes que deben trabajar” (Redacción, 2014).

Los diferentes juzgamientos y críticas, propuestas e ideas ilustran las interpretaciones que se les están dando a los resultados de las pruebas PISA, se centran en los docentes y su formación y en la gestión de la política educativa, entonces los proyectos y propuestas que se generan para mejorar dichos resultados van encaminadas a reformar quien gestiona y la forma de gestionar la política educativa.

3. Aspectos metodológicos

Para este avance de investigación se realiza una identificación de las posturas expuestas por la ministra de educación de la época, sobre los objetivos y resultados de la participación en la pruebas PISA de la OCDE 2012, para mostrar algunas inferencias que surgen de la interpretación de dichos resultados.

4. Desarrollo de la propuesta

Desde la política educativa colombiana se resalta la importancia de participar en las pruebas PISA, bajo los siguientes objetivos¹:

¹ Ver MEN, *informe PONTE A PRUEBA CON PISA 2015*, p. 3.

Las pruebas PISA evalúan cómo los estudiantes de 15 años aplican en su vida los conocimientos que tienen y por lo tanto nos permite saber si los estamos preparando para enfrentar los retos que tendrán después del colegio.

Sobre este objetivo se puede inferir que los retos que afrontarán los estudiantes después del colegio se asumen como iguales, independientemente del país en que se aplica la prueba, dejando de lado asuntos culturales y sociales que influyen en la vida de los estudiantes. Esto implica que la prueba está respondiendo a un modelo de individuo ideado por la OCDE.

La participación de Colombia en estudios internacionales complementa las pruebas nacionales permitiendo valorar y comparar los aprendizajes y habilidades de los estudiantes colombianos en relación con los de otros países de distintos niveles de desarrollo económico y social (MEN, 2015, p. 3).

Es importante revisar esta comparación a la luz de aspectos como la cultura, lo social, lo religioso y pensar en la pertinencia de hacer este tipo de símiles, pues, de la comparación con otros países se generan diferentes cambios en las políticas en educación al tratar de emular modelos de educación de los países con mejor puntaje, por esto, se deberían considerar no solo aspectos en la ejecución de las políticas educativas, si no también, de transformación curricular, presupuesto e innovación, atendiendo siempre a las necesidades propias de la cultura y lo social de cada nación.

Ahora, es desde la búsqueda de estos objetivos y la participación de Colombia en el año 2012 en estas pruebas, que se generan en el país una avalancha de juzgamientos y calificaciones sobre la calidad de la educación y de los profesores; pero, por ejemplo, desde el documento de la OCDE: “El programa PISA de la OCDE: Qué es y para qué sirve”, se establece lo que en realidad se pretende medir con la prueba PISA:

“PISA no está diseñado para evaluar el aprendizaje de los contenidos específicos fijados en los programas de las escuelas o de los distritos o regiones correspondientes. Tampoco está pensado para evaluar el desempeño de los docentes ni los programas vigentes.” (OCDE, SF, p. 6).

Desde las diferentes propuestas para el mejoramiento de los resultados de las pruebas no se considera el cuestionamiento de los documentos de área,

pareciera que se está dando por hecho que estos responden a las intenciones de la prueba, pero si no es así, ¿qué sentido tiene cuestionar a los profesores, sus prácticas y su formación?, se puede inferir que desde los resultados de la prueba no se pueden realizar juicios a ciertos actores en los procesos de enseñanza y aprendizaje en los colegios de nuestro país. Ahora, si no es por los ejecutores de las políticas educativas que se dan los resultados de las pruebas PISA, entonces ¿a qué se deben?, para intentar resolver este cuestionamiento es importante pensar en si curricularmente se pueden comparar los fines y estándares en educación matemática de nuestro país y el marco de matemáticas de la prueba PISA, porque pareciera que la prueba puede decir sobre todo el sistema educativo y en especial para nuestro caso pareciera que el análisis de los resultados indican que la formación de los profesores es un factor fundamental, pero realmente ¿se puede deducir e inferir este aspecto a partir de los resultados de la prueba y sus intenciones?. Estas interpretaciones proporcionan algunos elementos para pensar que el análisis que se hace sobre esta prueba no se está focalizando sobre la relación entre el sistema educativo en Colombia y los marcos referenciales de la prueba PISA, sino en los ejecutores de estas políticas, pareciera que hay un sesgo por interpretar y hallar como culpable a los profesores y su formación. Entonces, para que se haga un análisis de resultado que permita proyectar propuestas para el mejoramiento de los resultados de las mismas, se debería verificar que las competencias matemáticas de las pruebas PISA, que se pretenden medir para estudiantes de 15 años desde la OCDE, sean las mismas que se presentan como recomendadas por el Ministerio de Educación Nacional para esta población estudiantil.

5. Conclusiones

La importancia de las pruebas PISA en la generación de políticas educativas en los países miembros o en proceso de integración a la OCDE, revela la necesidad de entender los resultados de la misma a la luz del sistema de educación nacional. Para así, dar los primeros pasos en la construcción de una mirada crítica a las reformas educativas que se den a partir de los resultados de éstas y futuras pruebas, fundamentada en el reconocimiento de lo que mide la OCDE y cómo estas posibles reformas responderían a mejorar la educación de nuestro país.

Es necesario abordar y entender los juicios que se hacen sobre el sistema colombiano en educación matemática, bajo los resultados de las pruebas PISA, construyendo un análisis curricular y de contenido, que permitan entender la pertinencia de estos juicios y cómo estos se relacionan con los objetivos de la educación matemática de nuestro país.

Referencias bibliográficas

- MEN. (7 de Enero de 2015). PONTE A PRUEBA CON PISA 2015. 3. Bogotá, Colombia: MEN.
- OCDE. (SF). *El programa PISA de la OCDE. ¿Qué es y para qué sirve?* Paris: Organización para la cooperación y el desarrollo económicos. Obtenido de <http://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf>
- REDACCIÓN. (2 de Abril de 2014). *Colombia ocupa el último lugar en las pruebas PISA*. Recuperado el 23 de Abril de 2015, de ELHERALDO.CO: <http://www.elheraldo.co/local/colombia-ocupa-el-ultimo-lugar-en-las-pruebas-pisa-147980>
- REDACCIÓN VIDA DE HOY. (4 de Diciembre de 2013). *¿Por qué le fue mal a Colombia en las pruebas Pisa?* Recuperado el 15 de Abril de 2015, de EL TIEMPO: <http://www.eltiempo.com/archivo/documento/CMS-13253167>
- Sierra, P. (4 de Abril de 2014). *“Malos resultados de pruebas PISA obliga a pellizcarnos”*: presidente. Recuperado el 6 de Abri de 2015, de ELHERALDO.CO: <http://www.elheraldo.co/politica/malos-resultados-de-pruebas-pisa-obliga-pellizcarnos-presidente-148207>

Propuesta de enseñanza y aprendizaje de algunos conceptos algebraicos a partir de aplicaciones en la geometría

Guzmán Ruiz, Cristian Alejandro – Sánchez Rincón, Julián Daniel
crisalegur@gmail.com- julius9210@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

El siguiente reporte de investigación con variables cualitativas, presenta una propuesta de enseñanza y aprendizaje de algunos conceptos algebraicos que surgen de las aplicaciones en la geometría, a partir de la realización de 4 actividades (3 de estas desarrolladas en el aula), en las cuales se ve la necesidad de identificar las posibles dificultades que se le presentan a los estudiantes al momento de enfrentarse al estudio del álgebra escolar, teniendo en cuenta algunas consideraciones teóricas sobre la materia. Como resultado, se evidencia cómo a través del trabajo en la geometría aplicada a una situación específica, el estudiante logra generalizar y construir representaciones algebraicas.

Palabras clave: Algebra geométrica; Contexto; Resolución de problemas; Representaciones.

1. Introducción

El trabajo surge de evidenciar las dificultades que se le presentan al estudiante a la hora de construir conceptos algebraicos, dado que su aprendizaje se queda en el mero hecho de memorizar fórmulas. Por tal motivo, se proponen 4 actividades para la construcción de algunos conceptos algebraicos por

medio de aplicaciones en la geometría, tomando como referente algunos autores que se refieren sobre el tema y que validan cada una de las afirmaciones y acciones hechas en el aula para potenciar el pensamiento variacional y el sistema algebraico a partir de las situaciones problemas propuestas. Así mismo un marco legal, posteriormente las conclusiones que muestran cómo el estudiante logra construir representaciones algebraicas a través del trabajo realizado.

2. Marco de referencia

Uno de los interrogantes que se puede hacer un profesor de matemáticas está ligado hacia las dificultades, los errores y específicamente el fracaso que tienen los estudiantes al momento de emprender un proceso de aprendizaje en el área del álgebra, pero esta problemática no solo debe asociarse a un problema neto del estudiante sino también es posible contemplar la posibilidad del uso de representaciones, la transición hecha entre la aritmética y el álgebra, el mal uso de los elementos constitutivos de la misma aritmética o la rapidez de la introducción a los métodos y manipulaciones algebraicas (Azarquiél, 1993).

Dentro de la práctica y las intervenciones en el aula de matemáticas, se ha notado un fuerte distanciamiento por parte de los estudiantes al aprender álgebra ya que (se presume) que el conductor que lleva el conocimiento algebraico al estudiante para ser explorado no tiene relaciones entre sus componentes y, lo más importante, no hay existencia entre lo aprendido y la realidad del estudiante; dentro de ese orden de ideas Quinta & Wilches (2001) indican que los símbolos utilizados en este momento deben servir para recordar y facilitar lo que el estudiante ha venido trabajando en cursos anteriores y por supuesto, hacer todos los cálculos posibles de tipo operativo. No hay que desprenderse de una mirada cognitiva en el proceso de aprendizaje-enseñanza ya que simbolizar y generalizar son procesos en los cuales se debe tener una experiencia y ello se determina por la edad en que se encuentre la persona (algunos teóricos cognitivos lo muestran como eje principal en su desarrollo conceptual).

Del mismo modo, Collis (1982) propone una serie de momentos en los cuales el estudiante debe pasar, antes de llegar a un razonamiento formal, involucrando las letras y el signo igual:

- Reemplazando por un número y si no funciona, abandonan la tarea.
- Reemplazando por un número y a partir de ello sacan sus propias conclusiones.
- Representar incógnitas específicas o números generalizados con las mismas propiedades de los números con los que ya habían trabajado en tareas anteriores.

Dadas las anteriores categorías o momentos, es posible situar el estado de cada uno de los estudiantes con relación a su nivel de razonamiento formal (generalizar); por ende la aplicación de las actividades permite, para cada uno de los participantes, poderlos categorizar de acuerdo a sus producciones y manipulaciones con los elementos geométricos dados. En el trabajo desarrollado, se evidenció cómo se ponen en juego las interpretaciones de la letra (Küchemann citado por Pretexto, 2002), dado que los estudiantes para poder llegar a la letra como número generalizado, por necesidad interpretaron la letra de modos distintos; por ejemplo, al hallar valores de una letra en un problema, la letra se veía como un número particular-único pero desconocido. Lo complejo es que el estudiante debe reconocer en qué problema es viable utilizar una u otra interpretación de la letra, pues incurriría en dificultades al momento de resolverlo (Pretexto, 2002).

Dentro de la historia curricular y los contenidos en el área las matemáticas, se han venido desarrollando los procesos de enseñanza-aprendizaje a partir de elementos propios del álgebra escolar, como por ejemplo la rapidez y la confiabilidad en la reducción de términos semejantes; este tipo de procesos como eje central en el Álgebra generan dificultades en el aprendizaje de cualquier fenómeno a estudiar que pertenezca a esta área, por ello la SESM (1984) presenta una serie de aportes teóricos y prácticos que contribuyen a disminuir los errores al utilizar la letra en contextos aritméticos y además asocia este tipo de errores a una falta en la red de conceptos y no en una red de interpretación. Los anteriores aportes generaron en la planeación de las actividades el hecho de tener en cuenta la experiencia de los estudiantes, la polarización de interpretaciones de situaciones en el mismo contexto, el uso excesivo de diferentes representaciones de una misma situación, entre otros.

Dentro de un contexto enmarco desde lo legal, las actividades estaban pensadas desde y para desarrollar diferentes competencias en diferentes pensamientos, el MEN (2006) indica que la coherencia horizontal entre las competencias de diferentes pensamientos permite una interacción entre la faceta práctica y la formal de las matemáticas construyendo mejores comprensiones conceptuales para luego estar en la capacidad de enfrentar el tratamiento de situaciones de un nivel de abstracción mayor. Por ello, se ven reflejados los siguientes estándares del ciclo perteneciente a los cursos Octavo y Noveno de la Educación Media que muestra dicha coherencia con los demás pensamientos:

Tabla 1: Relación horizontal y vertical entre cada uno de los estándares a trabajar.

PENSAMIENTO NUMÉRICO	PENSAMIENTO ESPACIAL	PENSAMIENTO MÉTRICO	PENSAMIENTO VARIACIONAL
Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos.	Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).	Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos.	Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.
		Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.	Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.

3. Aspectos metodológicos

En la aplicación de las actividades, se tuvo en cuenta la experiencia de los estudiantes, la polarización de interpretaciones de situaciones en el mismo contexto, el uso excesivo de diferentes representaciones de una misma situación.

La primera actividad parte de construir un boceto de cometa (aprovechando la temporada de verano) cuyo fin era permitir al estudiante a partir de un modelo en particular, estudiar las dimensiones y las características de las figuras constitutivas de dicho plano; allí, para poder solucionar el problema, tuvieron la necesidad propia de hacer una construcción del Teorema de Pitágoras para poderlo aplicar y hallar dichas medidas; esto permitió la creación de una actividad encaminada a la construcción y aplicación del Teorema.

La siguiente actividad planteada para la construcción y aplicación del Trinomio Cuadrado Perfecto corresponde a una en la que los estudiantes debían hacer uso de una situación que les permitiera manipular, diseñar y aplicar conceptos como paralelismo, congruencia de segmentos y sobre todo, representar dicha situación en diferentes registros semióticos; en el mismo sentido de ideas, lo que se buscó proponer para la actividad de factor común es que a partir de la proporcionalidad entre lados de figuras geométricas y el concepto de Máximo Común Divisor, el estudiante pudiera construir tanto algebraica como geométrica y aritméticamente las propiedades de asociatividad y distributividad que conllevan al desarrollo del factor común.

4. Desarrollo de la propuesta

Las actividades estuvieron enmarcadas en las producciones, las formas de elaborar procedimientos, las estrategias en la resolución de problemas y todo tipo de procesos hechos por los estudiantes que ayudaran al desarrollo de conceptos por medio de aplicaciones en la vida real; en este sentido, de las 4 actividades planteadas, sólo 3 fueron aplicadas en el aula de clase y la otra actividad que corresponde al desarrollo del Factor Común se propone para

complementar la secuencia. En los siguientes links, se podrán encontrar cada una de las actividades:

- <https://www.dropbox.com/s/7cv9jfpncanbcz12/Guia%20perimetro%20y%20%20C3%A1rea%20cometa.docx?dl=0> Actividad de la cometa
- <https://www.dropbox.com/s/oikyufgu28l5owr/Guia%20%20teorema%20de%20Pit%C3%A1goras.docx?dl=0> Actividad de la aplicación y demostración del Teorema de Pitágoras
- <https://www.dropbox.com/s/4z0icczrniv81d/Guia%20trinomio%20cuadrado%20perfecto.docx?dl=0> Construcción y aplicación del Trinomio Cuadrado Perfecto
- <https://www.dropbox.com/s/xzhpiefpffhyi5r/Guia%20factor%20Com%C3%BAn.docx?dl=0> Construcción y aplicación Factor común

5. Conclusiones

En la propuesta se fue desarrollando la construcción de conocimientos algebraicos a través de los conceptos propios de la geometría como los de área y perímetro de figuras planas; elementos propios de la aritmética escolar como las relaciones de equivalencia, las propiedades de la igualdad y algo muy importante, la modelación a un lenguaje matemático de los problemas. Por otro lado, los resultados de esta propuesta fueron:

1. La construcción y formalización de algunos conceptos algebraicos a partir de aplicaciones en situaciones que se involucre la Geometría.
2. El uso de diferentes representaciones y el tratamiento de un mismo objeto algebraico, permitió que los estudiantes pudieran reconocer las propiedades y características de los objetos involucrados en una situación.

Referencias bibliográficas

- Azarquiel, Grupo (1993). *Ideas y actividades para enseñar álgebra*. Madrid: Síntesis.
- Collis, K. (1982). *La matemática escolar y los estadios de desarrollo*. Revista Infancia y aprendizaje.
- MEN (2006). *Estándares Básicos para las Competencias Matemáticas*. Bogotá: Edit. Magisterio
- Pretexto, Grupo (2002). *La transición Aritmética-Álgebra*. Bogotá: Grupo Editorial GAIA.
- Quinta, D. & Wilches, Y. (2001). *Procesos de generalización en contextos geométricos realizados por estudiantes de grado 9°: Estudio descriptivo*. Tesis de Especialización en Educación matemática. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Evaluación de los significados personales de los estudiantes. El caso de la proporcionalidad directa. Reporte de una experiencia

López Poveda, Armando Antonio

armando.andino@hotmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

La siguiente propuesta de Comunicación Breve corresponde a un reporte de investigación relacionada con los significados personales de los estudiantes al realizar una determinada tarea o lección matemática, en un proceso de estudio dirigido sobre la proporcionalidad directa.

Dicha propuesta se enmarca en los resultados obtenidos de la investigación que se adelantó correspondiente a la Maestría en Educación con Énfasis en Educación Matemática, en la cual se pretendió evaluar las comprensiones que manifestaron los estudiantes de grado sexto del Colegio Germán Arciniegas Jornada Tarde, en sus significados personales con relación a unos significados institucionales desde el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción en Matemáticas y los Niveles de Expresión Semiótica. En la evaluación de los significados personales se hizo necesario identificarlos, describirlos y caracterizarlos teniendo en cuenta el diseño, la gestión y la evaluación. Algunos de los resultados alcanzados en la Investigación fueron los Niveles de Expresión Semiótica expresados en los textos.

Palabras clave: Significados personales, Proporcionalidad Directa, Niveles de Expresión Semiótica, Enfoque Ontosemiótico.

1. Introducción

La presente propuesta se enmarca en el trabajo de profundización relacionado con la Maestría en Educación con Énfasis en Educación Matemática, en la cual se pretende evaluar los significados personales de los estudiantes a partir de unos significados institucionales, planteamientos dados desde el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. En dicho objeto de profundización-investigación se han encontrado diferentes posturas que muestran como a pesar de la gran cantidad de trabajos relacionados con el tema, son insuficientes al momento de evaluar dichos significados.

Uno de los planteamientos que sustenta el interés en la investigación-profundización es lo que menciona Prieto (2009), citando de los estándares del NCTM: “relativamente pocos alumnos de grados altos tienen la habilidad para usar el razonamiento proporcional de manera consistente”. De esta forma se tiene que la destreza del razonamiento proporcional solo se consigue a partir de la resolución de problemas y de tareas o situaciones propias de las matemáticas. Estas *insuficiencias* que tienen los estudiantes con relación a la Proporcionalidad Directa es objeto de estudio de la didáctica de las matemáticas en la medida en que se aborda la comunicación de los conocimientos matemáticos, en este caso, la de los conocimientos relacionados con la proporcionalidad directa. Con relación a esta insuficiencia, Rivas (2012) menciona que en las pruebas PISA el razonamiento proporcional de los estudiantes al resolver situaciones problemas es limitado.

2. Marco de referencia

Los elementos teóricos que fundamentan la intervención en aula pueden considerarse a partir de los siguientes aspectos:

- Al caracterizar los diferentes fenómenos, objetos, hechos, procesos y eventos Lurduy (2005) propone un constructo analítico o sistema didáctico denominado el Tetraedro Didáctico en el cual se caracterizan el polo estudiante, polo cognoscitivo, polo ecológico, polo profesor.

- Godino describe el significado personal e institucional de un objeto matemático como “los Sistemas de prácticas que realiza una persona para resolver cierto tipo de problemas” (Godino,2002).

3. Aspectos metodológicos

Para evaluar los Significados Personales de los estudiantes, a partir de sus propios textos, en un proceso de estudio dirigido sobre la Proporcionalidad Directa se utilizó referentes metodológicos tales como el AST (Análisis Semiótico de Textos), el ACC (Análisis Cualitativo del Contenido) y la TFD (Teoría Fundamentada en los Datos). Se utilizaron el portafolio, el video y la entrevista, mediante los cuales se identificaron, describieron y caracterizaron (de esta manera se entiende la evaluación) los Significados Personales de los Estudiantes.

Para la recopilación y análisis de la información una la Red Categorial se tuvo en cuenta la correspondiente Red Categorial.

4. Desarrollo de la propuesta

Para el desarrollo de la propuesta (reporte de investigación) se aplicaron un conjunto de actividades relacionadas con la interpretación que realiza el grupo Crisálida de la Teoría de las Situaciones Didácticas y del grupo DEKA. Luego de la aplicación de la propuesta se sistematizo, redujo y analizo la información a partir de UM (Unidades de Muestreo), UC (Unidades de Contexto) y UR (Unidades de Registro).

A partir de dichas unidades de análisis se identificaron, describieron y caracterizaron los Significados Personales.

Respecto a la identificación de los Significados Personales, en los correspondientes textos emergieron los siguientes Sistemas de Prácticas tanto en las Situaciones de Acción como en las Situaciones de Formulación. En los textos correspondientes a las Actividades de Acción y de Formulación se evidenciaron Prácticas Discursivas y Normativas, ya que los estudiantes expresaron en sus textos sus propias creencias o concepciones sobre la

situación utilizando diferentes expresiones matemáticas tales como tabulaciones, expresiones numéricas, letras, entre otros (Prácticas Discursivas). Con relación a las Prácticas Normativas se evidenciaron en las actividades de formulación que hacen referencia a la multiplicación, ya sea al plantear el algoritmo o mencionar el concepto al justificar sus respectivas respuestas.

Respecto a la Descripción de los Significados personales de los estudiantes a partir de los Elementos del Significado, se obtuvieron los siguientes Productos y Resultados:

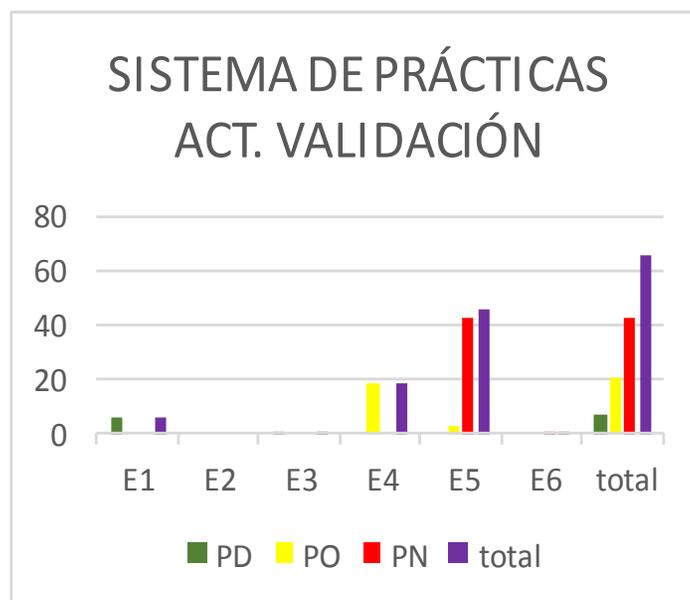


Figura 1. Unidades de Contexto-Elementos del Significado

A partir de la figura anterior se pudo establecer que en los textos de los estudiantes correspondientes a las situaciones de validación, el Elemento de Significado que presenta mayor frecuencia es E5, ya que al realizar diferentes acciones u operaciones describen conceptos o hacen uso de estos.

Para la caracterización se utilizaron memorandos de registros para el análisis de los textos producidos por los estudiantes. En tales memorandos se realizaron comentarios, teniendo en cuenta los correspondientes Niveles de Expresión Semiótica.

5. Niveles de expresión semiótica

Algunos de los niveles de expresión semiótica expresados por los estudiantes en sus diferentes textos fueron resalados de color Verde: Icono los, Amarillo: Índice y Rojo: Símbolo. Un ejemplo de los mencionados anteriormente se encuentra en el siguiente memorando:

Ur.36,37: Establece como peso de un conejo el peso de los tres conejos

6. Algunas conclusiones

Algunas de las Conclusiones obtenidas fueron las siguientes:

- Se evidencian sistemas de prácticas Icónicas y Operativas en un Nivel de expresión semiótica icónica y simbólica, ya que aunque realizan determinadas operaciones arbitrarias en la situación propuesta reconocen los “gramos” como una unidad de medida.
- Se evidencian niveles de expresión semiótica simbólica, ya que los estudiantes determinan el peso de un conejo a partir de aplicar operadores escalares que me permitan pasar del peso de los tres conejos al peso de un solo conejo. La norma que me permite pasar del peso de los tres conejos al peso de un solo conejo se la aplican únicamente a esta situación. Se evidencian prácticas normativas, ya que en las acciones realizadas se establece como norma la cantidad de peso de un solo conejo a fin de establecer la cantidad de peso de los tres conejos.

Referencias bibliográficas

Godino, J. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 237-284.

- Lurduy, J. (2005). Algunos Elementos Conceptuales para la comprensión de la cultura del aula. En MESCU, *Cuadernos de Investigación. Rutas de estudio y aprendizaje en el aula el caso de las matemáticas* (p. 58-83). Bogotá: 2005.
- Prieto, L. (2009). *Proporcionalidad simple: estrategias utilizadas por los estudiantes*. Bucaramanga.
- Rivas, M. (2012). Análisis epistémico y cognitivo de tareas de proporcionalidad en la formación de profesores de educación primaria . *Tesis Doctoral*. Granada, España: Editorial de la Universidad de Granada.

La incorporación de las TIC en el aula de matemáticas. Un reto ante las dificultades de los docentes

Martínez, Lilián

marcelamartinezdiaz@gmail.com

Colegio María Cano IED, (Colombia)

Resumen

Las tecnologías de la información y comunicación se han abierto paso dentro de la educación como una posibilidad de mejora en el proceso educativo y tanto las leyes educativas como sus avances han planteado la exigencia de dicha utilización dentro del aula de clase. Lo que llama la atención es que dentro del aula no se ve reflejada en un propósito diario, incluso si los docentes tienen algún tipo de formación en ellas. Así pues, esta investigación desarrollada en mi trabajo de grado busca identificar razones por las que algunos docentes de matemáticas no incorporan las TIC en el aula y así mismo establecer los diferentes ámbitos en los que estas se incorporan en la clase. Para ello, se desarrolla un estudio de casos múltiples, con la implementación de instrumentos como el cuestionario, las entrevistas semiestructuradas y la realización de relatos acordes a la formación en TIC que han recibido los docentes.

Palabras clave: Incorporación, Tecnologías de la información y comunicación, Formación de profesores.

1. Introducción

Durante la última década, el uso de Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) como recurso y con fines de enseñanza, se ha incrementado dentro de los planteles educativos privados y públicos, debido, en primera instancia a las políticas educativas de las entidades gubernamentales como el Ministerio de Educación Nacional (MEN).

En segunda instancia, el Informe Mundial sobre Educación de la UNESCO (2004) describe que el uso de las TIC modifica la forma en que tanto docentes como alumnos acceden al conocimiento y a la información, lo cual logrará transformar los métodos convencionales de enseñanza. Adicionalmente, se enfatiza que las TIC apuntan a mejorar la calidad de la educación por medio de la diversificación de contenidos y métodos, a la promoción de la experimentación, la innovación, la difusión y el uso de la información, siempre y cuando ello se dé en forma estructurada, secuenciada y guiada.

Así pues, esta nueva situación pone al docente frente a la necesidad de implementar las TIC dentro de su práctica pedagógica y por lo tanto de capacitarse para lograr dicha incorporación dentro de su actividad profesional. Sin embargo, proponer actividades haciendo uso de la tecnología, implica un conocimiento del área que se desea abordar y de la herramienta tecnológica a usar; la dificultad radica en que la tecnología presenta avances constantes que demandan una capacitación continua en la que los docentes estamos, en su gran mayoría, quedando atrás.

Finalmente, basado en los resultados hallados en el estudio realizado por Martínez, L. y Vera, J. (en prensa, sin página) se encuentra que algunos docentes de matemáticas a pesar de tener algún tipo de formación en TIC, no logran aplicar los recursos a su disposición de manera activa dentro de sus planeaciones de enseñanza, pues “La mayoría de los docentes investigados habían recibido algún tipo de formación en TIC, sin embargo menos de la mitad las utilizaba dentro del aula”.

Por tanto, la problemática se enfoca en las razones o argumentos que ellos tienen para no realizar dicha incorporación así como los escenarios (por ejemplo, de índole institucional o del sistema) en los que se enmarca cada

razón. Todo ello lleva a pensar: ¿Cuáles son las razones por las que los docentes de matemáticas no incorporan las TIC dentro de su quehacer diario?

2. Marco de referencia

2.1 Formación de profesores en TIC

La formación de los profesores en cuanto a las TIC surge desde diferentes tipos de necesidades y exigencias, tanto a nivel personal como lo determinado por las leyes nacionales e internacionales. Por ejemplo, Pérez, J. y Tayie, S. (2012) exponen que en 2008 la UNESCO propuso por primera vez a nivel global, la elaboración, difusión y experimentación de lo que se denomina «*Media and Information Literacy Curriculum for Teachers*». El cual es publicado en 2011 y desde ese momento muchos países a nivel internacional han realizado sus propias adaptaciones. Pérez, J. y Tayie, S. (2012) plantean que dicho currículum sitúa como ejes principales de desarrollo:

- a) El conocimiento de la información y de los medios de cara a la construcción de un discurso democrático.
- b) La evaluación y análisis de los medios y contenidos.
- c) La producción y el uso de los medios. Todo ello se podría resumir en dos vertientes diferenciadas: una analítica y crítica, y otra productiva y participativa. (Pág. 13).

Añadiendo a esto, que en dicha propuesta de la UNESCO se debe apuntar al desarrollo de competencias dentro de los programas de formación para profesores tanto inicial como continuada. Se encuentran ciertas generalidades entre los tipos de formación y las modalidades, por ejemplo: la formación inicial docente se realiza prioritariamente a través de cursos y programas de manera presencial y en algunos casos semipresencial, en tanto que los proyectos preferencialmente se dirigen a docentes en ejercicio, mediante modalidad semipresencial y a distancia en su mayoría.

A partir de ello se plantea que la formación de profesores debe estar acorde a estas dinámicas para lograr una sincronía con estas nuevas exigencias. Pero

se encuentra que los profesores se ven empujados a actuar de manera diferente a la que fueron formados debido a que las “políticas de formación inicial y continuada de profesores que no corresponden a las expectativas ni cumplen con su objetivo, sea porque son demagógicas, por incoherentes contradictorias o, sobre todo, mercantiles” Lück, E. (2009), pág. 7.

Nóvoa, A. (1999) citado por Lück, E. (2009) plantea al respecto :

...el control de la formación inicial (por medio de la «acreditación») como también de la formación continuada (por medio de procesos evaluativos) Al contrario de promover la valorización y de compartir los saberes profesionales basados en la reflexión de la experiencia, se consolida gradualmente un «mercado de formación. Pág. 7.

2.2 Categorías de análisis preliminares

En primera instancia se observa el documento de Celaya, R. Lozano, F. y Ramírez, M. (2010), que presentan unas categorías acerca de la apropiación tecnológica de los docentes en el aula de clase. La apropiación de una tecnología es un proceso que, simultáneamente, transforma al usuario y a la tecnología; es decir, no sólo da lugar a que el usuario cambie en sus conocimientos y sus habilidades, sino que también causa transformaciones en las propiedades de la tecnología (Overdijk y Diggelen, 2006, citado en Celaya, R. Lozano, F. y Ramírez, M., 2010). El modelo de evaluación de la apropiación de prácticas culturales de Orozco y Sánchez (2002, citado en Celaya, R. Lozano, F. y Ramírez, M., 2010) proporciona un criterio de referencia para identificar los tres niveles de apropiación tecnológica: conocimiento, utilización y transformación.

La categoría de conocimiento de la tecnología se refiere a la representación que los docentes tienen de la misma y de sus usos; puede ir desde un nivel descriptivo hasta la generalización a múltiples escenarios; la utilización representa el empleo común de prácticas educativas que involucran apropiación de las tecnologías de información y comunicación (TIC), mientras que la tercera categoría, llamada de transformación, se relaciona con la modificación o adaptación que realizan los profesores en las prácticas que involucran el uso de la tecnología en el salón de clase. (Celaya, R. Lozano, F. y Ramírez, M. 2010, p. 494).

3. Aspectos metodológicos

La investigación que aquí se desarrolla, se enmarca en un enfoque de tipo cualitativo, en específico se utilizará el estudio de caso. En cuanto a las fases de la investigación, Fox, D. (1981) propone las siguientes etapas:

- **Revisión teórica:** esta es una etapa transversal a todo el proceso de investigación, en especial se busca construir el marco de referencia de los ambientes en los que las TIC se incorporan en la clase de matemáticas, así como consolidar elementos teóricos asociados a la formación de profesores, particularmente en tecnologías computacionales.
- **Diseño:** Se propone en esta etapa, diseñar algunos instrumentos para la recolección de información como cuestionarios, entrevistas semi estructuradas y en profundidad o etnográficas.
- **Recolección de información:** En un primer momento se aplicará un cuestionario para seleccionar los docentes que han recibido formación en TIC , dichos docentes serán clasificados siguiendo las categorías de apropiación tecnológica propuestas por Celaya, R. Lozano, F. y Ramírez, M. (2010). Luego de tener el grupo de docentes seleccionados se realizará la entrevista etnográfica o de profundidad con el fin de generar un relato que describa ampliamente como ha sido su formación en TIC y cómo esta ha influido en la manera en que las utiliza en la clase de matemáticas. Finalmente, se procederá a realizar algunas entrevistas semiestructuradas que indaguen las razones y argumentos desde un punto de vista pedagógico (referente a la enseñanza), técnico (cómo utilizar las TIC dentro del aula) y de contenido (que es necesario saber para poder incorporarlas dentro de las clases) por las que los docentes no incorporan las TIC en la clase de matemáticas.

- Análisis de información y consolidación de características: en esta etapa se planea realizar la caracterización en categorías de las razones por las cuales los docentes no incorporan las TIC en la clase de matemáticas.

4. Desarrollo de la propuesta

Esta investigación se está desarrollando en este momento. Para el evento ya se habrá realizado la aplicación de instrumentos y se tendrán algunos resultados parciales.

5. Conclusiones

- Los relatos generados por los docentes investigados, en donde se describa la formación en TIC que ha tenido a lo largo de sus experiencias educativas y cómo estas han influido en su incorporación de las TIC en la clase de matemáticas.
- La consolidación de las razones por las cuales los docentes no incorporan las TIC en la clase de matemáticas, realizando la descripción de dichas razones desde diferentes perspectivas: pedagógica, técnica y / o de contenido.

Referencias bibliográficas

- Celaya, R. Lozano, F. y Ramírez, M. (2010). Apropiación tecnológica en profesores que incorporan recursos educativos abiertos en educación media superior. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 15 (45), 487-513.
- Fox, D. (1981). *El proceso de investigación en educación*. Editorial Eunsa. España.
- Lück, E. (2009). El proceso de transformación tecnológica y la formación docente. *Revista de universidad y sociedad de conocimiento (RUSC)*. 6 (1), 1-10.
- Martínez, L. & Vera, J. *Características de la formación docente para la inclusión de las TIC en la enseñanza de la geometría*. En Cinco experiencias iniciales de investigación. En prensa. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Colciencias.

- Pérez, J. & Tayie, S. (2012). La formación de profesores en educación en medios: currículo y experiencias internacionales. *Revista comunicar. Revista científica de comunicación y educación*. 39 (20), 10-14. Recuperada: dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4013298/2.pdf+&cd=1&hl=es&ct=clnk&gl=co
- Sandoval, A. & Dussán, M. (2012). Panorama de la formación inicial docente y TIC en la Región Andina. *Revista Educación y Pedagogía, Medellín, Universidad de Antioquia, Facultad de Educación* 24 (62), 191-204.
- UNESCO. (2004). *Las tecnologías de la información y la comunicación y la formación docente*. Guía de planificación. Montevideo, Uruguay: Trilce.

Argumentación matemática en la solución de problemas de física: El caso de la Ley de Hooke

Pabón, Carlos - Galindo, Fabián - Soler, Nubia
carlospab@gmail.com – fabianaristo@gmail.com - nsoler@gmail.com
Universidad Pedagógica Nacional, (Colombia)

Resumen

A partir de un taller con estudiantes de ciclo V en dos colegios oficiales de Bogotá se propone un problema de corte investigativo referente a la aplicación de la Ley de Hooke a las bandas elásticas. Se hace una propuesta de análisis desde la teoría de los marcos epistémicos dentro el modelo RF (Resource Framework) acerca de las afirmaciones, recursos y garantes a través de 3 fases experimentales.

Palabras clave: Modelo argumentativo de Toulmin, marcos epistémicos, modelo RF, resolución de problemas.

1. Introducción

Al momento de resolver problemas en física es común observar dificultades a la hora de argumentar ciertas afirmaciones que pueden ser consecuencia de la familiaridad de los estudiantes con ciertas nociones matemáticas o pueden provenir de la experiencia con la manipulación de ciertos objetos reales, conocimiento de sus propiedades físicas u otros tipos de conocimientos previos. Tales recursos son los que se pretenden evidenciar mediante la secuencia de actividades que se plantea para estudiantes de ciclo V de dos

colegios oficiales de Bogotá. Se propone estudiar la aplicabilidad de la ley de Hooke a una banda elástica. Además se pone en discusión cómo cambia la elongación con el número de CDs suspendidos si se cambia el sistema por un sistema de dos bandas en serie o dos bandas en paralelo.

Esta actividad permite explorar las diferentes afirmaciones, datos y garantías que aparecen en los argumentos de los estudiantes de acuerdo con el modelo de Toulmin (citado por Bing & Redish, 2009), así como los recursos epistémicos usados, entendidos como el conjunto de nociones, conocimientos empíricos, entre otros, construidos en la mente de cada estudiante al abordar un problema (Bing & Redish, 2009) y el marco de recursos que usan en cada una de las fases experimentales, este marco resulta ser un subconjunto más limitado cuya construcción se detalla más adelante.

Primero se presentó a los estudiantes una guía en la que se pedía un análisis centrado en una gráfica acerca del comportamiento de un resorte. Se encontró que los estudiantes en la mayoría de los casos presentaba dificultad para responder a preguntas de tipo argumentativo, debido al escaso manejo del lenguaje escrito no fue posible evidenciar los recursos y argumentos de manera adecuada lo que condujo a un replanteamiento de la actividad que terminó en una serie de experimentos con bandas elásticas que son elementos de uso más cotidiano y permiten al estudiante un acercamiento más íntimo al trabajo del físico actual, constituyendo lo que se denomina como la metáfora del físico teórico (Jahnke, 2005). En este sentido, las actividades que se proponen constituyen una secuencia de aprendizaje en la que los alumnos develan al educador los mecanismos de razonamiento para resolver un problema, entendido no como un ejercicio de libro sino como una pregunta elaborada de investigación (Gil Pérez, Martínez Torregrosa, & Senent Pérez, 1988).

2. Marco de referencia

Para el análisis de las respuestas dadas por los estudiantes, el estudio toma como referente el modelo RF descrito por Bing y Redish (2009) como el resultado de la interacción del estudiante con su entorno en una especie de red similar a lo que ocurre dentro de una red neuronal. El RF es un modelo

fenomenológico y cualitativo para describir el desarrollo epistemológico que se da en los estudiantes a través del marco de recursos que el estudiante va encerrando a los estrictamente necesarios para describir determinada situación o fenómeno o para resolver un problema. Bing y Redish (2009) sostienen que los marcos pueden identificarse a partir de los recursos que los estudiantes hacen al construir sus argumentos según el modelo de Toulmin. Aunque aplican sus investigaciones a los argumentos en estudiantes universitarios, es posible que este modelo pueda ser aplicado para el estudio de lo que pasa a nivel de estudiantes de secundaria.

Según el modelo de RF, diferentes conjuntos de recursos se activan conjuntamente y no son independientes, así por ejemplo cuando se le pregunta al estudiante por la elongación de una banda elástica se activa el recurso de unidades de medición y el de cualidades físicas de las bandas de manera conjunta.

3. Aspectos metodológicos

Dado que se trata de un estudio que acude directamente a la actividad matemática desarrollada en el aula se puede clasificar como una investigación aplicada y por orientarse hacia el análisis de una práctica en el ambiente natural de la clase que no desconoce aspectos del contexto de los estudiantes se puede ubicar como una investigación de carácter cualitativo.

Los participantes de la investigación son (además de los autores, en calidad de investigadores) los estudiantes del grado 1101 del Colegio San Isidro Sur oriental IED Jornada tarde y los estudiantes de 1101 y 1102 del Colegio Julio Garavito Armero IED Jornada Mañana.

El trabajo gira en torno a las situaciones que a continuación se describen: se suspende de una banda de caucho un CD y se aumenta progresivamente su número. El interés es estudiar el comportamiento de la elongación de la banda de caucho conforme se aumenta el número de CDs suspendidos. Una segunda situación consiste en considerar la misma relación para dos bandas de idénticas características elásticas conectadas en serie, y una tercera con las bandas conectadas en paralelo.

Cada una de estas situaciones se abordó en tres momentos de diferente naturaleza:

- Experimento mental: cada estudiante imagina las tres situaciones mencionadas y hace estimaciones de la elongación de la banda o las bandas, recurriendo exclusivamente a su intuición y experiencia previa con bandas de caucho y CDs.
- Experimento virtual: con base en un archivo de GeoGebra que simulaba el comportamiento elástico de las bandas al cambiar el número de CDs mediante un deslizador (asumiendo la ley de Hooke), los estudiantes (reunidos por grupos de 3 o 4 personas) llenaron una serie de tablas y deben responder algunas preguntas para las tres situaciones en cuestión.
- Experimento real: los estudiantes, reunidos en grupos de 3 o 4, resolvieron una actividad similar a la anterior, pero esta vez midiendo la elongación al utilizar bandas de caucho y CDs reales.

Finalmente, se llevó a cabo una discusión final que recogía conclusiones y observaciones obtenidas por los estudiantes al concluir el trabajo de los tres experimentos.

El registro de la información se hizo a través de los escritos de los estudiantes en el caso del experimento mental, de grabaciones de audio y vídeo de los grupos de trabajo para los experimentos virtual y real y una videograbación del grupo completo para la socialización.

4. Desarrollo de la propuesta

La propuesta para el análisis de los datos obtenidos se efectúa mediante la determinación de algunas categorías asociadas a los recursos que se evidencian a través de los argumentos de los estudiantes, a saber, la proporcionalidad, las cualidades físicas de bandas y CDs y las medidas. De igual manera, se propone aspectos analíticos a desarrollar en el transcurso de la investigación.

En cada uno de los tres experimentos se identifican los recursos, afinaciones, garantes y encuadres epistémicos presentes de acuerdo con las respuestas de los estudiantes.

Tabla 1: Primera clasificación de los recursos y marcos usados por los estudiantes

DATOS	TIPO	AFIRMACIÓN	GARANTES	RECURSOS	ENCUADRES
1 CD elonga la banda 1 cm	III	Cuando ponemos 1 CD se estira 1 cm y si colocamos 2 se estirará el doble.	Porque si uno hace elongar la banda 1 cm, dos lo hacen elongar 2 cm	Existe una idea previa de proporcionalidad lineal. Se pone en juego la idea de que la banda se comporta de manera uniforme a largo de todo el experimento	Se constituye un encuadre o marco de cálculo en el que el o la estudiante simplemente realiza una multiplicación o una serie de sumas.

Con base en las observaciones registradas en la tabla se hizo una propuesta de clasificación de los argumentos de acuerdo con el uso que se hace de los recursos involucrados en sus argumentos.

5. Conclusiones

A partir de los resultados obtenidos puede verse que es factible aplicar el modelo RF al estudio de los argumentos dados por los estudiantes al enfrentar el problema de la ley de Hooke para las bandas elásticas. Hasta el momento se han establecido las categorías esenciales mencionadas en el apartado anterior y se pretende construir las matrices por estudiante y por categorías que permitan visualizar tal categorización.

Aplicar el modelo Rf para el análisis de la argumentación a nivel secundaria puede ser un recurso sumamente valioso para entender las dificultades de nuestros estudiantes y de esta manera dar luces de cómo concebir actividades didácticas provechosas para el desarrollo de las clases de física y matemática dentro de un currículo que tienda a la transversalidad.

Referencias bibliográficas

- Bing, T. J., & Redish, E. F. (2009). Analyzing problem solving using math in physics: Epistemological framing via warrants. *Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res.* , 5 (2), 020108.
- Gil Pérez, D., Martínez Torregrosa, J., & Senent Pérez, F. (1988). El fracaso en la resolución de problemas de física: una investigación orientada por nuevos supuestos. *Enseñanza de las ciencias* , 6 (2), 131-146.
- Jahnke, H. N. (2005). A genetic approach to proof. En M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, (págs. 428-437). Sant Feliu de Guíxols.

Enseñanza de algunos sistemas de numeración mediante la huerta escolar

Ruíz, Angélica- Gómez, Felipe

angeruiz214@gmail.com – afgcruz@hotmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

Esta experiencia en el aula es una evidencia de la propuesta que se planteó para la enseñanza de algunos sistemas de numeración (romano, decimal y maya) a estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Distrital Nueva Esperanza donde se mencionarán los referentes teóricos utilizados para planear, diseñar y evaluar, la secuencia de actividades la cual fue aplicada con el fin de acercarse a las nociones que hay sobre los diferentes sistemas de numeración por medio de situaciones que estuvieran enmarcadas en el contexto en el que se encontraban los estudiantes (huerta escolar), además se mostrarán algunos logros obtenidos con estos estudiantes para reflexionar finalmente sobre la experiencia como docentes.

Palabras clave: Sistemas numéricos, recta numérica, huerta escolar.

1. Introducción

Los métodos de enseñanza han venido jugando un papel importante en la forma en que generan en los estudiantes un significado a uso de la matemática, ya que estos nuevos métodos de enseñanza involucran factores con los cuales los estudiantes pueden interactuar y así lograr una interiorización de los conceptos a enseñar y un uso de los mismos en el diario vivir; es por ello que se considera importante trabajar por medio de la huerta escolar la enseñanza de algunos sistemas de numeración en grado

sexto de la I.E.D Nueva Esperanza. Para ello se realiza el diseño y la planeación a partir de un proyecto de aula el cual busca llegar a dichos estudiantes con una metodología fuera de lo lineal y salir de la rigidez de enseñar unos “conocimientos básicos comunes”.

2. Referente conceptual

Para el desarrollo de las actividades fue necesario hacer uso de los siguientes referentes teóricos; siguiendo a Flórez (1981) afirma que un sistema numérico es: “El modo o estructura que puede emplearse para representar las cantidades numéricas”. Así mismo que: “Todo sistema operacionalmente funcional, de numeración consta de: a) Un número que sirve de base, b) Guarismos que sirven para representar las unidades en su valor absoluto.

Para Fernández Acisclo (1857), la numeración romana es vista como: “El arte de representar los números naturales con siete símbolos: I, V, X, L, C, D, M, teniendo en cuenta que para escribir cualquier número natural bastaría escribir las letras, teniendo presente que una letra menor antepuesta a otra mayor, rebaja el valor de la última”

Por otra parte Flórez (1981), el sistema de numeración decimal cumple su enunciado acerca del valor posicional, en donde los guarismos aumentan de valor de derecha a izquierda generalizando esta característica para los sistemas de numeración en diferentes bases de la siguiente forma:

- “Si se tiene una base b y sus guarismos: q, r, s, t, u, v , el número $r q t s t q$ es equivalente a decir: ” Específicamente en el sistema decimal a esta subdivisión del valor numérica los denominamos de derecha a izquierda: Unidades, decenas, centenas, unidades de mil, etc.

Por último el Grupo Alquerque (2012) menciona que el sistema de numeración maya es posicional, es decir, que depende del lugar en donde se colocan los números, el valor que éstos tienen. Es en base 20, es decir, las cantidades son agrupadas de 20 en 20; por esa razón en el primer nivel puede ponerse cualquier número del 0 al 19.

A partir de las definiciones mencionadas anteriormente se establece que se van a enseñar por medio de un proyecto de aula relacionado con la huera

escolar ya que Agudelo (2002) menciona que un proyecto de aula “Es una propuesta didáctica fundamentada en la solución de problemas, desde los procesos formativos, en el seno de la academia”, entonces a partir de ello y teniendo en cuenta los procesos generales que se estipulan en los Lineamientos curriculares para matemáticas (1998), los cuales son: razonamiento, modelación, comunicación, formulación y ejercitación de procedimientos y formular y resolver problemas, teniendo en cuenta que se irán dando de una forma no rigurosa.

3. Descripción de la experiencia

Durante el transcurso de la práctica (experiencia en el aula) se propuso realizar cuatro actividades, las cuales se presentarán en la misma estructura en que fueran trabajadas en el aula de clase, teniendo en cuenta los conceptos establecidos y el entorno de la institución para que se generara un aprendizaje significativo.

Actividad diagnóstico. “Poniendo a prueba lo que sé” en esta actividad se analizaron algunas características de los estudiantes como los gustos y las actividades que realizaban en su tiempo libre, además de concepciones teóricas analizadas con situaciones problemas que tenían como fin identificar el manejo de algunos sistemas de numeración.

Actividad 1. “Huerta nueva esperanza” a partir de los gustos generales de los estudiantes, se procede a poner en juego un proceso de exploración mediante una recta numérica plasmada en una hoja de papel, donde los estudiantes podrán realizar diferentes representaciones en la recta numérica de forma autónoma o con ayuda del docente.

Actividad 2. “Jugando con los sistemas” conocer algunas características que tienen los sistemas de numeración, comparándolos entre sí e identificando las características de cada uno de ellos, para realizar un trabajo especial con el sistema de numeración maya para que a partir de este, los estudiantes puedan interiorizarlos y así intentar construir un sistema de conteo propio.

Actividad 3. “Comparo, observo y concluyo” se desarrolla la estructura aditiva, interiorizando las representaciones presentadas en cada uno de los

sistemas de numeración trabajados, mediante la identificación de las características y propiedades de los sistemas.

4. Reflexiones y conclusiones

Esta experiencia en el aula fue gratificante por las relaciones que se pudieron establecer entre contexto-sociocultural- escuela y objeto matemático, ya que por una parte se contextualizaron las actividades frente a situación que compartían los estudiantes “La huerta escolar” se relacionaba como sustento de alguno de ellos y se lograba desarrollar tres destrezas fundamentales de los sistemas de numeración, que son: contar, agrupar y el uso del valor posicional identificando características propias de los sistemas que permitía diferenciarlos entre sí.

Referencias bibliográficas

- Godino, J., Batanero, C., Cid, E. (2002). *Sistemas de numeración y su didáctica para maestros*.
- Gómez, B. (1992). *Numeración y cálculo*. Editorial síntesis. Madrid: España.
- Grupo Alquerque (2012). *Sistema de numeración maya*.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá, Colombia.

Algunas dificultades de aprendizaje presentes en el estudio de la parábola en un grupo de estudiantes de grado once del Colegio María Cano J.T.

Sánchez Barón, Ever Hernán

ehsbaron@yahoo.es- everhernan2010@gmail.com

Colegio María Cano J.T. (Colombia)

Resumen

El propósito de la siguiente investigación fue identificar las dificultades que se evidencian en la construcción de la parábola. A partir de la teoría del aprendizaje significativo se diseñó una secuencia de actividades que empieza con la elaboración y aplicación de la prueba diagnóstica, seguidamente el desarrollo de una secuencia de actividades que cuentan con el apoyo del software GeoGebra, y la etapa final con la prueba post-test; mediante estos procesos se identifican las dificultades que son más notorias en una muestra de estudiantes que son escogidos de acuerdo a su desempeño académico en la asignatura de matemáticas, durante el primer y segundo bimestre académico de año 2014.

Este trabajo en su desarrollo e implementación, incorporó como recurso tecnológico el software GeoGebra como un medio más en la enseñanza de la matemática, el cual fue aplicado a un grupo de seis estudiantes de grado 11° del Colegio María Cano J.T.

Palabras clave: Aprendizaje significativo, construcción de la parábola, software GeoGebra, Dificultades.

1. Introducción

Al proponer este trabajo de investigación referente a la enseñanza de las secciones cónicas en grado once, haciendo uso de software de geometría dinámica, resulta fundamental conocer las diferentes investigaciones que se han hecho del o sobre el tema o cercanas al mismo, además de la experiencia que se ha ido adquiriendo durante ya varios años en el aula.

La preocupación de investigadores y maestros, que han puesto atención a las dificultades surgidas en el aprendizaje de la matemática, constituye un campo de investigación que busca dar respuestas a problemas que tienen los estudiantes en los diferentes niveles educativos.

La investigación realizada por Ancochea (2011), muestra cómo en los últimos cursos de bachillerato los estudiantes proponen soluciones a problemas de la temática propia del estudio de la Parábola, basados en la comparación con problemas solucionados por otros y sin plantearse ningún interrogante previo, esquema gráfico o expresión algebraica como recursos de análisis para la proposición de la solución.

Por otro lado Godino (2003), enfatiza que la enseñanza de la matemática tiene que verse reflejada en el medio social del estudiante, por tal motivo no debe ser una materia ajena a su realidad; además el rigor de la misma, tiene que mantenerse en su método, como en su lenguaje, así como su fortaleza y limitaciones.

El estudio de las secciones cónicas en la educación media y en particular en el grado once, tiene importancia en la medida en que aporta a la comprensión de algunos fenómenos de la física, ayuda al desarrollo cognitivo del estudiante y permite la ejercitación de muchos de los conceptos abordados en los cursos anteriores.

Usualmente el estudio de las secciones cónicas se inicia en grado 10º con la parábola, toda vez que si bien la circunferencia hace parte de este conjunto de curvas, la misma ha sido ya abordada en temáticas de cursos anteriores o previamente para la introducción de algunos de los conceptos al inicio del mismo curso. La parábola es quizá luego de la circunferencia una de las curvas que presenta una mayor simplicidad en su construcción y en su estructura, característica que hace que su estudio sea apropiado para una

primera aproximación a este tipo de curvas. En el caso específico del estudio de la parábola como sección cónica, se necesita de ciertos conceptos previos para su construcción; y en muchas oportunidades, a pesar de los esfuerzos de los docentes el alumno no encuentra su utilidad práctica, lo que se convierte en un obstáculo para su aprendizaje, situación que también describe Font (2001).

Gómez y Carulla (1999), manifiestan que los estudiantes aprenden de memoria las ecuaciones, no hacen procesos de análisis y tienen dificultad en relacionar las diversas escrituras algebraicas, además de no relacionar de forma lógica una representación algebraica con una geométrica. Su experiencia con estudiantes de educación media les permitió identificar dificultades en la construcción de la parábola como sección cónica, en relación con su representación algebraica, geométrica y verbal; también fue notable la debilidad para modelar matemáticamente fenómenos de la realidad. En similar condición se vivencia este tipo de dificultades en grados superiores de la IED María Cano, como son la relación de elementos gráficos con fórmulas o ecuaciones, asimismo de la escritura incorrecta de expresiones matemáticas al modelar una situación.

Al abordar la noción de parábola se plantea la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué dificultades se evidencian en un grupo de estudiantes de grado once del colegio María Cano JT en el aprendizaje de la parábola, su articulación con otros conceptos y habilidades de la matemática y el análisis de situaciones de su cotidianidad?

2. Referente conceptual

- El Constructivismo y aprendizaje significativo, ver figura 1.
- La enseñanza de la matemática.
- El software libre (GeoGebra).

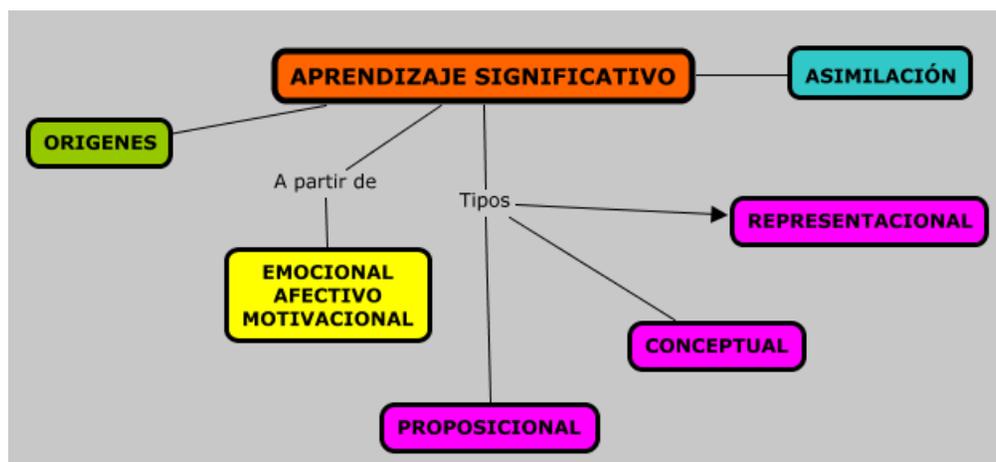


Figura 1. Elementos del aprendizaje significativo

3. Descripción de la experiencia

Enfoque investigativo: A partir de los aspectos mencionados, esta investigación se desarrolló mediante la metodología de estudio cualitativo, pues su propósito era observar, comprender e interpretar fenómenos de la realidad escolar, como son las dificultades que surgen en la construcción de la parábola como sección cónica en estudiantes de grado undécimo.

Bajo un enfoque **inductivo-interpretativo:** dado que se desea conocer el nivel matemático que tienen los estudiantes, para poder estudiar las secciones cónicas (la parábola).

Método: Estudio de casos

Técnicas de recolección de datos: Observación y la encuesta, como instrumentos: fotos, talleres y diario de campo.

Estrategia: pre-test, actividades secuencia didáctica, post-test.

Características de la población: Esta investigación se desarrolla con un grupo de estudiantes del grado 11° en la institución educativa María Cano ubicada en la localidad Rafael Uribe de la ciudad de Bogotá, dicho grado se encuentra constituido por 16 mujeres y 14 hombres con edades entre los 16 y los 19 años, pertenecientes a estratos socioeconómico entre 1 y 2, de dicho grupo se selecciona una muestra de seis estudiantes.

4. Reflexiones y conclusiones

Seguimiento de Aprendizaje Basado en Problemas

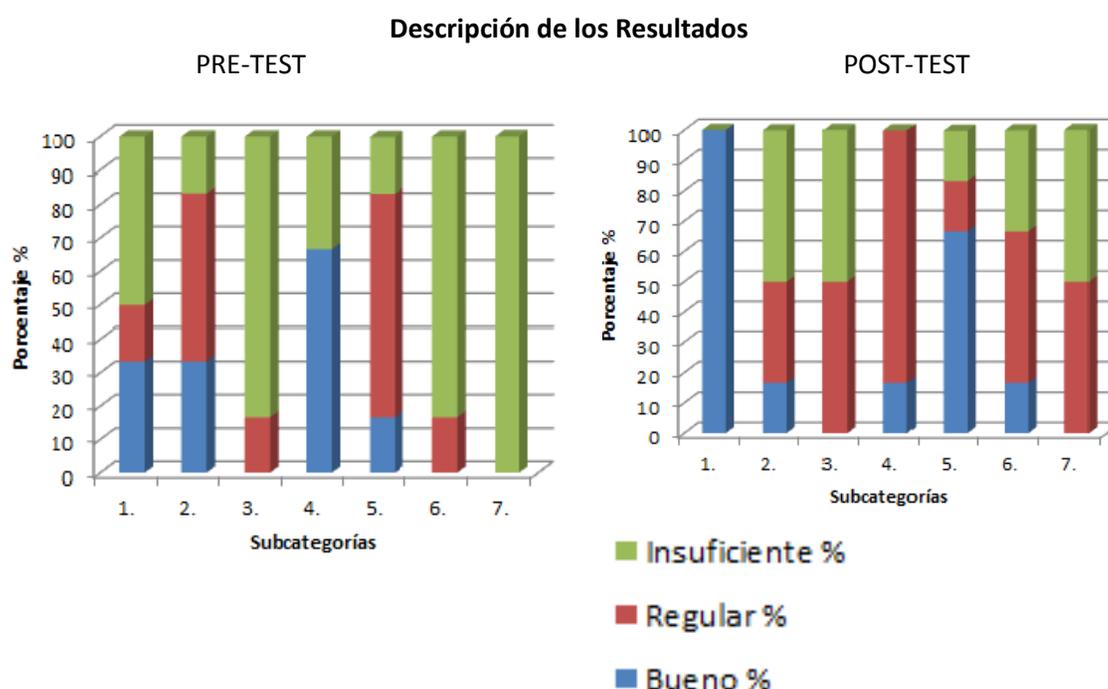
Se realiza un seguimiento del aprendizaje basado en problemas empleado como estrategia en la serie de actividades desarrolladas dentro de la secuencia didáctica, llevando un orden en las fechas, temas y actividades correspondientes en la construcción de la parábola con lápiz y papel además del apoyo del software GeoGebra, como opción innovadora en la enseñanza de la matemática.

En esta aplicación de actividades se tiene en cuenta para la evaluación de procesos:

- La observación del docente tanto individual como grupal.
- Las actividades desarrolladas por los estudiantes: utilizando lápiz y papel y el software GeoGebra.
- Las reflexiones que tienen los estudiantes a este tipo de actividades aplicadas durante la ejecución de esta secuencia didáctica.

A partir de las actividades realizadas con las herramientas brindadas por la institución, las recomendaciones y explicaciones hechas por el docente y el trabajo individual y grupal de los estudiantes, se puede afirmar que se evidencia compromiso por parte del grupo de estudiantes, a pesar de sus dificultades es notable su participación en preguntas y argumentos hacia las temáticas realizadas en cada sesión. El trabajo realizado con lápiz y papel fue motivante para el grupo porque rompió con la manera tradicional de hacer la clase de matemáticas.

La incorporación del software GeoGebra para el estudio de la parábola, resulta también motivante para el grupo de estudiantes, aunque para algunos es difícil familiarizarse con este programa, otros en cambio logran una asimilación en forma rápida el manejo de este software. La dificultad más frecuente está relacionada con la utilización adecuada de los comandos a pesar de la explicación y recomendación dada por el docente, también al poco trabajo con este tipo de programas, comentarios y opiniones expresados por los estudiantes al finalizar la clase.



Referencias bibliográficas

Gómez, P, Carulla, C. (1999). *La enseñanza de la función cuadrática en las matemáticas escolares del distrito capital*. Universidad de los Andes. Una empresa docente. Bogotá.

Font, V. (2001). Expresiones simbólicas a partir de gráficas. El caso de la parábola. *Revista EMA*, vol 6, N° 2, p.180-200.

Palmero, M. (2010). *La teoría del aprendizaje significativo en la perspectiva de la psicología cognitiva*. España: Ediciones Octaedro, S.L.

Ballester, A. (2002). *El aprendizaje significativo en la práctica*. España. Tomado de: http://www.aprendizajesignificativo.es/mats/El_aprendizaje_significativo_en_la_practica.pdf

Godino, J. (2004). *Didáctica de la Matemáticas Maestros*. Disponible en: <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>

Ancochea, B. (2011). *Un panorama de la TAD*. Centre de Recerca Matemàtica, Bellaterra (Barcelona). Volumen. 10, p. 533-551.

Un primer acercamiento a las características de práctica docente a través de la investigación en el aula

Martínez Clavijo, Diana Milena – Soto Hernández, Yancel Orlando
nanis9520@hotmail.es – yancelk@hotmail.es
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

El presente reporte de investigación pretende recoger el trabajo realizado con profesores de matemáticas en un colegio de Bogotá (Colombia). Este se justifica bajo la importancia de observar diferentes enfoques acerca de lo que es un docente y lo que lo caracteriza. Se realizó un estudio de caso con tres profesores con el fin de visualizar características en su práctica docente a partir de enfoques diferentes que en cada uno se evidenció; lo anterior promueve una reflexión sobre la profesión docente en estudiantes para profesor desde lo realizado por sus pares.

La metodología utilizada es de tipo cualitativo porque esta permite obtener un acercamiento a las personas generando procesos de reflexión y análisis. En el reporte se genera básicamente una reflexión en cuanto a la diversidad de características a tener en cuenta al momento de gestionar una clase, estas en relación al conocimiento matemático, pedagógico y del espacio (entorno).

Palabras clave: Conocimiento profesional, comportamientos del profesor, formación docente, práctica docente.

1. Introducción

El trabajo a presentar se generó en una de las actividades propuestas en el espacio de formación de investigación en el aula de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. La problemática está relacionada con el papel que desempeña el profesor al enseñar algún tema en el aula, puesto que se observó *a priori* que el profesor es la principal fuente de orientación para el aprendizaje de los estudiantes. Sustentando la idea anterior, Freire (1993) menciona que los estudiantes se van a ver influenciados e inspirados por las acciones que lleven a cabo los profesores y en este sentido, los estudiantes aprenderán de los mismos de acuerdo a sus acciones en el espacio de clase.

Se considera importante tener en cuenta variables como el tiempo, la metodología, los recursos y las actitudes del profesor al momento de enseñar ya que Porlán, L., Rivero, A y Martín, R (1997) mencionan que es importante interpretar estas “variables” para poder actuar de una manera consciente al momento de enseñar. En relación con lo anterior, se plantea la siguiente pregunta: ¿Cuáles pueden ser las características de los profesores de matemáticas para llevar a cabo un proceso de enseñanza en un colegio de Bogotá?

De acuerdo a la pregunta planteada, se construyeron objetivos que apuntaban a elaborar un cuadro con características en común de los profesores del colegio para luego generar una reflexión en relación a la práctica de los mismos. Se utilizaron referentes teóricos como Freire (1993), Porlán, L., Rivero, A y Martín, R (1997) Bishop (1999), Brousseau (1986; citado por Panizza, 1999), entre otros, ya que permitían obtener acercamientos directos con las características de los profesores en relación al conocimiento, actitudes y gestión en el aula. Haciendo énfasis en el conocimiento matemático.

Para los resultados en relación con los objetivos y la pregunta, se elaboró el perfil de los profesores respecto a las características identificadas. Además se evidencian características que diferían a las del marco teórico que permitieron describir acciones más específicas de los profesores. Con la información recolectada se generó un cuadro y finalmente una reflexión en torno a la práctica docente y las características de los profesores observados.

2. Marco de referencia

Los conceptos considerados en el marco teórico fueron: formación docente, roles y características de los profesores, trabajados desde la teoría de situaciones didácticas desarrolladas por Brousseau (1986; citado por Panizza, 1999) enfocada a las relaciones metodológicas que se establecen en el aula, más no en los desarrollos cognitivos que se generan; el profesor como enculturador (transformador social que valida procesos de enseñanza) desarrollado por Bishop (1999) y el conocimiento profesional del profesor desarrollado por Porlán, L., Rivero, A y Martín, R (1997).

El primer elemento teórico trabajado fue el de formación docente. Torres (1991) propone que es aquella que permite a una persona llevar a cabo un proceso de formación profesional. En este sentido se habla de un conjunto de aprendizajes y características que identifican al profesor y van creando una figura del mismo ante la sociedad.

Respecto a los roles y características, Bishop (1999) establece unos roles para el enculturador que le permiten interactuar tanto con la cultura como con los estudiantes. Algunos de estos roles son: *Capacidad de personificar la cultura matemática* (pensar de manera cooperativa), *compromiso con el proceso de enculturación matemática* (el entorno y la orientación del estudiante) y *capacidad para comunicar valores e ideas matemáticas*.

El proceso con los estudiantes será favorable en cuanto se logre construir comunicación. Desde la mirada de Zarate (2002) se espera que los profesores entablen relaciones con los estudiantes a través de la búsqueda de herramientas que faciliten la *comunicación*, para que lo que se transmite sea acogido de una manera apropiada.

Otro referente que se abordó en relación a los roles y las características, es Porlán (1998 citado por Grupo de matemáticas escolares UD, 2002). A grosso modo se trabajan roles del profesor desde el conocimiento profesional a partir de experiencias y significaciones importantes del mismo, que permiten construir características con respecto al *conocimiento*; estas pueden ser vistas desde *lo académico*, *lo experimental*, *lo rutinario* y *lo teórico*. La primera de ellas (*académico*) refiere a los contenidos del programa de formación en relación a lo *teórico*; este último hace alusión a concepciones

que no se pueden evidenciar sin ayuda de otros. El segundo (*experimental*), hace referencia a una serie de pensamientos contruidos por los sujetos dentro de un espacio a través de la *rutina* y *accionar* en donde se observa el actuar en situaciones cotidianas que se presentan con frecuencia y en las que se forjan *principios* y *valores* que refieren a acciones más implícitas en el profesor, puesto que no son vistas, sino que hacen parte de él.

3. Aspectos metodológicos

La metodología es cualitativa, de tipo descriptivo-interpretativo. Se consideraron instrumentos como la observación, la fotografía y las entrevistas a los profesores en relación con su gestión en el aula. El objetivo de utilizar estos instrumentos era identificar las características en los profesores del colegio. En concordancia con la metodología, se establecieron unas fases de trabajo, después se recolectaron los datos con los instrumentos que se construyeron para seleccionar las características de los profesores de matemáticas en el colegio que se trabajó y por último se elaboró un cuadro con los resultados obtenidos.

4. Desarrollo de la propuesta

El primer resultado obtenido, es la generación de un perfil de cada uno de los docentes del colegio; estos son:

Profesor 1: *Egresado de la Universidad Pedagógica Nacional. Estudió Licenciatura en Matemáticas, es mecánico industrial y le hubiese gustado estudiar ingeniería electrónica. Para él lo más importante a tener en cuenta en la práctica docente es el conocimiento matemático y la disciplina. Está en desacuerdo en que cualquier profesional se desempeñe como profesor si no tiene conocimiento pedagógico. En el colegio se desempeña como profesor de álgebra, trigonometría y cálculo.*

Profesor 2: *Normalista, estudió enfermería, quería estudiar Medicina. Realizó la Licenciatura en Matemáticas en la*

Universidad Santo Tomás en un programa Semi-presencial. Para él, la formación docente es importante, por ello manifiesta desacuerdo en que haya maestros que no tengan el conocimiento pedagógico necesario para desempeñarse. En el colegio se desempeña como profesor en los cursos sexto, séptimo y octavo.

Profesor 3: *Normalista, Estudiante de Licenciatura en Ciencias Naturales de octavo semestre. Para ella el trabajo pedagógico que se lleva con los estudiantes es importante, es una persona estratégica e innovadora, en la parte matemática considera que los estudiantes deben experimentar diferentes situaciones de forma distinta a la tradicional. Se desempeña en el colegio como profesora de matemáticas en toda primaria.*

El segundo resultado obtenido está ligado a la identificación de características en los tres profesores, a partir del marco teórico y algunas otras características que difieren al mismo, pero que son identificadas en el desarrollo de la propuesta.

5. Conclusiones

En primer lugar, las conclusiones buscan mostrar las características en los profesores observados para luego reflexionar sobre la práctica docente de acuerdo a su proceso en el aula. Algunas de las características identificadas a groso modo son las siguientes: Interacción con el grupo de estudiantes, dedicación, flexibilidad, organización- claridad, dinamismo, buena comunicación y altas expectativas. Otras características que se encuentran en menor grado son interacción con el estudiante la cual se esperaría implementar directamente en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Se evidenciaron otras características en los profesores del colegio que no estaban contempladas en el marco referencial. Algunas de estas son alternativas para mejorar, disponibilidad para asesorar, escucha, creatividad, principio de autoridad y paciencia. Por ejemplo en las primeras características mencionadas (alternativas y disponibilidad) se observó que los profesores buscan estrategias para explicar, además existe un programa que maneja el colegio en el cual se refuerzan conocimientos de una materia

en específico, en cuanto al este se evidencia una orientación por parte de los profesores en el proceso de los estudiantes puesto que no se cierran los espacios extra-clases para las explicaciones de los temas trabajados. En relación a la escucha, los profesores permiten que los estudiantes participen durante los espacios de la clase.

En correspondencia a las últimas características consideradas (autoridad y paciencia) se observa que los profesores poseen dominio de grupo, esto quiere decir que en la gestión su labor es eficaz puesto que tienen el “control” y logran mantener la atención de los estudiantes; el profesor 2 manifiesta que la disciplina es fundamental para la gestión y el orden de la clase. Los tres profesores mencionaban en la entrevista que la paciencia es importante para ejercer la profesión docente.

Con el trabajo realizado, se puede hacer énfasis en que las características van a dar cuenta que el conocimiento (en este caso el matemático) no es el único aspecto importante para caracterizar a un profesor. El conocimiento pedagógico es importante ya que este permite afrontar situaciones, controlar tiempos, diseñar clases y por supuesto gestionar la misma. Por otro lado, se consideran también características en relación a la escucha y otros principios que son importantes ya que los estudiantes no solo se están formando en conceptos, sino también como personas.

Referencias bibliográficas

- Bishop, A (1999) *Enculturación matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural* (Trad. Sánchez, G (1999) Ediciones Paidós S.A).
- Freire, P (1993) *Cartas a quien pretende enseñar*: Siglo XXI; Ed. Siglo Veintiuno (2010) Argentina S.A. (Trad. Mastrangelo, S (2002)).
- Grupo de matemáticas Escolares U.D (2002) *Matemáticas para todos*. El sentido de la profesión, profesor(a) de matemáticas; Policromía digital Ltda. Bogotá (2002).
- Porlán, L., Rivero, A y Martín, R (1997) *Conocimiento profesional y epistemología de los profesores 1*; Parte uno (1) p. 156-157.
- Torres, R (1991) *Alternativas dentro de la educación formal. Escuela nueva en Colombia* Recuperado de http://archivopedagogicodecolombia.com/archivo/admon_total/raesreduc/archivos/pdf/6862.pdf.

Prácticas y procesos didácticos de gestión en el aula. El caso del número relativo

Triviño, Johana – Alvarado, Jennyffer

mjohanat@gmail.com – ezeberth@gmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Colombia)

Resumen

En este artículo se presentan algunos referentes teóricos que sustentan el objetivo de la investigación, teniendo en cuenta el caso de los estudiantes de grado sexto. Aborda la posibilidad de analizar las tensiones que se suscitan entre los actores de la comunidad educativa en un proceso de estudio en cuanto al número relativo, analizando las perspectivas del enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, dimensiones, categorías e indicadores de la gestión, identificada y evaluada; que están apoyados en los datos proporcionados por profesores y estudiantes de grado sexto.

Palabras clave: Gestión del profesor, procesos didácticos, número relativo, secuencia de actividades.

1. Introducción

En los procesos de estudio, los docentes enfrentamos diferentes retos, uno de ellos es generar el interés de los estudiantes en la adquisición y desarrollo de los diferentes conceptos matemáticos, el caso de análisis es la ruptura del número natural al número entero, pues en los primeros años de escolaridad se presenta el error de ignorar los dos sentidos de la recta numérica. No se contempla una operación de tal forma que resulte negativa, se dice que el

inicio de la secuencia numérica es el vacío y se desconoce el cero como punto neutro.

Los aspectos analizados en la temática de esta investigación, tienen que ver con la educación matemática y las acciones que los profesores gestionan en el aula particularmente en cuanto al número relativo; se desarrollará con estudiantes de grado sexto y el profesor de matemáticas del Colegio Parroquial Santa Isabel de Hungría de Bogotá, Colombia.

2. Marco de referencia

La teoría que enmarca la investigación en cuanto al análisis de las acciones del docente en los procesos de estudio en el aula tiene su fundamento en el Tetraedro Didáctico y las descripciones propuestas por Lurduy (2012). En este sentido, esta teoría se toma como medio de análisis didáctico, ya que se definen los polos que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula como lo cognitivo, lo didáctico, lo epistémico y lo ecológico del aula.

Haciendo esta interpretación, la complejidad de las relaciones diádicas (simples, entre dos polos) y tríadicas (complejas, entre tres polos) que posibilitan la emergencia de relaciones que determinan los planos de observación y análisis; para el caso de esta investigación se priorizará la relación entre los polos didáctico y cognitivo (profesor – estudiante) y en segundo lugar las intervenciones de los polos cognoscitivo (saber) y ecológico (entorno).

Teniendo en cuenta que las acciones o prácticas realizadas por el profesor están enmarcadas en el polo didáctico del tetraedro, se define que los objetos y procesos que determinan el actuar del profesor en el aula son de tipo didáctico; de acuerdo a lo planteado por Lurduy (2012 - 2013):

“ los objetos – procesos didácticos, son el ente didáctico señalado, indicado, nombrado, caracterizado, conceptualizado, representado, simbolizado, significado cuando se construye, se enseña o se aprende matemáticas (práctica matemática escolar).” (p. 57).

Dentro de la perspectiva semiótica, el objeto emergente de los sistemas de prácticas, es necesaria una reflexión didáctica dentro de una tipología de

objetos didácticos definida en términos de diseño, gestión y evaluación como plantea Lurduy (2012).

- **Diseño.** Inicialmente se tiene en cuenta la teoría de las situaciones didácticas como elemento para la planificación de la secuencia de actividades propuesta en el aula (Brousseau, 1986). (Lurduy, 2005, p. 85).
- **Gestión.** La secuencia didáctica puesta en juego y el material didáctico usado en la misma, permiten determinar la forma en que se analizarán cada una de las relaciones didácticas que se presentan en este sistema didáctico, que son las relaciones profesor-estudiante, profesor-saber, estudiante-saber, con referencia a un entorno específico (Lurduy, 2005; 2009).
- **Evaluación.** Se determina como la correspondencia que se establece entre la función del material didáctico, la orientación del profesor y la devolución del estudiante frente a la situación problema que enfrenta, en donde se vinculan los dos ítems anteriores como parte de las interacciones que se establecen en el aula (Giménez, 2000; 2005; 2009). (Lurduy, 2005, p. 85).

La reflexión del profesor en el aula atiende a cada una de las acciones que determinan los diferentes tipos de objetos – procesos didácticos en el momento de institucionalizar la solución de un problema desde la problematización, definición, argumentación, particularización, generalización, etc. Según Lurduy (2012 - 2013) dichas prácticas están definidas como

“una práctica didáctica se refiere a toda expresión, actuación y regulación que efectúa un profesor para resolver problemas didácticos, comunicar a otros su solución, validarla o generalizarla a otros contextos, problemas o interacciones didácticas.”(p, 85).

Sistema de prácticas operativas, discursivas y normativas

Para definir el sistema de prácticas se tomará a Godino (2008) que determina como práctica matemática a toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y

problemas (Godino y Batanero, 1994, p. 334); y desde allí definen los sistemas de prácticas como (operativas y discursivas) las acciones que realiza una persona para dar solución a un problema matemático.

3. Aspectos metodológicos

El enfoque de la propuesta se encuentra en la investigación cualitativa que se considera como un proceso activo, sistemático y riguroso de indagación dirigida, en el cual se toman decisiones sobre lo investigable dentro del campo de estudio: (Pérez, 1994) se usarán los siguientes instrumentos:

- Protocolos de clase.
- Secuencia de Actividades.
- Portafolios.
- Grabación del uso de los recursos didácticos.
- Encuesta y entrevista.

Todos estos instrumentos se desarrollaran en el marco de la investigación descriptiva, “como un proceso preparatorio de una evaluación o de una investigación, cuando el sistema es de una complejidad tal que resulta necesario comenzar por describirlo del modo más riguroso posible” (De Ketele, 1995, p.115). ; En particular se trabajará el estudio de caso único que trata de tomar al individuo sujeto único o unidad social como universo de investigación y observación (Pérez, 1994, p. 87).

4. Desarrollo de la propuesta

A partir del análisis profundo, se plantearán conclusiones que atiendan a los aspectos generales de las acciones del profesor y que intentan dar solución al problema de investigación.

Teniendo en cuenta que la pretensión de este trabajo es analizar las acciones del docente en un proceso de estudio en el aula sobre la noción de número relativo, se realizará la investigación sobre las prácticas didácticas del

profesor del área de matemáticas del grado sexto, en grupos de aproximadamente 45 estudiantes, cuyas edades oscilan entre los 10 y 12 años. Para lograr el objetivo propuesto se gestionará la propuesta de investigación en la población de la institución educativa Colegio Parroquial Santa Isabel de Hungría para así obtener los resultados esperados.

5. Conclusiones

Se espera mostrar la importancia de ejercer prácticas y procesos didácticos adecuados en el aula de clases por parte del profesor y que el uso de situaciones fundamentales con modelos concretos puede ser una gran herramienta de ayuda en el proceso de enseñanza aprendizaje de los números relativos.

Referencias bibliográficas

- De Ketele, J. M., & Roegiers, X. (1995). *Metodología para la recogida de información*. Madrid: La muralla.
- Godino, J. D., & Batanero, C. (23 de Julio de 2015). *un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Obtenido de Teoría y Metodología de Investigación : <http://www.ugr.es/~jgodino/>
- Lurduy, J. O. (2012). El sistema didáctico y el tetraedro didáctico. Elementos para un análisis didáctico de los procesos de estudio de las matemáticas. En J. O. Lurduy Ortegon, *El sistema didáctico y el tetraedro didáctico* (p. 85). Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Pérez Serrano, G. (1994). *Investigación Cualitativa. Retos e interrogantes. I métodos*. Madrid: La muralla.



Regresar al índice general

Encuentro Distrital de Educación Matemática **EDEM**

Índice de esta sección

Pósteres

Hacia una evaluación de las prácticas didácticas: Una propuesta de investigación.....	309
La incorporación de las TIC en el aula de matemáticas	311
Subjetividad del currículo: Un enfoque hacia la sociedad o al desarrollo del hombre.....	314
Tangram Brügner: Como instrumento para la enseñanza de la geometría.....	317
Conociendo el mundo con las manos.....	319
El papel del docente en la educación matemática crítica	321



Segundo Encuentro

Transformaciones, retos y desafíos del diseño y desarrollo curricular de matemáticas en Bogotá

Memorias

Bogotá, agosto 27, 28 y 29 de 2015

Hacia una evaluación de las prácticas didácticas: una propuesta de investigación

Acuña Quiroga, Jairo Alberto – Pulido Moyano, Karen Lulieth
jaacunaq@correo.udistrital.edu.co – klpulidom@correo.udistrital.edu.co
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

Esta propuesta de investigación enmarcada en la Maestría de Educación Matemática de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, tiene como objetivo evaluar los significados que tienen los docentes con respecto a la resolución de problemas didácticos (es decir los problemas que asumen un profesor par el diseño, gestión y evaluación de las prácticas de enseñanza). Se desarrollará desde la metodología de investigación cualitativa de tipo exploratorio descriptivo basado en un estudio de caso. Para el análisis de éste, se propone utilizar herramientas del enfoque ontosemiótico de la cognición y la instrucción matemática y elementos del conocimiento de contenido pedagógico. Con esto se pretende aportar elementos que permitan caracterización de las prácticas desarrolladas por los docentes para el diseño, la gestión y evaluación de las prácticas educativas.

1. Aspectos claves del póster

Evidenciar la propuesta de investigación enmarcada en la Maestría en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, en particular los objetivos, elementos teóricos utilizados y la propuesta metodológica a seguir, tomando como principales referentes el enfoque ontosemiótico de la cognición y la instrucción matemática (EOS) (Godino, 2009) y la interpretación y propuesta metodología de Lurduy (2013).

Referencias bibliográficas

- Lurduy, O. (2013). *Evaluación y conceptualización de las competencias de análisis y reflexión didáctica en estudiantes para profesor de matemáticas*. El caso de la Universidad Distrital-LEBEM. Tesis doctoral no publicada, Facultad de Ciencias y Educación, Universidad Distrital Francisco José de Caldas: DIE. Bogotá D.C, Colombia
- Godino, J. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. 20. p. 13-31
- Bayona, D. (2014). *Evaluación de los significados institucionales del docente. “un proceso de estudio en el aula sobre la noción de función lineal.”*. Tesis de Maestría no publicada, Facultad de Ciencias y Educación, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, Colombia.

La incorporación de las TIC en el aula de matemáticas

Martínez, Lilián
marcelamartinezdiazgmail.com
Colegio María Cano IED, (Colombia)

Resumen

Las tecnologías de la información y comunicación se han abierto paso dentro de la educación como una posibilidad de mejora en el proceso educativo y tanto las leyes educativas como sus avances, han planteado la exigencia de dicha utilización dentro del aula de clase. Lo que llama la atención es que dentro del aula no se ve relegada en un propósito diario, incluso si los docentes tienen algún tipo de formación en ellas. Así pues, esta investigación desarrollada en mi trabajo de grado busca identificar razones por las que algunos docentes de matemáticas no incorporan las TIC en el aula y así establecer los diferentes ámbitos en los que estas se incorporan en la clase. Para ello, se desarrolla un estudio de casos múltiples, con la implementación de instrumentos como el cuestionario, las entrevistas semiestructuradas y la realización de relatos acordes a la formación en TIC que han recibido los docentes.

1. Aspectos claves del póster

Durante la última década, el uso de Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) como recurso y con fines de enseñanza, se ha incrementado dentro de los planteles educativos privados y públicos, debido, en primera instancia a las políticas educativas de las entidades gubernamentales como el Ministerio de Educación Nacional (MEN). En

segunda instancia, el Informe Mundial sobre Educación de la UNESCO (2004) describe que el uso de las TIC modifica la forma en que tanto docentes como alumnos acceden al conocimiento y a la información, lo cual logrará transformar los métodos convencionales de enseñanza. Adicionalmente, se enfatiza que las TIC apuntan a mejorar la calidad de la educación por medio de la diversificación de contenidos y métodos, a la promoción de la experimentación, la innovación, la difusión y el uso de la información, siempre y cuando ello se dé en forma estructurada, secuenciada y guiada.

Así pues, esta nueva situación pone al docente frente a la necesidad de implementar las TIC dentro de su práctica pedagógica y por lo tanto de capacitarse para lograr dicha incorporación dentro de su actividad profesional. Sin embargo, proponer actividades haciendo uso de la tecnología, implica un conocimiento del área que se desea abordar y de la herramienta tecnológica a usar; la dificultad radica en que la tecnología presenta avances constantes que demandan una capacitación continua en la que los docentes estamos, en su gran mayoría, quedando atrás.

Finalmente, basado en los resultados hallados en el estudio realizado por Martínez, L. y Vera, J. (2015) se encuentra que algunos docentes de matemáticas a pesar de tener algún tipo de formación en TIC, no logran aplicar los recursos a su disposición de manera activa dentro de sus planeaciones de enseñanza, pues “La mayoría de los docentes investigados habían recibido algún tipo de formación en TIC, sin embargo menos de la mitad las utilizaba dentro del aula”

Por tanto, la problemática se enfoca en las razones o argumentos que ellos tienen para no realizar dicha incorporación así como en los escenarios (por ejemplo, de índole institucional o del sistema) en los que se enmarca cada razón. Todo ello lleva a pensar: ¿Cuáles son las razones por las que los docentes de matemáticas no incorporan las TIC dentro de su quehacer diario?

Referencias bibliográficas

- Celaya, R. Lozano, F. y Ramírez, M. (2010). Apropiación tecnológica en profesores que incorporan recursos educativos abiertos en educación media superior. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 15 (45), 487-513.
- Fox, D. (1981). *El proceso de investigación en educación*. Editorial Eunsa. España.
- Lück, E. (2009). El proceso de transformación tecnológica y la formación docente. *Revista de universidad y sociedad de conocimiento (RUSC)*. 6 (1), 1-10.
- Martínez, L. y Vera, J. (2015). *Características de la formación docente para la inclusión de las TIC en la enseñanza de la geometría*. En: Cinco experiencias iniciales de investigación. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Colciencias.
- Pérez, J y Tayie, S. (2012). La formación de profesores en educación en medios: currículo y experiencias internacionales. *Revista comunicar. Revista científica de comunicación y educación*. 39 (20), 10-14. Recuperada en: <http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:lQE8AgNJ30J:dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4013298/2.pdf+&cd=1&hl=es&ct=clnk&gl=co>
- Sandoval, A. y Dussán, M. (2012). Panorama de la formación inicial docente y TIC en la Región Andina. *Revista Educación y Pedagogía, Medellín, Universidad de Antioquia, Facultad de Educación* 24 (62), 191-204.
- UNESCO (2004). *Las tecnologías de la información y la comunicación y la formación docente*. Guía de planificación. Montevideo, Uruguay: Trilce.

Subjetividad del currículo: Un enfoque hacia la sociedad o al desarrollo del hombre

Poveda, Cristian David- Soto, Yancel Orlando - Soto, Andrés Sebastián
cristianpoveda1301@hotmail.com- yancelk@hotmail.es-
andressoto1986@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

El objeto a estudiar durante el presente trabajo es el currículo y su definición en relación con la resolución de algunas inquietudes concebidas dentro de la misma significación del término (currículo); se presentarán a grosso modo diferentes perspectivas de currículo y la influencia de las mismas en la estructuración de una definición histórica, con el fin de observar la finalidad del mismo puesto que existen diversidad de significados relacionados con la palabra currículo. Se tendrán en cuenta autores que han trabajado sobre el tema, en aras de seguir esclareciendo este término, desde una mirada más cultural.

1. Aspectos claves del póster

El fundamento principal está ligado bajo la idea de observar el significado del currículo en pro de desglosar su finalidad histórica, así como sus relaciones implícitas y explícitas en la práctica docente, bajo la idea de sí el currículo se concibe con fines para la sociedad o fines de tipo individual.

En el marco de esta problemática se indaga acerca del término currículo, este se gesta en el marco del proceso evolutivo que ha tenido desde su primera

aparición hasta las edades contemporáneas (Bobbitt, 1918, citado por Sanz, 2004). Kemmis (1987) hace mención a este término al definir el currículo a partir de acontecimientos históricos como un constructo en el tiempo que se debe seguir erigiendo hasta ser un referente de transformación social. Por ejemplo desde una construcción cultural, Grundy (1987; citada por López, 2001) habla de la transformación de las prácticas sociales a través del currículo. Por su parte, De Alba (1998; citada por López, 2001) propone el currículo como la síntesis de elementos (conocimientos, valores, costumbres, creencias, hábitos) que conforman una propuesta educativa, mientras que Magendzo (2002) lo considera como un proceso de negociación, valoración, crecimiento y confrontación entre cultura universal y cultura de la cotidianidad.

Por su parte, MEN (2006) atribuye que el currículo es el cuerpo de conocimientos o contenidos seleccionados, organizados y distribuidos desde lo legítimo, en una institución educativa en cuanto a la identidad cultural. Díaz Barriga (2009) y Magendzo (1988) rescatan dos vertientes que se han manejado históricamente las cuales son currículo explícito e implícito, o “para la formación del individuo” y “la formación del individuo para la sociedad” respectivamente. Estas dos vertientes se han mantenido en constante choque desde diversas miradas e incluso momentos históricos como el de la industrialización, en donde se buscaba formar personas para la industria y no para contribuir a su ser; no obstante ante estas miradas, autores como Tyler (citado por Díaz Barriga, 2009) estiman que estas dos vertientes no deben estar desligadas una de la otra, puesto que si bien son diferentes, pueden unirse.

Así se rescata la idea de un currículo “completo” que abarque estas dos miradas en pro de formar sujetos autónomos que contribuyan a la sociedad, sujetos intelectuales que expresen su desarrollo individual hacia el progreso de su comunidad por medio de metodologías, objetivos y propósitos planteados desde instancias educativas y que, por tanto, vienen enfocados desde la labor docente en cuanto pueda contemplar y manejar estas circunstancias, saliéndose de una vertiente y trabajando en la unificación del currículo para el avance tanto del individuo como de la sociedad. Se hace mención a que el currículo nunca podrá ser completo en cuanto a que, como bien lo menciona Díaz Barriga (2009) este término produce una “ausencia de

significado” porque ninguno de los adjetivos abarca en su totalidad al concepto currículo en sí.

En conclusión, contextualizando el término en relación con la práctica docente, se espera que el profesor (bien sea de matemáticas u otras áreas del conocimiento) responda a alguna postura en relación al término “currículo”. Becerril (1999) lo esclarece en cuanto el profesor regido bajo una concepción curricular forja un ser formal, y en cuanto la construye dentro de mismo acto, forja un sujeto informal en el acto educativo.

Referencias bibliográficas

- Becerril, S (1999) *Comprender la práctica docente: (Categorías para una interpretación científica)*. Ed. Plaza y Valdés. S.A (2001). Instituto de Querétaro. México.
- Díaz Barriga, A (2009), *Currículum, tensiones conceptuales y prácticas*. Laboratorio de políticas públicas. Buenos Aires, Argentina
- López Jiménez, N, (2001), *La de-construcción curricular*, Cooperativa editorial Magisterio, 2001, Bogotá, Colombia.
- Magendzo K, Abraham, (2002), *Educación para la democracia en la modernidad*. Edición 2002, Santafé de Bogotá, Instituto Luis Carlos Galán 2002.
- Magendzo K, Abraham, (1988), El currículo escolar y los objetivos transversales, *Revista de Pensamiento educativo*. Vol. 22-1988; p. 194-202.
- Ministerio de Educación Nacional (2006) *Estándares básicos de competencias ¡Potenciar el pensamiento matemático!*
- Sanz Cabrera, T, (2004) El currículo, su conceptualización. *Revista pedagógica universitaria*; Capítulo 1 Centro de estudios para el perfeccionamiento de la educación superior, Vol. 9, Número 2 (2004).

Tangram Brügger: Como instrumento para la enseñanza de la geometría

Riaño Magnolia,- Pachón Fredy
magjaz9010@hotmail.com – fredy200a@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

El siguiente poster presenta de forma general el uso de tangram de Brügger como recurso didáctico, exponiendo ideas sobre las habilidades que desarrolla en el pensamiento espacial y los sistemas geométricos. Además se presenta una propuesta en donde se ve el uso del tangram como recurso didáctico en la introducción de semejanza de polígonos, tomando como referencia (MEN, 2006); y teniendo en cuenta esta propuesta se indica que habilidades se desarrollan en el estudiante, tomando como referencia a (Gutiérrez, 1991).

1. Aspectos claves del póster

Se presentara el uso del tangram de Brügger como recurso didáctico en la enseñanza de la semejanza de polígonos regulares, presentando una actividad propuesta para ello, el objetivo de la actividad es: Introducir a los estudiantes al concepto de semejanza de polígonos. Se utiliza como referencia para la realización de la actividad a (Villarroel & Sgreccia, 2012). En cuanto a la utilización del tangram de Brügger en la enseñanza de la semejanza de polígonos. Se tienen cuenta las habilidades del pensamiento espacial y geométrico que se desarrollan utilizando el tangram.

Referencias bibliográficas

- Gutiérrez, A. (1991) *Procesos y habilidades en visualización espacial*. Departamento de didáctica de la matemática. Universidad de Valencia.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Matemáticas*: Recuperado: http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf.
- Villarroel S.; Sgreccia, N. (2012). *Enseñanza de la geometría en secundaria, caracterización de materiales didácticos concretos y habilidades geométricas*. Revista Iberoamericana de educación Matemática.

Conociendo el mundo con las manos

Santos Alape, Nelly Lorena – Peña Ramírez, Claudia Patricia
nellisity520@hotmail.com - claudia-_14@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

La matemática más que un espacio de enseñanza de objetos matemáticos, debe ser un espacio en el cual pueden surgir transformaciones tanto para la metodología de enseñanza, y la población a quien va dirigida; se debe generar entonces como un espacio de diversidad e inclusión, donde la matemática sea asequible a todos. Por ello se propende trabajar con recursos didácticos que integren el aprendizaje y las personas.

1. Aspectos claves del póster

Desarrollar procesos de inclusión es un trabajo arduo y comprometedor, en este caso se hará referencia al trabajo con estudiantes en condición de discapacidad visual, realizar un trabajo fructífero para docentes y estudiantes debe generar procesos de reflexión en ambas partes, en los docentes una reflexión que les permita evidenciar las NEES (Necesidades Educativas Especiales) de cada uno de sus estudiantes, y en los estudiantes una reflexión que les permita ser conscientes de que pueden aprender muchas cosas si ellos tienen la disposición de hacerlo.

Se tiene en cuenta entonces lo que plantea la Ley General de Educación (1994) y las políticas públicas para población vulnerable (1994), que garantizan el derecho de una educación incluyente para todos, por lo que se busca entonces tener docentes comprometidos, reflexivos, y creativos para que lleven a todos sus estudiantes a aprender lo que deben aprender.

Por ello es necesario que los docentes, estudiantes y comunidad en general reconozcan que tener limitación visual no es un impedimento para adquirir conocimientos, y menos lo matemáticos por más difícil que parezca, pues para ello se han creado recursos didácticos que pueden ser utilizados por diferentes poblaciones, es decir, con o sin limitación visual.

Por tanto el mensaje que se quiere transmitir a través de este poster adaptado para personas con discapacidad visual, es que todas las personas pueden conocer el mundo a través de sus sentidos, en este caso a través de sus manos.

Referencias bibliográficas

- MEN (1994). *Ley General de Educación*. Bogotá. Pág. 1. Recuperado: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- MEN (2005). *Lineamientos de política para la atención educativa a poblaciones vulnerables*. Bogotá. Recuperado: http://www.oei.es/quipu/colombia/politica_vulnerables.pdf.

El papel del docente en la educación matemática crítica

Ángel Veloza, Rocío - Hernández Martin, Harold - Páez Solano, Cesar
rocio--angel@hotmail.com - cardenal0319@gmail.com -
kamus11kpechi@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Colombia)

Resumen

Desde nuestra formación como docentes vemos la necesidad de resignificar nuestra profesión, ya que la educación en la sociedad actual esta permeada por diferentes aspectos de la globalización, por esto vemos a la pedagogía crítica como nuestra mayor arma, pues a partir de una conciencia diferente y propia se puede llegar a una mejor toma de decisiones. Partiendo de lo anterior se nos hace fundamental pensar en el papel del docente, el cual no solo tiene la responsabilidad de enseñar, si no también es quien muestra diferentes caminos para llegar a determinados conocimientos, y da herramientas para que dichos conocimientos puedan ser aplicados en la cotidianidad, por lo cual, la matemática influye en el criterio que se forma en el estudiante para asumir posturas críticas frente a la sociedad, dejando de ser el fin último para convertirse en el medio para.

1. Aspectos claves del póster

En la actualidad del sistema educativo colombiano, es sentida la necesidad de prácticas pedagógicas alternativas que motiven al estudiante en el aprendizaje y más aún de las matemática, pues como lo menciona Valero (1996) citado por Sánchez & Torres (S.F, p.4) “*la clase de matemáticas ha*

sido históricamente la que mayor exclusión ha generado, pues en ésta área del saber, son pocos los que consiguen un aprendizaje exitoso”.

Conscientes de lo anterior se quiere plasmar algunos análisis realizados alrededor del rol docente pero dentro de una propuesta pedagógica alternativa como lo es la pedagogía crítica y específicamente la educación matemática crítica, para ello entonces es necesario poner los elementos que caracterizan las propuestas antes mencionadas y desde los cuales es posible pensar en cuál puede ser el rol del docente.

La educación matemática crítica es el resultado de la influencia que ha recibido la educación matemática de perspectivas críticas como la pedagogía crítica de Freire, que critica el tipo de educación que ve a los alumnos como simples depósitos en los cuales el docente sólo se encarga de llenar o transmitir información, educación que se conoce como bancaria y que Freire rechaza mencionando que en la educación lo esencial no es enseñar cantidad de conocimiento, si no que sepan para qué y cómo usarlos, citando a Freire (2004, p. 47): *“Enseñar no es transferir conocimiento, sino crear las posibilidades para su producción o su construcción”*, viendo entonces la educación como una forma de emancipación social, donde cada quien utiliza sus conocimientos para tener un criterio sobre la vida y así tomar mejores decisiones. De esta manera encontramos como uno de los mayores referentes en EMC a Skovmose, quién desarrolla la propuesta inspirado en las ideas críticas y acontecimientos atroces como el de Auschwitz que son los que a través de la educación se deben evitar.

Según el prefacio del libro *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica* de Skovmose(1999, pág. XIII) , *“El gran reto de la educación, en general, y de la educación matemática, en particular, es ofrecer posibilidades para ejercer una ciudadanía que pueda comprender y criticar el funcionamiento de una sociedad altamente tecnologizada”*. Como puede verse es un libro en el cual Skovmose cree en que la educación debe permitir a los ciudadanos desarrollar competencia crítica y democrática donde éstos sean capaces de reaccionar frente a situaciones críticas pues *“ser crítico significa prestarle atención a una situación crítica, identificarla, tratar de adaptarla comprenderla y reaccionar frente a ella”*(Skovmose, 1999, p.16), ahora cabe aclarar que Skovmose desarrolla esta propuesta pensando en una sociedad tecnologizada como Dinamarca y que no es el caso de Colombia. A

pesar de ello, Colombia también necesita ciudadanos críticos y es por ello que se apuesta por esta alternativa que pone como finalidad la formación de personas críticas dejando a las matemáticas como el medio o herramienta que éstos utilicen para dicho fin.

Sabemos entonces lo mucho que hay que trabajar sobre este modelo de educación, viendo necesario analizar el rol del profesor, donde es necesario ubicarnos y pensar en los diferentes contextos para los cuales los profesores tendrán que realizar y discernir entre determinadas actividades en las cuales creemos se puede ubicar el rol del profesor, para ello nos basamos en lo que propone Skovmose (2000) citado por Sánchez & Torres (S.F, p.5) sobre

“los escenarios de investigación como un enfoque alternativo a las actividades que se rigen bajo el paradigma del ejercicio” donde además se “indica que pueden presentarse tres tipos: matemático, semirreal o real y de la conjugación de los mismos con los escenarios de investigación o el paradigma del ejercicio, surgen seis ambientes de aprendizaje”(Sánchez & Torres, S.F, p.6),

donde el primer ambiente es lo más cercano a la matemática formal y el sexto lo más cercano a la realidad.

A partir de lo anterior concluimos entonces que el profesor respondiendo a los aspectos planteados en la educación matemática crítica:

- Debe ser una persona crítica pues su labor es hacer de los otros, seres críticos.
- Debe tener la capacidad para reconocer situaciones críticas en las cuales los estudiantes vean las matemáticas como una herramienta útil para el análisis y formulaciones frente a dichas situaciones.
- Debe ser ingenioso al formular las preguntas o propuesta que guie la actividad de tal forma que efectivamente se llegue a la intervención de las matemáticas implícitas en el análisis de una situación crítica.
- Su labor tiene que ser integra y completa, no solo incluyendo aspectos matemáticos o relacionados con la sociedad, debe lograr fusionar los dos elementos, siendo así un trabajo armonioso, relacionándolo con el funcionamiento del cuerpo humano, pues cada una de sus partes realiza una labor significativa, pero completa realiza una labor maravillosa, así mismo la educación reuniendo todos los entes (estudiantes, docentes,

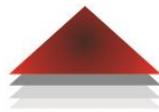
sociedad y saberes) logra que sea la mejor arma para combatir los problemas actuales.

Referencias bibliográficas

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Una empresa docente.

Sánchez, B., & Torres, J. (s.f.). *Decimo encuentro colombiano de matemática educativa*. Recuperado el 13 de 06 de 2015, de <http://core.ac.uk/download/pdf/12341291.pdf>

Paulo, F. (2004). *Pedagogía de la autonomía*. Sao Paulo: Paz e terra S.A.



Regresar al índice general

Encuentro Distrital de Educación Matemática **EDEM**



**UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS**

Facultad de Ciencias y Educación

Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas