Encuentro Distrital de Educación Matemática EDEM

Universidad Distrital Francisco José de Caldas - Volumen 3, año 2016 ISSN 2422-037X (En linea)

Memorias EDEM-3

Tercer Encuentro: Universidad y Escuela. Voces en la construcción de la comunidad de Educadores Matemáticos en Bogotá

Bogotá, septiembre 8, 9 y 10 de 2016

EDEM 3

UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Facultad de Ciencias y Educación

Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas
Maestría en Educación con énfasis en Educación Matemática
Doctorado Interinstitucional en Educación con énfasis en Educación Matemática

Encuentro Distrital de Educación Matemática EDEM

Universidad Distrital Francisco José de Caldas - Volumen 3, año 2015 ISSN 2422-037X (en línea)

Sitio web: http://comunidad.udistrital.edu.co/edem/ email: edem@udistrital.edu.co - edem.udistrital@gmail.com

Postura editorial y audiencia:
Encuentro Distrital de Educación Matemática EDEM es una publicación anual que tiene por objetivos difundir y debatir los avances en educación matemática, promover la interacción y el diálogo de saberes entre profesores en ejercicio, investigadores, estudiantes para profesor y profesores en formación. Está dirigida a investigadores, especialistas, docentes, estudiantes para profesor y profesores en formación, estudiantes de pregrado y posgrado.

MEMORIAS EDEM-3. Tercer Encuentro:
Universidad y Escuela. Voces en la construcción de la comunidad de Educadores Matemáticos en Bogotá

Compiladoras:
Brigitte Johana Sánchez Robayo
Paola Alejandra Córdoba Villamil

Comité organizador:
Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Brigitte Johana Sánchez Robayo
José Torres Duarte
Jhon Bello
Rodolfo Vergel Causado
Gabriel Mancera Ortiz
Paola Alejandra Córdoba Villamil
Norma Adriana Álvarez
Jorge Edwin Moreno

Comité científico de evaluación:
Brigitte Johana Sánchez Robayo
José Torres Duarte
Jhon Bello
Rodolfo Vergel Causado
Gabriel Mancera Ortiz
Paola Alejandra Córdoba Villamil
Norma Adriana Álvarez
Jorge Edwin Moreno
Edwin Carranza
Elizabeth Torres Puentes
Liliana Marcela González Carrillo
John Gómez Triana
Oscar Leonardo Pantano Mogollón
Johanna Alexandra Villanueva
Johanna Carolina Martínez Avendaño
Camilo Arévalo Vanegas
Adriana Lasprilla Herrera
Anderson Javier Mojica Varga

Permiso de reproducción: Los artículos incluidos en esta edición, pueden ser utilizados y reproducidos con fines sin ánimo de lucro, citando la fuente y dando crédito a los autores.

Edición digital:
Grupo Editorial Gaia
gaiaeditorial@gmail.com
Tel. 310 2668311 Bogotá

Corrección de estilo:
Sandra Patricia Rodríguez Lamus
Pedro Enrique Espitia Zambrano

Diseño gráfico y maquetación:
RLS Rodríguez Lamus Sandra
www.is.gd/lamus

UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Presentación

Como espacio de interacción de saberes en Educación Matemática, el Encuentro Distrital de Educación Matemática –EDEM- promueve la socialización de experiencias de aula e investigaciones desarrolladas por profesores de matemáticas en ejercicio y en formación. En su tercera versión, el EDEM continuó consolidándose como punto de encuentro de la comunidad de Educadores Matemáticos del Distrito Capital; particularmente bajo el tema "Universidad y Escuela. Voces en la construcción de la comunidad de Educadores Matemáticos en Bogotá", se establecieron discusiones alrededor de las influencias que han tenido investigaciones lideradas por la Universidad en las Instituciones Educativas Escolares, así como la incidencia que tiene la realidad escolar en las apuestas de las Universidades particularmente en la formación de profesores de matemáticas.

Gracias al éxito de esquemas de interacción como Diálogos con… al son de un café en versiones anteriores, el Comité Organizador apostó al fortalecimiento de los mismos con la realización de tres diálogos y dos debates sobre temas determinantes en la práctica de la enseñanza de la matemática: las matemáticas que necesita el profesor de matemáticas y el papel de los Proyectos Educativos Institucionales (PEI) en la formación matemática de los ciudadanos colombianos. Estos espacios junto con la orientación de los cursos, talleres y experiencias de aula invitadas, pusieron a la postre elementos que dan cuenta del estado en la relación Universidad – Escuela.

En este documento se divulgan las ideas más importantes de las diferentes presentaciones en cinco modalidades: Experiencias de Aula, Talleres, Cursos Cortos, Póster y Reportes de Investigación. El documento inicia con los cursos que fueron desarrollados por educadores matemáticos invitados, continúa con los talleres invitados y aquellos que fueron propuestos por la comunidad, las experiencias de aula, invitadas y las que no, para culminar con los reportes de investigación y póster que pasaron por una evaluación rigurosa.

Finalmente, agradecemos a la IED Marco Fidel Suarez que en cabeza de su rector, aceptó el reto de recibir a miembros de la comunidad de Educadores Matemáticos provenientes de diferentes localidades del Distrito Capital; al Decano de la Facultad de Ciencias y Educación, doctor Mario Montoya sin cuyo apoyo la publicación de estas memorias no sería posible; a los estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas sin cuya entrega, disciplina y dedicación durante el evento, éste no hubiese sido un éxito; a los invitados, pues gracias a sus aportes la comunidad identificó nuevos aportes a la relación universidad - escuela y por supuesto; a aquellos profesores de matemáticas en formación y en ejercicio e investigadores del distrito capital que asistieron a los diferentes espacios y se abrieron al conocimiento de otras prácticas así como de planteamientos teóricos asociados a ellas.

Brigitte Johana Sánchez Robayo
Presidente Comité Organizador
Tercer Encuentro Distrital de Educación Matemática

Memorias EDEM-3

Tercer Encuentro: Universidad y Escuela. Voces en la construcción de la comunidad de Educadores Matemáticos en Bogotá

Instrucciones para consultar en esta edición

1. Acceda a la página de contenido general que se encuentra en la página siguiente.

2. Seleccione la sección que desea consultar:

   - Sección: **Comunicaciones breves**
   - Sección: **Conferencias**
   - Sección: **Cursos cortos**
   - Sección: **Experiencias invitadas**
   - Sección: **Talleres**

3. De click en el botón IR en frente de la sección a consultar

   IR

4. Se abrirá el índice de cada sección, verifique el documento que busca y diríjase a la página indicada.

5. Para regresar al contenido general vaya al final de cada sección y retorne dando click en el botón:

   Regresar al índice general

Autores por nombre

Autores por nombre

Contenido

Cursos

Índice de esta sección

La modelación matemática. Un instrumento para el análisis de fenómenos reales

Alberto Forero Poveda
foreroalbertoud@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá – Colombia)

Resumen

Investigaciones actuales en educación matemática reconocen a la modelación matemática como una actividad propicia para la interpretación, análisis y toma de decisiones en diferentes fenómenos reales, en donde la matemática se presenta como su herramienta fundamental. Autores como Kaiser y Schuarz (2010) y Blomhøj (2004) se han interesado por encontrar diferentes perspectivas frente a la modelación matemática de acuerdo a sus alcances en educación. El presente curso tiene como principal motivación involucrar a los asistentes en algunos procesos asociados a la modelación matemática, a partir del análisis y la interpretación de diferentes fenómenos reales que se pueden estudiar en el marco de las herramientas tecnológicas y matemáticas con las que se cuentan para enfrentar cada situación. Con la presentación de algunas experiencias de modelación con estudiantes de licenciatura y el tratamiento de algunas situaciones reales con las herramientas matemáticas y tecnológicas se espera abrir una discusión en torno a los efectos de la modelación de fenómenos reales en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Palabras clave: Modelación matemática, tecnología, función, variables.

1. Temáticas

La formación de profesores de matemáticas es una actividad que requiere de una constante investigación desde diferentes perspectivas. En la LEBEM de la Universidad Distrital se reconoce que la Matemática es una herramienta fundamental en la interpretación de situaciones reales y que es allí donde se encuentra su significado en la enseñanza actual; por esto es posible reflexionar sobre el tratamiento de la Modelación Matemática en algunos espacios de formación de la LEBEM (Licenciatura en Educación básica con énfasis en Matemáticas).

Este curso se encuentra dentro de la línea de investigación sobre Modelación Matemática dentro del campo de la Educación Matemática, presenta algunas experiencias en los espacios de Formación de Matemática del Movimiento I y Matemática del Movimiento II de la LEBEM, que tienen como objetivos:

- Movimiento I: Introducir el concepto de función a partir de situaciones problema que presentan aplicaciones físicas para desarrollar en el estudiante la capacidad de reflexionar acerca de los modelos funcionales asociados al movimiento.
- Movimiento II: Promover en los estudiantes el uso de la modelación matemática, el lenguaje matemático adecuado para comunicar y validar sus reflexiones en torno a la derivada, a través de la resolución de problemas.

Dentro de la propuesta inicial del proyecto curricular (LEBEM, 2000) se acepta la perspectiva constructivista y de las matemáticas como actividad humana, lo que requiere una propuesta de formación de profesores desligada de la tradicional. En este sentido este curso también se cuestiona sobre las formas de proceder de los profesores de matemáticas con la intención de potenciar el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje actual.

2. Objetivos

General

Contribuir en la interpretación de los procesos asociados a la modelación matemática, a partir de la comprensión y el análisis de fenómenos reales, teniendo en cuenta las herramientas matemáticas y tecnológicas con las que se pueden contar para este proceso.

Específicos

- Presentar a los asistentes algunas evidencias del trabajo en Modelación Matemática en la LEBEM, en la perspectiva del tratamiento de fenómenos reales y la actividad matemática inmersa en estas actividades.
- Hacer uso de algunas herramientas tecnológicas (Software libre y applets) en la comprensión de diferentes fenómenos reales, asociadas al proceso de modelación matemática.
- Involucrar a los asistentes en la comprensión, interpretación y análisis de diferentes fenómenos reales, a partir del desarrollo de procesos asociados a la modelación matemática.

3. Referentes teóricos básicos

La relación entre un fenómeno real y las matemáticas es una actividad que se ha desarrollado durante todas las épocas de la humanidad, en general los seres humanos siempre han vivido en un proceso de investigación de las situaciones físicas, químicas, biológicas, entre otras, y es allí, donde la matemática toma un carácter fundamental en la interpretación, análisis y validación de los modelos asociados a tales fenómenos. En educación matemática se toma como una actividad fundamental en los procesos que pretenden potenciar la comprensión de los objetos matemáticos y el desarrollo del pensamiento matemático; en esta perspectiva, la modelación juega un papel que le otorga importancia al desarrollo de competencias en los estudiantes dentro del proceso de construcción de modelos, su interpretación, argumentación y validación con las respectivas situaciones reales, como lo sustentan Blum et al. (2007) (Citado por Londoño & Muñoz, 2001).

Existen diversas comprensiones teóricas frente a la idea de modelación matemática, para (Blum et al, 2007) La *modelación matemática* es un proceso que conduce de una situación problema a un modelo matemático, sin embargo, también se ha vuelto común usar esta noción para el proceso completo consistente en la estructuración, matematización, trabajando matemáticamente e interpretando/validando (varias veces alrededor del ciclo) en situaciones específicas. En términos de su importancia en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, la modelización matemática puede ser vista como una práctica de enseñanza que coloca la relación entre el mundo real y la matemática en el centro de la enseñanza y el aprendizaje, y esto es relevante para cualquier nivel de enseñanza (Blomhøj, 2004).

En general, el proceso de modelación matemática tiene dos ventajas, por un lado permite el desarrollo del pensamiento matemático y la comprensión de los objetos matemáticos en el proceso de correlación, en el cual interviene la matematización de las características que emergen en una situación real; por otro lado, las relaciones y objetos matemáticos que se usan en el proceso permiten realizar un análisis más profundo de los fenómenos y sus posibles implicaciones en el tratamiento de sus variables.

Para Blum y Borromeo (2009) el proceso de modelación matemática corresponde a un ciclo, que comienza en la situación o problema real y debe tener consecuencias en el análisis y la discusión sobre las diferentes variables y características que intervienen en el fenómeno. Para los autores, en el proceso de modelación también se desarrollan actividades matemáticas, en las que intervienen la representación, el uso de métodos, la comprensión de diferentes objetos y el desarrollo de estrategias matemáticas que permitan comprender el fenómeno y sus implicaciones.

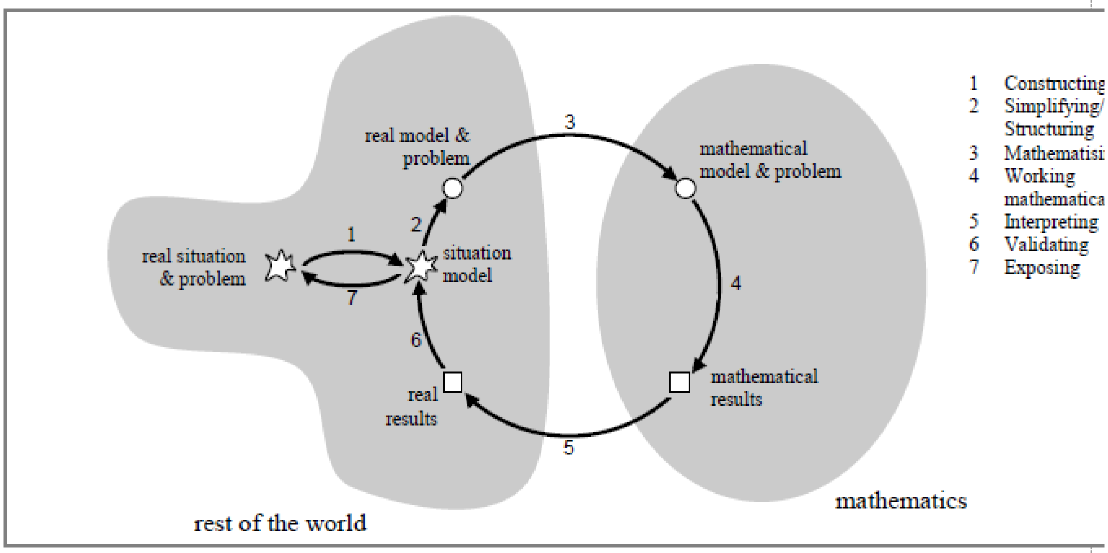


Figura 1. Descripción del proceso de Modelación Matemática en Blum W. y F. (2009)

La matematización o modelación puede entenderse como la detección de esquemas que se repiten en las situaciones cotidianas, científicas y matemáticas para reconstruirlas mentalmente (MEN, 2006). A partir de esta idea se espera que los procesos de modelación de fenómenos reales trasciendan la perspectiva totalitaria de establecer únicamente un modelo matemático, pues en el desarrollo de este análisis se espera que los estudiantes realicen actividades como:

- Definición y comprensión de variables y constantes que intervienen en el fenómeno, así como los elementos que las relacionan.
- Reconocimiento de las cantidades y magnitudes que intervienen en el fenómeno en términos de identificar los cambios y transformaciones en el contexto.
- Definición de las representaciones a utilizar en el proceso, con el fin de presentar de forma tabular, gráfica, simbólica las relaciones presentes en el fenómeno.
- Caracterización y comprensión del fenómeno a partir del reconocimiento de la variación presente en el proceso de modelación matemática.

4. Propuesta de actividades

En la comprensión de los procesos asociados a la modelación matemática, se reconoce que existen diversas investigaciones que han permitido ahondar en la forma como este dominio interviene en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. En este sentido, es importante que el curso en primera instancia discuta sobre la forma como se han tratado los procesos de modelación matemática de la LEBEM, para la formación de los profesores de Matemáticas. De esta forma los tres días de trabajo en el curso se distribuirán de la siguiente manera:

- **Día 1**: Presentación de los procesos de Modelación Matemática desarrollados en la formación de profesores de la LEBEM. Matemática del Movimiento I y II.

  Discusión sobre las herramientas tecnológicas y los elementos matemáticos que se podrían usar en este proceso.
- **Día 2**: Trabajo sobre la comprensión de diferentes fenómenos reales a partir de la modelación matemática y las herramientas tecnológicas actuales.

  Trabajo con Tracker, Modellus 4, Applets para Física.
- **Día 3**: Análisis de los diferentes modelos matemáticos construidos.

  Comparaciones entre cada fenómeno real y sus posibles modelos matemáticos en términos de su análisis y comprensión.
- Discusión sobre las formas de intervención de la modelación matemática en los procesos de enseñanza y aprendizaje de diferentes conceptos y sobre cuáles son las principales características de la modelación matemática de fenómenos reales.

Dentro de las experiencias que se pretende mostrar están:

- La resolución de problemas en Matemática del Movimiento II: El problema de las rampas. Si se tienen dos rampas, una recta y otra curva, ¿En cuál de las dos rampas se tiene un menor tiempo al lanzar dos bolas de igual masa sobre su superficie? Tratamiento numérico y analítico de la situación.

- La resolución de problemas en Matemática del Movimiento I: ¿Es posible controlar la caída de la bola? Un problema fundamentado en lanzar una bola por un recipiente esférico para definir su caída a 25cm de la coca. Tratamiento con software como Tracker.

Algunos de los fenómenos que se pretenden estudiar con los asistentes al curso son:

- Baloncesto. ¿Qué condiciones se tienen que presentar para acertar un lanzamiento con un balón de baloncesto a una distancia de 2,5m?
- Las rampas. Compare dos rampas, una rectilínea y una curvilínea y defina ¿Por cuál de las dos se baja más rápido? ¿hay algún momento en el que hayan recorrido la misma distancia?
- Cómo modelar el comportamiento de los gastos de una casa, ¿bajo qué condiciones se puede interpretar los gastos en posteriores meses?

Referencias bibliográficas

Blomhøj, M. (2004). *Mathematical Modelling. A teory for practice*. International perspective on learning and teaching mathematics, 145-159.

Blum, W. &. F. (2009). *Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt?* Journal of Mathematical Modelling and Application, 45-48.

Blum, W. G. (2007). *Modelling and aplications in mathematics education.* The 14 th ICMI Study.

Kaiser, G. &. (2010). *Authentic Modelling problems in mathematics education*.

LEBEM. (2000). *Documento de Acreditación Previa*. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Londoño, S. M. (2001). *La modelación matemática*: Un porceso para la construcción de relaciones lineales entre variables. Medellín: Universidad de Antioquia.

MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias* . Bogotá: Ministerio de Educación.

La noción de campo en la investigación de la educación matemática[1]

Diana Gil Chaves

dianagilchaves@yahoo.es

Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá – Colombia)

Resumen

Este curso presenta una propuesta de orden teórico para fundamentar los estudios de los programas de formación de profesores en general y en particular de Matemáticas. Consolida el reconocimiento de la noción de campo, como una noción que enriquece la mirada sobre la investigación en la educación de las matemáticas. En particular se trata esta noción a partir del estudio de tres campos que provienen de la educación, como constitutivos de manera particular en los programas de formación de profesores de matemáticas (PFPM). Estos campos son: la formación de profesores, el currículo y la didáctica de las matemáticas.

Palabras clave: La noción de campo, la formación de profesores de matemáticas, currículo y didáctica de las matemáticas.

[1] Este curso hace parte del desarrollo de la tesis doctoral "Una perspectiva sistémica para el estudio de los programas de formación de profesores de matemáticas" que adelanto en el Doctorado Interinstitucional en Educación en el énfasis de Educación Matemática en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas bajo la dirección de la Doctora Olga Lucía León C. Este trabajo se encuentra en el marco del proyecto: "Desarrollo didáctico y tecnológico en escenarios didácticos para la formación de profesores que acogen la diversidad: factores para su implementación y su validación en la UDFJC".

1. Temáticas

- La noción de campos y sus implicaciones para la investigación educativa.
- Los subcampos en la configuración de la noción de campo.
- Los subcampos conceptual, intelectual y decisional para algunos campos de la educación.

2. Objetivos

- Conocer las implicaciones de utilizar la noción de campo para la investigación educativa.
- Analizar la configuración de los campos: la formación de profesores, el currículo y la didáctica de las matemáticas.

3. Referentes teóricos básicos

El campo es un sistema de relaciones que delimitan un área específica de actividad y de conocimiento, siempre dinámico y en permanente movimiento (Bourdieu & Wacquant, 1995, citado en Echeverri & Zambrano, 2013). El campo influye, incide y afecta a cada una de las relaciones, factores, aspectos y elementos que se encuentran en él y a la vez cada uno de ellos influye, incide y afecta la configuración del campo (Bolívar, 2008; Marcelo, 1995). Es decir, el verdadero objeto de investigación en un campo son las relaciones que se generan a partir de las dinámicas y tensiones entre los diversos factores, elementos y aspectos que hacen parte de todo acontecimiento en el campo.

El campo no puede declarar su propia existencia, no persigue objetivos; él no se encuentra con un programa antes de existir.

> El campo deviene en sus problematizaciones, está allí, no se puede negar; él se presenta así mismo envolviendo y desenvolviendo sujetos, prácticas, disciplinas, saberes" [es decir, implica] […] múltiples comienzos que marcan sus procesos de formación en los planos del concepto, la historia, los movimientos sociales, los relatos, la espacialidad, […], las tensiones con otros campos (Caruso, 2010) y en los reconocimientos del mismo (Echeverri & Zambrano, 2013, p. 439).

En otras palabras, se puede reconocer la existencia de un campo cuando se evidencia, la presencia de diferentes teorías, conceptos, prácticas y modos de producir conocimiento (Bolívar, 2008; Marcelo, 1995; Echeverri & Zambrano, 2013; Saldarriaga, 2008), y además, la existencia de: *corpus discursivos,* personas, instituciones, intereses o juegos de poder, comunidades académicas y sociales que reconocen y ponen en evidencia las contradicciones, las tensiones, las incoherencias, las relaciones, los apoyos, las exclusiones, las diferencias y los encuentros entre prácticas y teorías (Bourdieu, 2002; Díaz, 1995; Bernstein, 1990; Zuluaga & Herrera, 2009).

Entonces, ¿cómo abordar metodológicamente el estudio de un campo? Algunos autores han optado por el estudio del campo intelectual de la educación, como es el caso de Díaz (1995), otros estudian el campo conceptual y narrativo de la pedagogía (Echeverri & Zambrano, 2013). En este mismo sentido, esta investigación como estrategia metodológica opta por considerar que para abordar el estudio de tres campos que se encuentran presentes en todo programa: el campo de la formación de profesores, el campo del currículo y el campo de la didáctica de las matemáticas, es necesario tener en cuenta los siguientes subcampos:

El subcampo conceptual (c), con sus significados nodulares, redes conceptuales, relaciones de significación, movimiento de los conceptos a través del desplazamiento por diferentes paradigmas. Constituye un campo articulador de paradigmas que se estudia a través de las relaciones significativas (Zuluaga & Herrera, 2009).

El subcampo intelectual (i), con sus fuerzas, tensiones, valoraciones e interacciones propias de las relaciones sociales como parte de la producción de discursos en los que se agencian las dinámicas sociales y culturales presentes en relaciones entre agentes personales e institucionales. A saber:

> "Los sujetos, discursos y prácticas constitutivos del campo intelectual de la educación pueden describirse como sistemas de fuerzas cuya existencia, posiciones, oposiciones y combinaciones determinan la estructura específica del campo en un momento histórico determinado" (Díaz, p. 15).

El subcampo decisional[2] (d), con sus juegos de expresión, materialización de tensiones, relaciones de poder, dinámicas, valoraciones y teorías que se

2 Este neologismo es creado para el presente trabajo a partir de considerar la posibilidad, desde los planteamientos de la Real Academia Española (2010), cuando afirma que el sufijo AL forma adjetivos de relación. "En parte por influencia del inglés o del francés, el número de adjetivos derivados en –al- ha crecido considerablemente en los últimos años, sobre todo en los ámbitos de la técnica, la ciencia, la economía y la

realizan en la toma de decisiones; sistemas de decisiones que se difunden en las sociedades; estrategias de difusión de decisiones y valoraciones de efecto de las mismas (Vasco, 2014), se propone profundizar en cinco tipos de decisiones:

- Para la *actuación*, como las políticas educativas (leyes, decretos y resoluciones); como las orientaciones curriculares propias de las instituciones de educación superior (créditos, horarios, evaluaciones); como las disposiciones de los programas de formación de profesores de matemáticas que inciden en los diseños y desarrollo de los espacios académicos.
- Para la *existencia*, como la promulgación del sistema de formación de profesores; como la creación, transformación y desarrollo de un programa de formación de profesores de matemáticas; como el diseño de un syllabus [temario] de un espacio académico**.**
- Para la *valoración*, como la renovación de alta calidad o la negación de un registro calificado.
- Para *difusión*, como el documento “Colombia al filo de la oportunidad”.
- Para la *regulación* de estrategias de divulgación, diferentes sentidos o propósitos, diferentes agentes y diferentes incidencias en las características de los programas de formación de profesores de matemáticas.

Este subcampo decisional, a diferencia de los otros dos, no se encuentra desarrollado, propósito importante de la tesis, puesto que su desarrollo permitirá el estudio de las decisiones en la configuración y caracterización de algunos programas de formación de profesores en Colombia.

Los tres subcampos: conceptual, intelectual y decisional, toman forma específica en el ambiente de un campo mayor. Así pues: el subcampo conceptual de la formación de profesores, en el ambiente de la formación de profesores; el subcampo conceptual del currículo, en el ambiente del currículo; o bien, el subcampo conceptual de la didáctica de las matemáticas, en el ambiente del campo de esa didáctica.

---

publicidad. Son muestra de tal pujanza: delincuencial, experiencial, ficcional, fundacional, instrumental, observacional, ocupacional, promocional, situacional o vocacional, entre otros muchos adjetivos” (p. 142).

4. Propuesta de Actividades

Las actividades que se realizarán son:

- Presentaciones por parte del profesor.
- Trabajo grupal (lecturas cortas, preguntas de reflexión).
- Plenarias en las que se hace análisis de los planteamientos de la lectura.

Referencias bibliográficas

Bernstein, B. (1990). *La construcción social del discurso pedagógico. Textos seleccionados.* Bogotá, Colombia: El Griot.

Bourdieu, P. (2002). *Campo de poder y campo intelectual. Itinerario de un concepto.* Tucumán, Argentina: Montressor.

Bolívar, A. (2008). *Didáctica y currículum: de la modernidad a la posmodernidad.* Málaga, España: Aljibe.

Díaz, M. (1995). *Aproximaciones al campo intelectual de la educación.* En: Larrosa, J. (Ed.). Escuela, poder y subjetivación. (p. 333-359). Madrid: La Piqueta.

Echeverri, J. & Zambrano, I. (2013). *Un campo conceptual y narrativo de la pedagogía.* En: Y, Pedraza & O, Pulido. (Ed.). Memorias del III Congreso Nacional y II Internacional de Investigación y Pedagogía. La educación del siglo XXI: ser, saber y producir en la incertidumbre y el caos. (p. 177-183). Tunja: UPTC. Recuperado de:http://www.uptc.edu.co/eventos/2013/cf/cipni/memoria/memorias_preliminar_cip3.pdf

Marcelo, C. (1995). *Formación del profesorado para el cambio educativo*. Barcelona, España: Ediciones Universitarias de Barcelona.

Saldarriaga, J. (2008). *Una experiencia pedagógica, formativa y editorial: la revista Educación y Pedagogía.* Entrevista al profesor Jesús Alberto Echeverri Sánchez (director). Revista Educación y Pedagogía, XX (50), 13-29. Recuperado de:http://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/revistaeyp/article/viewFile/9923/9121

Vasco, C. (2014). *Procesos, sistemas, modelos y teorías en la investigación educativa*. En: C. J, Mosquera (Ed.). Perspectivas educativas. Lecciones inaugurales (pp. 25-75). Bogotá, Colombia: Fondo de publicaciones de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Zuluaga, O. & Herrera, S. (2009). *La configuración de campos conceptuales como posibilidad para estudiar las culturas pedagógicas*. En: A, Martínez & F, Peña. (Eds.). Instancias y estancias de la pedagogía. La pedagogía en movimiento. (p. 25-44). Bogotá: Bonaventuriana.

Ideas para promover la argumentación en las clases de matemáticas

María Nubia Soler Álvarez
nsoler@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá – Colombia)

Resumen

Un principio presente en este curso es que un maestro es un profesional que apoya la formación de ciudadanos críticos con la capacidad de escuchar, respetar y tolerar. Una manera a través de la cual se considera que se puede lograr esta formación es desarrollando en las nuevas generaciones, habilidades y competencias argumentativas. El curso que se realiza tiene el propósito de brindar a profesores en formación y en servicio, ideas para favorecer la argumentación en sus clases de matemáticas. Uno de los objetivos de este curso es que los maestros participantes logren una reflexión acerca de su ejercicio profesional, en lo correspondiente al desarrollo de la conjeturación y la argumentación. Se espera que esta reflexión se logre a partir de las discusiones que se van a generar en el curso, las cuales van a girar en torno a tareas formuladas por los docentes, referentes teóricos sobre el tema y ejemplos de actividades que se han desarrollado en investigaciones sobre argumentación y prueba.

Palabras clave: Argumentación, conjeturación, formación de profesores, procesos matemáticos.

1. Temáticas

- Formación de profesores de matemáticas para la argumentación.
- Procesos de generalización y argumentación.

2. Objetivos

- Invitar a los maestros a reflexionar sobre las prácticas argumentativas presentes en sus clases.
- Presentar aspectos teóricos sobre el proceso de argumentación y conjeturación en la clase de matemáticas.
- Ofrecer a los profesores de matemáticas ideas prácticas para favorecer la argumentación en la clase de matemáticas.

3. Referentes teóricos básicos

Como se mencionó anteriormente, este curso buscará que los maestros participantes reflexionen sobre su ejercicio profesional en lo particular de la conjeturación y la argumentación. Para lograr esto, se van a realizar diversas discusiones en las que se contrastarán algunas ideas iniciales de los profesores, con lo planteado desde la teoría en relación con el desarrollo de estos procesos. A continuación se describen algunos referentes que posiblemente van a estar presentes a lo largo de dichas discusiones.

3.1 Formación de profesores

Los lineamientos curriculares (MEN, 1998) y los estándares curriculares (MEN, 2006) han propuesto una perspectiva amplia, y pertinente al país, acerca del quehacer del docente de matemáticas. Se empieza manifestando que el conocimiento matemático es producto de actividad humana, por tanto, este no se reduce exclusivamente a la teoría formal que es aceptada por la comunidad de matemáticos y presentada en libros o revistas, sino que involucra todos aquellos procesos y actividades que permiten la creación de conocimiento en esta área. En la Figura 1. se describen algunos elementos que hacen parte de lo que es el conocimiento matemático desde este enfoque.

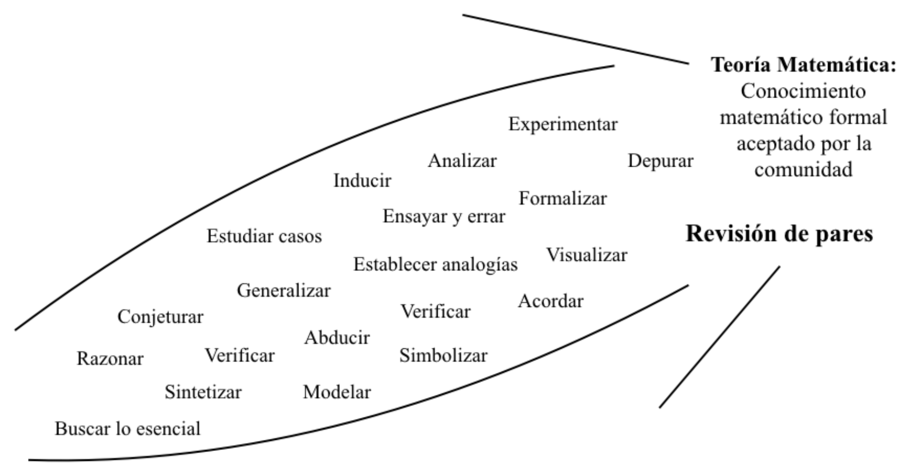


Figura 1. Elementos que hacen parte del conocimiento matemático.

Con esta mirada sobre las matemáticas, la labor del docente no puede limitarse únicamente a presentar cierto conocimiento establecido en los textos y a proponer a los estudiantes ejercicios repetitivos. Le exige mucho más, le pide que logre que sus estudiantes simulen, en sus debidas proporciones, la actividad del matemático. Esto significa que el aula de matemáticas pasa a convertirse en un lugar para la creación matemática, para la investigación en esta área de conocimiento.

Esta forma de ver el maestro de matemáticas genera muchas inquietudes, principalmente en lo que respecta a la formación de profesores. La experiencia vivida como aprendices, marca significativamente las formas de actuar de los maestros, principalmente en sus clases, por esta razón una de las preguntas que surge, hace referencia a las maneras o formas a través de las cuales es posible que el maestro se apropie de esta nueva perspectiva para que la lleve a su aula. El reto aquí, para quienes forman maestros, es lograr una relación armoniosa entre la teoría y la práctica.

Algunos estudios realizados por Antolinez y Palacio, (2013); Izquierdo y Granados, (2013); Martínez, Parra y Acevedo, (2016); Hernández, Peña y Marttá, (2016) permiten identificar cuatro elementos que, al integrarse, pueden aportar a la construcción de los caminos a través de los cuales el maestro (en formación o en servicio) se apropie de esta forma de aprender matemáticas en el aula. Estos elementos son los siguientes:

- Experimentar hacer matemáticas.
- Reconocer diversas formas de construir saber en esta área, principalmente en lo relacionado a la conjeturación y la argumentación, ya que estos dos procesos están en la esencia del hacer matemáticas.
- Crear, diseñar, adaptar o reconstruir tareas para el aula que permitan la actividad matemática, especialmente en los procesos mencionados.
- Reflexionar sobre la práctica matemática que se logra en el aula al llevar las tareas construidas.

3.2 Actividad matemática

Como se mencionó antes, entre los muchos procesos que se dan al construir conocimiento matemático, están dos que son centrales: i) formular y validar conjeturas y ii) argumentar. Son esenciales porque las verdades matemáticas, las aceptadas por la comunidad, son precisamente conjeturas que han logrado ser validadas. Adicional a esto, la construcción y validación de conjeturas se realiza a través de la argumentación.

3.3 Conjeturación

Estudiando la actividad matemática en el aula, particularmente la conjeturación, Álvarez, Angel, Carranza y Soler, Álvarez (2014), apoyados en Cañadas, Deulofeu, Figueiras, Reid y Yevdokimov (2008), hacen una descripción de este proceso en cinco etapas: en la primera, a la que denominan *visualización*, los estudiantes estudian y observan detenidamente los objetos dados para identificar sus características y establecer posibles relaciones entre ellos. En la segunda etapa se identifican *patrones, relaciones, regularidades o propiedades* de los objetos matemáticos para posteriormente, en una tercera etapa, *formular conjeturas* sobre éstos. Las conjeturas formuladas pueden ser expresadas de diferentes maneras, a través del lenguaje natural, el escrito o utilizando simbología matemática. En la cuarta etapa se realizan diversos procesos para verificar la validez de las conjeturas. En la última etapa, se generaliza la conjetura aceptando su validez para todos los valores de referencia.

3.4 Argumentación

Un argumento, desde la perspectiva de Toulmin (2003), está compuesto, entre otras cosas, por tres elementos: datos, afirmación y garante. El garante corresponde a aquello que permite pasar de los datos a la conclusión. Los argumentos fuertes son aquellos en los que el garante es difícilmente refutable.

A partir del estudio de clases de matemáticas desarrolladas desde la perspectiva antes mencionada, Manrique y Soler, Álvarez (2014) identificaron tres formas de argumentar cuando se realiza actividad matemática: abductiva, inductiva y deductiva. La argumentación abductiva hace referencia a inferencias que se hacen a partir del estudio de muchos datos y que tienen un alto grado de posibilidad de ser verdaderas. Los garantes que sustentan los razonamientos abductivos con frecuencia corresponden a patrones, regularidades y relaciones que se observan en los datos iniciales. Los argumentos inductivos se refieren a la verificación, de forma experimental, de inferencias que fueron producidas al argumentar de forma abductiva. En los argumentos deductivos los garantes aseguran la verdad de las afirmaciones que se generan en la actividad matemática.

3.5 Tareas que favorecen la conjeturación y la argumentación

Los trabajos de Antolinez y Palacio (2013), Izquierdo y Granados (2013) y Hernández, Peña y Marttá (2016) permiten identificar con claridad un tipo de tarea que promueve de manera significativa los procesos de argumentación y conjeturación, esta es la *generalización de patrones*. En este tipo de tareas, a los estudiantes se les pide explorar diferentes casos e identificar patrones y regularidades que puedan observarse en estos. También se les pide que estudien, en datos no dados inicialmente, los patrones identificados para luego presentar de diferentes maneras (verbal, simbólica, en lenguaje natural) las generalidades encontradas.

Otro tipo de tarea, a la que se puede denominar *validación* es presentada por Martínez, Parra y Acevedo (2016). Consiste en presentar a los estudiantes variedad de garantes, incluyendo algunos que no son válidos, y pedirles que estudien su valor de verdad. Este tipo de tareas además de enriquecer a los estudiantes con ejemplos de argumentos, permiten que duden de la validez de estos y por esto también aportan al desarrollo del pensamiento crítico de los jóvenes.

4. Propuesta de actividades

El curso se desarrolla en tres sesiones las cuales buscan integrar los cuatro elementos expuestos en la sección anterior acerca de la formación de los maestros.

Sesión 1.

La primera sesión buscará que los maestros, a través un ejercicio práctico, expliciten algunas de sus ideas acerca de la argumentación y la conjeturación y luego las contrasten con algunos referentes teóricos que existen en relación con estos procesos.

Se organizarán grupos de dos o tres personas, cada uno de los cuales tendrá como propósito proponer una tarea que favorezca la argumentación y la conjeturación en una clase de matemáticas. Posterior a esto, en grupos diferentes se resolverán algunas de las tareas formuladas y se estudiará si éstas favorecen dichos procesos. Este estudio se hará a partir de unos elementos teóricos que se van a presentar en la sesión.

Sesión 2.

El propósito de la segunda sesión es presentar a los maestros ejemplos de tareas de generalización y validación diseñadas por investigadores matemáticos y que posibilitan los procesos de conjeturación y argumentación en el aula. El trabajo en esta sesión consistirá en pedir a los profesores resolver algunas tareas que favorecen estos procesos y contrastar las soluciones con la perspectiva teórica presentada.

Sesión 3.

En la tercera sesión se buscará que los profesores identifiquen en el aula de matemáticas, en sus clases especialmente, aquellos aspectos que permiten o dificultan el desarrollo de estos procesos. Para ello, los maestros discutirán sobre posibles formas de reconstruir las tareas que habían presentado inicialmente y plantearán algunas ideas acerca de las posibilidades de llevarla al aula regular.

Referencias bibliográficas

Alvarez, I., Angel, L., Carranza, E. y Soler, Alvarez, M. (2014). *Actividades matemáticas: Conjeturar y Argumentar Números.* Revista de Didáctica de las Matemáticas, 85, 75-90. Recuperado de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/85/Articulos_05.pdf

Antolinez, L y Palacio, M. (2013). *Clasificación de los argumentos producidos por estudiantes que ingresan a carreras técnicas al resolver una tarea de generalización con números 4-estelares*. (tesis de maestría). Universidad Pedagógica Nacional.

Hernández, K., Marttá, J. y Peña, F. (2016). *Procesos de argumentación y generalización en una tarea de patrones lineales y cuadráticos* (tesis de maestría). Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.

Izquierdo, D. y Granados, J. (2013). *Caracterización de los argumentos que emergen en el desarrollo de una tarea de generalización realizada por estudiantes de grado noveno (tesis de maestría).* Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.

Manrique, V.H., Soler, Álvarez, M.N. (2014) *El proceso de descubrimiento en la clase de matemáticas: los razonamientos abductivo, inductivo y deductivo*. Enseñanza de las Ciencias, 32 (2), p. 191-219.

MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas.* Bogotá: Ministerio de Educación Nacional, Colombia.

Martinez, A., Parra, Y. y Umaña, J. (2016). *Evaluación de argumentos visuales: Una estrategia para fortalecer las prácticas argumentativas (tesis de maestría).* Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.

Toulmin, S. (2003). *The uses of argument. Cambridge University Press.* http://dx.doi.org/10.1017/CBO9780511840005

Geometría experimental

Martín Eduardo Acosta Gempeler
meacostag@udistrital.edu.co
Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá-Colombia)

Palabras Clave: Geometría, experimentación, software de geometría dinámica.

1. Temáticas

El papel del software de geometría dinámica en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.

2. Objetivo

Vivir una experiencia de aprendizaje de conceptos teóricos a partir de la experimentación con SGD. Apreciar el valor del SGD como herramienta de enseñanza.

3. Propuesta de Actividades

Las actividades que se propondrán serán problemas de construcción geométrica utilizando software de geometría dinámica y reflexiones sobre el proceso de enseñanza de la geometría.

Referencias bibliográficas

Acosta, M. (2005). *Geometría experimental con Cabri : una nueva praxeología matemática*. Educación Matemática, 17, 121–140.

Acosta, M. (2011). *Resolución de problemas por medio de matemática experimental : uso de software de geometría dinámica para la construcción de un lugar geométrico desconocido mathematics : use of dynamic geometry software to. Integración, 29* (2), 163–174.

Regresar al índice general

Talleres invitados

Índice de esta sección

Pensamiento aleatorio: uno de estos… no es como los otros…

Ingrith Álvarez Alfonso
ialvarez@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá – Colombia)

Resumen

El desarrollo del pensamiento matemático es inherente al desarrollo de los pensamientos métrico, variacional, numérico, geométrico y aleatorio, según lo propuesto en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), por lo que tradicionalmente en el aula de matemáticas se aborda de manera indistinta dichos pensamientos sin que se tenga una mirada clara sobre sus diferencias y las características de los objetos propios de cada uno de ellos. Es por esto que se tiene como propósito explicitar los objetos de estudio del pensamiento aleatorio y sus características, a partir de la revisión y análisis de los documentos que orientan la formulación del currículo de matemáticas en Colombia, de tal forma que los docentes de matemáticas (en formación inicial y continuada) reconozcan la importancia de potenciar el pensamiento aleatorio como parte vital del pensamiento matemático, identificando divergencias entre el pensamiento aleatorio y los otro cuatro pensamientos.

Palabras clave: Pensamiento aleatorio, azar, variabilidad, indeterminismo.

1. Temáticas

Se pretende profundizar, desde el reconocimiento, revisión y análisis de los documentos rectores que orientan la formulación de currículo de matemáticas en Colombia (Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), Estándares Básicos de Competenticas en Matemáticas (MEN, 2006) y Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2015)), en la identificación de los objetos de estudio (conceptos, proceso y actitudes) que se proponen abordar en el aula de la educación básica y media respecto al pensamiento aleatorio, así como su naturaleza o características (azar, no determinismo, aleatoriedad, variabilidad), que permiten potenciar el pensamiento matemático desde ámbitos poco explorados y que van en contravía de creencias y subjetividades de la mayoría de la gente del común (del ciudadano tradicional) respecto a la idea que se tiene de "las matemáticas", campo en el cual se incluye en muchas ocasiones, de manera inmediata, a la Estadística.

2. Objetivos

Reconocer la importancia de potenciar el pensamiento aleatorio desde el trabajo en el aula de matemáticas de la educación básica y media, identificando los objetos de estudio de dicho pensamiento así como su naturaleza, a partir de la revisión de documentos rectores para la formulación del currículo escolar de matemáticas en Colombia.

3. Referentes teóricos básicos

El taller se fundamenta en una lectura analítica, y en lo posible crítica, de algunas secciones de los documentos considerados como referentes para la formulación del currículo escolar de matemáticas en Colombia, los cuales son presentados por el Ministerio de Educación Nacional [MEN], quien a lo largo de las dos últimas décadas en cabeza de diversos colectivos académicos, y dando cumplimiento a la Ley General de Educación (MEN, 1995), ha emitido en el área de la Educación Matemática, tres documentos que han sido hito en la formulación del currículo escolar, estos son: los Lineamientos Curriculares de Matemáticas [LCM], los Estándares Básicos de Competenticas en Matemáticas [EBCM], y los Derechos Básicos de Aprendizaje [DBA].

		
Imagen 1. Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998)	Imagen 2. Estándares Básicos de Competenticas en Matemáticas (2006)	Imagen 3. Derechos Básicos de Aprendizaje (2015)

En los Lineamientos Curriculares de Matemáticas se expresa que el pensamiento matemático es consolidado a partir del desarrollo de cinco pensamientos, entre ellos el pensamiento aleatorio, el cual debe ser potenciado desde la resolución de problemas considerando situaciones reales de aplicación, donde la implementación de la probabilidad y la estadística en el estudio de fenómenos aleatorios, ha de permitir el tratamiento de la incertidumbre, y una "ordenación" de fenómenos caóticos regidos por el azar. Surge así, como objeto de estudio de la Estadística los conjuntos de datos, los sistemas que con estos se puedan establecer, y por ende sus relaciones, con el fin de tomar decisiones basados en los mismos. Así, bajo la intervención ética y objetiva de quien recoge, organiza representa, analiza y toma decisiones basadas en los datos, recae la responsabilidad social sobre el tratamiento que se da a la información, su forma de presentación y comunicación.

Esta mirada global pero profunda del pensamiento aleatorio devela una naturaleza particular de los objetos inmersos en el mismo. Dicha naturaleza se caracteriza por la presencia de incertidumbre, azar (ausencia de patrones), variabilidad, no determinismo y aleatoriedad, lo cual prevalece a pesar de la ardua labor a la hora de buscar modelos matemáticos que ayuden a organizar el "caos", a establecer patrones, y a explicar el comportamiento de lo aleatorio, modelos que llevan en ocasiones a encasillar el pensamiento aleatorio dentro de la rigurosidad, formalismo y determinismo de la matemática, alejándolo de la esencia propia de la Estadística.

En la misma perspectiva de los LCM respecto al pensamiento aleatorio, en 2006 inicia la circulación el documento EBCM en donde se reitera la importancia de dicho pensamiento para tomar decisiones frente a situaciones de incertidumbre, azar, riegos, o ambigüedad por falta de información confiable, en las que no es posible predecir con seguridad lo que va a pasar, características propias de las situaciones que se han de abordar en la escuela para potenciar dicho pensamiento, con el fin de que a través de la interpretación y análisis de los resultados, apoyados directamente en conceptos y procedimientos de la teoría de la probabilidad y de la estadística inferencial e indirectamente en la estadística descriptiva y en la combinatoria, se intente predecir dentro de ciertos rangos, el curso de los acontecimientos azarosos y se tomen decisiones lo más razonables posible ante la imposibilidad de saber con seguridad lo que va a pasar.

De igual forma en el texto EBCM se formula una serie de estándares para la educación básica y media, organizados por pensamiento y por conjunto de grados, que han sido asumidos como los orientadores para determinar los mínimos respecto a lo que se debe saber, saber hacer y sobre cómo saber actuar, para ser competente matemáticamente, lo cual incluye por "defecto" estándares para el pensamiento aleatorio, a partir de los cuales se pueden identificar conceptos y procesos a abordar a lo largo de la vida escolar para la formación y desarrollo del pensamiento matemático, centrando la mirada en asuntos de la estadística descriptiva (educación básica primaria), en temas relacionados con la probabilidad (incluyendo los procesos de la combinatoria) y desembocando (educación media) en los asuntos referidos a la estadística inferencial.

Casi diez años después de estar en circulación los EBCM, aparece en el ámbito académico el texto DBA (2015), documento de gran polémica no solo por su nombre, "derechos", sino por la forma en que estos fueron compartidos en la comunidad académica (docentes, investigadores, universidades, etc.). Pero más allá de la polémica, lo que expone este documento es una serie de "saberes claves" redactados en forma de acciones que indican lo que los estudiantes tienen "derecho" a aprender en cada grado escolar desde 1º hasta 11º, y aunque mencionan su articulación con los EBCM, en esta ocasión se devela una fragmentación del "conocimiento" ya que la propuesta no está organizada por conjunto de grados (idea de los EBCM), sino grado a grado, y las actividades (ejercicios, problemas) son formuladas para cada uno de los diferentes estándares sin una propuesta de integración del conocimiento.

De manera específica para el pensamiento aleatorio los ejemplos de "situaciones problema", las preguntas asociadas y la forma en que se presentan las posibles soluciones o estrategias para abordar dichas situaciones, ocultan, la relación del pensamiento aleatorio con los otros pensamientos, y las características de los objetos de estudio de la estadística y la probabilidad, pues aunque algunos enunciados mencionan palabras como posible, probable, azar, variaciones y aleatorio(a), en ningún momento se logran identificar "saberes claves" que develen la importancia de que los estudiantes, en su vida escolar, identifiquen y tomen conciencia de las características de los objetos de estudio del pensamiento aleatorio, esto es, no se evidencian que se tenga "derecho" a saber, pensar, conocer o identificar, lo relacionado con incertidumbre, no determinismo, aleatoriedad, variabilidad, azar, etc.

Otra mirada a estos mismos documentos pero desde la perspectiva relacionada con lo que se propone abordar en el aula de matemáticas respecto al pensamiento aleatorio, se logra identificar como principal objeto de estudio: los Sistemas de Datos (entiéndase estos como los conjuntos de datos, las relaciones entre dichos conjuntos, y su inherente característica de apoyar la descripción del comportamiento de una muestra o población para tomar decisiones). Así, en consonancia con otras publicaciones de tipo investigativo en el campo de la Educación Estadística se reconoce que este objeto (entiéndase como plural) manifiesta una naturaleza particular respecto a los objetos propios de los otros pensamientos; por ende se reconoce que los DATOS al provenir de experimentos o fenómenos aleatorios, por naturaleza embargar niveles de incertidumbre y variabilidad. Eso indica, por ejemplo que un valor calculado (MTC) no es único e irrefutable, pues el solo hecho de incluir un nuevo dato dentro del conjunto de estudio se puede llegar a alterar el valor que caracteriza la muestra o el conjunto, más aun cuando es un dato atípico.

4. Propuesta de actividades

A lo largo del taller se han de proponer cinco momentos secuenciales, así:

Primer momento

¿Cuáles son las características de las matemáticas? A modo de conversatorio se indagará entre el público sobre las respuestas más "populares" a esta pregunta, evocando lo que percibe el común de la gente frente a las matemáticas, su naturaleza y sus características (es una ciencia exacta, no admite errores, es infalible, abstracto, teórica, siempre hay una única respuesta, tiene procedimientos determinados y rigurosos, etc.). De igual forma se conversará sobre las percepciones informales que se tiene frente a qué es la Estadística, intentando ahondar en preguntas tales como: ¿Qué relación tiene las Matemáticas y la Estadística? ¿Son estas áreas de conocimiento parte de un mismo campo de estudio, estudian lo mismo? Según la dinámica propia del taller se propondrá la discusión en torno a la hipótesis: *Ya que en la mayoría de las instituciones educativas de educación básica y media, la Estadística hace parte del currículo escolar de Matemáticas, entonces los objetos que estudia la Estadística escolar comparten las mismas características de los objetos de las Matemáticas escolares*.

Segundo momento

¿Quiénes o quién determina los objetos de estudio a abordar en el aula de matemáticas en la educación básica y media? Bajo esto interrogante se busca que desde la experiencia y formación de los docentes participantes se reconozcan los Lineamientos Curriculares de Matemáticas [LCM] (MEN, 1998), los Estándares Básicos de Competenticas en Matemáticas [EBCM] (MEN, 2006) y los Derechos Básicos de Aprendizaje [DBA] (MEN, 2015), se contextualice de manera sucinta los momentos históricos en que dichos documentos aparecieron ante la comunidad académica, sus estructuras (organización y contenidos) y posible diferenciación en propósitos.

Tercer momento

¿Cuáles son los derroteros curriculares respecto al desarrollo del pensamiento aleatorio en la educación básica y media en el país? Con esta pregunta se propone a los asistentes revisar secciones específicas de los documentos: LCB, EBCM, DBA y trabajando en parejas, intentar dar respuesta a ¿cuáles son los objetos de estudio propios de la Estadística? Se busca así, reconocer, listar y clasificar conceptos, procesos y actitudes que se proponen en dichos documentos en pro del desarrollo del pensamiento aleatorio.

Cuarto momento

¿Qué estudia la Estadística? ¿Cuáles son las características particulares de los objetos de estudio de la Estadística escolar? Asumiendo el análisis de un par de objetos identificados en el anterior momento (*v.g.* medidas de tendencia central, combinatoria, toma de decisiones, recolección de datos, etc.) se busca orientar a los asistentes para que expliciten y aporten en la construcción de nociones entorno al azar, aleatoriedad, incertidumbre, no determinismo y el peso del componente subjetivo en la toma de decisiones basadas en datos; elementos éstos, característicos y primordiales a la hora de aportar al desarrollo del pensamiento matemático.

Quinto momento

Se espera poder hacer un primer acercamiento a una declaración, puede ser grupal o individual, frente a la hipótesis formulada en el primer momento y en especial a su implicación: *los objetos que estudia la Estadística escolar comparten las mismas características de los objetos de las Matemáticas escolares.* A partir de ello se busca cuestionar acerca de por qué enseñar Estadística en la escuela, y su impacto en la formación de ciudadanos estadísticamente cultos, desembocando en ideas generales sobre el tipo de actividades que se podrían llevar al aula para que los estudiantes reconocieran los asuntos relacionados con la naturaleza de los objetos de estudio de este campo del conocimiento.

Referencias bibliográficas

Congreso de la República de Colombia. (1994). Ley 115, Por la cual se expide la ley general de educación. Bogotá D.C, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Bogotá D.C., Cooperativa Editorial Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas. Bogotá D.C., Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (2015). Derechos básicos de aprendizaje en Matemáticas. Bogotá D.C., Colombia.

SOROSUMA: Iniciando con el ábaco Soroban

Juan Carlos Vega Vega
juan88cho@hotmail.com
Secretaría de Educación del Distrito, (Bogotá – Colombia)
Edwin Alfredo Carranza Vargas
edalcava@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá – Colombia)

Resumen

El aprendizaje de las matemáticas en los diferentes niveles de formación, se requiere el dominio de la estructura aditiva como parte fundamental del desarrollo de los procesos lógicos de los estudiantes, para tal fin, se hace necesario el reconocimiento y la manipulación de material concreto en el aula de clase desde las primeras edades. El ábaco Soroban es un instrumento de origen japonés que promueve, no solo la ejercitación de operaciones básicas, sino que logra evidenciar elementos presentes en la suma y la representación del número en un sistema posicional; por lo anterior, este taller pretende mostrar y socializar el algoritmo de la suma y resta de números naturales a partir del uso del Soroban.

Palabras clave: Suma y resta, Soroban, material concreto, sistema posicional.

1. Temáticas

- Manejo del Soroban, lógica del instrumento y representaciones numéricas.
- Develar aspectos relevantes y ocultos presentes en el algoritmo de la suma y la resta.
- Sumas y restas sencillas y complejas.

2. Objetivos

- Divulgar y reflexionar en torno al uso del ábaco Soroban en el aula de clase.
- Mostrar la importancia del cambio de representaciones y del algoritmo de la suma y la resta evidenciando algunas propiedades del campo aditivo teniendo como base la lógica del ábaco Soroban.

3. Referentes teóricos básicos

Desde siempre, el hombre ha necesitado de medios físicos para adaptarse al mundo, es allí, cuando el proceso de aprendizaje está arraigado a un mediador y ese principio de mediación instrumental pone de manera firme la interacción del sujeto con herramientas propias de las matemáticas, dicho principio manifiesta que: *Todo acto cognitivo está mediado por un instrumento físico o simbólico* (Vygostki, 1978), lo que deja claro que ante todo proceso de aprendizaje, la mediación con un instrumento deja huella en la apropiación del conocimiento. El Soroban es instrumento didáctico que permite la generación de procesos inmersos en la aritmética, como son los de conteo, visualización, generalización y algoritmización. Además de lo anterior, el ábaco sirve de soporte para develar propiedades de la estructura aditiva y multiplicativa de números naturales, por lo que su enseñanza es significativa y pertinente para la construcción de dichas estructuras desde las etapas iniciales.

El Soroban es el ábaco japonés, creado en el siglo XVI muy similar a su antecesor el ábaco chino Suan-pan. En el siglo XX evolucionó, convirtiéndose en un ábaco con mejor diseño y mayor versatilidad al momento de realizar operaciones matemáticas básicas. El Soroban está organizado por varillas y cinco cuentas separadas por una tablilla (ver Figura 1), dejando una cuenta en la parte superior que representa 5 unidades y cuatro cuentas en la parte inferior representando cada cuenta una unidad. (Tejón, 2007)

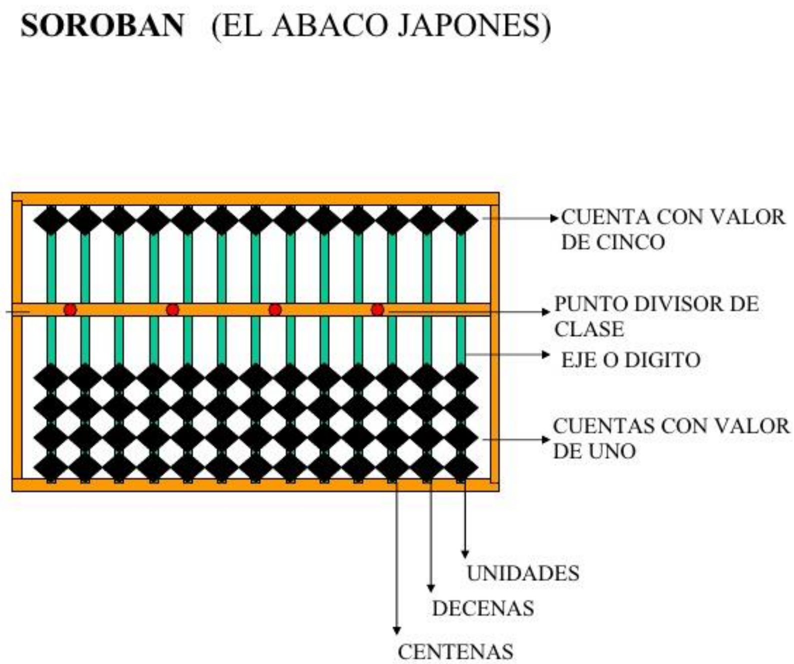


Figura 1. Caracterización del Soroban.

La configuración del ábaco permite visualizar y comprender aún mejor los algoritmos de la suma y resta de números naturales, sin mencionar los demás algoritmos. Procesos de conteo, visualización agrupación y desagrupación se enriquecen; las formas de representar el número llevan consigo conteo y su estructura natural dentro del sistema posicional, así como también la forma de leer y representar cantidades de orden superior naturalmente y construir de mejor manera el concepto de número natural a través del paso de diferentes representaciones.

En la suma mediada por el Soroban se evidencian procesos de pensamiento tales como: el manejo de las cuentas (subiendo y bajando), saber ubicarse en la varilla correspondiente, lo cual equivale a cambiar el algoritmo tradicional que se enseña y permite explorar otras formas de suma que hacen que ésta se libere del algoritmo y muestre formas quizás más naturales en que se presenta la adición.

Caso similar aparece con la resta de números naturales, presentando de manera soterrada que la diferencia es una suma de opuestos, y es tal su evidencia, que se razona de manera opuesta a la suma, ya que se visualiza de manera intuitiva que restar es una forma de sumar, además lleva al algoritmo tradicional de la resta a otro estadio, dejando de base la forma natural y no la mecanizada en la escuela.

4. Propuesta de actividades

La metodología de este taller estará dividida en tres momentos: inicialmente se hará un reconocimiento del material (representación de cantidades y lógica del Soroban), para esto se contará con 15 abacos Soroban, por lo que es necesario conformar grupos de trabajo de no más de tres personas. Posteriormente, se realizará una explicación del algoritmo de la suma y resta utilizando el instrumento y finalmente, la ejercitación con operaciones sencillas, sumas y restas donde sea necesaria la agrupación y desagrupación así como también con cantidades de orden superior.

Dentro de cada momento se esperan las siguientes reflexiones:

- Actividades de reconocimiento: Al proponer la representación, escritura y lectura de números, se quiere mostrar la importancia de los diferentes registros que se pueden obtener de las cantidades dadas, adicionalmente, determinar la importancia del valor posicional en la enseñanza inicial, en especial, al trabajo con material concreto, planteando representaciones de números tales como: 3.004. 1’ 002.012 y en general, cantidades donde el cero esté presente y la instrucción del tallerista sea dada verbalmente.
- Suma y resta sencilla: Para este momento se propondrán sumas en las cuales no sea necesaria la agrupación, y restas donde la desagrupación no se presente.

- Suma y resta compleja: Al tener que recurrir a la agrupación y desagrupación, se deben utilizar las reglas propias del Soroban, que se muestran a continuación.

sumar	es lo mismo que	
1	sumar 5 y restar 4	sumar 10 y restar 9
2	sumar 5 y restar 3	sumar 10 y restar 8
3	sumar 5 y restar 2	sumar 10 y restar 7
4	sumar 5 y restar 1	sumar 10 y restar 6
5	sumar 5	sumar 10 y restar 5
6	sumar 10, restar 5 y sumar 1	sumar 10 y restar 4
7	sumar 10, restar 5 y sumar 2	sumar 10 y restar 3
8	sumar 10, restar 5 y sumar 3	sumar 10 y restar 2
9	sumar 10, restar 5 y sumar 4	sumar 10 y restar 1

Figura 2: Tabla para hacer sumas complejas.

restar	es lo mismo que	
1	restar 5 y sumar 4	restar 10 y sumar 9
2	restar 5 y sumar 3	restar 10 y sumar 8
3	restar 5 y sumar 2	restar 10 y sumar 7
4	restar 5 y sumar 1	restar 10 y sumar 6
5	restar 5	restar 10 y sumar 5
6	restar 6	restar 10 y sumar 4
7	restar 7	restar 10 y sumar 3
8	restar 8	restar 10 y sumar 2
9	restar 9	restar 10 y sumar 1

Figura 3: Tabla para hacer restas complejas.

- Reflexión del algoritmo de suma y resta tradicional con el del Soroban: Al ser un instrumento cuya lógica de manejo genera un algoritmo diferente tradicional, se generan preguntas de su justificación y de su uso y pertinencia en la escuela.
- Instrumentación: Mostrar las ventajas y desventajas del uso del Soroban en el aula de clase, teniendo en cuenta aspectos tales como: procesos que se desarrollan, cambio del sistema de numeración decimal y los choques cognitivos y representacionales.

Referencias bibliográficas

Tejón, F (2007). *Manual del uso del ábaco japonés Soroban*. En: Editerio Krayono, Ponferrada, España.

Vygotsky, L (1978) *Interaction between learning and development*. En: Mind in society: The development of higher psychological processes. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Qué y para qué de la modelación matemática: Posibilidades y desafíos

Francisco Javier Camelo Bustos - Gabriel Mancera Ortiz

fjcamelob@udistrital.edu.co - gmancerao@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)
Universidad Federal de Minas Gerais, (Belo Horizonte, Brasil)

Wilson Yesid Perilla

wilson.perilla@gmail.com
Secretaria de Educación del Distrito, (Bogotá, Colombia)

Resumen

En este taller pretendemos, a través de la reflexión y análisis de tres situaciones, estudiar posibilidades y desafíos de crear ambientes de modelación matemática en aulas bogotanas de educación básica y media. En la primera situación se conversará con los participantes del taller sobre los intereses sociales, culturales y políticos que se ponen en juego en un determinado modelo matemático. En el segundo momento, se buscará que los asistentes propongan un modelo para dar solución a una situación determinada, buscando que puedan dar cuenta de las consideraciones que tuvieron para construirlo. Finalmente se hará énfasis en la importancia de que los ambientes de modelación posibiliten a los estudiantes/ciudadanos tomar una distancia crítica soportados en las matemáticas, para así asumir una competencia ciudadana con una actitud reflexiva frente a los hechos sociales, culturales y políticos.

Palabras clave: Modelación matemática; ambientes de aprendizaje, educación básica y media.

1. Temáticas

El interés es reflexionar con los asistentes en torno del qué y para qué de la modelación matemática desde una perspectiva socio crítica, tal como lo señalan Burak (2004), Araujo (2009) y Barbosa (2004), en aulas de educación básica y media bogotanas.

2. objetivos

Reflexionar alrededor de la importancia de crear ambientes de modelación matemática en la educación básica y media, en tanto posibilitan a nuestros estudiantes escenarios en donde es posible adoptar una distancia crítica de los fenómenos a estudiar.

3. Referentes teóricos básicos

La modelación matemática (MM), como vertiente de la educación matemática, ha sido fuertemente estudiada por la comunidad de educadores matemáticos en Brasil (Araujo, 2009; Barbosa, 2004; Hermínio, 2009; Burak, 2004, etc.) y otros países del mundo (BlomhØj, 2008; Kaiser & Sriraman, 2006, etc.). En Colombia su desarrollo aún es naciente, principalmente trabajada por Villa (Villa, Rojas, & Cuartas, 2010; Villa & Ruiz, 2011) y más recientemente por nosotros (Camelo, Mancera, Zambrano, & Romero, 2013, Camelo, 2016; Camelo, Perilla, & Mancera, 2016; Mancera, Camelo, & Perilla, 2016).

En general, no se tiene un entendimiento consensuado de lo que puede entenderse por la MM, por lo que BlomhØj (2008) y Kaiser & Sriraman (2006) identificaron al menos siete tipos de formas de trabajar en el aula de matemáticas, de acuerdo a sus fines y principios. En este trabajo, basados en Burak (2004), aceptaremos que la MM se constituye en un conjunto de procedimientos cuyo objetivo es construir un modelo para explicar matemáticamente los fenómenos presentes en el contexto socialmente relevante de los seres humanos, modelo bajo el que es posible apoyar predicciones, interpretaciones y decisiones. De lo anterior, podemos inferir dos premisas clave para la educación matemática: i) los procesos de modelación en las aulas de clase deberían partir por identificar disposiciones e intenciones del grupo, de personas que se involucrará en el proceso, tal como lo señalaron Mancera, Camelo, Salazar & Valero (2012) y ii) los datos requeridos para el desarrollo de la actividad deben ser construidos en el contexto socialmente relevante del grupo.

Aunque por el espacio de este texto no es el lugar para profundizar en tales premisas, queremos señalar que la primera tiene presente el campo de la sociología, en tanto aceptamos que muchas de nuestras acciones están motivadas por el interés sobre asuntos particulares. Mientras la segunda hace parte del método, particularmente aquí se plantea el uso de enfoques de tipo etnográfico, antropológico, fenomenológico y en general los que echan mano de la observación participante. Debemos también resaltar que, bajo estas consideraciones, aceptamos que los procesos de enseñanza y aprendizaje se sustentan principalmente en aquellas teorías constructivistas, socio interaccionistas y de aprendizaje significativo. Pues se considera que los estudiantes son agentes de la construcción de su conocimiento, siendo "buscadores" más que "seguidores". Así, el rol de ellos –los estudiantes– está en buscar nuevos campos y visiones, interrogar, discutir, reflexionar y, en general, formar sus propias comprensiones para interpretar y actuar como ciudadanos informados.

4. Propuesta de actividades

El taller se desarrollará en 3 momentos, con los cuales pretendemos reflexionar, con los asistentes, sobre algunas posibilidades y desafíos en el desarrollo de ambientes de modelación matemática con estudiantes de educación básica y media. Durante el primer momento se planteará a los asistentes un ambiente que busca reflexionar sobre los intereses que se ponen en juego en un determinado modelo, así como la validez del mismo.

En el segundo momento, se busca que los asistentes propongan un modelo para dar solución a una situación determinada, buscando que puedan dar cuenta de las consideraciones que tuvieron para construirlo. Cabe señalar que dependiendo de las consideraciones asumidas en cada uno de los modelos presentados, ellos (los modelos) pueden discrepar unos de otros.

Hecho que será crucial para reflexionar sobre la no neutralidad que hacemos de ellos.

Finalmente se quiere hacer énfasis sobre la importancia que adquieren los ambientes de modelación al posibilitar los estudiantes ciudadanos tomen una distancia crítica soportados en las matemáticas, para poder asumir una competencia ciudadana con una actitud reflexiva frente a los hechos sociales, culturales y políticos de los contextos socialmente relevantes en que ellos actúan. Para ello propondremos reflexionar algunos apartes de noticias que se han dado en algún momento en el contexto colombiano y en el que se ha generado opinión pública a favor de uno u otro interés particular.

Referencias bibliográficas

Araujo. (2009). Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. Alexandria Revista de Educação em Ciências e Tecnologia. Recuperado en https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37948/28976

Barbosa, J. (2004). *MODELAGEM MATEMÁTICA: O que É? POR QUE? COMO? Veritati*, 4. Recuperado de http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf

BlomhØj, M. (2008). *Different Perspectives in research on teaching and learning mathematical modelling*. Categorizing the TSG21 Papers. Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics, 1 - 17.

Burak, D. (2004). *Modelagem Matemática e a sala de aula*. Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 1, 1–10.

Camelo, F. (2016). *Political subjetivity from mathematical modelling*. Presentado en 13th International Congress on Mathematical Education. Topic Study Group 21: Mathematical Modelling., Hamburgo, Germany.

Camelo, F., Mancera, G., Zambrano, J., & Romero, J. (2013). *Reflexiones sobre las potencialidades y dificultades en la iniciación de prácticas socio críticas de modelación matemática*. En Procesos de inclusión/exclusión, subjetividades en educación matemática. (pp. 115-145). Bogotá, Col.: Fondo Editorial Universidad Pedagógica Nacional.

Camelo, F., Perilla, W., & Mancera, G. (2016). *Prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica con estudiantes de grado undécimo.* Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 9(2), 67-84.

Hermínio, M. (2009). *O processo de escolha dos temas dos Projetos de Modelagem Matemática (Maestría)*. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, Brasil. Recuperado a partir de http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291221900011

Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). *A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education*. ZDM, 38(3), 302–310.

Mancera, G., Camelo, F., & Perilla, W. (2016). *Modelación matemática desde la perspectiva socio crítica con estudiantes de secundaria: posibilidades y retos*. En Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado a partir de http://sbem.bruc.com.br/xiienem/relatos-1.html

Mancera, G., Camelo, F., Salazar, C., & Valero, P. (2012). *Disposiciones, intenciones y acciones: una vía para negociar y construir campos semánticos para las clases de matemáticas.* (pp. 704- 718). Presentado en En Memorias III Congreso Internacional y VIII Nacional de Investigación en Educación, Pedagogía y Formación Docente, Bogotá, Col.

Villa, J., Rojas, C., & Cuartas, C. (2010). *Realidad en las matemáticas escolares?: reflexiones acerca de la «realidad» en modelación en educación matemática.* Revista virtual universidad católica del norte, 29, 1–17.

Villa, J., & Ruiz, H. (2011*). Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos.* Revista virtual Universidad católica del norte, 1(27). Recuperado a partir de http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/RevistaUCN/article/view/102

Elementos para el desarrollo del pensamiento matemático en la escuela

Jaime Fonseca González

jaimejaimef@hotmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá – Colombia)

Resumen

El desarrollo del pensamiento matemático adquiere especial interés en la política pública sobre el desarrollo de competencias matemáticas. Se encuentra estrechamente ligado a la expresión "ser matemáticamente competente" y es subdividido en numérico, espacial, métrico, aleatorio o probabilístico y variacional. Cada uno de éstos se expresa en acciones de pensamiento del individuo y puede ser develado en la actividad matemática que despliega durante la realización de tareas matemáticas. De lo anterior, el taller propone actividades para profesores de matemáticas de formación inicial y en ejercicio, para que por medio de la documentación y reflexión sobre la actividad matemática propia o de otro, identifique acciones del pensamiento matemático en la realización de tareas matemáticas.

Palabras clave: Pensamiento matemático, pensamiento numérico, pensamiento geométrico, pensamiento métrico.

1. Temáticas

El taller tiene la intención de ofrecer a los asistentes, elementos teóricos y prácticos para la comprensión del pensamiento matemático de estudiantes de la Educación Básica y Media. Esto mediante la reflexión sobre la actividad matemática en la realización de tareas matemáticas.

2. Objetivos

- Reconocer elementos propuestos en la literatura sobre pensamiento matemático en la actividad matemática de estudiantes de Educación Básica y media.
- Identificar acciones del pensamiento matemático en la actividad matemática de estudiantes de Educación Básica y Media.

3. Referentes teóricos básicos

El desarrollo del pensamiento matemático ha venido adquiriendo especial interés en la comunidad académica por su función en el aprendizaje de las matemáticas y en los profesores por su inclusión en la conceptualización de las competencias matemáticas; lo anterior ha influenciado fuertemente la política pública en educación y el currículo de matemáticas.

Para Chamorro (2012, citado en Escudero, Rojas & Llanos, 2012), la expresión "ser matemáticamente competente" se relaciona con la capacidad para realizar tareas matemáticas, comprender las razones por las que se emplea tal o cual noción o proceso en su realización y para argumentar la conveniencia de su uso. Más explícitamente, esta expresión la relaciona con cinco aspectos de la actividad matemática, a saber: la comprensión conceptual; llevar a cabo procedimientos y algoritmos de manera flexible, eficaz y apropiadamente; habilidades de comunicación y argumentación matemática; pensamiento estratégico: formular, representar y resolver problemas; y tener actitudes positivas hacia las situaciones matemáticas.

En coherencia con este planteamiento, el MEN (2006) propone cinco procesos generales que definen la expresión "ser matemáticamente competente": formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar; formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos. Así, la expresión en cuestión, se vincula a la destreza, eficiencia y eficacia del individuo en el desarrollo de los procesos generales enunciados. Se aclara que la propuesta de clasificación de los procesos generales no pretende abarcar todos los procesos de la actividad matemática ni considerar cada uno como categorías excluyentes unas de otras; por el contrario argumentan que "el proceso de formular y resolver problemas involucra todos los demás con distinta intensidad en sus diferentes momentos" (MEN, 2006, p. 52).

No obstante, MEN (2006) indica que "Ser matemáticamente competente se concreta de manera específica en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, el cual se subdivide en los cinco tipos de pensamiento propuestos en los Lineamientos Curriculares: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional". (p. 56)

Se diferencia el pensamiento lógico, del matemático, pues el primero actúa por medio de operaciones sobre las proposiciones, y si bien encuentra en las matemáticas un lugar propicio para su desarrollo, "cualquiera de las áreas curriculares o de los ejes transversales del trabajo escolar se puede y se debe desarrollar el pensamiento lógico" (MEN 2006). Por el contrario, el pensamiento matemático es específico del área y requiere especial atención, sin desconocer por ello, que es función de la enseñanza de las matemáticas, favorecer el desarrollo del pensamiento lógico.

Para efectos de la planeación de este taller, se consideraron tres de los cinco tipos de pensamiento matemático. Su elección no es por jerarquía, pues todos son igualmente importantes, sino al dominio, experiencia y experticia del tallerista. Si bien el MEN (2006) hace una presentación breve de cada uno de los cinco tipos de pensamiento, se han considerado otros referentes que los caracterizan más ampliamente y exponen indicadores precisos que los definen y facilitan su identificación en la actividad matemática de los estudiantes.

El pensamiento espacial y los sistema geométricos

El MEN (1998), define el pensamiento espacial como "el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales" (p. 37). En correspondencia, la propuesta de Hoffer (1990, citado en Galindo 1996) indica que la enseñanza de la geometría debe propiciar el desarrollo de habilidades con una naturaleza claramente geométrica, a saber: las habilidades visual, verbal, lógica, para dibujar y para modelar. A su vez, vincula el desarrollo de estas habilidades con el reconocido modelo de Van Hiele, que describe el aprendizaje de la geometría con cinco niveles de comprensión de los conceptos geométricos, los cuales constituyen en sí mismos, niveles y momento del proceso de aprendizaje; éstos, no se pueden concebir como elementos discretos, sino que hay continuidad entre ellos. Los niveles del modelo son: Reconocimiento, análisis, ordenamiento, deducción y rigor.

Con la anterior propuesta, Hoffer (1990, citado en Galindo 1996) caracteriza el desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico para cada uno de los cinco niveles del modelo de Van Hiele y los expone en una tabla de doble entrada, de modo que facilita la comprensión del pensamiento geométrico en la escuela.

El pensamiento métrico y sistemas de medida

Para el MEN (2006), el pensamiento métrico involucra "la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones" (p. 63). Siguiendo esta propuesta, Poveda (2012) caracteriza la comprensión sobre las magnitudes y su medición en niños pequeños mediante acciones y procesos que describen la enseñanza y aprendizaje, y traen consigo acciones del pensamiento para su realización. Estos son: La identificación de la magnitud, establecer relaciones de orden y equivalencia entre magnitudes, la necesidad de la conservación de la cantidad de una magnitud, medir eligiendo unidades no convencionales y convencionales, decidir sobre la unidad y el patrón de medida más adecuado, estimar la medida, precisión y exactitud en la medida, construir y usar instrumentos de medida.

El pensamiento numérico y los sistemas numéricos

Castro (2008, citado en Bosch, 2012) indica que "el pensamiento numérico trata de aquello que la mente puede hacer con los números, y que está presente en todas aquellas actuaciones que realizan los seres humanos relacionadas con los números" (p. 20). Agrega que desde un punto de vista psicológico, Dehaene (1997, citado en Bosch, 2012) es posible vincular el Pensamiento Numérico y Sentido Numérico; este último entendido como "una forma especial de pensar sobre los números, no algorítmica, que conlleva una profunda comprensión de su naturaleza así como de las operaciones que se pueden realizar entre ellos" (Castro 2008, citado en Bosch, 2012). También afirma que "la habilidad de usar el sentido numérico juega un papel integral en la resolución de problemas"(p. 20) y que "un buen sentido numérico se muestra útil tanto para el establecimiento de la magnitud y el tipo esperado de números respuesta, como para ayudar a seleccionar la operación apropiada" (p. 20). Por su parte, Alsina (2006, citado en Bosch, 2012) define el sentido numérico como "la capacidad de aplicar buenos razonamientos cuantitativos en situaciones reales, y también se refiere a la capacidad de emplear, en diversos contextos, los números y operaciones de manera flexible y poder emitir juicios sobre informaciones y/o resultados numéricos" (p. 21). Así, el sentido numérico acoge las operaciones mentales, los razonamientos cuantitativos, la capacidad de usar los números y las operaciones, y la argumentación sobre la información o resultados.

Por su parte, Rico y Castro (1995), definen el pensamiento numérico como: "la línea de estudio e investigación en Didáctica de la Matemática que se ocupa de fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de conceptos numéricos en el Sistema Educativo en el medio social. El Pensamiento Numérico estudia diferentes procesos cognitivos y culturales con que los seres humanos asignan y comparten significados utilizando estructuras numéricas. (p. 167)

Así, se diferencia el pensamiento numérico y el sentido numérico, al poner el segundo como un objeto de estudio del primero, de modo que el pensamiento numérico constituye el conocimiento sobre los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de conceptos numéricos.

4. Propuesta de actividades

El taller busca relacionar a los asistentes con algunos elementos conceptuales sobre el pensamiento matemático y dar elementos para identificar acciones propias de éste en la realización de tareas matemáticas. Para lograrlo, se propone reflexionar sobre las acciones del pensamiento matemático evidenciadas en su propia actividad matemática en la realización de una tarea. De este modo, el taller se desarrolla en cuatro momentos:

- **Momento 1**. Los asistentes conforman equipos de trabajo y según sus intereses eligen un tipo particular de pensamiento matemático. Según su elección, se le asigna una lectura sobre el tipo de pensamiento matemático elegido, en donde se define, caracteriza y expone acciones externas del pensamiento. Los documentos elegidos fueron: El desarrollo del pensamiento métrico en los primeros grados (Poveda, 2012); Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos (Obando, Vanegas & Vásquez, 2006); Desarrollo de habilidades básicas para la comprensión de la geometría (Galindo, 1996).
- **Momento 2**. Terminada la lectura, y según el tipo de pensamiento elegido por el equipo de trabajo, se entrega una tarea planeada para desarrollar. Se asignan algunos materiales que pueden ser útiles para la realización. Además, cada equipo elige algunos integrantes que asumirán el rol de resolutores y otros de observadores reflexivos del proceso. Las tareas son:

TERCER ENCUENTRO DISTRITAL DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA EDEM-3

Universidad y Escuela. Voces en la construcción de la comunidad de Educadores Matemáticos en Bogotá.

Septiembre 08, 09 y 10 de 2016

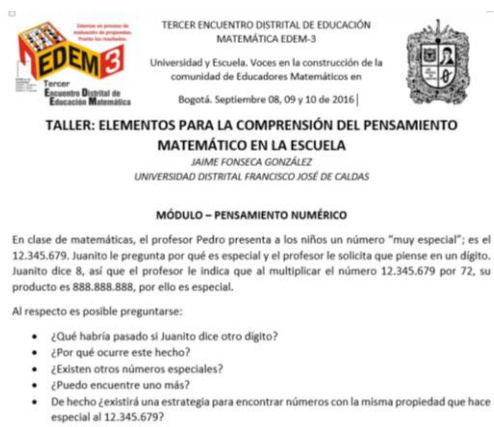
TALLER ELEMENTOS PARA LA COMPRENSIÓN DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN LA ESCUELA

JAIME FONSECA GONZÁLEZ

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

MÓDULO – PENSAMIENTO MÉTRICO

Sobre su mesa encontrará dos figuras planas. Determine cuál de las dos tiene mayor área superficial.



TERCER ENCUENTRO DISTRITAL DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA EDEM-3

Universidad y Escuela. Voces en la construcción de la comunidad de Educadores Matemáticos en Bogotá. Septiembre 08, 09 y 10 de 2016

TALLER: ELEMENTOS PARA LA COMPRENSIÓN DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN LA ESCUELA

JAIME FONSECA GONZÁLEZ

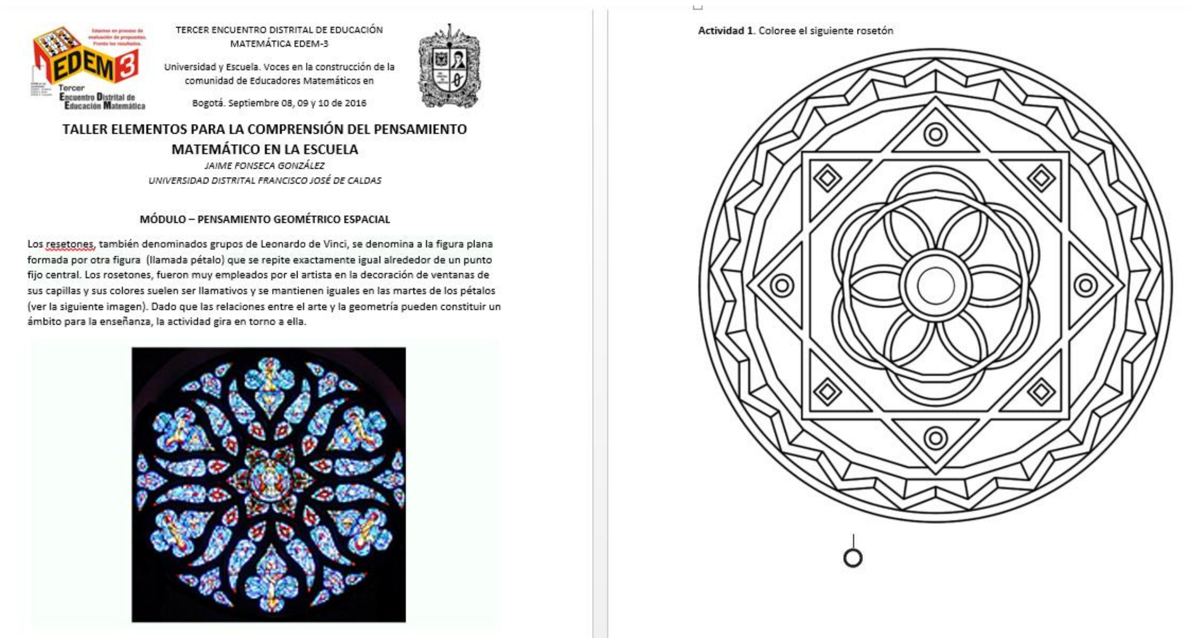
UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

MÓDULO – PENSAMIENTO NUMÉRICO

En clase de matemáticas, el profesor Pedro presenta a los niños un número "muy especial"; es el 12.345.679. Juanito le pregunta por qué es especial y el profesor le solicita que piense en un dígito. Juanito dice 8, así que el profesor le indica que al multiplicar el número 12.345.679 por 72, su producto es 888.888.888, por ello es especial.

Al respecto es posible preguntarse:

- ¿Qué habría pasado si Juanito dice otro dígito?
- ¿Por qué ocurre este hecho?
- ¿Existen otros números especiales?
- ¿Puedo encuentre uno más?
- De hecho ¿existirá una estrategia para encontrar números con la misma propiedad que hace especial al 12.345.679?



TERCER ENCUENTRO DISTRITAL DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA EDEM-3

Universidad y Escuela. Voces en la construcción de la comunidad de Educadores Matemáticos en

Bogotá. Septiembre 08, 09 y 10 de 2016

TALLER ELEMENTOS PARA LA COMPRENSIÓN DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN LA ESCUELA

JAIME FONSECA GONZÁLEZ

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

MÓDULO – PENSAMIENTO GEOMÉTRICO ESPACIAL

Los resetones, también denominados grupos de Leonardo de Vinci, se denomina a la figura plana formada por otra figura (llamada pétalo) que se repite exactamente igual alrededor de un punto fijo central. Los rosetones, fueron muy empleados por el artista en la decoración de ventanas de sus capillas y sus colores suelen ser llamativos y se mantienen iguales en las martes de los pétalos (ver la siguiente imagen). Dado que las relaciones entre el arte y la geometría pueden constituir un ámbito para la enseñanza, la actividad gira en torno a ella.

Actividad 1. Coloree el siguiente rosetón

- **Momento 3**. Considerando las acciones del pensamiento matemático como categorías de análisis, se creó un formato de observación para que tanto observadores reflexivos y resolutores organizasen las acciones del pensamiento matemático que evidencian en la realización de la tarea propuesta.
- **Momento 4**. Con la intención de familiarizar a todos los asistentes con los tres tipos de pensamiento abordados, cada equipo expone las características del tipo de pensamiento elegido y las acciones del pensamiento que evidenció durante la realización de la tarea.

Referencias bibliográficas

Bosch, M. (2012). Apuntes teóricos sobre el pensamiento matemático y multiplicativo en los primeros niveles. Revista Educación Matemática en la Infancia. 1(1), 15-37.

Escudero, R. Rojas, C., Llanos, H. (2012). Procesos matemáticos ¿Qué es ser competente matemáticamente? En Arteta, J., Escudero, R., Rojas, C., Martínez, R. Jiménez, M., Garrido, L., Álvarez, S., Llanos, H. Londoño, N., Rodríguez, M. Acosta, M., Solano, M. Jiménez, J., del Rosario, M., Ramos, A., Loaiza, M, Cantillo, O., Páez, L., Salgado, A., Vasco, C., Badillo, E. (Eds.) Los fraccionarios en primaria: retos, experiencias didácticas y alianzas para aprender matemáticas con sentido. (pp. 55-65). Barranquilla, Colombia: Editorial Universidad del Norte.

Galindo, C. (1996). Desarrollo de habilidades básicas para la comprensión de la geometría. Revista EMA 2(1), 49-58.

MEN, (2006). Estándares básicos de competencias. Bogotá, Colombia: Editorial Magisterio.

MEN (1998). Lineamientos Curriculares: Matemáticas. Bogotá, Colombia: Editorial Magisterio.

Obando, G., Vanegas, M., Vásquez, N. (2006). Pensamiento numérico y sistemas numéricos: modulo 1. Medellín, Colombia: Editorial Universidad de Antioquía.

Poveda, M. (2012). El desarrollo del pensamiento matemático en la educación básica primaria. Módulo programa Conéctate con la educación. Bogotá – Colombia. Recuperado de http://www.escuelasqueaprenden.org/imagesup/El%20desarrollo%20del%20pensamiento%20metrico%20en%20los%20primeros%20grados.pdf

Rico, L., Castro, E., (1995). Pensamiento numérico en educación secundaria obligatoria. En Callejo, H., Bolea, P., Cid, E., Rico, L., Castro, E. (Eds.), Aspectos didácticos de matemáticas (pp. 163-182). Zaragoza, España: Editorial Universidad de Zaragoza.

Regresar al índice general

Experiencias de Aula invitadas

Índice de esta sección

Soberanía alimentaria: la clase de matemáticas como una alternativa para la transformación de la realidad rural

Jaison Fernando Ariza
jaisonfaa@gmail.com
Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá - Colombia)
Jeimmy Lizeth Bernal
jelibecaac@gmail.com
Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá - Colombia)

Resumen

El presente documento pretende exponer una experiencia de aula, la cual tuvo lugar en el desarrollo de una investigación de pregrado en cual se conceptualizaron algunos elementos de la Educación Matemática Crítica para abordar algunas dificultades de la escuela rural, se utilizó metodología de investigación acción participativa, pues nos permitió concebir a los estudiantes como agentes de acción en su realidad.

Palabras clave: Educación matemática crítica, escuela rural, escenarios de investigación, porvenires.

1. Introducción

El medio social está lleno de conflictos y crisis, que según Serrano (2005) están dados por la desigualdad, represión, contradicción, miseria, devastación ecológica, explotación, entre otras, por lo tanto, se hace necesaria una educación que posibilite la transformación y mejoramiento de las circunstancias actuales. En este sentido, la Pedagogía Crítica según Mora (2005, citando a McLaren, 1997 y 2001) y Freire (1973 y 1979), se ocupa de la conformación de estructuras educativas con sus manifestaciones sociales, culturales e ideológicas, teniendo como centro de su accionar práctico el ponerse a favor de los grupos oprimidos, además debe asumir definitivamente su responsabilidad en cuanto a la crítica social, política e ideológica; con ello se estaría siendo coherente con una ciencia cuyo fin último es el bienestar de toda la gente, lo cual podría lograse; entre otras, mediante la relación directa y reflexiva entre la teoría y la práctica. De esto se puede concluir, que uno de los postulados de la Pedagogía Crítica se devela en la transformación de contextos necesarios para superar las crisis y los conflictos que se presentan en el entorno de los estudiantes. Este documento pretende exponer una experiencia de aula que intentó exponer y mejorar realidades en una escuela rural.

2. Referente conceptual

La clase tradicional de matemáticas se desarrolla bajo el paradigma de ejercicio Skovsmose (2012) Bajo este paradigma los ejercicios que se resuelven son determinados por una autoridad externa a la clase. Esto significaría un inconveniente si se quiere destacar la dimensión crítica de la Educación Matemática, pues ésta pretende que los estudiantes puedan ser sujetos críticos, reflexivos que puedan interpretar y actuar en una situación social y política que ha sido estructurada por las matemáticas y en el paradigma del ejercicio la justificación de la relevancia del ejercicio no es parte de la lección de matemáticas como tal, por tanto, no sería posible destacar la dimensión crítica.

En contraste con el paradigma del ejercicio se encuentra el escenario de investigación, el cual Skovsmose (2012) define como una situación particular que tiene la potencialidad para promover un trabajo investigativo o de indagación, es una invitación a los estudiantes para participar en la clase de matemáticas formulando preguntas y buscando explicaciones. Ahora bien, depende de los estudiantes si lo conciben como una invitación o como una obligación, dependiendo de las prioridades que tenga en el momento.

Para hacer un rastreo de estas prioridades es importante tener en cuenta sus porvenires, disposiciones e intenciones de aprendizaje, según Skovsmose (2012), los porvenires establecen condiciones para el compromiso de los aprendices con las matemáticas lo mismo que para su resistencia hacia ellas.

El análisis de aportes a la transformación, se llevó a cabo gracias a las teorías socio-culturales de la educación y a estudios sociológicos que ven al estudiante no solo como un individuo cognitivo, sino que lo perciben con todas las relaciones de su contexto, son éstas la que lo constituyen como sujeto y, la visualización de transformaciones sería casi imposible sin esta mirada que se le hace a la persona. La transformación tiene un papel fundamental en la educación, educación matemática y en nuestras prácticas de esta manera Valero (2012), afirma que el "propósito de la acción política es el cambio. Esta noción refiere a la capacidad de acciones colectivas democráticas para modificar y mejorar las condiciones de vida de quienes están involucrados y de la sociedad en general." (p. 14)

3. Descripción de la experiencia

El proyecto se desarrolló en una escuela rural, en una vereda de Santander, esta escuela tiene 10 estudiantes todos hijos de campesinos. Se propone el montaje de un escenario de investigación. Para poder realizar el montaje, se realizó una olla comunitaria con el propósito de estudiar los antecedentes culturales, sociales y políticos de los estudiantes. A propósito, en el diario de campo se escribe:

> "En medio de las conversaciones se comentó que la situación en cuanto a la alimentación de los niños es muy precaria. Por ejemplo, dos de los estudiantes de la escuela se tomaron 3 platos de sopas cada uno y afirmaban que tenían que aprovechar la comidita cuando había, y una niña casi se desmaya, cuando estaba ayudando a recoger el pasto, pues la mamá la había mandado a la escuela sin desayuno".

En el desarrollo de la investigación se tomó esta situación como un factor relevante en el montaje del escenario de investigación. En la narración se revelan los antecedentes culturales y sociales de los estudiantes. Pero estos según Skovsmose (2012) no deben ser la única noción clave cuando se discute la significación de la educación matemática y propone vincular el concepto de porvenires. Para lo cual se desarrollaron entrevistas a los estudiantes, peguntándoles que dificultades veían en su presente y que sueños tenían en un futuro.

La respuesta de algunos estudiantes manifestó su deseo de irse a alguna gran ciudad, ya que en el pueblo no tenían muchas oportunidades, pero la mayoría respondieron que les gustaría quedarse, que les gustaba jugar con tranquilidad, los animales y el campo. Sin embargo, sus deseos se impregnaban de melancolía el describir la situación actual y la falta de comida para ellos. Por todas estas razones se decidió realizar un escenario de investigación con referencia en una situación de la vida real, abordando desde la matemática el concepto de soberanía alimentaria.

Se abordó la soberanía alimentaria, concepto que permitió trabajar la ejemplaridad, término que Skovsmose (1999), refiere a la idea de que el estudio en profundidad de un fenómeno particular puede llevar a explorar los rasgos esenciales de un fenómeno global. Es decir, se relacionaron los fenómenos que ocurrían en la comunidad de los aprendices con las situaciones del campesinado en Colombia. A través del tema de proporcionalidad y el análisis de cifras, el proyecto se realizó en 3 fases denominadas 1. Porqué es importante cultivar 2. Qué es importante cultivar 3. Dónde y cómo cultivar.

Figura 1. Desarrollo del proyecto, creación de la huerta

En el desarrollo de la última fase se tomó la foto que aparece en el documento, la cual corresponde a una clase de matemáticas en la cual los estudiantes tomaron algunas decisiones sobre lo que se iba a cultivar en la huerta del colegio, estudiaron el terreno donde se iba a hacer la huerta y empezaron a prepararlo.

Al tener en cuenta los antecedentes, disposiciones y porvenires de los estudiantes, permitió que éstos se involucraran en las actividades matemáticas y participaren en el desarrollo de la clase. Proponiendo acciones, argumentadas en estudios matemáticos de su realidad. Fueron los líderes de la construcción de la huerta, en la foto se ve a un profesor "desyerbando la tierra" y a los estudiantes tomando decisiones sobre la distribución del espacio para la siembra.

4. Reflexiones y conclusiones

Finalmente, el escenario de investigación nos obligó a dejar el aula de clase tradicional, un salón de clase rectangular. Organizado en pequeños grupos de trabajo, que se distinguían por el grado que cursaban, las mesas se organizaban en filas. Dejando menos distancias entre los grupos del mismo grado y ampliando la distancia entre los estudiantes de grados diferentes. La organización en la construcción de la huerta fue diferente, en una misma tarea se involucraban estudiantes de diferentes edades. Ellos se distribuían las tareas dependiendo de sus habilidades y abordaban los análisis matemáticos desde diferentes objetos. Para la organización de la granja los estudiantes más grandes utilizaron porcentajes para establecer en que área debería sembrarse cada alimento, según las necesidades encontradas. Mientras que los chicos más pequeños utilizaron fracciones. Y en los grupos no importó el objeto matemático utilizado, llegaron a una organización similar de la huerta.

Referencias bibliográficas

Serrano, L. Y. (2006). *El análisis exploratorio de datos como herramienta para el desarrollo del razonamiento estocástico de estudiantes de grado noveno.* Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Mora D, Becerra R, Rossetti C, Serrano B, Deyer W, Millan L, Vernaez C, Serres –y; (2005). *Didáctica crítica, educación crítica de las matemáticas y etnomátematica*. Serie: Pedagogía, didáctica, trabajo y educación, educación matemática, psicología del aprendizaje, neuro-didáctica e investigación acción, Venezuela.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la Educación Matemática Crítica*. Bogotá: Universidad de los Andes.

Skovsmose, O. (2000) Escenarios de investigación. *EMA*. *6*(1), 3-26. Dinamarca.

Valero, P., & Skovsmose, O. (2012). *Educación matemática crítca, una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de matemáticas*. Colombia: Colección en Educación Matemática "una empresa docente" CIFE, Universidad de los Andes.

Conocimientos matemáticos presentes en las prácticas propias y habituales de un grupo de danza folclórica y su circulación al interior del grupo

Miguel Gutiérrez
sowyer7@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá –Colombia)

Resumen

Este documento contiene los hallazgos de pensamiento matemático encontrados en un grupo de danza folclórica, la manera como éstos son comunicados y desarrollados en la cotidianidad del grupo y la creación de coreografías. La investigación se centró en la identificación, descripción y clasificación cualitativa de los conocimientos matemáticos inmersos en las prácticas del grupo, analizados bajo la óptica de la Etnomatemática. Este enfoque postula que todo grupo social desarrolla habilidades matemáticas en contextos diferentes a las aulas habituales; también afirma que es posible identificar seis actividades matemáticas (contar, medir, jugar, diseñar, explicar y localizar), las cuales son el filtro para esta experiencia. Así pues, se eligió el momento de creación, este se dividió en tres fases: creación propia, modificación de lo creado y creación bajo condiciones especiales diferentes a las habituales. Finalmente se mostraran hallazgos encontrados respecto a cada actividad básica y la validación de los mismos a través del proyecto.

Palabras clave: Etnomatemática, danza folclórica, actividad matemática, pensamiento matemático.

1. Introducción

En las prácticas profesionales de enseñanza de las matemáticas es habitual enfrentar diversos retos y posibilidades, tanto en la construcción de saberes formales (conocimientos estandarizados) como en la misma formación de individuos y el reconocimiento de diferencias no solo en los procesos de aprendizaje o contextos sino también en el tipo de conocimientos externos a las aulas de clase. En este caso se reconoce que la rama del conocimiento matemático no es un saber exclusivo de las aulas de clase sino que por el contrario los contextos cotidianos están ligados a saberes propios de cada comunidad, la Etnomatemática sostiene que estos saberes responden a las necesidades específicas de los individuos y a las mismas condiciones de vida y desarrollo.

En este sentido surge la inquietud de identificar qué tipo de conocimientos matemáticos son desarrollados en las prácticas habituales de un grupo de danza folclórica, específicamente en el momento de creación o diseño coreográfico; se eligió este momento como el central de la investigación por la posibilidad de identificar no solo el conocimiento inmerso sino además los lenguajes o códigos presentes en las interacciones de cada bailarín, de esta manera se obtuvo información tanto grupal como individual y fue posible validar tales hallazgos en actividades propuestas en la investigación.

Las actividades diseñadas fueron estructuradas de acuerdo a las características del grupo, estas fueron: diseños propios (coreografías ya estructuradas), restructuración (adaptación de una coreografía) e improvisación (nuevo diseño).

Por las características sociales del grupo donde se realizó la indagación, se optó por la investigación cualitativa, ya que no se pretendió cuantificar o calificar los conocimientos matemáticos de los bailarines; en cambio, el objetivo central fue identificar los conocimientos desarrollados por el grupo, la forma como éstos circulan, los códigos generados para expresarlos y la manera como se convierten en herramientas para su cotidianidad.

La investigación estuvo basada en el enfoque de la Etnomatemática, la cual menciona dentro de sus pilares que todo grupo social desarrolla habilidades y conocimientos matemáticos propios, que le permiten al individuo desenvolverse en su contexto. Además, se rompe la idea que solo se encuentran matemáticas en contextos occidentales, pues para esta línea de investigación es natural encontrar desarrollo matemático en lugares diferentes a las aulas usuales. También se retomaron las ideas y definiciones de Bishop de actividades matemáticas universales (Bishop, 1999), el autor afirma que todo grupo social sin importar las condiciones espaciales o temporales realiza seis actividades matemáticas (contar, medir, jugar, diseñar, explicar y localizar); partiendo de esta clasificación se analizaron las acciones del grupo y se validaron en el paso por las actividades propuestas por los investigadores.

Finalmente tras la ejecución de las actividades de creación coreográfica se diseñó un sistema de registro que permitió transformar y sintetizar cada danza; para triangular estos datos y lo expresado en entrevistas realizadas a los miembros del grupo a la luz de los referentes teóricos. Esto con el fin de clasificar y validar los hallazgos matemáticos. Entre los que se destacan la forma en que cada miembro del grupo mide el espacio y trasforma sus diseños geométricos en espacios de diferentes características; también se logró identificar un patrón geométrico en el uso de figuras relacionado directamente con normas de secuencia y el hilo narrativo de la historia que se cuenta en cada danza; también se destaca la medición o partición de los tiempos de ejecución de las coreografías la cual está basada en un sistema 2t. al cierre de la investigación se plantean algunas de las oportunidades para fortalecer este proceso tanto para el grupo de danza como para el grupo investigador.

2. Referente conceptual

Algunas experiencias afirman que el desarrollo de conocimientos matemáticos está presente en todo grupo cultural sin importar su localización o momento histórico, así, experiencias de la Etnomatemática postulan algunas premisas que se toman como eje central de esta indagación como son: las matemáticas son un constructo humano que se edita y reedita progresivamente de acuerdo a las necesidades de cada comunidad, y, algunas de las acciones cotidianas realizadas por cualquier comunidad contienen implícita o explícitamente saberes matemáticos.

Como se mencionó anteriormente estas afirmaciones se pueden sustentar teóricamente a partir de los trabajos desarrollados desde la perspectiva de la Etnomatemática; al respecto se encuentran algunas ideas como: “lo cotidiano está impregnado de saberes y haceres propios de la cultura” (D’Ambrosio, 2000); es decir, se pueden encontrar saberes matemáticos propios desarrollados en cada grupo cultural y estos surgen de las características y necesidades de dicha comunidad en específico. En este mismo sentido, Bishop (1999) postula que todo grupo social sin importar su ubicación espacial ni temporal, desarrolla seis actividades matemáticas a saber: contar, medir, explicar, jugar, localizar y diseñar. Además, afirma que todo desarrollo matemático está mediado por características del grupo social como: condiciones cognitivas de los sujetos (conocimientos o saberes), capacidad de trabajo colectivo, inquietudes o necesidades de la comunidad (pueden ser a nivel intelectual), condiciones históricas, entre otras.

Bishop (1999) en su libro Enculturación Matemática se pregunta si todas las culturas desarrollan matemáticas, para dar respuesta se centra en las actividades que conducen y dan indicio a ese desarrollo matemático, así pues establece ciertas acciones de los individuos que conllevan a un pensamiento matemático como son: las relacionadas con el número, las cuales se dividen en dos contextos diferentes, contar que hace referencia a un espacio discreto y medir el cual se manifiesta en contextos continuos; el segundo tipo de acciones está relacionado con la idea de espacio y el mundo geométrico, donde aparece la actividad de localizar, referida a aspectos topográficos y diseñar la cual hace referencia a la conceptualización de objetos y la idea de forma; finalmente describe las últimas acciones como las que permiten establecer algunas relaciones entre los individuos, jugar se refiere a las reglas y procedimientos, además de la parte imaginativa del sujeto y explicar que hace alusión a la acción de investigar y conceptualizar el entorno y compartir dichas conceptualizaciones. Además menciona que estas actividades surgen a partir de necesidades relacionadas con el entorno y todas implican tipos especiales de lenguajes y representaciones y generan el desarrollo de tecnología simbólica la cual llamamos matemáticas.

3. Descripción de la experiencia

La metodología empleada es de tipo cualitativa, esta permitió develar los conocimientos matemáticos presentes en las prácticas del grupo de danza folclórica y su circulación, también contrastar su realidad cultural con teorías dadas. Además, no se pretendió dentro de las labores investigativas convertir a los sujetos en agentes externos que emplearan etapas secuencialmente ordenadas para observar y explicar; por lo contrario la indagación preciso de sujetos activos que interactúan con el objeto de estudio con el fin de comprender su realidad.

Ahora bien, dentro de la metodología cualitativa se empleó la investigación acción con fines etnográficos, pues por tratarse de una propuesta Etnomatemática se reconoce que no existe una forma única acercarse a la realidad del grupo cultural en cuestión; todo lo contrario, estudios realizados hasta ahora evidencian que una combinación de estrategias metodológicas puede resultar óptimo y suplir las necesidades en cada momento de investigación; de acuerdo con esto la investigación consto de las siguientes fases de trabajo:

- Creación innovador: se propuso la creación de una coreografía totalmente nueva con la danza "la guaneña", ésta se realizó inicialmente individual, luego se dividió el grupo en tres subgrupos de acuerdo a la antigüedad y finalmente una puesta en escena conjunta.
- Observación de ensayos: se observaron secuencias de ensayos de varias danzas antes de una presentación y la puesta en escena final.
- Entrevistas: a grupo focal durante la observación de ensayos del grupo de danzantes y tras las actividades propuestas por los investigadores. Entrevista a director del grupo con el fin de indagar acerca de la danza como actividad cultural.
- Cambio de escenario: se propuso cambiar de forma el escenario rectangular a un espacio triangular donde se ejecutó una coreografía del repertorio (observado previamente por los investigadores en el espacio habitual).
- Sistematización y análisis: se generó un método comparativo constante, con el objetivo de encontrar diferencias, semejanzas y validar los hallazgos (triangular la información), para la sistematización de los datos se establecieron las siguientes tareas:
    - Realización de la transcripción de las danzas a analizar, incluyendo las que resultaron de las actividades propuestas por los investigadores. Se desarrolló un sistema simbólico para la sistematización de cada danza, donde se crearon códigos y símbolos que representaban movimientos en el espacio y tipos de figuras individuales y grupales.
    - Retomar los fragmentos relevantes de las entrevistas realizadas. También se estableció un glosario de términos específicos de la

danza utilizados en los diálogos de los bailarines y en las traducciones simbólicas.

- Diligenciar la matriz de categorías de análisis de cada danza, estas categorías u observables están planteadas a la luz de los referentes teóricos; ya que se partió de ciertas premisas frente a la investigación y a los posibles resultados que se obtendrían, se establecieron categorías afines a los resultados y los objetivos propuestos, que a la postre fueron el filtro para la interpretación de los hallazgos con respecto al conocimiento matemático presente en las prácticas del grupo de danza. Estas categorías se basaron en las seis actividades matemáticas de Bishop.

- Triangulación: análisis de la información compilada en la descripción de las danzas, la matriz de análisis basada en las fuentes teóricas, las entrevistas realizadas.

4. Reflexiones y conclusiones

En el diseño coreográfico el grupo acude a varios elementos que le permiten establecer secuencias que representen una idea cultural, estas herramientas se definieron como los conocimientos matemáticos de acuerdo a las actividades universales propuestas por Bishop, a continuación se mencionan los hallazgos más relevantes de esta investigación:

- La estrategia para medir el escenario es la estimación, de acuerdo a cada danza se ajustan las longitudes y la velocidad sin cambiar la estructura coreográfica. Las danzas ejecutadas por el grupo presentan una idea cultural apoyándose en una serie de figuras, estas son ampliadas o reducidas de acuerdo al espacio disponible (condiciones del escenario), la unidad de con la que se mide el escenario es el paso (medida antropométrica), la longitud de esta medida se modifica tras la estimación generando desplazamientos con diferentes medidas para una misma danza; por otra parte, esta unidad se presenta simultáneamente con una unidad de medida emergente tiempos musicales o ritmo que constituyen la relación de velocidad en la ejecución de la danza.
- Los bailarines realizan ampliaciones y reducciones de figuras geométricas básicas; la posibilidad de transformar las figuras está

basada en la modificación de la longitud del paso; sin embargo, estas no son las únicas transformaciones realizadas a las figuras, también aparece la traslación y rotación como herramientas que generan un repertorio más amplio de figuras; es decir, los movimientos o figuras realizadas dan a cada danza una identidad propia que nuevamente se relaciona con el mensaje cultural que se quiere representar, en esta acción intervienen los pasos coreográficos establecidos por región.

- La localización y descripción del espacio es una herramienta matemática que posibilita el desarrollo de las diversas tareas de todo grupo social, para los bailarines la localización de espacios determinados (frente, punto medio, etc.) y la asignación de etiquetas que los caractericen permiten comunicar en forma clara las ideas frente al espacio y cumplir varias de las premisas de las puestas en escena como son: la estética, la distribución homogénea y la optimización.
- El conteo aparece en todo el proceso de construcción artística, se relaciona con los tiempos musicales, es aditivo y conserva una estructura particular de secuenciases de ocho tiempos; la función primordial del conteo es fragmentar las coreografías (mini – coreografías), facilitando los procesos de aprendizaje y explicación, tanto al interior del grupo en los ensayos como al proyectar las coreografías al público, Se convierte el conteo en una herramienta que facilita los procesos de construcción y permite fraccionar ordenadamente cada coreografía. Además, otro uso dado al conteo al interior del grupo, es como instrumento para sincronizar los movimientos, se logró identificar que esta cualidad aparece no solo en las puestas en escena de coreografías conocidas, ya que para el ejercicio de improvisación el conteo posibilitó la coordinación de los bailarines generando, por ejemplo, que un bailarín que no está coordinado se ajuste en la siguiente serie de ocho tiempos.
- La danza en sí misma es una explicación o recreación de las tradiciones de un pueblo, en la cual se busca expresar cómo los habitantes de determinada región realizaban sus labores diarias, cuáles eran los códigos de comunicación, la organización social y demás aspectos; por otra parte la danza como actividad también posee un lenguaje específico y este se presenta en diversas formas de comunicación para los ensayos o puestas en escena, como la verbalización, el acto histriónico, la señalización o localización; también se destaca que las secuencias

coreográficas acompañadas de los elementos tradicionales accesorios complementan dichos proceso de comunicación y explicación.

- En general se identificó cómo cada una de las actividades matemáticas descritas por Bishop permean las prácticas cotidianas del grupo de danzas, una fortaleza adicional presente en la acciones del grupo aparece al analizar que cada conocimiento matemático identificado tiene una naturaleza diferente y es incorporado con fines específicos; sin embargo, estos se relacionan; es decir, no es posible fragmentar la realidad del grupo aislando los saberes presentes en momentos específicos, ya que estos saberes se complementan. Evidencia de ello al analizar un momento de cualquier danza, aparecen varias actividades que se entrelazan posibilitando la comprensión, organización y ejecución de las acciones del grupo.
- En cuanto al lenguaje desarrollado por el grupo: se destacan dos fortalezas. La primera, referida al sistema de códigos y etiquetas que son asignados a objetos específicos de las danza; en el proceso se identificaron los nombres que da el grupo a los pasos coreográficos, las figuras y personajes; este lenguaje facilita los diálogos al interior del grupo. La segunda, está referida a las formas de explicación, para esta labor el grupo cuenta con variedad de estrategias que implementan según la necesidad y el momento.
- En cuanto a la metodología empleada: se lograron establecer estrategias o actividades coherentes con las acciones cotidianas del grupo, estas propiciaron la validación de las hipótesis con las que se inició la investigación, también la extracción de conocimientos inmersos en la práctica y creación artística. La secuencia de actividades fue óptima, ya que al observar los ensayos y puestas en escena se identificaron rasgos generales tanto sociales como matemáticos, posteriormente estos fueron puestos a prueba en condiciones insólitas para el grupo, lo que causó reestructuración y adaptación de varios de esos conocimientos, y finalmente las entrevistas validaron las ideas de los investigadores convirtiendo el resultado (hallazgo de conocimiento matemático) en un producto de las acciones de los bailarines y no en una mala interpretación o imposición de saberes no presentes en sus prácticas.

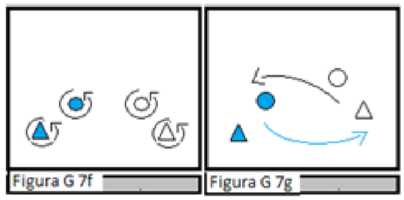
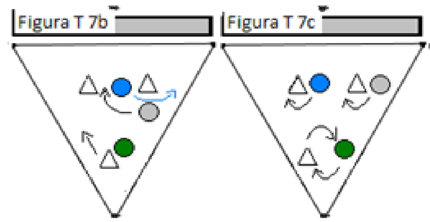
	

Figura 1. Simbolización de uno de los momentos de la danza "la guaneña"	*Figura 2. Simbolización de danza propuesta en espacio triangular.*

Referencias bibliográficas

Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática, la educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós.

D'Ambrosio, U. (1985). *Ethnomathematics and its Place in the History and Pedagogy of Mathematics, For the Learning of Mathematics*. 5 (1) 44-48.

D'Ambrosio, U. (1988). *Etnomatemáticas: Un Programa de Investigación en la Historia de las Ideas y en la Cognición*. Boletín del grupo internacional de estudios sobre etnomatemática (ISGEm). 4 (1), Edición electrónica.

Goetz, J. & Lecompte, M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo de investigación educativa*. Madrid: Morata.

Parra, A. (2003). *Acercamiento a la Etnomatemática*. (Tesis de pregrado). Universidad nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

Sandoval, C. (1996). *Investigación Cualitativa*. Universidad de Antioquia, Colombia.

¿Cómo pensar abductivamente en las matemáticas?

Johana Aldana - Mayerli Ariza Pardo
jonanac2@gmail.com - mayepardo@gmail.com
Colegio Marco Fidel Suárez, (Bogotá, Colombia)
Ángela Cubillos Vargas
angelacubillos24@gmail.com
Institución educativa Sierra Morena, (Bogotá, Colombia)

Resumen

El propósito fue analizar las mediaciones que se presentaron durante el proceso de implementación de la abducción como estrategia de enseñanza creativa en la solución de problemas relacionados con el pensamiento geométrico, desde las estrategias de enseñanza y las interacciones en el aula, con estudiantes del ciclo IV del colegio Marco Fidel Suárez I.E.D. Dado el enfoque cualitativo, se optó por el método de investigación- acción, el cual permitió analizar la práctica docente. Para tales fines, se plantearon cuatro fases: detección del problema, diseño de la práctica de enseñanza e instrumentos de recolección de la información, desde la secuencia abductiva realizada en cuatro pasos: hecho sorprendente, sospecha, conjeturas e hipótesis; análisis de los datos e interpretación de la información, a través del método de análisis de contenido; y, finalmente la evaluación del plan y acciones de mejora, para presentar la propuesta.

Palabras clave: Creatividad, estrategias de enseñanza, abducción, mediación.

1. Introducción

Desde hace décadas, la preocupación por la enseñanza de las matemáticas ha ido creciendo, esto hace que numerosas comunidades académicas establezcan la necesidad de desarrollar diferentes estrategias para lograr formas acordes de enseñar, de tal manera que los estudiantes se apropien del conocimiento. Esta inquietud no es ajena para las investigadoras, por ello, plantearon este estudio, como una alternativa de enseñanza que favorezca el proceso creativo en el razonamiento científico, a partir de la elaboración de nuevas ideas para dar solución a problemas matemáticos.

El propósito de la investigación, fue apropiarse de una estrategia en matemáticas que permitiera mediar el proceso de enseñanza en el desarrollo del pensamiento geométrico para la solución de problemas, con estudiantes que oscilan entre los 13 y 16 años, contribuyendo al trabajo colectivo de los docentes de ciclo IV del Colegio Marco Fidel Suárez I.E.D.

Para llevar a cabo este cometido, se presentaron algunos antecedentes que dan cuenta de investigaciones relacionadas y pertinentes para este estudio, seguido de una fundamentación conceptual en donde se describieron aspectos sobre creatividad, estrategia de enseñanza creativa, abducción y mediación. Tomando en cuenta los referentes anteriores, junto con los diferentes momentos de validación, el grupo planteó una secuencia didáctica compuesta por cuatro fases fundamentadas en la abducción como estrategia de enseñanza creativa para la implementación de la práctica. Esto apoyado en las etapas del proceso creativo y los rasgos de la creatividad.

Lo anterior, condujo a abordar el estudio desde la investigación-acción, puesto que los docentes como investigadores de su propio quehacer, pueden transformar sus prácticas educativas en una praxis reflexiva de la enseñanza. De esta manera se desarrollaron cuatro fases para llevar a cabo la investigación desde Latorre (2007):

- La primera fase: *detección del problema*, en ésta se realizó la descripción del contexto y una aproximación a la comunidad para divisar los hechos problémicos relacionados con las estrategias de enseñanza de las matemáticas, al igual que las limitantes del estudio.
- La segunda fase, correspondió al *diseño del plan de acción*, para ello se diseñaron los instrumentos de recolección de la información y la secuencia abductiva, sometidos a validación de pares y expertos.
- La tercera fase denominada *implementación de la práctica y recolección de la información*, se llevó a cabo con el apoyo de la docente de ciclo IV y paralelamente se recolectó la información durante el desarrollo de la misma. Teniendo en cuenta la implementación de la práctica se analizaron los datos a través del método de análisis de

contenido propuesto por Bardin (2002) apoyado en los correspondientes filtros del proceso de destilación de la información de Vásquez (2013).

- La última fase de investigación, corresponde a la *evaluación del plan y mejora de la acción*, se presentaron los hallazgos relacionados con los objetivos para poder dar respuesta a la pregunta del estudio, estableciendo las conclusiones, con el fin de realizar las mejoras correspondientes a la secuencia abductiva dejando como resultado una propuesta clara y coherente para la enseñanza de la solución de problemas matemáticos y así se consolidó el informe final.

2. Referente conceptual

Empecemos por **creatividad**, es necesario precisar que el concepto es bastante amplio, ya que es un proceso mental que nace de la imaginación, la curiosidad, la conexión con las experiencias previas, que pretende motivar y potenciar las habilidades, para la solución de un problema. Dicho lo anterior, para este estudio es pertinente mencionar a Torrance (1998, citado en López) quien afirmó "es un proceso mediante el cual una persona manifiesta la capacidad para percibir problemas, detectar fallos, formular hipótesis, verificarlas, modificarlas y presentar resultados novedosos".

Con el ánimo de complementar esta concepción, De la Torre (1997) señala que durante el proceso creativo, se presentan de manera frecuente los rasgos de: imaginación, flexibilidad, originalidad, capacidad de adaptación y fluidez, los cuales le permiten al docente romper su concepción de praxis clásica de la enseñanza transformando su quehacer pedagógico.

Ahora es pertinente mencionar, que este estudio se fundamentó en las cuatro fases planteadas por De la Torre (1997) para el proceso creativo; las cuales se denominan preparación, incubación, iluminación y verificación, sobre las se ahondará al presentar las fases de la estrategia abductiva.

Se considera que la enseñanza creatividad está compuesta por los siguientes rasgos: planificación flexible, adaptación contextual, clima distendido, roles participativos, satisfacción discente y la conciencia de autoaprendizaje, que se hacen presentes en el proceso creativo. Este último, con el fin de buscar soluciones a un problema planteado, conectado a partir de una serie de fases sucesivas con las fases del proceso abductivo para que docentes y estudiantes transformen comportamientos y desarrollen una conciencia flexible y abierta a las nuevas ideas.

Con el fin de propiciar la enseñanza creativa a través de nuevas estrategias pedagógicas, se presenta la abducción que desde sus bases permite generar, construir y validar el conocimiento; llevando a la diversidad que requiere la didáctica con nuestros educandos en la búsqueda de un aprendizaje significativo. Es por esto, que Pierce (1989, citado en Eco), consideró que la abducción conlleva a la duda, siendo ésta un punto de partida para explicar lo que percibimos como el nuevo conocimiento.

Dicho de otro modo, Pierce (1989, citado en Eco), define la abducción como: “el paso de adoptar una hipótesis o una proposición que conduzca a la predicción de lo que aparentemente son hechos sorprendentes” (p. 176), es decir, la abducción se convierte en una de las tres formas de racionamiento, y de ellas, la única que origina una nueva idea.

Además, la abducción posee dos características: la simplicidad y la solidez, y puede clasificarse en hipercodificada, hipocodificada, creativa y metacognitiva. Para efectos de esta investigación nos apoyaremos en la abducción creativa definida como: “La ley tiene que ser inventada ex novo. Inventar una ley no es tan difícil, siempre que nuestra mente sea lo bastante creativa” (Eco, 1989; p. 277). Lo dicho, sostiene una relación directa para ser establecida, entre las estrategias de enseñanza renovadoras y los docentes, desde un procedimiento lógico alternativo para que los estudiantes puedan apropiarse del conocimiento como resultado de un proceso que lo lleve a ser gestor de su propio saber, puesto que está interesado en reinterpretar constantemente los indicios que lo llevan a la reformulación de hipótesis.

Hablemos ahora del aprendizaje mediado, para Feuerstain (1980), este se define como la forma en que las provocaciones emitidas por el ambiente, son transformadas por un agente mediador. En la mediación, el agente, hace uso de sus intenciones, cultura y emociones, con el propósito de seleccionar y organizar estos estímulos como los más apropiados para el estudiante, de tal manera que en las futuras situaciones logre identificar, clasificar y organizar los incentivos relevantes que lo conducirán a aprender en una situación similar y más importante. Esto implica, la necesidad de comprender las interacciones y dinámicas generadas en el aula, para la consecución de los objetivos, aceptando que el profesor interacciona con el educando a través del contenido, pero refiriéndose también a procedimientos, actitudes, normas y valores.

3. Descripción de la experiencia. Reflexiones y conclusiones

Como punto de partida, se piensa que la inducción y la deducción no son las únicas formas de conocer lo desconocido o de interpretar los hechos que se pueden presentar, de allí, que se ve en la abducción una tercera forma de crear el conocimiento. Es por esto, que Pierce, consideró que la abducción conlleva a la duda, la innovación y la creación de una nueva teoría, para explicar lo que entendemos como el nuevo conocimiento.

Tomando en cuenta los referentes anteriores, junto con los diferentes momentos de validación, el grupo planteó una secuencia didáctica compuesta por cuatro fases fundamentadas en la abducción como estrategia de enseñanza creativa. Esto se apoyó en las etapas del proceso creativo y los rasgos de la creatividad, puesto que cada fase en sí misma constituye un argumento que respalda nuestra tesis. Además, destacaremos los aspectos más relevantes, encontrados en este primer acercamiento al contexto escolar; que permitieron realizar los ajustes a la propuesta inicial, y de allí poder entregarle a los docentes de matemáticas esta alternativa de enseñanza.

Expliquemos fase por fase. Primera fase: **HECHO SORPRENDENTE,** el propósito es plantearle a los estudiantes una situación problema, que genere una disonancia cognitiva, producto de la sorpresa que originó los resultados presentados, ya que sucede algo inesperado, despertando el interés y la curiosidad de los estudiantes, para formular las primeras hipótesis que pueden explicar el fenómeno, acá, se da un momento de preparación, donde se recopila la información acerca del problema planteado. Este aspecto es clave, ya que se requiere la disonancia cognitiva para iniciar con el proceso abductivo.

Para este estudio, la docente presentó a los estudiantes, el hecho sorprendente denominado "el Misterio de la chocolatina", aquí, se propone a los docentes que los hechos sorprendentes sean cercanos al contexto de los educandos, como hechos inacabados o situaciones no resueltas que permitan activar la lógica del proceso abductivo.

En esta fase, el docente desempeña un rol que conduce y orienta a los estudiantes, a participar y a construir indicios a partir de preguntas sucesivas que se realizan en un ambiente distendido y tranquilo que le permite al estudiante hablar sin temor a equivocarse. Una vez instalada la inquietud, el estudiante tiene que salir al campo de los hechos, a partir de las observaciones, lecturas, viajes, experimentos y conversaciones con personas conocedoras del tema, para dar respuesta a la causa que produjo el hecho.

Tomando en cuenta la disonancia cognitiva, que se genera en la fase anterior pasamos a la segunda fase denominada, **SOSPECHA.** Allí, el propósito es que el estudiante ponga en duda lo sucedido, para cuestionar lo que él pensaba que podría suceder, con lo que realmente sucedió. En concordancia con Pierce (1989, citado en Eco) ;es "La explicación que se da a la causa del hecho sorprendente, apoyándose en los indicios u objetos dejados por un agente externo" (p. 194).

En esta etapa, como resultado de la interacción proactiva y los roles participativos e interactivos, prevalece la actividad del estudiante sobre las explicaciones de la docente, los alumnos establecieron todos los indicios que consideraban, explicaban las causas del hecho sorprendente. En esta sesión, cobró protagonismo la actividad individual y de grupo, considerando los indicios como aquellos aspectos, que se destacan frente a una realidad observable y que pueden explicar o argumentar una situación. Adicionalmente, es necesario recurrir a los conocimientos previos relacionados o cercanos a una respuesta, para el hecho sorprendente, es el momento de incubación, se realiza el proceso de análisis y de procesamiento de la información centrándose en la recolección y búsqueda de datos.

A partir de dichos indicios, se llega a la tercera fase de la estrategia creativa, llamada, **CONJETURAS**; esta fase busca que esos indicios que fueron considerados como relevantes, puedan ser afirmaciones precisas y elaboradas para dar respuesta a la situación problema, es ahí donde el grupo investigador relacionó la etapa de la iluminación del proceso creativo. En el estudio, esta situación se evidenció, porque ambas son el resultado de un proceso, donde surge la confusión o se presenta mucha información, de la cual se establecen aspectos importantes que explican el hecho sorprendente. En esta fase, la docente relacionó los saberes previos, con la enseñanza de los conceptos de perímetro y área para la construcción de nuevas afirmaciones por parte de los estudiantes.

En la implementación de la estrategia, esta fase es fundamental, puesto que la docente generó un ambiente distensionado, improviso la utilización de materiales que no estaban en las indicaciones del grupo investigador y permitió la participación de los estudiantes, provocando precisión, claridad y concreción de las respuestas. A partir de lo anterior, las interacciones dieron cuenta el diálogo creativo, apoyado en las preguntas sucesivas para que el estudiante construyera su propio saber, desde la experiencia vivida.

Por último, encontramos la cuarta fase abductiva, denominada hipótesis que comparada con la verificación del proceso creativo, es el momento donde el docente determina los resultados en la construcción de soluciones nuevas, en el caso de la estrategia, fue la fase en que los estudiantes con un lenguaje sencillo y preciso, establecieron afirmaciones, respuestas o hipótesis; que luego de ser validadas durante toda la secuencia, le permitieron construir un conocimiento significativo dando respuesta al porqué del hecho sorprendente. Esta fase, relaciona los rasgos de la creatividad como la satisfacción y la conciencia del autoaprendizaje, es decir, el alumno siente que logró desarrollar lo planeado y que luego de su participación en una dinámica grupal de colaboración al compartir sus aportes, pudo apropiarse de un saber que no es distante a su proceso de aprendizaje y a su relación con el entorno que lo rodea.

Es allí, donde se evidencia, que la solución de situaciones problema a partir de la abducción, propicia procesos creativos, pues con el aprovechamiento de los detalles o las minucias, se logra un impacto en el estudiante para que relacione su aplicación a otros conceptos. Por lo tanto, a pesar de la exactitud que exige la enseñanza de las matemáticas, esta estrategia permitió combinar el algoritmo con la interpretación del hecho sorprendente que plantea una situación problema para dar respuesta de manera clara.

En consecuencia, todo proceso que se lleve a cabo para la construcción de nuevas formas de experimentar, facilita la apropiación del conocimiento, en especial si estos conocimientos se confrontan con los saberes previos del estudiante, a través de la observación, con el fin de perfeccionar sus propios saberes, y replantear sus propias concepciones.

Desde este punto de vista, hay ciertos aspectos como la creación de nuevas ideas y el pensamiento creativo, factores importantes dentro de la enseñanza, que los docentes deben trasladar al aula; de manera que pueda llevar a los alumnos a construir procesos de conocimiento científico, que le permitan un aprendizaje significativo, aplicable a su realidad. Por tanto, la abducción, permite el uso de las hipótesis como un elemento de conocer lo nuevo y con base en ello, proporcionar explicaciones concordantes de hechos observables, relacionables para los estudiantes.

Finalmente, esta experiencia pretende ser el punto de partida para otros estudios, que estén preocupados en mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, sin desatender la exactitud, como resultado de un proceso que no siempre es exacto, optimizando el análisis y la aplicación de los conceptos a situaciones que conllevan a un aprendizaje en el tiempo y no en la inmediatez. Por todo lo expuesto, podemos afirmar, que la abducción se utiliza para la construcción del saber, teniendo claro que su efecto es el aprovechamiento de esos procesos mentales, que invitan a la duda, al uso de la imaginación, rompiendo esquemas para dar explicaciones congruentes ante una disonancia cognitiva.

Referencias bibliográficas

Eco, U. (1989). *El signo de los tres*. Editorial Lumen S.A. Barcelona.

De la Torre, S. (1993). *Creatividad y formación. Identificación, diseño y evaluación.* Editorial Trillas. México.

De la Torre, S. (2000). *Estrategia didácticas innovadoras*. Editorial Coords. Bogotá

Feuerstein, R. (1980). *Teoría de la modificabilidad estructural cognitiva y el papel del mediador*. Editorial Foresman and Company.

Latorre, A. (2007). *La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa.* Editorial GRAO. Barcelona.

Torrance. (1962). Guiding creative talen. Englewood Cliffs, N.J. Prentice - Hall

Vásquez, F. (2013). El Quehacer Docente. Editorial U. de La Salle. Bogotá

El Aula Hospitalaria, un espacio de formación para estudiantes para profesor de matemáticas

Claudia Cecilia Castro Cortés
mathclaudiacastro@yahoo.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)
Camilo Salgado Bocanegra
csalgadob@unal.edu.co
Colegio Simón Rodríguez IED, (Bogotá, Colombia)
Yury Paola Cárdenas Sánchez
yupao9505@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

Resumen

La experiencia que se presenta a continuación, tiene que ver con el trabajo realizado por un grupo de estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemática en el Aula Hospitalaria de la Clínica Infantil Colsubsidio adscrita al Colegio Simón Rodríguez IED. A partir de este trabajo que ha implicado la relación entre Escuela – Universidad, los estudiantes para profesor han reconocido, i) otros contextos educativos; ii) la importancia de los recursos didácticos para la enseñanza de la matemática en este tipo de aula y; iii) la diversidad de estudiantes vinculados en este contexto. Cada uno de estos aspectos, ha contribuido a la reflexión sobre la educación inclusiva; unas formas de enseñanza que fortalecen la calidad de la educación; la necesidad de velar por el derecho a la educación de niñas, niñas y jóvenes independientemente de su condición y; a la construcción de saberes que se establecen con estas relaciones.

Palabras clave: Aula hospitalaria, Recursos Didácticos, Formación de Profesores, Diversidad.

1. Introducción

El proceso de formación en relación con las aulas hospitalarias -AH-, para los estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemática -LEBEM-, inició en el año 2014 con una propuesta de construcción de recursos didácticos, para el AH de la Clínica Infantil Colsubsidio, (adscrita al Colegio Simón Rodríguez IED). Como resultado de este trabajo realizado en dos semestres consecutivos, surgió la necesidad de vincular a una estudiante en formación a partir de la práctica intensiva, con el propósito de contribuir en los procesos de aprendizaje de los educandos hospitalarios. Como producto de los resultados positivos de esta última experiencia, surge la pasantía con acuerdo de voluntades entre el Colegio Simón Rodríguez IED y la LEBEM, que se inicia en el segundo semestre académico del año 2016 con el propósito de que los pasantes, aporten a la formación en las matemáticas escolares de estudiantes pacientes de las aulas hospitalarias, bajo las orientaciones de la educación matemática y la educación inclusiva.

2. Referente conceptual

La experiencia de formación sobre aulas hospitalarias se ha desarrollado bajo tres componentes teóricos, que han fundamentado la propuesta y su desarrollo permanente. El primero de ellos es la evolución de las AH; el segundo tiene que ver con la función de los recursos didácticos y el juego como dispositivo didáctico y el tercero con la Socio Matemática.

El Aula Hospitalaria

La primera Aula Hospitalaria según Guillén y Mejía (2002) se crea en Francia en el 1914. Sin embargo, la implementación de las aulas hospitalarias se hace al finalizar la II Guerra Mundial gracias al Decreto de

Ley 1965, en el marco de una política encaminada a proteger la salud infantil.

La primera aula hospitalaria en América Latina, de la que tienen referencia Cancela y otros (s.f), se implementó en el año 1946 en la ciudad de Buenos Aires, los objetivos de esta aula se basaron en garantizar la continuidad educativa del niño hospitalizado.

En nuestro país, la primera experiencia educativa documentada en el contexto hospitalario, se implementó en el año 1972, por la iniciativa del Doctor Cristóbal Sastoque Melani, Cirujano plástico y director de la Unidad de Cirugía Plástica y quemados del Hospital de la Misericordia en Bogotá (HOMI), quien solicitó docentes al Ministerio de Educación Nacional, con el fin de atender a los pacientes pediátricos de la Unidad, debido a sus largas estancias hospitalarias y la desescolarización dada por sus situaciones de salud (Espitia, Uriel, Barrera y Insuati, 2013). Tres décadas más tarde, se crea "la escuelita" del Instituto Nacional de Cancerología, por medio de la resolución No. 1930 del 28 de junio de 2002 de la Secretaría de Educación de la Alcaldía Mayor De Santa Fe de Bogotá, inicia su funcionamiento bajo la modalidad de escuela nueva y se mantiene vigente hasta la fecha contando actualmente con el apoyo del programa Aulas en hospitales de la Fundación Telefónica y posteriormente el programa Aulas Hospitalarias de la SED.

Más recientemente, el Consejo de Bogotá Distrito Capital, implementó el programa Aulas Hospitalarias, gracias al acuerdo 453 del 24 de Noviembre de 2010 "Por medio del cual se crea el servicio de apoyo pedagógico escolar para NNAJ hospitalizados e incapacitados en la red adscrita a la Secretaria Distrital de Salud", asignando este programa especial a la Secretaria de Educación Distrital -SED- y la Secretaria Distrital de Salud -SDS- del Distrito Capital.

Los recursos didácticos

Para Salgado y Castro (2015), el diseño y construcción de los Recursos Didácticos se fundamentan en dos propuestas, por una parte, está Godino (1998), quien asegura que los recursos didácticos son instrumentos semióticos del trabajo matemático que pueden ser objetos tomados del entorno u objetos diseñados específicamente para construir pensamiento matemáticos y que pueden contar con algunas de las funciones:

- medios de expresión y exploración en la actividad matemática.
- estudio de las relaciones entre lenguaje y pensamiento.
- desempeñan un papel esencial en el triángulo epistemológico (signo, concepto, objeto).
- permiten formular problemas, juntamente con el lenguaje ordinario y los símbolos artificiales matemáticos.
- permiten la expresión de las cantidades, la realización de operaciones, fijación de los procesos y resultados intermedios, lo que permite localizar y corregir posibles errores, obtener reglas y algoritmos estrechamente ligados a tales expresiones simbólicas (p.3).

El segundo referente que se contempla, tiene que ver con el juego como dispositivo didáctico el cual se entiende desde León, Rocha y Vergel (2006), como el componente de la propuesta didáctica que busca estimular un tipo de acción en los estudiantes para favorecer la movilización de sus procesos cognoscitivos y comunicativos. Los autores aseguran que cuando se utiliza el juego como dispositivo didáctico es necesario tener en cuenta las siguientes dimensiones:

- *La dimensión matemática.* El tipo de acción que activa el dispositivo didáctico juego está determinado por una relación entre el juego como actividad cultural y la matemática como una actividad cultural desarrollada. (p.3).
- *La dimensión cognitiva*. Tiene que ver con la relación entre el desarrollo del sujeto y el juego. Se identifican qué procesos son dinamizados por los juegos y su efecto en el aprendizaje de las matemáticas. (p.5).
- *La dimensión comunicativa.* Involucra el desarrollo del lenguaje como efecto de los procesos de significación y representación. El uso de formas de representación adecuadas se vincula a las necesidades internas del juego y a las formas de organizaciones discursivas como la narración y la explicación, la argumentación y eventualmente como desarrollo de esta última la demostración (p.8).
- *La dimensión sociomatemática. C*onsidera el sujeto en un contexto social con necesidades de interacción. Diversas formas de interacción son promovidas de acuerdo al juego puesto en escena. (p.8).

La Socio Matemática

La socio matemática es una dimensión de la matemática que promueve valores como la autonomía, la solidaridad, la integración y la socialización, no solo con el docente, también con las personas próximas a su entorno (Godino y Linares, 2000). En la Pedagogía Hospitalaria aún no existe un modelo pedagógico para el aprendizaje de la matemática, sin embargo, la socio-matemática se ha implementado en el Aula Regular, y se quiere validar en el Aula Hospitalaria y por ello la importancia de ser considerada, ajustada y aplicada en este contexto particular.

Los Educandos Hospitalarios, luego de superar o convivir con su condición de enfermedad se incorporan nuevamente a sus aulas de clase en sus colegios de origen. Hemos evidenciado que durante la estancia hospitalaria de los pacientes pediátricos, se ha venido promoviendo el uso de sus tiempos libres, entendidos como aquellos en los que los Educandos Hospitalarios están en sus habitaciones, mientras no estén en procedimientos médicos, consultas o exámenes (durante el periodo de hospitalización), y gracias al uso de material didáctico matemático, la socio-matemática nos permite llegar a los educandos y a sus familias, además de continuar sus procesos educativos. Tal y como lo menciona Lizasoáin (2002), la pedagogía hospitalaria se concibe como un factor positivo que conlleva a la disminución de la ansiedad y el miedo que implica extraer al niño de su entorno cotidiano.

3. Descripción de la Experiencia

La experiencia de formación se ha realizado en tres momentos diferentes y con propósitos específicos en cada uno de estos: el diseño y construcción de recursos didácticos; la práctica intensiva y la pasantía.

Diseño y construcción de recursos didácticos

El diseño y construcción de los recursos didácticos ha sido realizado por los estudiantes de quinto semestre del curso: Práctica Intermedia II con énfasis en Recursos Didácticos de la LEBEM de tres grupos diferentes. El propósito de este trabajo es dotar de recurso para la enseñanza de la matemática al AH de la Clínica Infantil Colsubsidio. Este trabajo ha llevado a los estudiantes a conocer el aula en este contexto; la diversidad en relación con la escuela y los estudiantes y las condiciones de bioseguridad que se deben tener en cuenta en la construcción de los recursos.

En las dos primeras entregas que se realizaron al AH, se ha contó con recursos que permiten desarrollar el pensamiento métrico: Tangram tradicional y Tangram huevo; el pensamiento numérico: La ratonera y La rana saltarina; el pensamiento variacional: El dominó algébrico y El neutralizador. En la última entrega, los estudiantes de la LEBEM construyeron recursos para prescolar que permiten trabajar clasificación, seriación, correspondencia uno a uno.

Imagen 9. La rana saltarina


Imagen 10. Tangram huevo

Imagen 11. La ratonera

La práctica intensiva

La práctica intensiva se llevó a cabo en el primer semestre de 2016, en el aula hospitalaria de la Clínica Infantil Colsubsidio, en este espacio se ofreció apoyo pedagógico en el área de matemáticas a los estudiantes pacientes del área de oncología. Las clases se efectuaron en los periodos de hospitalización y durante los procedimientos médicos ambulatorios de los estudiantes pacientes, como lo son las quimioterapias; esto permitió llevar a cabo un seguimiento de los procesos académicos y apoyo en las diferentes etapas de la enfermedad.

En el desarrollo de esta experiencia se reconoce la transformación que sufre el papel del docente en un entorno hospitalario, dado que este debe poder adaptar la actividad matemática de acuerdo con los diferentes factores: los estados de ánimo, interés, condición física y mental de los estudiantes, además de los diferentes contextos sociales y clínicos de los estudiantes, lo que determina un apoyo pedagógico diverso, acorde a las necesidades y requerimientos específicos de cada estudiante paciente.

Con todo esto, el construir ambientes de aprendizaje en los cuales la actividad matemática se desarrolle a través de la manipulación del recurso didáctico en los estudiantes de las aulas hospitalarias, no solo se enfatiza en un saber matemático, sino que también permite suplir algunas de las dificultades físicas y emocionales de los estudiantes, dado que a través de las sesiones en las cuales el juego y la lúdica estaban inmersos en una interacción constante con el docente, se potenciaba el dialogo, la escucha y la confianza entre ellos, de tal forma que se fortalecían las relaciones sociales del estudiante, lo que contribuían a una transformación emocional, ámbito que permitían la construcción de un ambiente cordial, donde el estudiante expresa razonamientos y reflexiones matemáticas que lo conllevaban a ser más expresivo frente a sus propios pensamientos y conocimientos.

Este proceso permitió reconocer que la implementación del recurso didáctico para el aprendizaje de las matemáticas escolares, potencia un constructo emocional, social y académico en los estudiantes de aulas hospitalarias.

La pasantía

A partir el trabajo realizado en la práctica intensiva, se generó la propuesta de realizar una pasantía que tiene como propósitos:

- Establecer y fortalecer un acuerdo de pasantía entre la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas –LEBEM- y el colegio Simón Rodríguez – IED, en el que estudiantes para profesor de matemáticas de LEBEM, aporten a la formación matemática de estudiantes pacientes de las aulas hospitalarias (en condición de enfermedad), bajo las orientaciones de la educación matemática y la educación inclusiva.
- Diseñar las estrategias de intervención lúdico-pedagógicas, acorde a las necesidades y requerimientos solicitados por los centros hospitalarios.
- Plantear reflexiones pedagógicas y didácticas con los pasantes, sobre el aporte de la educación matemática en las aulas hospitalarias.

Se espera que la realización de la pasantía aporte de manera significativa, no solo en los procesos de aprendizaje de los niños, niñas y jóvenes hospitalizados, sino que contribuya en su proceso de aceptación y superación de su condición de enfermedad.

4. Reflexiones y conclusiones

El trabajo teórico práctico que se desarrolla con los estudiantes de la LEBEM, genera una serie de reflexiones que tiene que ver en particular con el reconocimiento de la diversidad en el aula; los procesos de inclusión y la necesidad de transformar las prácticas pedagógicas para permitir el acceso al conocimiento a todos los niños, niñas y jóvenes, con el propósito de garantizar su derecho a la educación.

Una vez se hace el reconocimiento de las funciones de los recursos y las dimensiones del dispositivo didáctico, los estudiantes construyen los juegos, que finalmente son entregados a los profesores de las aulas hospitalarias en un pequeño encuentro académico, especialmente preparado, en el que los estudiantes para profesor de matemáticas, exponen el material diseñado junto con su respectivo manual de instrucciones y sus reglas de juego; los conceptos o procesos matemáticos que se potencian; las dimensiones y funciones del dispositivo y algunas variables didácticas que se pueden hacer para complejizar el juego.

Más allá de enseñar matemáticas, los juegos tienen un objetivo y es la socialización del paciente pediátrico con sus cuidadores, docente y personal médico con el que interactúa durante su hospitalización.

Los recursos son diariamente utilizados con los estudiantes hospitalizados, beneficiarios del programa aulas hospitalarias, en el servicio de oncología de la Clínica Infantil Colsubsidio. Estos recursos potencian procesos socio-afectivos, lo cual prima sobre los cognitivos en este contexto y han permitido mejorar los procesos de socialización y expresión de sentimientos del educando y la unión familiar mediante el juego, como herramienta social y dinamizadora de los procesos de las personas.

Referencias bibliográficas

Cancela, B., Mitxelena, K., Íñiguez, M., García, A., del Valle, M., Fuertes, M., y Itziar, B. (s.f.). Proyecto Curricular de las Aulas Hospitalarias de la Comunidad Autónoma Vasca. Archivo PDF. Disponible en: http://www.hospitalcruces.com/Proyecto_Curricular.pdf

Espitia, V., Uriel, I., Barrera, N., & Insuasti, C., (2013). "La Monserrate: una década tras una pedagogía hospitalaria no escolarizante en la Fundación HOMI". Hojas y Hablas. 10, 70-90. Bogotá: Fundación Universitaria Monserrate, Revista institucional de investigaciones.

Godino, J. (1998). Uso de material tangible y gráfico-textual en el estudio de las matemáticas: superando algunas posiciones ingenuas. En: A. M. Machado y cols. (Ed.), Actas do ProfMat 98 (pp. 117-124). Associaçao de Professores de Matemática: Guimaraes, Portugal.

Godino, J. y Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en educación matemática. Revista Educación Matemática, 12 (1), 70-92. Disponible en: http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos_teoricos/Godino_Llinares_Interaccionismo.PDF

Guillén, M. Y Mejía, A. (2002), Actuaciones educativas en Aulas Hospitalarias. Atención escolar a niños enfermos. Narcea Ediciones, Madrid.

León, O., Rocha, P. y Vergel R.. (2006). El juego, la resolución de problemas y el proyecto de aula como dispositivos en las didácticas de la matemática y de la estadística. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá.

Lizasoáin, O. (2002). La Pedagogía Hospitalaria frente a un niño con pronóstico fatal. Reflexiones en torno a la necesidad de una formación profesional específica. Estudios Sobre Educación. (2), 157-165.

Salgado, C. y Castro, C. (2015). La formación de estudiantes para profesor sobre recursos didácticos para la diversidad. Un pilotaje en las aulas hospitalarias. Recuperado de http://comunidad.udistrital.edu.co/edem2/files/2015/12/EDEM-2-memorias.pdf

Regresar al índice general

Experiencias de Aula

Índice de esta sección

Experiencias de Aula

Índice de esta sección

Concepción de los estudiantes acerca de la noción de paralelogramo a la luz del análisis preliminar de la ingeniería didáctica

David Andrés Bello López
dma_dbello728@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá – Colombia)
Soor Katharine Poloche Arango
dma_spoloche014@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá – Colombia)
Jeimmy Catalina Zapateiro Segura
dma_jzapateiro413@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá – Colombia)

Resumen

Se reporta una experiencia de aula realizada con estudiantes de grado séptimo, con la finalidad de identificar algunos errores y dificultades en la representación de figuras geométricas, como acercamiento a la noción de paralelogramo. Tal experiencia consta de una fase de trabajo individual y una fase grupal para analizar la discusión entre los estudiantes durante la confrontación de sus respuestas. En el análisis se tiene en cuenta las producciones escritas elaboradas por los estudiantes, las cuales, se contrastan con un análisis previo realizado durante la elaboración de la tarea propuesta.

Palabras clave: Análisis preliminar, dificultades, errores, figura geométrica.

1. Introducción

La aproximación de los estudiantes a la noción de paralelogramo en la escuela demuestra una serie de problemáticas, en especial cuando ellos expresan sus ideas en un lenguaje natural o usando elementos matemáticos y es más notorio cuando se pide que presenten sus ideas de forma escrita. Debido a ello, se pone en práctica una tarea que incluye una serie de instrucciones y preguntas con las cuales se espera sean evidentes los errores y dificultades en las respuestas de los estudiantes. Es así, que se propone la realización un análisis preliminar desde el marco de la ingeniería didáctica de los posibles resultados.

Así, se pretende que a partir de la observación, la recolección de evidencias y el análisis de una secuencia didáctica (Artigue, 1995), se logre distinguir algunos errores y dificultades documentados en Homilka (2007), alrededor del desarrollo de prácticas argumentativas en el aula en torno de la noción de paralelogramo.

2. Referente conceptual

Las tareas realizadas bajo la concepción de la **ingeniería didáctica** incluyen el desarrollo de un análisis preliminar, el cual es presentado en las recopilaciones realizadas por Artigue como producto de su investigación. En nuestro caso, se tiene en cuenta el marco cognitivo de los conocimientos adquiridos y relacionados con paralelogramos. Para efectuar este análisis, se tiene presente que se debe articular junto con el objetivo de la investigación, en tanto Artigue (1995), presenta el análisis de las concepciones de los estudiantes, de las dificultades y obstáculos que determinan su evolución, el cual será relevante para este estudio.

En este sentido, nos limitamos a la indagación de las respuestas de los estudiantes a la tarea propuesta. Para ello es necesario mencionar, que esta idea se retoma desde el cuestionario que se aplicó a un grupo de estudiantes y cuyas respuestas produjeron las conclusiones presentadas por Homilka (2007). Entre estos, se presentan errores con origen en conocimientos previos, el uso inadecuado de los instrumentos de trabajo, dificultades para identificar características básicas de las figuras (ángulos, lados, paralelismo, perpendicularidad), extraer conclusiones de las construcciones realizas entre otras, las cuales se tomaron como base teórica para el desarrollo de nuestro estudio.

Igualmente, se decide tener en cuenta diferentes observaciones desde de la experiencia docente, en referencia a la situación que se plantea estudiar, pues en estos espacios se hallan dificultades y errores, que no son válidos desde la matemáticas escolar (Godino, Batanero y Font, 2003) y que se surgen desde el manejo de nociones básicas y conocimientos previos, elementos que se toman con gran prioridad para el análisis que pretendemos realizar.

3. Descripción de la experiencia

Características del curso

El trabajo se llevó a cabo con estudiantes de grado séptimo del Instituto Pedagógico Nacional de Bogotá, Colombia, en el espacio de la clase de matemáticas. Es un grupo heterogéneo cuyas edades oscilan entre los 12 y 14 años. Durante la actividad propuesta, atienden adecuadamente al desarrollo de la tarea.

Descripción de la actividad realizada

Con el fin de identificar los errores y dificultades que se pueden presentar en las respuestas de los estudiantes para construir la noción de paralelogramo, se elaboró una tarea instructiva que implicaba la realización de una serie de construcciones y con estas responder unas preguntas. De esta forma, se dispuso el desarrollo de la tarea en dos momentos diferentes, en la primera fase denominada individual se presentó la actividad a los estudiantes permitiendo que ellos sin ayuda alguna presentaran sus respuestas de forma escrita. La segunda fase, fue organizada de forma grupal y con el fin de generar una confrontación entre las distintas ideas obtenidas en la primera fase. A continuación se presenta cada uno de los ítems presentados en la tarea con sus respectivos análisis de respuestas.

Fase 1. Trabajo Individual

Construye un rectángulo en el cual un lado mida 3cm y el otro 7cm.

Al verificar las construcciones, en algunos estudiantes se observó imprecisión al tomar la medida de los lados del rectángulo *(ver figura 1)*.

Figura 1. Comparación de las medidas realizadas por los estudiantes con una medida real.

Los estudiantes elaboraron la misma representación del rectángulo "base = 7 cm y altura 3 cm", dejando de lado la representación del rectángulo cuya base es de 3 cm y altura 7 cm, y la representación del rectángulo girado alrededor de uno de sus vértices *(ver figura 2)*. Posiblemente no se genera este tipo de construcciones, porque desde los primeros años escolares comúnmente han observado la representación de un rectángulo de base mayor a su altura, lo cual impide la construcción de un rectángulo visto desde otra perspectiva a la convencional. Según Homilka (2007), los estudiantes están acostumbrados a una única figura construida desde varias perspectivas, porque es la que quedó grabada en su mente desde la escuela primaria, en donde los docentes por lo general les muestran la misma.

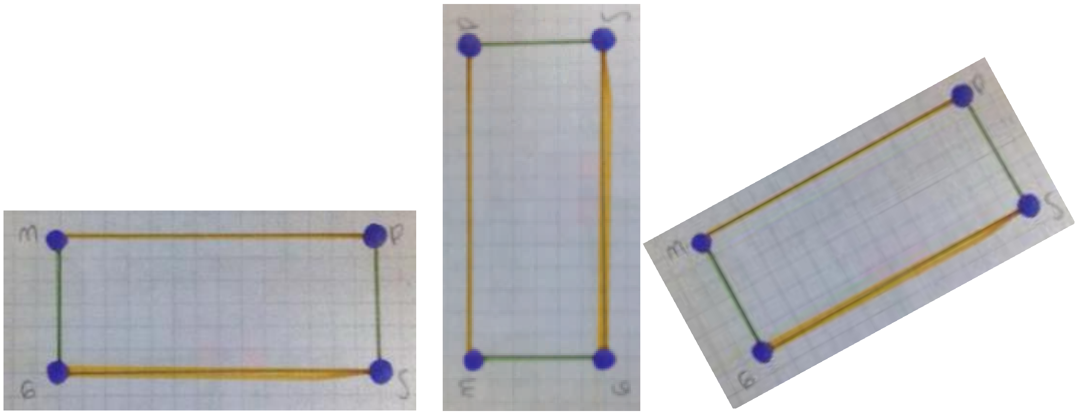


Figura 2. Representación de la misma figura en diferentes posiciones.

Nombra cada uno de los vértices del rectángulo y escribe los segmentos (lados). ¿Qué pares de lados son paralelos?

Algunos estudiantes aunque no utilizan la notación geométrica de un segmento, comunican su idea que tienen de segmento haciendo uso de convenciones y el lenguaje natural, de esta misma forma ilustran los vértices del rectángulo *(ver figura 3)*.

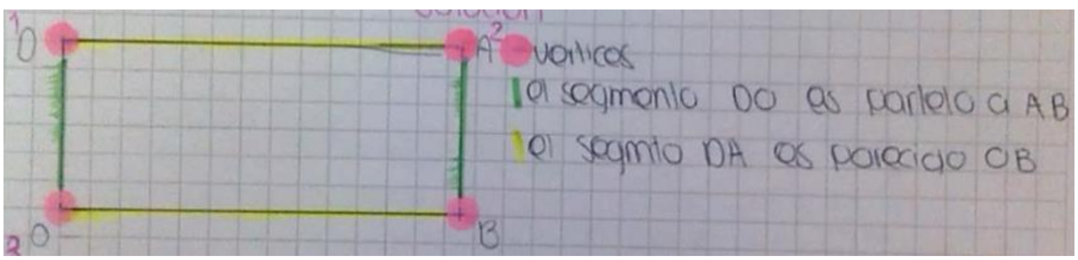


Figura 3. Asignación de nombres a los componentes de una figura.

Los estudiantes no intentan dar una explicación o justificación del paralelismo entre los pares de lados.

Al verificar las repuestas escritas, se observa un error conceptual respecto a segmentos paralelos, ya que al parecer algunos estudiantes confunden el paralelismo con la congruencia. Esto se infiere dado a que inicialmente identifican la medida de cada uno de los lados, para luego ilustrar que dos lados son paralelos por tienen la misma medida *(ver figura 4).*

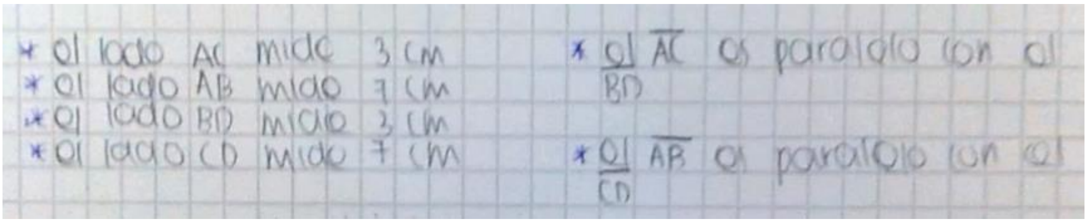


Figura 4. Uso de medidas congruentes para determinar segmentos paralelos.

Construye un paralelogramo en el cual un lado mida 4cm y el otro 6cm. ¿Habrá un solo paralelogramo que cumpla con estas condiciones?

Ninguno de los estudiantes utilizó los ángulos y las diagonales como variables para ilustrar diferentes paralelogramos que cumplieran con las condiciones dadas. De acuerdo a Homilka (2007), la experiencia geométrica vivida o la no vivida en la escuela secundaria, les impiden concebir al ángulo o a la diagonal como variables si se conocen los lados.

Algunos estudiantes aunque expresan que si existen más paralelogramos que cumpla con las condiciones, no presentan la justificación de su respuesta *(ver figura 5)*.

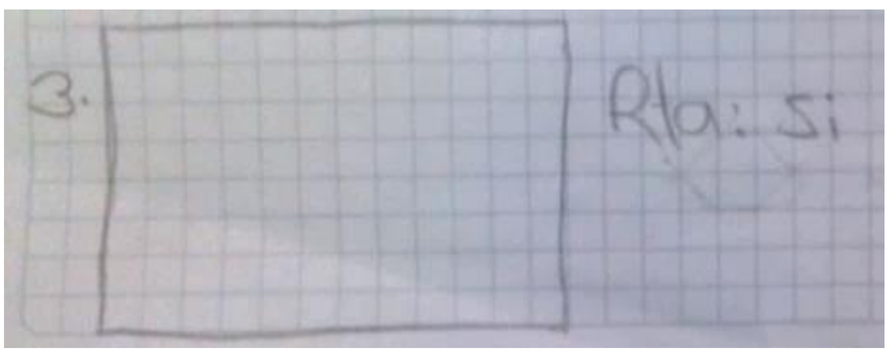


Figura 5. Respuestas sin justificación.

Algunos estudiantes solo tienen en cuenta del enunciado la condición de paralelogramo y omiten las condiciones de la medida de los lados. Esto se evidencia cuando expresan que un cuadrado cumpliría con las condiciones *(ver figura 6)*.

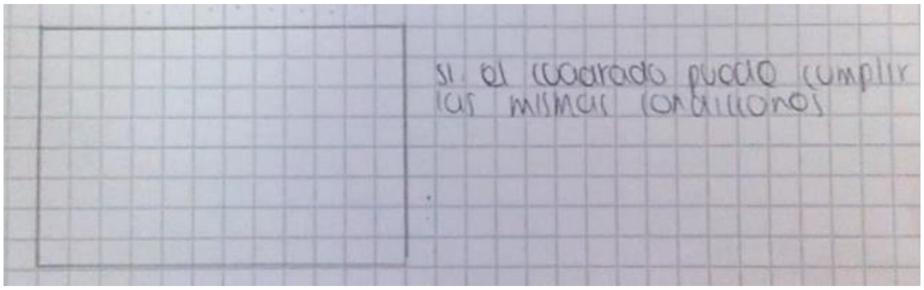


Figura 6. Omisión de propiedades geométricas de las figuras.

Se observa que los estudiantes solo ilustran una representación de paralelogramo, ya sea el rectángulo o el romboide, y en algunos casos justifican que solo existe el que representaron.

Construye otros paralelogramos cuyos pares de rectas paralelas no forme ángulos rectos al interior del cuadrilátero.

Se evidencia que algunos estudiantes tienen errores conceptuales respecto a lo que es un paralelogramo, al parecer consideran como paralelogramo aquel polígono que tiene pares de lados paralelos *(ver figura7)*. Posiblemente por que asocian el nombre de paralelogramos con paralelas.

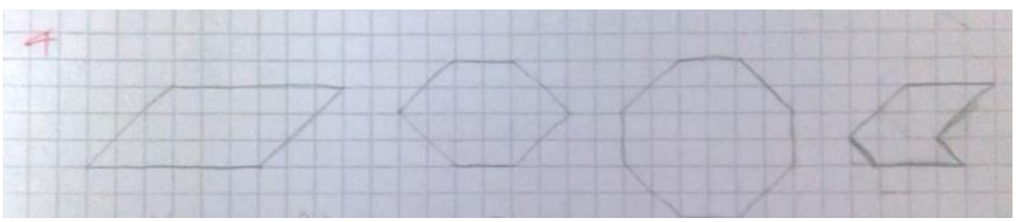


Figura 7. Representaciones erróneas para mostrar paralelogramos.

Fase 2. Trabajo en grupos

Compara los paralelogramos que construiste anteriormente con tus compañeros de clase. ¿Son diferentes a los tuyos? ¿Qué diferencias encuentran?

Debido a los errores conceptuales de paralelogramo y conocimientos previos para desarrollar con éxito la tarea, los estudiantes no lograron establecer diferencias significativas. Sin embargo, se logra evidenciar que de acuerdo al error conceptual que tienen de paralelogramo, establecen diferencias entre el número de lados paralelos entre los polígonos *(ver figura 8)*.

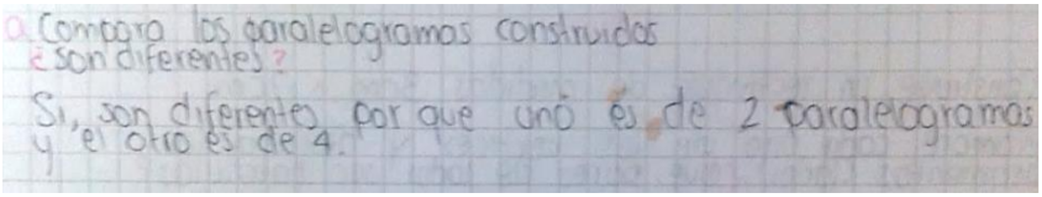


Figura 8. Errores conceptuales de la noción de paralelogramo.

¿Cómo hacer para indicar que se puede construir muchos paralelogramos? ¿Cuántos son? ¿Por qué?

Se observa dificultad para justificar la pregunta, ya que los estudiantes expresan que es difícil saber cuántos son *(ver figura 9)*. Sin embargo, con la respuesta se infiere que los estudiantes percibieron que lo que se observa y se dibuja no es suficiente para concluir en geometría (Homilka, 2007).

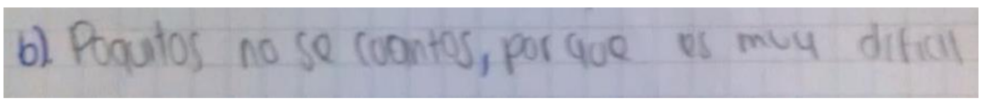


Figura 9. Contraste entre la visualización y las conjeturas.

4. Reflexiones y conclusiones

El estudio realizado, nos permite confrontar los supuestos que se habían planteado desde el análisis preliminar, pues la tendencia de las respuestas exhibe que aun cuando se entregan varias indicaciones para la construcción de paralelogramos, los estudiantes tienden a cometer errores similares durante el trabajo individual. En primer lugar, nos referimos a los errores con origen en el uso de los instrumentos, pues al exigir medidas precisas se identifica que los estudiantes no siguen los parámetros dados, por tanto las figuras no corresponden a las indicadas. Entre las dificultades más comunes, se encontró el hecho de asociar otras figuras que no correspondían a la noción de paralelogramo, en este caso se reconoce que los estudiantes presentan dificultades que radican en los conocimientos previos necesarios. Es así, que se puede decir que no hay un tratamiento adecuado de los conocimientos previos, como ángulos, diagonales, lados, cuadriláteros, triángulos, trazado de rectas paralelas y elaboración de conjeturas como se concluye en Homilka (2007), lo cual al contrastarlo con la propuesta se evidencia que los estudiantes no recuerdan definiciones básicas de geometría, además tienden a dar respuestas mediadas por su intuición y sumándose otra dificultad, expresar de forma escrita y con elementos matemáticos sus respuestas.

Con estos resultados, se reconoce entonces, que el análisis preliminar se convierte en una herramienta de estudio importante, pues debido a su uso, se logró contrastar las respuestas previstas con los resultados recopilados en las producciones de los estudiantes, identificando que como se había previsto, los estudiantes caen repetidamente en errores y dificultades muy comunes aun cuando la tarea se elaboró tratando que los estudiantes se acercaran a la noción de paralelogramo avanzando lento y tratando de seguir un paso a paso. Es así, que se puede mencionar que en el nivel grado séptimo, deben reconocer estas nociones básicas, pero los estudiantes están presentando dificultades ya sea porque no manejan adecuadamente los conocimientos previos o los olvidan (Homilka, 2007) y cuando llega el momento de ponerlos en uso no logran emplearlos.

El hecho de que los docentes consideren el trabajo investigativo como una estrategia para la elaboración de tareas que promuevan la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es una estrategia realmente valiosa porque permite que sean conscientes del cuidado que hay que tener al elaborar una tarea que conduzca a la apropiación de conocimientos específicos por parte de los estudiantes. Esto, nos lleva a la necesidad de conocer de antemano los posibles resultados y así ser capaces de prever la eficacia y la pertinencia de llevar ciertas tareas al aula y como un propósito más formativo para el docente, manejar el análisis preliminar como parte del enfoque investigativo dentro de la ingeniería didáctica (Artigue, 1995), llenándose de elementos teóricos que le permitan llevar un estudio más complejo dentro del aula en el momento que decida enfocarse en una investigación de gran categoría en la educación matemática.

Referencias

Artigue, M. (1995). *Ingeniería didáctica*. En Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gómez, P. (Eds.). Ingeniería didáctica en educación matemática. Colombia. Una empresa docente.

Homilka, L. (2007). *La ingeniería didáctica, un recurso importante para desarrollar prácticas argumentativas en el aula de matemáticas.* Centro de Investigaciones en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada *CICATA* (México)

Godino, J.; Batanero C. y Font V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática para maestros.* Universidad de Granada. Distribución en Internet: http://www.ugr.es/local/jgdino/edu mat-maestros

Una aproximación a las concepciones del infinito de estudiantes de grado once desde la Teoría APOE

María Inés Cano Villamil
dma_mcano379@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Liliana Carolina Delgado García
dma_ldelgado494@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Jhon Alexander Gómez Aponte
dma_jgomez946@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)

Resumen

En esta experiencia de aula se reportan algunos resultados del trabajo realizado en el marco del curso de Didáctica de la Matemática de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional de Bogotá, Colombia, para estos efectos inicialmente se presentan algunos referentes teóricos propios de la teoría APOE que fueron utilizados para analizar los resultados obtenidos con la aplicación de la paradoja de las pelotas de tenis, la cual se desarrolló con la intención de hacer una aproximación a las concepciones que tienen los estudiantes de grado once del Colegio Integrado Eduardo Caballero Calderón sobre el concepto de infinito.

Palabras clave: APOE, Acción, Proceso, Objeto, Infinito actual, Infinito potencial, paradoja.

1. Introducción

En el curso "Didáctica de la matemática" que ofrece la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional de Bogotá, Colombia se propuso desarrollar un trabajo enfocado en la profundización de una aproximación teórica en didáctica de la matemática, para el caso, la Teoría APOE (Acción, Proceso, Objeto, Esquema). Adicionalmente, se planteó la aplicación y análisis de una actividad ya trabajada desde dicha teoría, con el fin de hacer evidentes algunos conceptos y características propias de la misma.

En este sentido, se quiso evidenciar, a partir de algunas producciones de los estudiantes del grado 11º del Colegio Integrado Eduardo Caballero Calderón, ubicado en la ciudad de Bogotá, algunos aspectos relacionados con el concepto de infinito, partiendo de la proposición y solución de la paradoja de las pelotas de tenis, la cual se enuncia a continuación:

> Supón que tienes tres cajas con una capacidad ilimitada, nombradas de la siguiente manera: Caja A (donde están todas las pelotas), caja B y caja C, con un botón dispensador que, cuando se presiona, mueve pelotas de la caja A a la caja B. La caja A tiene una cantidad infinita de pelotas de tenis, numeradas 1, 2, 3, … Medio minuto antes del mediodía, se presiona el dispensador y las pelotas números 1 y 2 pasan a la caja B e instantáneamente la pelota número 1 pasa de la caja B a la caja C. Un cuarto de minuto antes del mediodía, se presiona nuevamente el dispensador y las pelotas números 3 y 4 caen a la caja B y automáticamente la pelota de menor denominación pasa a la caja C. En el siguiente paso, es decir, en $\frac{1}{8}$ de minuto antes del mediodía, se presiona el dispensador y las pelotas números 5 y 6 pasan de la caja A a la caja B e inmediatamente la pelota de menor denominación pasa a la caja C. Si el modelo señalado continúa, ¿cuál es el contenido de la caja B y la caja C al medio día?

En la cual, en primera medida, se puede ver que según Roa-Fuentes (2012), citado por Roa-Fuentes y Oktac (2014), cuando una persona aborda este problema existe la posibilidad que dé dos tipos de respuestas, que dependen de la forma como se le está dando solución:

Solución B (una mirada potencial): Bajo esta respuesta, se puede concluir que, al llegar al medio día, las cajas B y C contendrán la misma cantidad de pelotas, dado que al realizar el proceso iterativo mencionado en el problema se evidencia, al realizar una cantidad finita (que puede ser muy grande) de movimientos, que las cajas siempre tienen el mismo número de pelotas.

Solución A (una mirada actual): Esta solución se evidencia cuando se diga que todas las pelotas, al llegar al medio día, se encontrarán en la caja C puesto que, para cualquier pelota, será posible determinar el instante de tiempo en el cual pasa de la caja B a la caja C.

Ahora, desde un análisis teórico, en el desarrollo de este problema es posible identificar 3 procesos: Iteración sobre los números naturales, el movimiento de las pelotas de tenis, y el transcurrir del tiempo (Dubinsky, Weller, Stenger y Vidakovic, 2008, citado por Roa-Fuentes y Oktac, 2014). Desde esta perspectiva, según lo expuesto por Dubinsky y otros (2008), citado por Roa-Fuentes y Oktac (2014), se hace necesario generar dos procesos que surgen a partir de la coordinación entre el conjunto de los números naturales y el transcurso del tiempo, así como el proceso de iteración en $\mathbb{N}$ y el movimiento de las pelotas, para luego coordinar un único proceso que permitirá concebir al infinito como un objeto.

Teniendo en cuenta lo anterior, lo que se buscó con la aplicación de la paradoja de las pelotas de tenis fue evidenciar si realmente los estudiantes logran coordinar todos los procesos señalados por Roa y Oktac (2014) mencionados anteriormente.

En concordancia con lo propuesto hasta ahora, se espera que el estudio presentado sirva como herramienta para poder hacer una aproximación a las diferentes concepciones que pueden surgir en el aula del concepto de infinito, esto a la luz de algunos de los principios y aspectos metodológicos propuestos por la teoría APOE.

2. Referente conceptual

La teoría APOE establece como un principio fundamental que "la construcción de conocimiento pasa por tres etapas básicas: Acción, proceso y objeto" (Trigueros, 2005, p. 7) entendiéndose, acción como una transformación de un objeto que se percibe de forma externa, la cual se lleva a cabo mediante una reacción a una instrucción que proporciona información sobre los pasos que se deben seguir (Trigueros, 2005); a medida que una acción es interiorizada, por medio de la repetición de la acción y la reflexión sobre la misma, ésta ya no es manejada por agentes externos, dado que se transforma en una construcción interna definida como proceso, lo cual indica que el sujeto puede reflejar el proceso, describirlo e incluso revertir los pasos de la transformación, además que puede utilizar este proceso para obtener nuevos procesos, ya sea mediante la coordinación o la reversión (Meel, 2003); cuando el estudiante puede reflejarse en un proceso y transformarlo por medio de una acción, el proceso se considera como *encapsulación* para convertirse en un objeto (Meel, 2003, p. 245).

Para los autores Dunbinsky, Weller, McDonald y Brown (2005), citado Roa-Fuentes y Oktac (2014), el infinito potencial es entendido como la concepción del infinito como un proceso, el cual parte de la repetición de una serie de pasos que en un principio corresponden a una concepción acción, lo cual es finalmente interiorizado en un proceso; en cuanto al infinito actual, este corresponde al objeto obtenido a partir de la encapsulación de este proceso.

De otra parte, la actividad aplicada es una adaptación de la segunda versión de la paradoja de las pelotas de tenis expuesta por Falk (1994), la cual como ya se mencionó anteriormente da la posibilidad de dar dos posibles soluciones, la primera se ubica dentro de la concepción del infinito potencial y que surge del observar la forma como se modifica el contenido de los botes a medida que transcurre el tiempo. En cuanto a la segunda solución, se corresponde con la concepción de infinito actual, dado que se debe aceptar que el experimento termina y que el resultado obtenido no se asemeja a lo obtenido mediante el proceso de iteración finito. Ahora, como se expuso anteriormente, esta paradoja permite identificar tres procesos básicos (Iteración sobre los números naturales, el movimiento de las pelotas de tenis, y el transcurrir del tiempo), el proceso transcurrir del tiempo, que corresponde a “la subdivisión de un intervalo de tiempo un minuto antes del medio día” (Roa-Fuentes y Oktac, 2014, p. 91), se coordina con el proceso iteración sobre los números naturales, cuando se establece que a cada número natural le corresponde un instante de tiempo. Por otro lado, los procesos iteración sobre los números naturales y movimiento de las pelotas de tenis, se coordinan cuando el sujeto logra evidenciar que en cada paso se está produciendo el movimiento de tres pelotas. Mediante la coordinación de los anteriores procesos se crean dos nuevos procesos, los cuales se coordinan en *un nuevo proceso que permite establecer que para cada instante de tiempo dos pelotas se mueven del bote contenedor (A) al bote B y la pelota de menor denominación se mueve al bote C (*Roa-Fuentes y Oktac, 2014). Cabe resaltar que, "en esta paradoja, la encapsulación del proceso resultante se motiva por la pregunta: *¿cuál es el contenido del bote B y del bote C al medio día?" (*Roa-Fuentes y Oktac, 2014, p.92).

3. Descripción de la experiencia

Con el fin de desarrollar la actividad propuesta se tuvo en cuenta la aplicación de la misma en estudiantes de grado once, dado que en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) se estipula que los estudiantes de este grado deben estar en capacidad de, entre otras cosas, utilizar técnicas de aproximación en procesos infinitos, y esto tiene relación directa con los procesos involucrados en la tarea propuesta, que se mencionaron anteriormente.

Teniendo en cuenta lo anterior, en relación con la actividad es necesario decir que esta fue propuesta para ser solucionada, en un primer momento, de manera individual y luego de esto se procedió a hacer una socialización de las producciones logradas por los estudiantes, en la cual se inquirió respecto a las respuestas dadas por ellos en aras de hacer una identificación inicial de algunos elementos de los procesos llevados a cabo por ellos en la solución del problema.

De otra parte, en el desarrollo de la actividad propuesta, se les entregó a los estudiantes una hoja en blanco en la cual ellos consignaron el trabajo realizado y algunas de sus conclusiones, esto con la intención de tener evidencias con las cuales desarrollar el análisis que se presentará posteriormente.

4. Reflexiones y conclusiones

A partir de la aplicación de la actividad, los estudiantes elaboraron representaciones gráficas (Figura 1) en donde se puede observar que intentaron construir una tabla donde se relacionara el transcurrir del tiempo y el movimiento de las pelotas a través de la caja B y C, a partir de lo cual se puede concluir que hay una aparente coordinación entre los tres procesos básicos anteriormente mencionados: Iteración en los números naturales, transcurrir del tiempo y movimiento de las pelotas (Dunbinsky, Weller, McDonald y Brown, 2005, citado Roa-Fuentes y Oktac, 2014); sin embargo, se puede evidenciar que esto se logra, pero en una "versión finita", en este sentido, llegaron a resultados como: El contenido en la caja B será igual al contenido de la caja C (Figura 2), sin embargo, a pesar que hacían referencia a una misma cantidad de pelotas no se hace alusión al infinito, dado que ellos se guíaron de los ejemplos finitos que se podían plasmar en el papel.

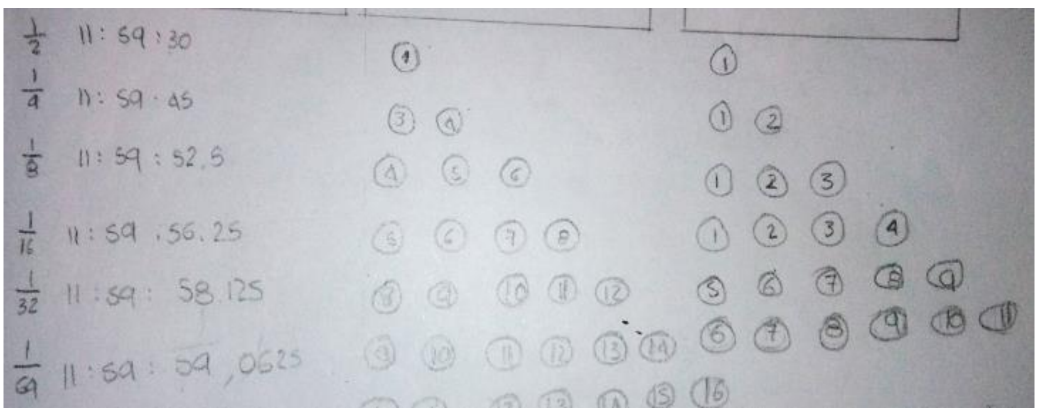


Figura 1. Organización de datos en forma aparentemente tabular

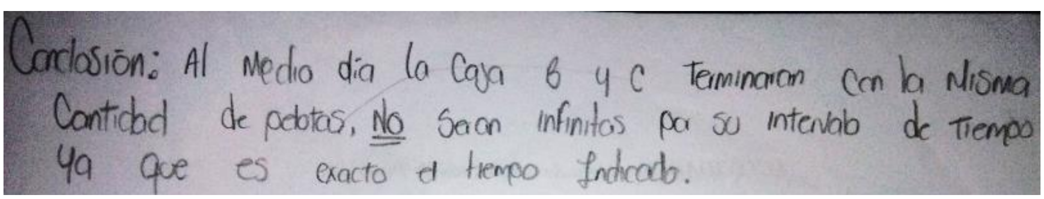


Figura 2. Conclusión a partir del proceso de iteración finita

Teniendo en cuenta todo lo anterior, se evidencia que los estudiantes asignan a un instante de tiempo el movimiento de tres pelotas *(*Roa-Fuentes y Oktac, 2014), pero no asocian esto con el concepto de infinito, dado que hacen referencia a que como el tiempo debe acabar la cantidad de pelotas debe ser finita. Es decir, tienen la concepción de que para que la cantidad de pelotas sea infinita debe transcurrir una eternidad, lo cual para ellos no es coherente pues el movimiento se da en un lapso determinado (Figura 3).

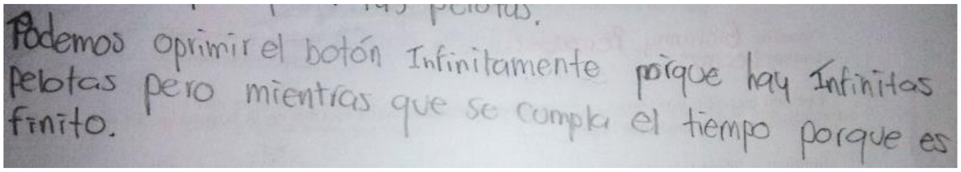


Figura 3. Relación cantidad de pelotas y tiempo

Ahora, mediante el ejercicio de replicar los movimientos que se dan para cada instante de tiempo, los estudiantes hacen un acercamiento al infinito desde el proceso transcurrir del tiempo (Figura 4), pues a través de la repetición, evidencian que por más cálculos que se realicen no es posible alcanzar el mediodía, lo que los lleva pensar en un número muy grande.

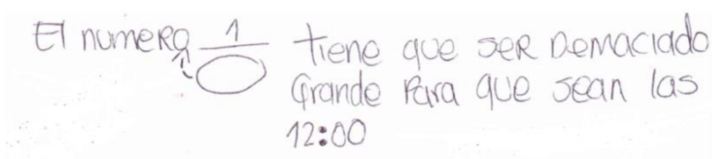


Figura 4. Proceso tiempo y el infinito

A pesar de los resultados mencionados anteriormente, también se vio que algunos estudiantes no lograron imaginar la situación propuesta, en la medida que no lograron concebir que el problema parte del planteamiento que la cantidad de pelotas es infinita (Figura 6) lo cual, en algunos casos, redujo la posibilidad de ver la concepción de infinito que ellos manejan.

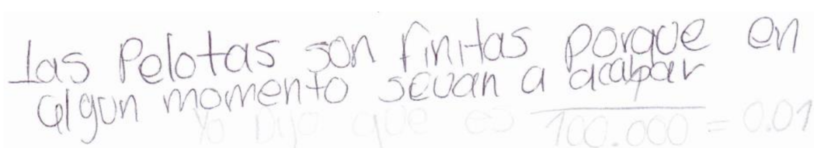


Figura 5. Dificultad para visualizar el problema

Con base en el análisis desarrollado, a manera de conclusión se puede afirmar que los estudiantes, en términos generales, no hacen una alusión explícita al concepto de infinito, sin embargo, sí se ven algunos acercamientos implícitos a él, los cuales dejan ver, teniendo en cuenta los referentes teóricos anteriormente mencionados, que los estudiantes llevan a cabo los siguientes procesos:

Iteración aparentemente finita: A pesar de que ninguno de los estudiantes llegó a hacer referencia textual al hecho que el proceso se podría repetir una cantidad infinita de veces, sí se puede ver que ellos aluden a que el proceso se hace de una forma repetitiva, y después de hacer muchos ensayos llegaron a concluir que se hacía necesario realizar el procedimiento una gran cantidad de veces *(*Roa-Fuentes y Oktac, 2014), dejando ver que hay presente un proceso de iteración aparentemente finito.

Transcurrir finito del tiempo: Dentro de los resultados mencionados también se evidenció que los estudiantes no lograron ver el hecho que el problema conlleva a una subdivisión infinita de un intervalo de tiempo, lo cual negó la posibilidad de evidenciar que el planteamiento de la situación lleva consigo una iteración infinita *(*Roa-Fuentes y Oktac, 2014), sin embargo, sí hubo un acercamiento a esto, en la medida que, como se mencionó anteriormente, sí se vio que es posible reiterar el proceso una cantidad muy grande de veces antes de llegar al mediodía.

En concordancia con lo anterior, se puede afirmar que no se pudo evidenciar, de forma explícita, los procesos mencionados en el presente documento, sin embargo, sí se pudo ver algunas aproximaciones a ellos en su forma finita, en la medida que, como ya se mencionó, los estudiantes no lograron evidenciar los diferentes tipos de infinitos presentes en el planteamiento de la paradoja, esto debido a que, como se puede concluir, no se vieron muestras evidentes de que los estudiantes logran imaginar el infinito.

Referencias bibliográficas

Falk, R. (1994). Infinity: A cognitive challenge. *Theory and Psychology, 4*(1), pp. 35-60.

Meel, D. (2003, noviembre) Modelos y teorías de la comprensión matemática: comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre la evolución de la comprensión matemática y la teoría APOE. *Revista latinoamericana de investigación en matemáticas educativa*. pp. 221-271.

MEN, (2006) *Estándares básicos de competencias en Matemáticas.* Bogotá, Colombia.

Roa Fuentes, S. Oktac, A. (2014, abril 1). El infinito potencial y actual: descripción de caminos cognitivos para su construcción en un contexto. *Grupo Santillana Mexico.* pp. 73-101.

Trigueros, M. (2005, abril 1). La noción de esquema en la investigación en matemática educativa a nivel superior Educación Matemática. *Grupo Santillana México.* pp. 5-31.

Conceptualización de la función lineal y afín: una experiencia de aula

Diana Marcela Sánchez Peña
kianamar@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

Resumen

A partir del trabajo desarrollado en el aula, se pone en evidencia que las dificultades que encuentran los estudiantes para la comprensión del objeto matemático Función lineal y afín continúan vigentes; aun cuando es un objeto matemático que ha sido materia de estudio en numerosas investigaciones, orientadas a mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje, en las cuales se ha hecho evidente la complejidad de su interpretación, la dificultad para reconocer y articular las diferentes representaciones; esto como resultado de la forma desarticulada y descontextualizada en que este objeto matemático ha sido presentado a los estudiantes, sin apelar a la noción de variación. El propósito general de esta investigación, fue realizar una intervención en el aula, que posibilitara la constitución de los "objetos mentales" de variación y dependencia, fundamentales en la comprensión del concepto función lineal y afín, a partir de la adaptación e implementación de un conjunto de tareas contextualizadas, en las cuales se utilizan distintas representaciones asociadas al concepto.

Palabras clave: Análisis fenomenológico, objetos mentales, variable y dependencia, registros de representación.

1. Introducción

Desde mi experiencia como profesora de las áreas de física y matemáticas, he podido detectar algunas dificultades que encuentran los estudiantes frente a la comprensión de la función lineal y afín, problemática que se hace evidente al proponer actividades expresadas en diferentes registros de representación, que pueden ser matematizadas haciendo uso del objeto matemático función; así como también he podido encontrar evidencias que sugieren que para algunos estudiantes cada representación corresponde a un objeto matemático diferente, "*Una función no es ni una estadística de valores ni una representación gráfica ni un conjunto de cálculos ni una fórmula, sino todo ello al mismo tiempo*" COFREM[1] citado en (Rey, Boubee y Vázquez, 2009, p. 157), lo cual podría deberse al hecho no contar con herramientas conceptuales que les permitan reconocer y articular las diferentes representaciones del objeto función, resultado de la forma desarticulada y descontextualizada en la que este objeto matemático ha sido presentado a los estudiantes, cuyo estudio en muchos casos se ha desarrollado sin apelar a la noción de variación y dependencia (p. 156), elementos fundamentales en el desarrollo del pensamiento variacional.

Ahora bien, desde el plan de área de la institución educativa en la que laboro, encuentro que el pensamiento variacional no se considera de manera progresiva iniciando desde la primaria, como se plantea en los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias, por el contrario, está propuesto para iniciar en grado séptimo, planeación que en muchos casos es imposible desarrollar por cuestiones de tiempo, ya que está programado para cuarto periodo. En lo que respecta al concepto de función lineal y afín, es un objeto matemático que debe ser abordado en noveno grado según esta programación, expuesto en el aula como un producto acabado, enseñado desde un sentido estático, a partir de diferentes representaciones consideradas de manera aislada, en donde se privilegia la enseñanza de una ecuación como una estrategia que posibilitará la solución de problemas, sin abordar elementos que podrían considerarse básicos, como los relacionados con las nociones de *variable* y *dependencia*, práctica que Freudenthal (1983) consideraba como una *inversión antididáctica,* la cual consiste en enseñar el resultado de una actividad más que de enseñar la actividad misma, enfoque

[1] COFREM (Comisión para la reflexión sobre la enseñanza de la matemática)

contrario a su propuesta de Fenomenológica que toma los fenómenos del mundo real y de las matemáticas que puedan ser organizados a través de *objetos mentales* y posibilitan la constitución de objetos matemáticos como el de función lineal y función afín.

Dada esta situación, se consideró oportuno realizar una intervención en el aula, que posibilite en los estudiantes la constitución de los *objetos mentales* de variable y dependencia, los cuales, siguiendo las ideas de Freudenthal (1983) se constituyen en el recurso fenomenológico para la comprensión del objeto matemático función, y en este caso en particular el concepto de función lineal y afín, a partir de la adaptación e implementación de un conjunto de tareas contextualizadas, en las cuales se utilizan distintas representaciones asociadas al concepto, promoviendo la articulación entre ellos.

2. Referente conceptual

En este trabajo se asume como principal referente teórico el enfoque de la *Educación Matemática Realista* (EMR), corriente que nace en Holanda a comienzos de la década de los 70 como reacción al movimiento de la *Matemática Moderna* y al enfoque mecanicista en su enseñanza.

La EMR es una teoría global que se precisa en un conjunto de principios y teorías locales de enseñanza de la matemática, más que una teoría clara y precisa de educación matemática, consiste en ideas básicas entre *el cómo* y *el qué* de la enseñanza matemática; el análisis y la reflexión continua de estas ideas, han dado lugar a lo que ahora conocemos por EMR, es una teoría que aún hoy se encuentra en construcción, que cuenta con unos principios sobre los cuales se ajustó e implementó el conjunto de tareas, en donde se reconoce que la matemática debe ser pensada como una actividad humana, que puede ser mejor aprendida haciéndola, de ahí que debe mantenerse cercanas a los estudiantes y ser relevantes para la sociedad. El uso de contextos realistas se convirtió en una de las características fundamentales de este enfoque, en otras palabras, son los estudiantes quienes a partir del dialogo, la interacción entre pares, la negociación y mediación del profesor, los encargados de construir su propio conocimiento y reinventar las matemáticas formales, utilizando situaciones reales como punto de partida en este proceso de matematización.

La perspectiva de la EMR favorece la capacidad de los estudiantes para analizar y organizar los problemas presentados en el contexto mediante la producción y uso de modelos. Modelos que inicialmente están asociados al uso de conocimientos informales, pero que gradualmente adquieren un carácter más general. Es la actividad de organizar en sí misma la idea central en la concepción de Freudenthal "hacer más matemáticamente", lo que se reconoce dentro de la EMR como *matematización*. "*Matematizar es organizar la realidad con medios matemáticos… incluida la matemática misma."* (Freudenthal, 1973, p. *44)*. Desde este enfoque se considera que las acciones iniciales en el sistema escolar deben estar orientadas básicamente a la constitución de objetos mentales y solo en segundo lugar la adquisición de conceptos. En relación con esta idea, Freudenthal (1.983) destaca la importancia de trabajar los objetos mentales de variable y dependencia, fundamentales en la constitución del objeto matemático función, elementos que permitieron consolidar la propuesta de investigación, cuyo propósito general es realizar una intervención de aula, que posibilite la constitución de los objetos mentales de variable y dependencia, esenciales en comprensión del concepto función lineal y afín.

3. Descripción de la experiencia

El estudio se desarrolló en una institución educativa del sector oficial en la ciudad de Bogotá, con un grupo de 35 estudiantes de noveno grado, grupo con el cual me desempeño como docente titular de matemáticas. Teniendo en cuenta mi interés por este concepto matemático y los antecedentes de investigación que dan cuenta de las dificultades que encuentran los estudiantes frente a este tema, se reconoce la necesidad de generar una acción disciplinada, orientada a transformar y mejorar esta práctica educativa desde el enfoque metodológico de investigación-acción, el cual es considerado como "un proceso progresivo de cambios a partir de diagnosticar situaciones problemáticas, priorizar estas necesidades pedagógicas, imaginar su solución, planificar estrategias y poner en marcha acciones de mejora" (Elliott, 1981, p .48).

Figura 1. Actividades desarrolladas en cada fase

Respecto a la fundamentación del conjunto de tareas, puedo mencionar que en primer lugar se adelantó un análisis fenomenológico del concepto, y en segunda instancia, se consideraron algunas herramientas teóricas y metodológicas del enfoque de la EMR, determinantes en el ajuste e implementación de la propuesta, la cual se desarrolló a partir de un conjunto de seis tareas, que cuentan con situaciones problema cuya solución no es inmediata, donde la variable y la dependencia son elementos constitutivos en la comprensión del objeto matemático función lineal y afín. El diseño de esta conjunto de tareas, es el resultado de ajustar los instrumentos propuestos por Posada y Villa (2006) y por Vergel y León (1997).

Inicialmente se realizó un análisis descriptivo de la producción individual de los estudiantes para cada una de las tareas asignadas, reconociendo que dicha producción se dio en un contexto de grupo, análisis que fue complementado por las grabaciones en audio y las notas de campo que se llevaron durante la implementación, este análisis está orientado fundamentalmente por la constitución de los objetos mentales de variable y dependencia, y la evolución progresiva de los modelos construidos por los estudiantes; es decir, evidenciar la transformación en la construcción de modelos situacionales (organizadores de la situación) a modelos con mayor grado de formalización.

4. Reflexiones y conclusiones

Considerando que el propósito general de esta investigación estuvo orientado a realizar una intervención en el aula, a través de la adaptación e implementación de un conjunto de tareas contextualizadas, que posibilitara la constitución de los "objetos mentales" de variable y dependencia, fundamentales en la comprensión del concepto función lineal y afín, se espera identificar y describir los niveles de comprensión presentes en la constitución de dichos objetos mentales, evidenciando la evolución progresiva de los estudiantes a lo largo del conjunto de tareas.

Dicho análisis ha permitido observar como a lo largo del conjunto de tareas los estudiantes evidencian una evolución progresiva con respecto a la constitución de los objetos mentales de variable y dependencia.

.	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4	Tarea 5	Tarea 6
1 A	1	2	2			
1 B	5	6	6			1
1 C	3		5	2	4	6
1 D	8	2	9	15	4	
1 E	17	25	13	17	5	1
1 F					19	24
Total	34	35	35	34	32	32

Figura 2. Rejilla de análisis del conjunto de tareas con respecto a las categorías de análisis.

1 A
- Reconoce las variables involucradas, pero no establece relaciones entre ellas

1 B
- Reconoce las variables involucradas y una relación entre ellas en casos específicos.

1 C
- Reconoce las variables involucradas y una relación general entre ellas, expresada en un lenguaje no algebraico.

1 D
- Reconoce las variables involucradas y una relación de tipo funcional entre ellas desde casos particulares.

1 E
- Reconoce las variables involucradas y una relación de tipo funcional, expresada en un lenguaje no algebraico.

1 F
- Reconoce las variables involucradas y una relación funcional entre ellas, expresada en lenguaje algebraico.

Diagrama 2. Categorías de Análisis desde la constitución de los objetos mentales de variable y dependencia

Para este reporte daré cuenta del análisis de una de las propuestas de solución planteadas por los algunos estudiantes ante la tarea N° 2, en donde se puede observar el reconocimiento de las variables involucradas, y el establecimiento de relaciones desde casos particulares, algunos de los estudiantes las organizan mediante procesos recursivos.

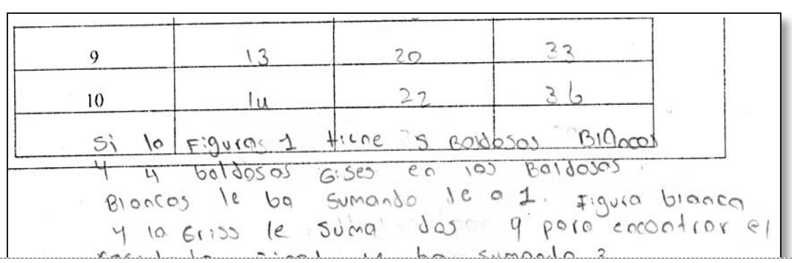


Figura 2. Estudiantes que logran establecer una relación entre las variable involucradas, mediante procesos recursivos

Durante el trabajo en grupo se pudo identificar que los estudiantes que lograron establecer estas relaciones mediante procesos recursivos, lo hicieron a partir de los resultados obtenidos en la tabla, sin establecer ni identificar estas variaciones en la secuencia propuesta.

1	Profesora	¿Cuéntanos que encontraste?
2	Estudiante (Cristian Martínez)	Digamos en la figura 1, en la figura1 tengo, tengo 4 negras, 4 blancas,. …Mmmm cinco, cinco blancas y hay pa bajo [se refiere a la primera columna de la tabla del quinto punto] voy sumando uno a cada una.
Transcripción 1. Audio en el que se evidencia la explicación de un estudiante que logra establecer una relación entre las variables, mediante procesos recursivos.		

No obstante, el mismo estudiante después de un tiempo de interactuar y escuchar las propuestas de solución de sus compañeros, sugiere un método diferente que permite determinar el número de baldosas blancas.

1	Profesora	Si yo les digo, la figura número… 15 ¿cuántas baldosas blancas tiene?
2	Estudiante (Cristian Martínez)	¿Blancas? Tiene 15, 16, 17, 18, 19, **19**
	Profesora	Pero dime como es que lo hiciste, es que no me lo dicen y quiero que lo digan.
	Estudiante (Cristian Martínez)	Le sume estas 15, es como decir estas 15 acá y le sumo…; digo 15 y le sumo 4 de las esquinas.
Transcripción 2. Audio en el que se evidencia la evolución progresiva de Cristian, y logra explicarlo desde una expresión general.		

Se evidencia un avance progresivo en la percepción y determinación de una expresión general, que le permita determinar el número de baldosas blancas para cualquier figura.

Este tipo de propuestas, en donde se reconoce que el aprendizaje de la matemática es una actividad social, propicia una postura activa, reflexiva y critica de los estudiantes frente a su aprendizaje, lo cual les permite dotar de sentido y significado los objetos matemáticos trabajados.

Referencias bibliográficas

<Hopkins, D. (1989). *Investigación en el Aula, Guía del profesor*. Promociones y Publicaciones Universitarias. Barcelona.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structure*. Dordrecht: Reidel.

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Matemáticas. Lineamientos curriculares*. MEN. Bogotá.

Posada, B., Villa, J. (2006). *Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional*, (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia. Medellín (Colombia).

Puig, L. (1997). Análisis Fenomenológico. Cap III del libro: La educación matemática en la enseñanza secundaria. Rico L. (eds). ICE. Ed: Síntesis.

Rey, G., Boubée, C., Vazquez, P. S., & Cañibano., A. (2009). Ideas para enseñar, aportes didácticos para abordar el concepto de función. *Revista iberoamericana de educación matemática* (20), 153-162.

Rodríguez, S.,Herráiz, N. (2011). Investigación Acción. *Métodos de investigación en Educación Especial* (3), 3 -18.

Vergel, R., León, J.(1997). *Enseñanza del concepto de Función lineal en octavo grado de educación Básica Secundaria. Reporte de una experiencia.* (Tesis de especialización). Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá (Colombia).

Zolkower B., Bressan A. Gallego M. (2004): La corriente realista de didáctica de la matemática: experiencias de aula de profesores y capacitadores. Sometido a consideración para su publicación en la *Rev. Infancia y Aprendizaje*. , 1- 11.

"Construyendo un autómata" actividad tecnológica escolar para desarrollar el pensamiento espacial mediante la construcción de La Máquina de Theo Jansen y el uso de recursos didácticos y tecnológicos

Camilo Areválo Vanegas
kmilo741a@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)
Vicente Elisban Muñoz Diaz
vicentemunozcbs@gmail.com
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)

Resumen

La presente experiencia contribuye a la transformación de las prácticas pedagógicas, se desarrolla en las clases de matemáticas e informática en grado quinto del colegio Bosques de Sherwood del municipio de Chía; se busca fortalecer el pensamiento espacial con el uso de elementos de la educación en tecnología; para ello se tiene en cuenta los aportes teóricos de Dickson y su estudio de los objetos tridimensionales, analizando sus propiedades y características físico-visuales para proporcionar experiencias tangibles del mundo; examina la representación bidimensional del mundo físico que nos rodea a través de material manipulativo tangible, proporcionando experiencias de aprendizaje efectivas. Ésta metodología se enmarca en una situación problema fundamental donde los estudiantes deberán construir un autómata mecánico para reconocer las figuras y cuerpos

geométricas relacionados con la construcción, finalizando con la socialización y el reconocimiento de las características y propiedades de las figuras geométricas.

Palabras clave: Autómata, Pensamiento espacial, ATE (Actividad tecnológica escolar), recursos didácticos

1. Introducción

La experiencia tiene como principal objetivo propiciar el aula de matemáticas como un espacio de experiencias reales mediadas por el uso de recursos didácticos que faciliten la enseñanza y aprendizaje de geometría desde la propuesta de Godino (2006) y su clasificación de los materiales didácticos; por lo que se pretende hacer un análisis sobre las funciones y ayudas que brindan dichos recursos al desarrollo de nuevos conocimientos geométricos en los estudiantes. Para ello se estableció una situación fundamental desde lo planteado por Brousseau (1986) en su teoría de las situaciones didácticas, denominada “Construyendo un autómata” donde el profesor debe imaginar y proponer situaciones en las cuales los conocimientos aparecerán como la solución óptima a los problemas propuestos, solución que el alumno debe descubrir. La propuesta de enseñanza toma la forma de una ATE (Actividad Tecnológica Escolar) que busca potenciar el desarrollo del pensamiento espacial mediante el estudio de los sólidos geométricos y las figuras planas; esto es, el estudio de los objetos tridimensionales, analizando propiedades y características físicas-visuales para proporcionar el aprendizaje de las representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales.

2. Referente conceptual

Los referentes conceptuales que soportan la propuesta serán abordados desde elementos de la didáctica de la matemática con los objetos tri y bidimensionales y de la educación en tecnología.

Elementos de didáctica de las matemáticas

En los estándares básicos de competencias en matemáticas, el pensamiento geométrico y espacial permite que los estudiantes establezcan diferentes tipos de relaciones entre lo real y lo geométrico logrando generar representaciones de los objetos de su entorno, a partir de la identificación de diferentes propiedades geométricas de los objetos y figuras tales como dimensión, formas de sus caras, vértices y aristas. Esta relación entre la realidad y la geometría permite establecer aprendizajes significativos en los estudiantes, potenciando sus habilidades matemáticas y fortaleciendo su pensamiento espacial.

En la enseñanza de la geometría los sólidos y sus propiedades se trabajan de modo que se privilegia lo bidimensional sin llegar a comprender y establecer el paso de lo bidimensional a lo tridimensional y viceversa. En los estándares se reconoce esta problemática y la importancia de desarrollar una "geometría activa", en la que se privilegie, como afirma (MEN, 1998):

> La exploración de figuras mediante el movimiento, empezando por el propio cuerpo, como cuando el niño recorre la frontera de una figura y pasando por el que se aplica a los objetos físicos, para estudiar los efectos que se producen en la figura que comportan y las relaciones entre productos de estos movimientos y de manera muy parcial, entre los mismos movimientos (p. 39).

Las propuestas de varios autores frente al aprendizaje de la geometría espacial, hacen hincapié en la importancia de partir de las figuras tridimensionales y su comparación con los objetos físicos de la realidad, hacia la geometría bidimensional trabajada como atributos de la geometría tridimensional a lo que Dickson (1991) se refiere cuando habla de la representación bidimensional del espacio tridimensional. Es así como Lappan & Wibter(1979), afirman que:

> A pesar de que vivimos en un mundo tridimensional, la mayor parte de las experiencias matemáticas que se proporcionan a los estudiantes son bidimensionales, además nos valemos de libros matemáticos que contienen figuras bidimensionales de objetos tridimensionales, tal uso de dibujos de objetos le supone al niño una dificultad adicional en el proceso de comprensión (Citado en Dickson p. 48).

Recursos didácticos

En el desarrollo pensamiento geométrico y espacial es importante considerar los métodos que utilizan los maestros para lograr los propósitos educativos, así como los medios a los que acuden y que otorgan a los estudiantes para facilitar el proceso de aprendizaje en ellos. A continuación presentamos la clasificación que hace Godino (2006), a los recursos didácticos:

Instrumentos semióticos: Son los medios por los cuales se logra mediatizar entre la acción de los sujetos ante el intento de resolver una situación-problema y el contexto en el cual se desarrolla.	
Manipulativos tangibles	**Gráfico-textuales-verbales**
Objetos físicos que sirvieron para identificar características propias de los sólidos y que ponen en juego la percepción táctil. El estudiante tiene un acercamiento al objeto siendo esta acción o momento reflexivo, en el que se pueden construir conocimiento, ya que se identifican características del objeto y se ve la conservación de sus propiedades. • *Sólidos construidos por los mismos estudiantes* • *Materiales para caracterizar propiedades del sólido*	Aquellos recursos en los que se hace presente la percepción visual y/o auditiva, que básicamente en nuestra secuencia de actividades tenían por propósito generar y despertar el interés y la motivación por parte del estudiante hacia la búsqueda de nuevos conocimientos; además también ayudaban a que el estudiante se involucrara de forma activa y dinámica a la situación didáctica propuesta: • *Videos e imágenes de los frecuentes viajes alrededor del mundo geométrico* • *Guías e instrumentos*

Diagrama 1: Clasificación de los recursos didácticos Godino (2006, Págs. 117-124)

Diseñar actividades que despierten el interés y la motivación de adquirir nuevos conocimientos no es tarea fácil. De este modo “Construyendo un autómata” busca cautivar la atención de los estudiantes y proporcionarles experiencias innovadoras que desde la propuesta de Brousseau (1986), quien propone que *“…el profesor debe imaginar y proponer a los alumnos situaciones que ellos puedan vivir y en las cuales los conocimientos aparecerán como la solución óptima a los problemas propuestos, solución que el alumno debe descubrir…”*

Elementos de didáctica de la educación en tecnología

Para Borba & Villarreal (Citado en Cruz y Medina, 2013) "*la tecnología y los artefactos establecen una relación con los seres humanos tal que, de la manera como se genere dicha relación va a depender la forma como un individuo aprende o produce nuevo conocimiento*" (p. 60), que es lo pretendido por la experiencia; para la generación de la propuesta se tuvo en cuenta algunos elementos planteados en Quintana (2014) respecto al concepto de ambiente de aprendizaje, concebido este como "*el conjunto de circunstancias que permiten transformaciones significativas en las personas y en el entorno, estas responden a una planificación docente que alcanza intensiones pedagógicas de manera estratégica y estructurada*". Dentro de los ambientes de aprendizaje se establecen tres componentes, de los cuales se hace referencia a los dispositivos pedagógicos, entendidos como los mecanismos que responden a estrategias didácticas y que toman forma de ATE (Actividad Tecnológica Escolar).

Una actividad tecnológica escolar es una unidad de trabajo diseñada por equipos interdisciplinares que convocan saberes de distintas disciplinas, técnicas, ciencias y artes que promueven la adquisición de aprendizajes y el rol activo por parte del estudiante; las ATE responden a algunas estrategias didácticas, las cuales se referencian a continuación:

1. **El diseño**: es una actividad creativa orientada a soluciones, que trabaja en intervenciones concretas. Itera sobre representaciones parciales para construir, refinar y evaluar la manera en que la intervención cambiará el mundo. Convoca múltiples actores y saberes para imaginar y desencadenar el cambio.

2. **El Análisis**: es el acto de separar las partes de un elemento para estudiar su naturaleza, su función y/o su significado. Es todo acto que se realiza con el propósito de estudiar, ponderar, valorar y concluir respecto de un objeto, persona o condición. puede hacerse referencia tanto a una práctica científica como a una social, a una que tiene un marco formal como a aquella que ocurre en la cotidianeidad de manera informal.

Las dos estrategias anteriores se concretan de alguna manera en la siguiente estrategia:

3. **El análisis a través de la construcción**: "La estrategia de construcción de soluciones tecnológicas o de sus representaciones, viabiliza la acción transformadora propia de la tecnología como una opción clave en el trabajo con los estudiantes. Construir, en esta interpretación, significa dar el paso del mundo de las abstracciones al mundo de lo fáctico y viceversa, no es un camino de una sola vía, que es la interpretación que tradicionalmente ha puesto al trabajo sobre lo concreto en un lugar reducido al calificarlo como manualidad, como si la mano estuviese "desconectada" del cerebro"

Los elementos anteriores conllevan al planteamiento de una Actividad Tecnológica Escolar con la cual se potencie el aprendizaje de las características y propiedades de cuerpos geométricos.

4. Descripción de la experiencia

La propuesta denominada "Construyendo un autómata" concibe como uno de los elementos centrales la aproximación al trabajo de Theo Jansen. Se plantearon cuatro partes que se Resumen a continuación:

Parte 1: ATE de análisis mediante la cual se promueve la reflexión y consulta sobre elementos conceptuales e históricos de la evolución de técnicas, herramientas y materiales que han contribuido a mejorar la fabricación de artefactos y sistemas tecnológicos, en particular se estudia los conceptos de máquina y autómata, lo cual no solo posibilita una contextualización con elementos del entorno sino que nos aproxima al trabajo de Theo Jansen (Ver imagen 1).

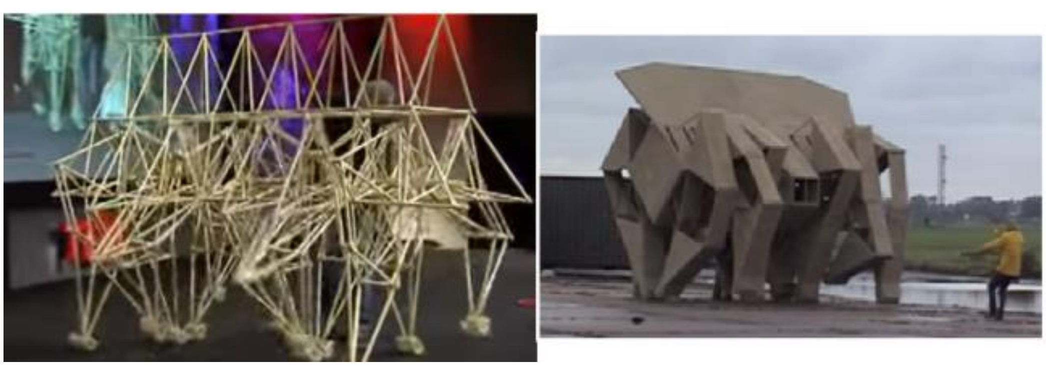


Imagen 1: Autómata de Theo Jansen: https://www.youtube.com/watch?v=MYGJ9jrbpvg

Parte 2: Se hace uso de videos y prototipos de autómatas para que los estudiantes observen, identifiquen y determinen figuras, formas, tamaños, cantidad y tipos de materiales que están presentes o se pueden usar en la construcción de las máquinas de Theo Jansen[2]. Se enfoca en identificar características y atributos de las figuras y cuerpos geométricos que componen las máquinas.

Parte 3: Se propone un taller de construcción del mecanismo de la máquina de Theo Jansen en 2D[3]. Se usan recursos manipulativos tangibles

Se plantea los materiales para la construcción del autómata (Ver imagen 2):

Cartón corrugado	
Chinchones o puntillas de una pulgada	
Regla, tijeras, cinta de enmascarar, palo de balso	 

Imagen 2: Materiales de construcción autómata

Posterior a ello se inició con la construcción de las piezas del autómata, recortando el cartón corrugado en 2 triángulos, 6 rectángulos y 2 círculos; (Ver imagen 3):

[2] https://www.youtube.com/watch?v=NM4qf68TlY&index=3&list=PLJTixWFCxsfo7oVf21TCZBOlndRu5d5XL

[3] https://www.youtube.com/watch?v=sdZ92yU0A6s

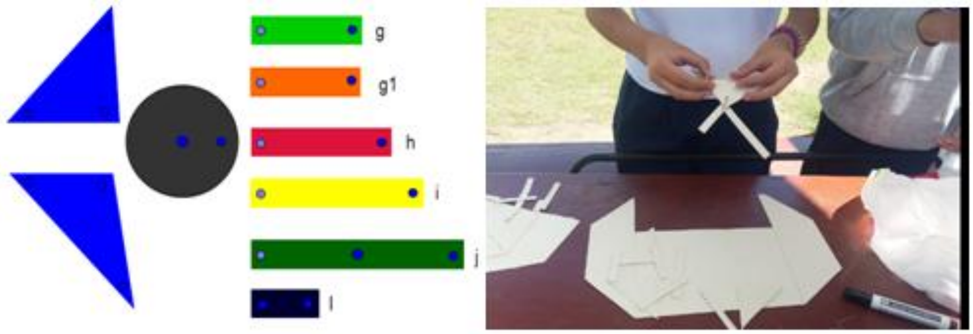


Imagen 3: Piezas en 2D de la máquina de Theo Jansen

En la imagen se observan pequeños círculos dentro de las piezas, estos indican aberturas de los chinches o puntillas delgadas, luego se procedía a unir la figura siguiendo las instrucciones (Ver imagen 4)

Imagen 4: Unión de las piezas de la máquina de Theo Jansen

Luego de unir todas las piezas como se indica en la figura se debe pegar la construcción en una pieza rectangular del cartón corrugado de dimensiones mayores al de la construcción (Ver imagen 5).

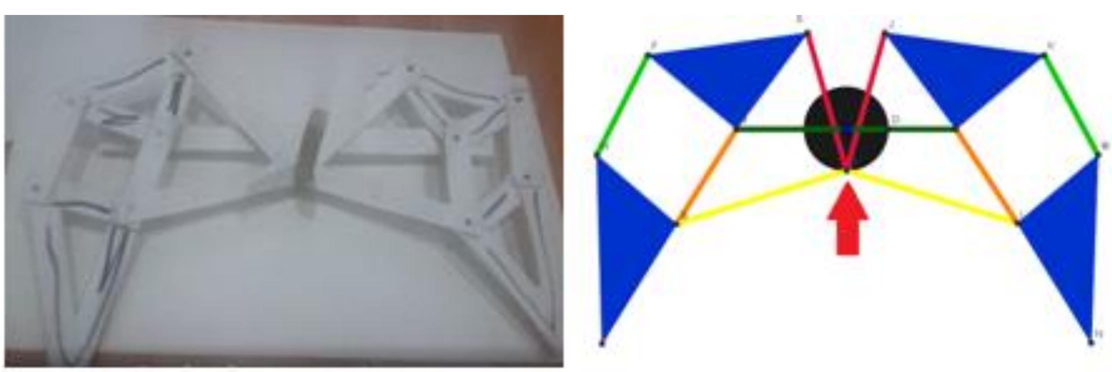


Imagen 5: Unión de todas las piezas de la máquina de Theo Jansen

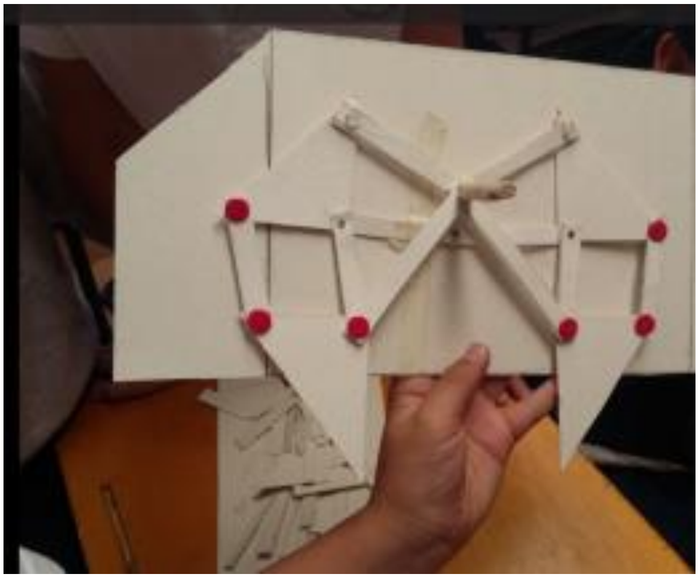
Parte 4: Construcción de prototipos de las máquinas de Theo Jansen en 3D (ver imagen 6). En este proceso se hace el paso de lo bidimensional a lo tridimensional. Esta parte de la propuesta se sigue ejecutando

Imagen 6: Máquina de Theo Jansen 3D

5. Reflexiones y conclusiones

La manipulación y visualización de las piezas del autómata ayudó a reconocer algunas características físicas de las figuras planas; pues los estudiantes hacían alusión a sus bordes y sus puntas, realizaban conteos para saber cuántas puntas poseía cada figura, y desde allí determinar la construcción de los diferentes sólidos desde la pregunta ¿Cuántas caras tendrá el sólido?.En cuanto a las características físicas de una figura como los lados, ellos empezaban a asociar esas propiedades; por ejemplo al mostrarles las puntas del autómata decían que ese nombre vértice era muy raro preferían llamarle punta, lo que ayudo a su mejor reconocimiento y posterior conteo de cada figura. Los materiales manipulativos tangibles ayudan a la compresión de conceptos gracias a que hacen una conexión con el estudiante, permitiéndole a partir de situaciones nuevas para él, adquirir nuevos conocimientos, donde el material por sí mismo no es nada, lo es cuando se le da un enfoque por parte del maestro para tratar conceptos y llegar a la concepción en este caso de la geometría espacial.

Uno de los aspectos que se consideran valiosos en la propuesta, es hacer que los estudiantes comprendieran la importancia de las matemáticas en la vida cotidiana. Cabe hacer mención a la importancia que tienen los recursos gráfico-textuales como lo son los videos y las imágenes interactivas, haciendo uso de nuevas tecnologías, ya que en la educación matemática actual no se tienen muy en cuenta y por lo que se logró en esta experiencia de aula se puede concluir que son recursos agradables e interesantes a la vista del estudiante, gracias a éste, el estudiante crea nuevos interés por los procesos de aprendizaje, motiva el trabajo activo e involucra al estudiante, además uno de los aspectos que llama la atención es que la conceptualización planteada por los estudiantes está acompañada por gestos y palabras del lenguaje cotidiano del estudiante, hasta que los conceptos sean validados o institucionalizados por los docentes, para su generalización formal.



"Construcción finalizada del autómata por parte de un estudiante"

Referencias bibliográficas

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de las matemáticas. Francia. Universidad de Burdeos.

Cruz, J., y Medina, Y. (2013). Funciones en contexto. Una experiencia enriquecida en la modelación y simulación interactiva. Revista S y T, Colciencias, 11(26), 59–80.

Dickson, L. (1991). El aprendizaje de las matemáticas. Madrid: M.E.C. & Labor

Godino, J. (2006). Uso de material tangible y gráfico textual en el estudio de las matemáticas; superando algunas posiciones ingenuas. Machado y Cois. Guimarães, Portugal.

MEN. (1998). Lineamientos curriculares para el área matemáticas. Áreas obligatorias y fundamentales. Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

Quintana, A. (2014).Capítulo 2: Ambientes, estrategias de Aprendizaje y Actividades Tecnológicas Escolares 1 (3), 2-29.

Estructura de Generalización Algebraica de patrones: Estudio de caso con el triángulo de Sierpinski

Santiago Arias Rivera
dma_sariasr722@pedagógica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Alexander Chaves Barbosa
dma_fachavesb614@pedagógica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Sergio Niño Vega
dma_saninov181@pedagógica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Michael Pinzón Rodríguez
dma_mspinzonr720@pedagógica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)

Resumen

Radford (2013), aborda tres problemas que se evidencian en todo proceso de generalización, estos son el fenomenológico, el epistemológico y el semiótico, estos problemas se manifiestan de manera implícita en la estructura de generalización algebraica de patrones (definida en un ciclo de seis secciones por Radford). La secuencia que Radford presenta en dicha estructura, es justo el camino que presentan los estudiantes cuando se enfrentan a tareas sobre generalización. Reportamos una experiencia basada en el Triángulo de Sierpinski, con una joven de grado undécimo, en donde se desarrolla el proceso de la estructura de generalización algebraica de patrones. La tarea fue planteada mostrando la primera, segunda y tercera iteración, para que apoyada en la visualización la estudiante captara la regularidad presente. A partir de las respuestas suscitadas en la estudiante y con la orientación del maestro, se logró identificar de manera natural cada paso de la estructura.

Palabras clave: Determinaciones sensibles, estructura, generalización de patrones, potenciación, problema.

1. Introducción

En el marco de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá – Colombia al interior del espacio académico Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo, ofertada para el primer semestre de 2016; se ha llevado a cabo la propuesta de implementar y presentar a estudiantes de diferentes edades, situaciones en las que pueda evidenciarse algún proceso de generalización. De manera precisa se presentó la situación del **Triángulo de Sierpinski**, construido por el matemático polaco Waclav Sierpinski en el año 1919.

La propuesta se llevó a cabo con una estudiante de grado 11° de un colegio público de la localidad de Chapinero, en la ciudad de Bogotá. Durante la implementación, inicialmente se mostró a la estudiante los tres primeros términos del triángulo de Sierpinski, con el fin de que a partir de ellos, encontrara la generalización del patrón y simultáneamente mostrar en el proceso llevado a cabo por ella, la **estructura de generalización algebraica de patrones** propuesta por Radford (2013), donde implícitamente se presentan los problemas fenomenológico, epistemológico y semiótico. Cabe destacar la importancia de la labor docente en la elaboración de preguntas, que orientaron el proceso llevado a cabo por la estudiante para establecer la generalidad de la situación planteada.

2. Referente conceptual

Los tres problemas de la generalización algebraica presentados por Radford (2013) p.p 3, en su artículo de investigación en didáctica de la matemática los cuales son "*el problema fenomenológico planteado alrededor de la escogencia de las determinaciones sensibles […] el epistemológico consiste en la extrapolación o generalización propiamente dicha y a través de la cual se produce el nuevo objeto y el semiótico o de denotación que resulta de los medios a través de los cuales se denota el objeto generalizado*".

3. Descripción de la experiencia

La implementación de la situación se realizó con una estudiante de grado 11°. De manera inicial se presentó a la estudiante los tres primeros términos de la secuencia, sin mostrar su proceso de construcción.

A continuación, el maestro a través de le pregunta *¿qué vez?* Impulsa a la estudiante a observar diferencias y similitudes entre términos dados (Figura-1). La estudiante responde *todos son triángulos*. Luego el maestro pretende enfocar las determinaciones sensibles de la estudiante, con el objetivo de centrar su atención en la cantidad de triángulos blancos, inquiriendo a la estudiante acerca de la cantidad de triángulos blancos que debe haber en el término 4.

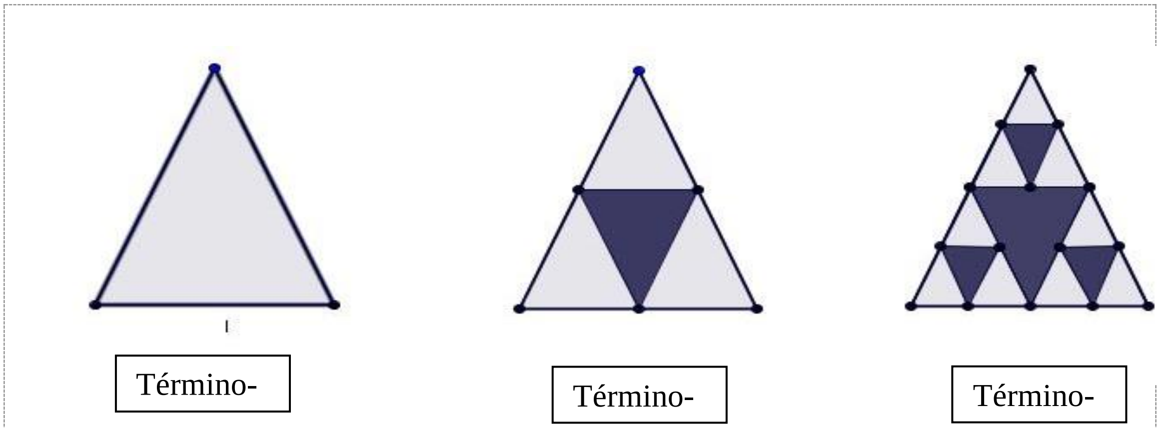


Figura 1. Tres primeros términos dados

La estudiante cuenta la cantidad de triángulos blancos que hay en cada una de los tres términos dados (1, 3, 9 respectivamente) e inmediatamente declara: "*¡Ah! son múltiplos de tres",* sin embargo, aún no identifica cuántos triángulos blancos hay en el término 4. Ella identifica una característica común (múltiplos de tres), pero aún no la abduce o la relaciona con el número del término.

Posteriormente, la estudiante centra su atención en la manera de conseguir triángulos blancos considerando el término anterior, puesto que manifiesta *"Para pasar de esta a esta* **(haciendo referencia a los términos uno y dos respectivamente)** *se sumaron dos, para pasar de esta a esta* **(haciendo referencia a los términos dos y tres respectivamente)** *se sumaron seis".*

Luego de ello, la estudiante asume una actitud reflexiva en la búsqueda de alguna regularidad numérica, más específicamente el sumar un número a la cantidad de triángulos blancos del término tres, para identificar cuántos triángulos blancos deben haber en la termino cuatro. Sin embargo no encuentra aún una característica común para abducirla, con lo cual se deduce que aún se encuentra en plano *fenomenológico*, en donde aún está reconociendo determinaciones sensibles, (Radford, 2013).

Al preguntar a la estudiante por la cantidad de triángulos blancos presentes en la figura del término cuatro; el maestro tiene el propósito de centrar las determinaciones sensibles de la estudiante en el objeto que se va a generalizar. Según Radford (2013) todo individuo ve con cierta intención y en el proceso de enseñanza-aprendizaje se hace evidente la asimetría frente al objeto a generalizar. Como las intenciones fenomenológicas del maestro y la estudiante no son las mismas; debido a que sus perspectivas son diferentes; el maestro interviene para que la estudiante enfoque su razonamiento en alguna característica común, basada en el objeto de estudio (objeto a generalizar, que en este caso es la cantidad de triángulos blancos de cualquier figura) es decir enfocar sus determinaciones sensibles.

Con base en la descripción que hace Radford (2013) de la estructura de generalización algebraica de patrones (Diagrama 1), el componente fenomenológico se da cuando el sujeto establece las determinaciones sensibles que se producen cuando observa los términos de la secuencia. La estudiante se encuentra en un plano fenomenológico, puesto que aún no distingue alguna característica común C que pueda abducir.

Diagrama 1. Estructura de generalización algebraica de patrones

El maestro propone a la estudiante dibujar la figura cuatro. Ella aún no identifica la manera de construir el siguiente término, así que tarda un poco en identificar esa característica común. En ese momento la estudiante reconoce que debe dibujar un triángulo negro dentro de cada triángulo blanco (similitud entre los primeros tres términos dados), intenta dibujar un triángulo haciendo en este movimiento (Figura 2).

1	Maestro	¿Hacia dónde apuntan los triángulos negros?
2	Estudiante	hacia abajo [inicia a construir la figura 4, dibujando todos los triángulos negros en los blancos y responde...] hay 27

Transcripción 1. Descripción de la transcripción

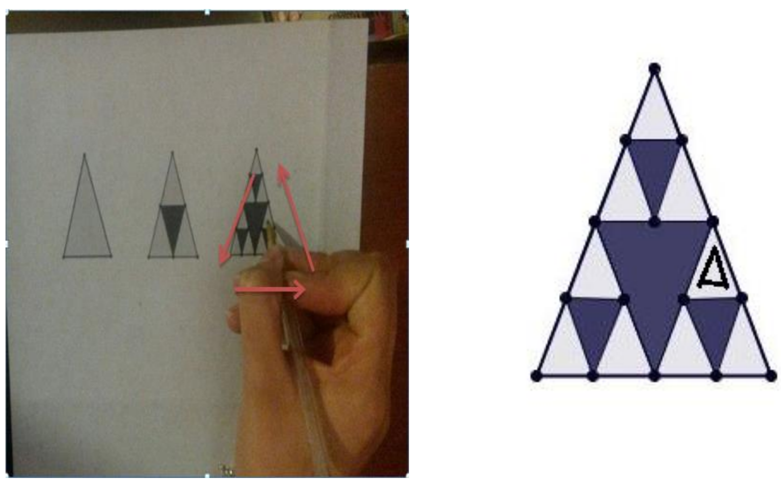


Figura 2. A la izquierda, la manera como la estudiante intenta dibujar el triángulo y la derecha el triángulo construido por ella

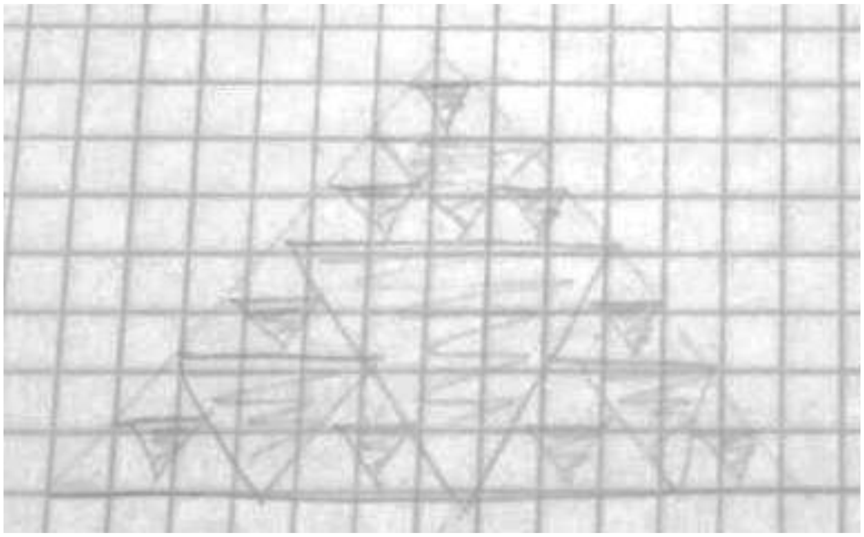
A continuación, el maestro le pregunta por la cantidad de triángulos blancos del quinto término, pero aclarando que no debe dibujarlo. Aquí la estudiante deja de lado la secuencia figural y se centra en encontrar la regularidad de la secuencia numérica, enfocando totalmente su atención en el patrón numérico.

En este momento la estudiante responde **81...** Efectivamente esa resulta ser la respuesta correcta, así que el maestro le pregunta *¿por qué?*, la estudiante escribe 9^2... Aquí se evidencia que la estudiante aún sigue buscando la característica común C que caracteriza al objeto de estudio. La estudiante intenta repetir alguna acción numérica pero aún no deduce una característica común que le permita reconocer la cantidad de triángulos blancos de cualquier término.

El maestro propone a la estudiante obtener la cantidad de triángulos blancos de la figura en un nuevo término, teniendo en cuenta la cantidad de triángulos blancos de la figura dispuesta en el término anterior. Con ello, el maestro encauza la actividad en la búsqueda de la característica común y la pueda abducir. La estudiante encuentra que la abducción es multiplicar por tres. Luego se le pregunta por el término seis, así que la estudiante recurre a la multiplicación entre la cantidad de triángulos blancos del término cinco (que son 81) por tres, en términos de Radford, la generalización de la característica común es un procedimiento; en este caso el procedimiento es la multiplicación por tres.

Luego se le pregunta por el término siete y vuelve a multiplicar por tres la cantidad de triángulos blancos del término anterior. Simultáneamente el maestro le pregunta por la cantidad de triángulos de la figura 10. Ella sigue multiplicando, pero se detiene y pregunta ***"¿no hay una manera más rápida?".*** En esa respuesta queda claro que la abducción que ella produjo, hace parte de una generalización aritmética; que tiene la característica de ser un proceso más largo, y que al ser recurrente resulta poco práctico para encontrar triángulos blancos de figuras como en el término $3000\ o\ 200000$; ya que para obtener la cantidad de triángulos blancos de cualquier término, se tiene que repetir la multiplicación por tres hasta llegar al término deseado.

Teniendo presente la intención por parte del profesor respecto a que la estudiante logre reconocer la relación de -potencias de tres- entre los números presentes en la secuencia numérica (y pueda hacer una abducción analítica, reconociendo en ella la relación entre la potencia y el número del término, para hallar el número de triángulos blancos) el maestro pregunta a la estudiante ***¿de qué otra manera puedes escribir el número* 9?,** a lo cual la estudiante responde 3^2. El profesor asiente, y a continuación pregunta por el siguiente término, (es decir el término cuatro) ella escribe $3^2 * 3$ el maestro le sugiere traer a la memoria una de las propiedades de la multiplicaciones de potencias de igual base y responda que significa $3^2 * 3$ _, a lo cual la estudiante escribe 3^3**.**



Luego el maestro pregunta por el término quinto y la estudiante escribe 3^4 En esa acción, se logra identificar como la estudiante encuentra una abducción analítica y la extiende a términos de la secuencia que no están dados. Es así como, al preguntarle por el término ***10***, responde 3^9y al preguntarle por la figura $\mathbf{100}$, responde 3^{99}

Se observa como la estudiante ha encontrado la generalización. El maestro entonces le pregunta, ***¿Cuántos triángulos blancos habrá en el término n, o sea cualquiera?*** La estudiante razona y responde 3^n. Ante la respuesta emitida el maestro contrasta su respuesta con lo que ya ha descubierto, pues le dice: ***¿ósea que en el término*** $\mathbf{5}$ ***hay*** $\mathbf{3^5}$ ***triángulos?*** La estudiante reflexiona y al fin responde 3^{n-1}. Donde se pudo evidenciar el problema semiótico de la generalización.

4. Reflexiones y conclusiones

Queda en evidencia que la estudiante cumplió a totalidad toda las secciones que Radford plantea en su estructura de generalización algebraica de patrones (dentro de la estructura se vislumbran de manera implícita los tres problemas que el mismo Radford plantea). Se hizo mayor hincapié en el problema fenomenológico, pero sin dejar a un lado que durante todo el desarrollo de la experiencia, la estudiante atraviesa los tres problemas de la generalización.

Por otro lado, es importante realizar un análisis completo y detallado de los fundamentos teóricos que se consideran útiles para planear la tarea que se implementará a los estudiantes, ya que en el momento de estar en la práctica se podrá evidenciar de manera más fluida el objetivo de estudio, que en nuestro caso fue la estructura de generalización algebraica de patrones. Además, conocer adecuadamente el tema podrá orientar el desarrollo de la actividad por un buen camino y por lo tanto cuando se va a realizar el análisis de lo sucedido, cada uno de los pasos realizados por el estudiante se podrán argumentar con mayor propiedad y seguridad encontrando alguna explicación lógica de lo que el estudiante realizó.

Creemos que ejercicios como el presentado en esta comunicación, promueve el desarrollo del pensamiento algebraico en los estudiantes. Destacamos que la interacción del estudiante con el docente se constituye en un elemento fundamental para orientar y focalizar las acciones del estudiante hacia la consecución de una generalización algebraica, y a su vez permita al profesor identificar cada uno de los problemas que se presentan teniendo en cuenta la Estructura de generalización algebraica de patrones propuesta por Radford (2013).

Referencias bibliográficas

Radford, L. (2013). En torno a tres problemas de la generalización. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, J. Molina, M &. Segovia, I (Eds.). Investigación en didáctica de las matemáticas (pp. 3-12). Granada, España: Editorial Comares.

Reyes, M (2009). Fractales-triángulo de Sierspinski. Universidad autónoma de Madrid, España recuperado de https://uam.es>ReunionMadrid

Pensamiento Algebraico: Contraste entre resoluciones de distintos niveles académicos, una tarea de generalización de patrones

Brandon Ayala
beag_05@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)
Andrea Mora
yuli.968@hotmail.com
Universidad Distrital FJC Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)
Diego Vega
alejo_1296@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

Resumen

El estudio aborda el análisis de la aplicación de una actividad sobre generalización de patrones realizada a dos estudiantes de diferentes niveles académicos, en la cual un estudiante no ha tenido ningún acercamiento al álgebra escolar y el otro pertenece a la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas (LEBEM), con el objetivo de reconocer que aspectos del pensamiento algebraico emergen en la resolución de dicha actividad y además, contrastar los diferentes resultados obtenidos en ambos casos, en términos de abordaje de la tarea y solución a ella, encontrando que al comprender el álgebra desde lo puramente simbólico se pueden generar obstáculos en el desarrollo de este tipo de actividades, dado que el pensamiento de alguna manera se condiciona a buscar una expresión netamente literal.

Palabras clave: Pensamiento algebraico, generalización, álgebra escolar, resolución.

1. Introducción

A partir de un estudio de caso desarrollado en el espacio de formación Didáctica de la Variación correspondiente a sexto semestre de la malla curricular de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas (LEBEM) de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (UDFJC), cuyo objetivo estaba orientado a la identificación de rasgos del pensamiento algebraico a temprana edad, se llevó a cabo el análisis de la actividad realizada por un estudiante de 6° de bachillerato al resolver una tarea de generalización denominada plegado de papel (Rojas y Vergel, en prensa), siendo éste el eje principal del trabajo de Mora, Ayala, & Vega, (en prensa), no obstante éste, atendía específicamente al objetivo mencionado dejando de lado otras cuestiones como el nivel académico de los estudiantes, siendo este un claro influyente en la generalización construida por los resolutores.

Así, retomando el análisis presentado en Mora et al. (en prensa), se realiza un contraste con la resolución de la tarea “plegado de papel” de una estudiante de tercer semestre de la licenciatura, siendo nuestro objetivo principal determinar la forma en que los estudiantes de diferentes niveles académicos expresan la solución a una tarea específica de generalización de patrones.

De esta manera se construyó el respectivo marco conceptual que hiciese referencia a la resolución de tareas asociadas a la generalización de patrones, para lo cual se realizó el estudio de autores como Ellis y Kaput (citados en Callejo, 2015.p.5) y el grupo Azarquiel y Radford (citados en Rojas y Vergel, 2013.p.691 y 693).

Además se tuvo en cuenta el trabajo de Godino, Aké, Gonzato y Wilhelmi (2013), quienes realizan planteamientos concernientes a los niveles de algebrización en los que se pueden situar las actividades matemáticas de los escolares.

2. Referente conceptual

Para poder identificar diferentes rasgos del pensamiento algebraico en actividades o producciones hechas por los estudiantes acerca de la generalización de patrones, es indispensable abordar una documentación que contenga diversos aspectos relacionados a este.

Es importante recalcar que este trabajo se realizó con procesos de generalización, por ende es importante definir este concepto; Kaput (citado en Callejo, 2015.p.5) "desde una perspectiva matemática, generalizar significa:

- identificar lo que es común en un conjunto de casos,
- extender un razonamiento más allá del rango en que se ha originado, y
- obtener resultados generales de casos particulares".

Ahora para identificar diferentes aspectos del pensamiento algebraico en este tipo de actividades, comenzamos teniendo en cuenta los planteamientos hechos por Radford (citado en Rojas y Vergel, 2013), que reconocen tres tipos de generalización, determinados por los medios de expresión utilizados en la tarea:

1. Generalización Factual: En este los medios para encontrar la generalidad están caracterizados por movimientos, gestos, palabras y actividades perceptuales.
2. Generalización Contextual: Los medios anteriores son remplazados por palabras claves.
3. Generalización Simbólica: Las palabras claves ya son representadas por expresiones simbólico-literales o símbolos.

Ahora viendo desde un desde un punto de vista cognitivo, y teniendo presenta las investigaciones propuesto por el grupo Azarquiel (citado en Rojas y Vergel, 2013.p.691), dan cuenta de los pasos que se requieren en el proceso de generalización:

1. la visión de la regularidad, la diferencia, la relación de los objetos a trabajar.
2. La exposición verbal de las conjeturas o soluciones hechas.
3. La expresión escrita de las soluciones de la manera más concisa posible.

Y ya ubicados en un plano cognitivo, también tendremos en cuenta a Ellis (citada en Callejo, 2015.p.5), plantea tres tipos de acciones de generalización que siguen un orden jerárquico, las cuales son: *Relacionar* o establecer una asociación entre dos o más situaciones u objetos matemáticos; *buscar* o repetir acciones, para verificar si es válido en todos los casos y *extender* o expandir un modelo o una regla a un modo más general.

Por ultimo tenemos en cuenta los 4 niveles de algebrización propuestos por Godino, Aké, Gonzato y Wilhelmi (2013):

- "*Nivel 0 de algebrización (ausencia de razonamiento algebraico).*

  Intervienen objetos extensivos (particulares) expresados mediante los lenguajes natural, numérico, icónico o gestual. Pueden intervenir símbolos que refieren a un valor desconocido, pero este valor se obtiene como resultado de operaciones sobre objetos particulares. En tareas de generalización, el simple reconocimiento de la regla recursiva que relaciona un término con el siguiente, en casos particulares, no es indicativa de generalización.

- *Nivel incipiente de algebrización (Nivel 1).*

  Intervienen objetos intensivos (reglas generales) cuya generalidad se reconoce de manera explícita mediante el lenguaje natural, numérico, icónico o gestual. Pueden intervenir símbolos que refieren a los intensivos reconocidos, pero sin operar con estos. En tareas estructurales, se aplican relaciones y propiedades de las operaciones y pueden intervenir datos desconocidos expresados simbólicamente. En tareas funcionales, se reconoce la generalidad aunque expresada en un lenguaje diferente al simbólico-literal.

- *Nivel intermedio de algebrización (Nivel 2)*

  Intervienen indeterminadas o variables expresadas con lenguaje simbólico-literal para referir a los intensivos reconocidos. En tareas estructurales, las ecuaciones son de la forma. En tareas funcionales, se reconoce la generalidad, pero no se opera con las variables para obtener formas canónicas de expresión.

- *Nivel consolidado de algebrización (Nivel 3).*

  "Se generan objetos intensivos representados de manera simbólica-literal y se opera con ellos; se realizan transformaciones en la forma simbólica de las expresiones conservando la equivalencia. Se realizan tratamientos con las incógnitas para resolver ecuaciones, y la formulación simbólica y descontextualizada de reglas canónicas de expresión de funciones y patrones" (p. 207 - 211).

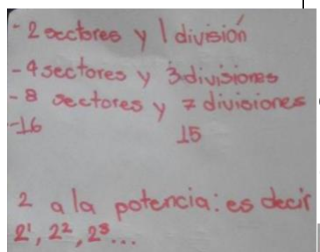
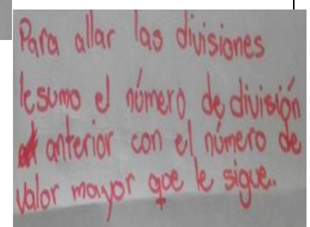
4. Descripción de la experiencia

Para el presente trabajo se retomaron algunos elementos teóricos junto con el análisis desarrollado por Mora et al. (en prensa), con el fin de realizar un contraste entre las producciones, del estudiante de 6° grado de bachillerato de dicho análisis y una estudiante quien cursaba 3° semestre de la LEBEM; para ello se les propuso una tarea denominada "plegado de papel" cuya intención es que el resolutor halle la generalidad de los pliegues y los sectores que resultan de la iteración del doblez a la mitad (de forma horizontal) de un rectángulo de papel.

De esta manera se optó por registrar mediante grabaciones de vídeo las resoluciones de los educandos, realizando un análisis (para el caso dela alumna para profesor) y contrastando ambas actividades a partir de aspectos cognitivos, socioculturales y de algebrización descritos en el marco conceptual.

Así, en las siguientes tablas se muestran algunas acciones relevantes del proceso de desarrollo de ambos alumnos, sujetas a las categorías expuestas, a modo de comparación.

Acciones de generalización según Ellis (2007)	***Relacionar o hacer una asociación entre dos o más problemas, situaciones u objetos matemáticos***	***Buscar o repetir acciones con objeto de detectar una relación estable entre dos o más objetos.***	***Extender o expandir un modelo, relación o regla a una estructura más general.***
Estudiante 1 (3er semestre de la licenciatura)	Realiza una predicción de los datos que obtendrá, expresa “*yo creería que aquí va…*” y los registra, (3dobleces→ 5 pliegues, 6 partes).	Realiza el doblez y el conteo correspondiente a un caso particular para verificar su conjetura	Expresa la regularidad encontrada, a través de las siguientes expresiones: 2x-1 para el caso de los pliegues, y 2x para los sectores
Estudiante 2 (sexto grado-bachillerato)	El estudiante identifica una regularidad entre el número de sectores teniendo en cuenta la cantidad de veces que se ha doblado el papel.	Expresa de forma escrita las potencias de dos para algunos casos y prueba para unos pocos si este método funciona.	El estudiante escribe textualmente qué se debería usar para saber el número de sectores en cualquier cantidad de dobleces ‘’Potencias de dos’’ ‘’Dos se eleva al número de dobleces que se quiera’’
Pasos para el proceso de generalización según Azarquiel (1993)	***La visión de la regularidad, la diferencia y la relación***	***Exposición verbal.***	***Expresión escrita, de la manera más concisa posible.***
Estudiante 1 (3er semestre de la licenciatura)	Realiza la relación entre términos consecutivos de una secuencia por ejemplo “este siempre es el doble de este”.	Expresa la regularidad haciendo uso del lenguaje: “*pues lo que yo veo aquí (señalando el segundo término de la segunda columna*) *es que es el doble de este número (cantidad de pliegues del término anterior), más uno,*	Expresa la regularidad que encuentra, mediante las siguientes expresiones: 2x-1 para el caso de los pliegues, y 2x para los sectores
	Identifica una	Comenta que la	El estudiante escribe

Estudiante 2 (sexto grado-bachillerato)	regularidad entre el número de sectores teniendo en cuenta la cantidad de dobleces que le ha hecho al papel	diferencia entre un sector y el siguiente refiere matemáticamente a las potencias de dos.  Ilustración 1. Generalización de los sectores	textualmente qué se debería usar para saber el número de sectores en cualquier cantidad de dobleces ''Potencias de dos'' ''Dos se eleva al número de dobleces que se quiera'' y para los pliegues (divisiones):  Ilustración 2. Generalización de los pliegues
Tabla 1. Contraste de la teoría con las producciones de los alumnos.			

Tipos de generalización Radford (2006)	**Generalización Factual**	**Generalización Contextual**	**Generalización Simbólica**
Estudiante 1 (3er semestre de la licenciatura)	No Aplica	Establece que las expresiones algebraicas encontradas inicialmente son erróneas por lo que describe la regularidad mediante lenguaje natural y movimientos con su esfero.	Luego del 4° doblez establece expresiones algebraicas $(2x-1, 2x)$ para denotar la generalidad que ha encontrado aunque de forma incorrecta.

Estudiante 2 (sexto grado-bachillerato)	No Aplica	Genera expresiones que denotan la generalidad que ha encontrado mediante lenguaje natural como "Todos los números de divisiones se estarían sumando con el número que le sigue en valor" además con movimientos corpóreos.	No aplica
Generalización Matemática, Kaput (1999)	**Encontrar lo que es común en un conjunto de casos**	**Extender un razonamiento más allá del rango en que se ha originado**	**Obtener resultados generales de casos particulares**
Estudiante 1 (3er semestre de la licenciatura)	Realiza una predicción de los datos que obtendrá siguiendo los resultados obtenidos hasta el 2° doblez.	Establece que hay equivocaciones en sus acciones por lo que describe la regularidad que ha encontrado mediante lenguaje natural con expresiones como "…pues lo que yo veo aquí es que es el doble de este número (cantidad de pliegues del término anterior), más uno…" y realizando movimientos con su esfero para hacer énfasis en las variables encontradas.	Establece expresiones alfanuméricas $(2x-1\,,2x)$ para la generalidad encontrada de los pliegues y sectores respectivamente, no obstante estas expresiones sólo relacionan dos términos consecutivos.

Estudiante 2 (sexto grado-bachillerato)	Fija su mirada en la hoja donde ha ubicado los datos y menciona ''Yo creo que esto consiste en un patrón entre los sectores y las divisiones, entonces si nos ponemos a calcular estaríamos potenciando por dos''	Propone ejemplos de casos particulares más allá de los que puede obtener con los dobleces del papel por ejemplo para el caso 100 determina que el número de sectores es 2^{100}	Define mediante expresiones numéricas y de lenguaje natural la generalidad que ha encontrado, estableciendo que los sectores son iguales a "2 a la potencia" mientras para los pliegues "le sumo el número de división anterior con el número que le sigue en valor"
Algebrización, Godino et al. (2013)	**Presencia de objetos intensivos**	**Tratamiento de objetos intensivos**	**Tipos de lenguajes usados**
Estudiante 1 (3er semestre de la licenciatura)	Reconoce la comunalidad o regla de conformación, es decir un objeto intensivo, lo cual se hace explícito con la predicción que realiza y las expresiones que propone para denotar las generalidades que encuentra.	La manipulación de los objetos intensivos se queda en el mero anunciamiento de las expresiones.	De forma inicial establece expresiones alfanuméricas $(2x-1, 2x)$ sin embargo al ver que éstas son erróneas, define la generalidad mediante lenguaje natural y movimientos con su esfero.
Estudiante 2 (sexto grado-bachillerato)	Se refiere al patrón general diciendo ''dos a la potencia'' dado que entiende que esa potencia podría ser cualquier número que refiera a la cantidad de dobleces, e igualmente obtendría el número de sectores.	Los objetos intensivos quedan expresados mediante frases escritas mediante lenguaje numérico y natural, por lo que no existe más tratamiento.	Escribe los patrones que considera le permiten hallar el número de sectores y pliegues en cualquier número de dobleces, haciendo uso de expresiones en lenguaje natural.

Tabla 2. Contraste de la teoría con las producciones de los alumnos.

5. Reflexiones y conclusiones

A partir del trabajo desarrollado se identificaron diferencias entre las resoluciones ligadas principalmente al medio de expresión usado por los resolutores, si bien la estudiante de 3° semestre hace uso de lenguaje simbólico-literal para expresar la comunalidad o generalidad encontrada lo hace de forma incorrecta por lo cual recurre al lenguaje natural, sin llegar al objetivo de la tarea. Por otra parte el alumno de 6° de bachillerato quien carece de un acercamiento al álgebra escolar, hace uso de un lenguaje familiar para él: numérico y natural, para denotar la generalidad encontrada de forma acertada.

Es posible entonces que la formación en álgebra de la alumna se convierta en un obstáculo para ella al querer resolver tareas relacionadas con la generalización de patrones, ya que al estar sujeta al álgebra simbólica se convierte como único objetivo, el encontrar una expresión algebraica, sin reflexionar sobre las relaciones matemáticas que la generan.

Lo anterior conlleva a afirmar que lo entendido por pensamiento algebraico tradicionalmente está estrechamente ligado a las funciones, ecuaciones, así como a la Introducción y manipulación de símbolos literales únicamente. Se hace necesario entonces analizar el conocimiento que debe poseer el docente de matemáticas referente a la didáctica del álgebra y al pensamiento algebraico, de forma que tenga instrumentos suficientes para proponer y analizar tareas que potencien dicho pensamiento a temprana edad, como es el caso de la generalización de patrones.

Referencias bibliográficas

Callejo, M. (2015). Generalización y pensamiento algebraico. UNO, vol. 64, 5-8.

Godino, J. Aké, L. Gonzato, M. y Wilhelmi, M. (2013). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. Recuperado de: http://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino_niveles_algebrizacion_EC2014.pdf.

Mora, A. Ayala, B y Vega, D. (en prensa). Presencia del pensamiento algebraico en la generalización de patrones a temprana edad. Una experiencia de aula. Memorias

VI Encuentro Nacional Estudiantil en Educación en Matemáticas y Física. Medellín, 13, 14 y 15 de Junio de 2016.

Rojas, P. y Vergel, R. (2013). Procesos de generalización y pensamiento algebraico. Recuperado de: http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/viewFile/7753/9562.

Rojas, P. y Vergel, R. (en prensa). Pensamiento algebraico: Aportes para el trabajo en el aula. Memorias 16° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Bogotá, 5, 6 y 7 de Octubre de 2015.

Aproximación a la simetría Axial mediante el programa GeoGebra

Angélica Buitrago
dma_abuitrago591@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Gina Ortegón
dma_gortegon579@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Edwar Panqueba
dma_epanqueba127@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)

Resumen

Esta experiencia de aula se llevó a cabo con ayuda de las TIC y analizada bajo la mirada de algunos elementos de la teoría de situaciones didácticas definidas por Guy Brousseau. El medio utilizado fue un applet en Geogebra y una guía de siete tareas, con las que se pretendía que estudiantes de grado sexto, de un colegio distrital de Bogotá, pudiesen construir por medio de la exploración y las tareas propuestas algunas características propias de la simetría axial.

Palabras clave: Situación Didáctica, Situación a- didáctica, Simetría, Medio.

1. Introducción

Proponer actividades al interior de la clase de matemáticas, en donde los protagonistas de su propio aprendizaje son los estudiantes, ha sido un tema de gran interés investigativo en el campo de la educación matemática. Un estudio general sobre la teoría de situaciones didácticas (TSD) propuesta por Guy Brousseau, se realizó durante el seminario denominado Didáctica de las Matemáticas, orientado a estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional durante el primer semestre del año 2016.

En la pequeña revisión que se llevó a cabo de esta teoría, además de la revisión al trabajo de grado realizado por Monroy & Rueda (2009), se encontró una apuesta teórica que, al criterio de los autores de la presente experiencia, permitiría eventualmente diseñar e implementar actividades buscando que los estudiantes construyan su propio conocimiento (Monroy & Rueda, 2009, p. 177). Basados en este marco teórico y junto con una de las tareas allí propuestas, se implementó al interior del aula con estudiantes de grado sexto, una situación a-didáctica para la enseñanza de la simetría axial, en la que se utiliza el software GeoGebra como el medio en el que los estudiantes interactúan para elaborar sus conocimientos emergentes, a partir de estas interacciones.

En este artículo se presentan algunos detalles de la aplicación de esta actividad, además de los elementos teóricos y la metodología empleada para la puesta en práctica. Finalmente se presentan algunas de las evidencias encontradas luego de la aplicación, y unas conclusiones, sujetas al alcance de los objetivos propuestos sobre la implementación de la actividad.

2. Referente conceptual

A continuación, se presentan aspectos conceptuales que se involucraron en la experiencia:

Simetría Axial: Dada una recta m, se llama simetría axial de eje m al movimiento que transforma un punto P en otro $P´$ verificando que: el segmento $PP´$ es perpendicular a m y los puntos P y $P´$ equidistan de m; es decir el eje m es la mediatriz del segmento $PP´$.

Como la actividad está diseñada bajo la TSD, intervienen tres elementos fundamentales: **alumno** (sujeto que tiene la responsabilidad de aprender), **profesor** (encargado de planificar la situación y construir el medio en el que se desarrollara la actividad) y **medio** (conjunto de condiciones externas en las que se desarrolla el individuo).

<u>Situación</u> <u>Didáctica</u>: Es una situación construida por el docente intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado; esta se planifica con base en actividades problematizadoras, cuya necesidad de ser resueltas o abordadas implica la emergencia del conocimiento matemático.

<u>Situación</u> <u>A</u>-<u>didáctica</u>: Se caracteriza por el trabajo que realiza el alumno, interactuando con el problema propuesto, o bien discutiendo con sus compañeros acerca de este, es decir, interactúa con el medio preparado por su mentor. En este tipo de situaciones a-didácticas interesa observar "cómo se las arregla" el estudiante ante el problema que le demanda el maestro.

La TSD clasifica las situaciones didácticas, en distintos "momentos "para la aprehensión de un conocimiento: una situación es de **Acción** cuando lo que requiere de los estudiantes, es que actué sobre el medio solamente con sus conocimientos implícitos. Lo propio de las situaciones de **Formulación,** el estudiante formula un mensaje que debe ser comprendido por otro estudiante para actuar sobre el medio. Las situaciones de **Validación** requieren necesariamente no solo la formulación sino también la validación de juicios que hacen los estudiantes.

3. Descripción de la experiencia

Esta experiencia de aula se realizó el día 19 de mayo de 2016 de 10:30 am a 12:10 am en el Colegio Manuela Beltrán de Bogotá a estudiantes de sexto grado, para lo cual se utilizó y formuló un *medio* como lo define Brousseau, el cual consistía en:

El applet de GeoGebra en el que aparecían 6 huevitos (3 azules y 3 naranjas) y un canasto. Los huevos azules son simétricos a las naranjas mediante un eje horizontal que se encuentra oculto. Los estudiantes pueden mover los huevos naranjas pero los azules no.

Un cuestionario en el que se especificaba siete tareas y las instrucciones a desarrollar en el applet, estas instrucciones fueron:

Descripción de la situación problema:

Don Luis llevaba para su negocio 6 huevos al interior de un canasto. Sin embargo, tropezó con una piedra en el camino y la canasta cayó al suelo, junto con los huevos que se salieron de su interior. Por fortuna, ninguno de los huevos resultó roto.

¡Ayuda a don Luis a recoger los huevos que están regados en el suelo!

Instrucciones:

Con ayuda de la herramienta ***Elige y mueve:***

1. Selecciona cada uno de los huevos de color naranja y llévalos hasta el canasto. ¿Fue posible realizar esta tarea?, ¿qué acontecimiento extraño sucedió al tratar de recoger los huevos?
2. Selecciona cada uno de los huevos de color azul e introdúcelos en el canasto. ¿Fue posible realizar esta tarea?, de no ser posible, ¿qué estrategia utilizarías para lograrlo? ¿Cuáles son las posiciones de los huevos de color naranja, después de introducir los azules en el canasto?
3. Lleva todos los huevos al interior del canasto. ¿Es posible realizar esta tarea? ¿Por qué?
4. Arrastra el canasto a cualquiera posición de la pantalla donde sea posible que todos los huevos queden en su interior. Describe brevemente los pasos que realizaron para lograrlo.
5. Mueve la canasta a otro lugar de la pantalla diferente al lugar del ítem anterior, de tal manera que los huevos sigan quedando en su interior. Describe brevemente los pasos que realizaron para lograrlo.
6. Toma los dos canastos que están a la derecha y encuentra donde debes ponerlos para que todos los huevitos puedan estar dentro de cualquiera de ellos. Explica brevemente tu respuesta.
7. Si hubiese más canastos, ¿en qué lugar los pondrías para que los huevitos puedan estar dentro de cualquiera de ellos? Explica brevemente tu respuesta.

Durante el desarrollo de esta actividad el docente intervino, de ser necesario, únicamente para explicar las tareas y para incentivar la formulación de conjeturas. Con esta actividad se pretendió evidenciar los tres momentos de las *situaciones a-didácticas*.

Acción: Tareas 1, 2, 4 y 5, los estudiantes manipularon y exploraron el applet y el conocimiento surgió de su exploración. En las tareas 4 y 5 se pretendía que notaran la siguiente propiedad: "Dos figuras simétricas se intersecan en el eje de simetría".

Tarea 1: Se esperaba que los estudiantes puedan arrastrar los huevos naranjas y seguramente notarán que los azules también se movían.

Tarea 2: Los estudiantes intentarán arrastrar los huevos azules, pero cuando notan que no es posible, recurrirán a mover los huevos naranjas, entonces podrán llevarlos al canasto. También puede verse como una situación de formulación, porque se pedía a los estudiantes que escribieran como lograron conseguir que los huevitos azules entraran al canasto

Tarea 4: Se esperaba que los estudiantes notaran que los huevitos se acercan mucho en un punto en particular (Eje de simetría) y así podían asegurar que el canasto debe estar en ese punto.

Tarea 5. El objetivo fue que los estudiantes notaran que este punto no era único, que los huevitos se acercan o se superponían en varios lugares (sobre el eje de simetría).

Formulación: en las tareas 3 y 6, los estudiantes empezaron a tener ciertas ideas y formularon algunas conjeturas referentes a la ubicación del eje de simetría.

Tarea 3: Al emplear el arrastre se esperaba que los estudiantes notaran que esta tarea no era posible, porque si se colocan los naranjas en el canasto los azules se salen y viceversa.

Tarea 6: Se esperaba que los estudiantes notaran que los tres canastos deben estar sobre una misma recta para que los huevitos naranjas y su simétrico están dentro de cada uno de ellos.

Validación: En la tarea 7, se esperaba que los estudiantes comprobaran su conjetura, por medio de arrastre.

4. Reflexiones y conclusiones

Puesto que es una teoría tan compleja, está más que claro que en una sola clase de aplicación no se podrán evidenciar muchas cosas, pero, aun así, con base en algunas de las respuestas de los estudiantes en las diferentes tareas se pudo evidenciar que ellos notaron varias de las características de la simetría axial. Dado que algunas de sus respuestas en las diferentes tareas así lo demuestran:

Figura 1. Estudiantes en la fase de acción con el software Geogebra (Tareas 1 y 2).

Figura 2. Estudiantes en la fase de acción con el software Geogebra (Tareas 4 y 5).

Como se puede apreciar en las imágenes, los estudiantes interactúan con el software Geogebra y el applet que recrea la situación planteada, utilizando la herramienta arrastre para seguir la instrucción dada en la guía de trabajo.

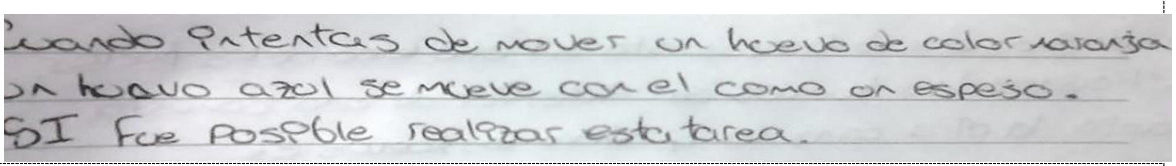


Figura 3. Respuesta de estudiantes en la tarea 1

Los estudiantes lograron notar que, al mover el huevo de color naranja, se mueve su correspondiente huevo azul, y trataron de caracterizar este movimiento a partir de un efecto espejo entre las dos figuras. Según sus declaraciones escritas, logran llevar los huevos de color naranja hasta el lugar indicado, tal como se esperaba.

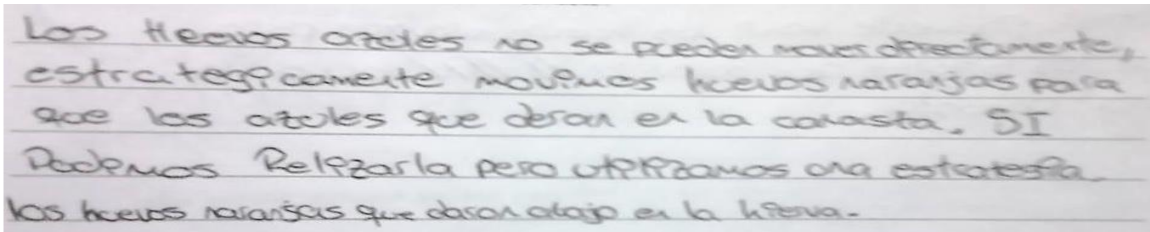

Los Heevos azeles no se pueden mover directamente, estrategicamente movimos huevos naranjas para que los azules queron en la canasta. SI Podemos Relizarla pero utilizamos una estrategia los huevos naranjas que daron abajo en la hueva.

Figura 4. Respuesta de estudiantes en la tarea 2

Los estudiantes fueron conscientes de que los huevos azules no se podían mover directamente, pero recuerdan que estos ya se habían movido cuando arrastraron los naranjas. Así es como desarrollan estratégicamente, según sus declaraciones, la tarea de llevar los huevos azules al canasto a partir del arrastre de los huevos naranja.

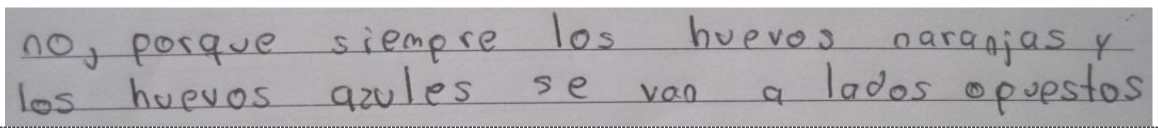

no, porque siempre los huevos naranjas y los huevos azules se van a lados opuestos

Figura 5. Respuesta de estudiantes en la tarea 3

Los estudiantes no lograron realizar la tarea de llevar los huevos al canasto, justificando su respuesta en el movimiento contrario que presentan los huevos naranjas y sus correspondientes azules.

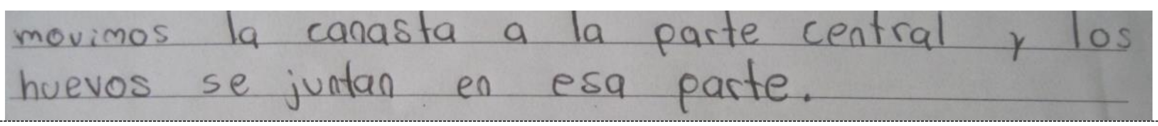

movimos la canasta a la parte central y los huevos se juntan en esa parte.

Figura 6. Respuesta de estudiantes en la tarea 4

Aquí, los estudiantes comunicaron, que existe un lugar "central" en la pantalla, donde todos los huevos se juntan. Para realizar la tarea, basta con llevar los huevos hasta ese lugar, y posteriormente arrastrar allí la canasta, para que todos queden en su interior.

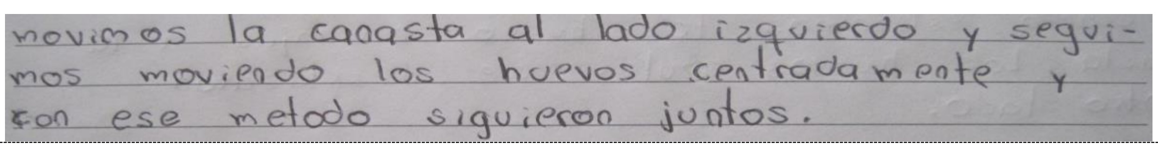

movimos la canasta al lado izquierdo y seguimos moviendo los huevos centradamente y con ese metodo siguieron juntos.

Figura 7. Respuesta de estudiantes en la tarea 5

Los estudiantes siguieron comunicando la idea de un lugar "centrado" donde pueden mover los huevos a izquierda y derecha, cumpliéndose la característica de que siguen estando juntos, lo que les sugiere que este lugar centrado está sobre una recta.

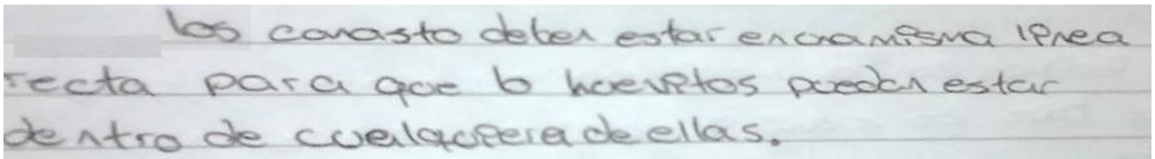


Figura 8. Respuesta de estudiantes en la tarea 7

Luego de la realización de la tarea 6, los estudiantes se convencen de que para cualquier cantidad de canastos, estos deben estar sobre una recta, y de esta forma los huevos puedan estar al interior de cualquiera de ellas.

5. Conclusiones

La aplicación de la actividad fue exitosa, se contó con el espacio y los recursos tecnológicos requeridos para la aplicación. Además, el comportamiento de los estudiantes fue óptimo, lo que permitió realizar toda la aplicación sin interrupciones.

Como se pudo apreciar en las evidencias mostradas anteriormente, los estudiantes lograron identificar las distintas características visuales asociadas a la simetría axial, tal como se había supuesto inicialmente antes de la aplicación, y tal como ocurrió en la aplicación realizada por Monroy & Rueda (2009) años anteriores. De hecho, se puede observar que las respuestas dadas por los estudiantes participantes de esta actividad son muy similares a las respuestas dadas por los estudiantes que participaron con ellas en aquella época.

Se puede concluir entonces que esta actividad logró la construcción de un conocimiento, a través de la adaptación de los estudiantes a un medio, el cual es determinado a partir del uso de herramientas tecnológicas y las posibilidades que este recurso puede ofrecer. Además, se valida el hecho de considerar la actividad como una situación a-didáctica (Monroy &Rueda, 2009, p. 188), en la que de ninguna manera intervino el profesor como transmisor de conocimientos, y en la que el proceso de aprendizaje recayó por completo en las acciones de los estudiantes. La actividad permitió también hacer evidentes varias de las fases de una situación didáctica, lo que proporciona herramientas para el diseño de actividades futuras, enmarcadas en la TSD.

Referencias bibliográficas

Brousseau, G. (1993). *Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática*. Facultad de Matemática, Astronomía y Física. Universidad Nacional de Córdoba.

Monroy, A. & Rueda, K (2009). *Las situaciones de Validación requieren necesariamente no solo la formulación sino también la validación de juicios por parte de los alumnos.* Trabajo de grado de la licenciatura en matemáticas, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga Colombia.

Radford-Hernández, L. (2011). *La evolución de los paradigmas y perspectivas en investigación. El caso de la didáctica de las matemáticas.* Cataluña: Documenta universitaria.

Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. En Humberto Alagia, Ana Bressan y Patricia Sadovsky (2005), *Reflexiones teóricas para la educación matemática*. Buenos Aires: Libros del Zoral.

El problema de la jardinera

Zully Lenith Duarte Perico
dma_zlduartep147@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Sergio Alejandro Malagón Murcia
dma_samalagonm886@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Nilza Alejandra Murcia Murcia
dma_namurciam111@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Rafael David Téllez Garzón
dma_rdtellezg207@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)

Resumen

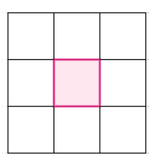
Este artículo busca analizar el método y proceso, que realiza una estudiante de séptimo grado para llegar a una generalización algebraica. Para esto se le presenta el problema de la jardinera y se le hace entrega de una hoja donde puede llevar acabo la solución de dicho problema, las anotaciones que ella realiza servirán de evidencia para el análisis de la situación siendo ella consiente que dichos procesos serán de apoyo para el estudio de este. Ahora bien, se realiza un análisis acerca de los tres componentes establecidos por Radford (2013), proceso fenomenológico, proceso epistemológico y proceso semiótico en relación a lo hecho por una estudiante, donde se pudo concluir que ella hizo una generalización algebraica en lenguaje natural.

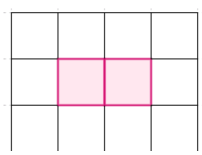
Palabras clave: Epistemológico; Fenomenológico; Generalización; Semiótico.

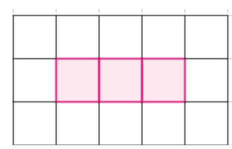
1. Introducción

La experiencia se ha desarrollado en primer semestre del año en curso (2016), en el espacio académico Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo establecido en el currículo de la licenciatura en matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, a través de trabajos y del análisis de artículos, nos permitimos realizar un estudio basado en el planteamiento de un ejercicio, durante el cual Eliana Valentina, estudiante de séptimo grado de secundaria, lleva a cabo un método para lograr una generalización algebraica. En el transcurso de los pasos realizados por Eliana, se realizará un análisis a la luz de artículos expuestos en el espacio académico (Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo), teniendo como evidencia algunos apuntes que la estudiante describió en el desarrollo del problema planteado.

En la actividad se presentó el siguiente problema a la estudiante, el enunciado es: Con baldosas de 1 cuadrado de ancho, vamos a construir un borde alrededor de una jardinera, como se muestra en la figura:


Jardinera de longitud 1.


Jardinera de longitud 2.


Jardinera de longitud 3.

¿Cuántas baldosas necesitamos para hacer un borde de longitud 5? ¿Cuántas baldosas necesitamos para hacer un borde de longitud 10? ¿Cuántas baldosas necesitamos para hacer un borde de longitud X?

2. Referente conceptual

A continuación se mostrarán algunos aspectos conceptuales (términos) que se involucran en la experiencia de aula en relación al proceso de generalización algebraica.

En primer lugar, hay un componente fenomenológico que tiene que ver con la elección de las determinaciones sensibles al modo en que la intuición, la atención y la intención interactúan con el fin de hacer frente a los objetos particulares que constituyen la base de la generalización (Radford, 2015); en este sentido lo que se busca con el ejercicio de la jardinera es que la estudiante encuentre una generalización, basada en la experimentación y la familiarización con el objeto (fenómeno social) que hace que el mismo sea percibido en distintas formas.

Después de presentar el ejercicio para poder llegar a una generalización, los alumnos deben proceder a una serie de determinaciones sensibles y notar similitudes y diferencias. La escogencia de similitudes y diferencias se hará, en principio, según la comprensión que hacen los estudiantes del objeto de la actividad de generalizaci6n. (Radford, 2013). En una de estas determinaciones sensibles se puede dar el caso en que un método de abordar el problema sea a través del recuento, por esta razón se debe tener presente la indeterminación, en otras palabras algo que no es fijo como una variable, incógnita, etc. (Rojas & Vergel, 2013).

Cuando se han escogido todas las diferencias y similitudes el estudiante realiza una abducción para elegir lo que se va a dejar de lado y lo que se va a conservar, es lo que Radford (2013) denomina como el paso entre lo fenomenológico y lo epistemológico; pero ¿Qué es lo epistemológico?, lo epistemológico es la extrapolación o generalización propiamente dicha y a través de la cual se produce el nuevo objeto (Radford, 2013), esto se da cuando el estudiante es capaz de hacer esta extrapolación a los términos siguientes y después realizar una deducción (hipótesis) con el fin de poder referirse al valor de cualquier término de una secuencia. Lo anterior se puede aclarar con el siguiente diagrama. Diagrama tomado de Radford (2013).

Diagrama 1. Estructura de la generalización algebraica de secuencias figurales.

Ya cuando el estudiante ha generalizado es importante ver como este se refiere a la generalización, es decir, los diferentes sistemas de denotación de la generalización que se da cuando los alumnos han llegado a constituir una fórmula encarnada en la acción y en el lenguaje y que se aplica a cualquier término particular. Lo que se denomina el problema de la denotación o proceso semiótico (Radford, 2013).

3. Descripción de la experiencia

Se presentó a Eliana Valentina el problema de la jardinera en una hoja, problema que surgió bajo el contexto del curso de enseñanza y aprendizaje del álgebra y se aplicó a estudiantes de un colegio de la ciudad de Bogotá D.C.; Además de la hoja de la actividad se anexó otra en blanco por si los estudiantes la necesitaba para la solución del problema, durante el desarrollo y resolución del problema se filmó (se grabó todo lo dicho y hecho por Eliana y por el profesor que dirigía la actividad).

Durante la grabación se puede evidenciar que en un primer momento Eliana acude a la percepción visual y reconoce de cierta manera el método que va a utilizar, pues ella se centrar en la actividad de recuento y en la forma en que están ubicadas las baldosas inicialmente, contando secuencialmente en voz alta la cantidad de baldosas, al tiempo que dibujaba los esos números en forma del borde de cada jardinera; esto es a grandes rasgos lo que Radford (2013) llama el problema fenomenológico y de la intención perceptiva, puesto que es la forma en que ella entiende el problema.

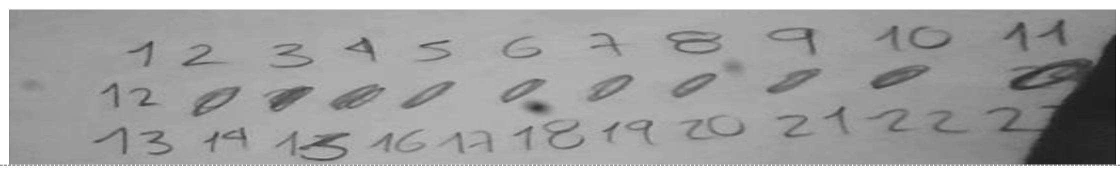


Figura 1. Reconteo hecho por Eliana

Como se mencionó anteriormente en este documento, la forma en que Eliana aborda el problema es mediante estrategias basadas en procedimientos de conteo (recuento) ver figura 1. Partiendo de ello y como un primer acercamiento se quiere destacar la indeterminación (Rojas & Vergel, 2013), Esta se ve reflejada cuando Eliana evidencia la cantidad de baldosas que aumenta a medida que se cambie la longitud de la jardinera, esto es, la cantidad de baldosas que van arriba y debajo de la jardinera (el doble de la longitud de la jardinera) y las tres baldosas constantes que van en cada lado del borde, (6 baldosas).

Después de haber encontrado las características, ella hace una abducción de la característica principal y esta a su vez es extrapolada a los siguientes términos (Radford, 2013), puesto que, para encontrar la cantidad de baldosas de una jardinera de longitud 5 y 10, ha hecho una generalización. Ha notado que si la longitud de la jardinera es 1, 2 o 3 entonces la cantidad de baldosas que se necesitan para bordear la jardinera es poner 2 baldosas más, tanto arriba como abajo y además cuando realiza la representación de la jardinera 5, *figura 2*, se observa que automáticamente separa 3 baldosas como se puede evidenciar en lo que ella explica al MF: maestro en formación.

1	MF	Espera, ¿cómo hiciste para saber que eran 16?
2	Eliana	Porque en la jardinera de longitud 1 hay un cuadro en la mitad y al rededor el borde [Señalando el borde de la longitud 1] y pues así cada una, jardinera de longitud 2 [Señalando la jardinera de longitud 2] habían 2 coloreados, subrayados y esta el borde, y de longitud 3 había 3 coloreados y este es el borde.
3	MF	Y acá ¿por qué empezó a contar [señalando figura 2] digamos hizo 7 líneas y aquí 3?.
4	Eliana	Porque lo hice en mi mente
5	MF	¿Cómo así?, explícate
3	Eliana	Pues sí, eran 5, entonces supongamos que eran 3 ubiqué otros 2 entonces eran 5 y aquí también 5 y ubiqué otros 2.

Transcripción 1. Justificación de la matera de longitud 5

Se puede notar que la propiedad en común que ha sido extrapolada a la jardinera de longitud 5 y posteriormente lo hace para la jardinera de longitud 10. Ya que se hace a un lado la representación gráfica y se da paso al uso de números manteniendo estas propiedades, como se muestra en la *figura 1*.

En la última pregunta Eliana Intenta dar solución por medio del conteo, es decir, permanece en un procedimiento numérico, después se puede evidenciar que ella descubre una forma de encontrar la cantidad para cualquier número, pero ella lo expresa dando el ejemplo con la jardinera de longitud 5 como se muestra en la *figura 2 y transcripción 2*.

1	MF	¿Cuántas baldosas necesitamos para hacer un borde de longitud x?, es decir, ¿Cómo harías para saber el borde de una matera de cualquier longitud?
2	Eliana	(…) Contando alrededor las…, suponiendo por ejemplo la longitud que sea contando los que están alrededor de ellas ¿no?
3	MF	¿Y si fuera 100?

4	Eliana	¿100? Emm... Eh, Ya las cogí, depende digamos por ejemplo 100 se suma el doble serian 200 y se le suman 6, porque digamos. [señalando figura 2]
5	MF	Serían 5 y se le suma el doble aquí hay 5 y otros 5 serian 10 aquí hay 3 y otros 3 serían en total 16. Entonces por ejemplo 300 serian 600 y más los otros 6 serian 606
6	Eliana	Y ¿Para *x?*
7	MF	Dependiendo el número se multiplicaría por 2 y se le sumaria 6

Transcripción 2. Justificación de la matera de longitud 5

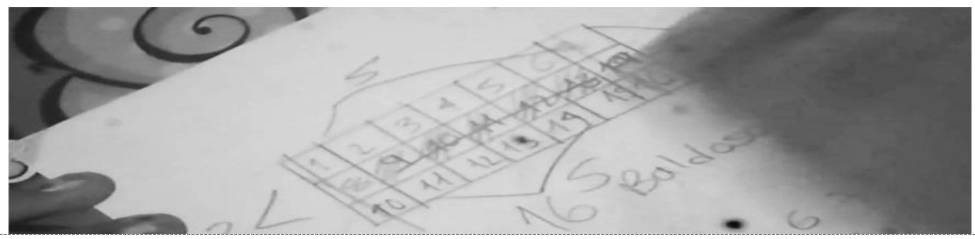


Figura 2. Forma de explicar la generalización con baldosas de longitud 5.

También se puede observar que aun cuando se había tenido en cuenta una propiedad previamente descubierta, la cual era sumar 2 baldosas más, esto lo podía realizar para pequeñas figuras, lo cual se volvía impráctico para encontrar la cantidad de baldosas en el caso de la jardinera de longitud 100. Sin embargo la nueva propiedad le permite encontrar la cantidad de baldosas para la jardinera de longitud 100 y posteriormente para una de longitud 300 hasta concluir como hallar la longitud x. Con lo que se puede decir que la característica que había extrapolado la tomó como hipótesis y por ende hizo una deducción, al probar que lo que había descubierto se podía extender a otros casos, es decir, hizo una deducción para describir la cantidad de baldosas de cualquier término; en otras palabras, Eliana llegó a una generalización.

Hasta ahora, se evidenció que Eliana ya reconoce la generalización, pero vemos que ella hace uso de otras denotaciones como la percepción y el lenguaje natural como lo denomina Radford (2013) puesto que en un primer momento su forma de encontrar el número de baldosas era contar las baldosas que estaban alrededor, y en un segundo momento cuando el maestro en formación le expuso un número muy grande, ella al ver que no era fácil contar, entonces expresó esta cantidad en un lenguaje natural diciendo, por ejemplo, para 100 se suma el doble serian 200 y se le suman 6.

Si bien es cierto que Eliana hace uso de la percepción y del lenguaje natural para expresar la generalización, también es cierto que ella escribe la formula *encarnada (embodiment)* en la acción y el lenguaje y que se aplica a cualquier termino en particular (Radford, 2013), pues ella para explicar lo encontrado de sumar el doble y sumarle 6, menciona otro número y le aplica la fórmula, en este caso al número 300, “Entonces por ejemplo 300 serían 600 y más los otros 6 serian 606”. Lo que para Radford (2013) es un problema semiótico ya que Eliana hace uso de una notación distinta a la convencional (usual) para referirse al objeto generalizado.

4. Reflexiones y conclusiones

Es importante ver como desde una propuesta o actividad se desarrolla en los estudiantes procesos algebraicos como lo son los procesos de generalización, puesto que nos permite dar cuenta de cómo los estudiantes hacen uso del álgebra sin haber estado inmersos en él. En otras palabras podemos experimentar o dar herramientas a los estudiantes desde edades tempranas, con lo que nos deja como enseñanza que hasta ahora teníamos una concepción del álgebra como una aritmética con letras, donde a las letras se le da el significado de incógnita y no se le da el significado de variable. También es importante hacer un buen análisis, basándonos en diferentes autores, para guiar al estudiante y hacerle preguntas acertadas que nos conlleven como este caso a una generalización algebraica.

Se pudo observar que efectivamente como lo expone Radford (2013), la estudiante primero tiene un acercamiento al proceso fenomenológico, puesto que logró identificar características generales (determinaciones sensibles) sobre el objeto, en un segundo momento al escoger de todas las características aquello que es común y lograr tener una hipótesis y corroborarla en las siguientes figuras, para después llegar a una generalización, pasa por el proceso epistemológico; en un último momento recurre a varios métodos para expresar lo generalizado, es decir, se da paso al proceso semiótico, con lo que se puede concluir que Eliana llegó a una generalización algebraica en lenguaje natural.

Referencias bibliográficas

Radford, L. (2013). En torno a tres problemas de la generalización. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), *Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp.3-12). Granada, España: Editorial Comares.

Radford, L. (2015). Introduction: The phenomenological, epistemological, and semiotic components of generalization. *PNA*, 9(3), 129-141.

Rojas P & Vergel, R. (2013) Procesos de Generalización y Pensamiento Algebraico. *Revista Científica 1(1)*, 760-766. Bogotá D.C.: Colombia.

Un problema de generalización de patrones, una herramienta para desarrollar el pensamiento algebraico "un estudio de caso"

Sindy Lorena Gil Muñoz
sidneykimho@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)
Ángela María Arias Omaña
angelitaarias10@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

Resumen

En esta experiencia se discute la emergencia del pensamiento algebraico y la presencia de los niveles de algebrización propuesta por Godino, Aké, Gonzato y Wilhelmi, (2014) en las producciones matemáticas realizadas por 4 estudiantes de diferentes grados de escolaridad, ante un problema de generalización de patrones figúrales. Igualmente se presentan algunos resultados alcanzados por los estudiantes, los cuales se analizarán bajo algunos aspectos del pensamiento algebraico expuestos por Vergel, (2015) permitiéndonos reflexionar sobre la importancia de la aplicación de esta clase de tareas en la escuela. Finalmente, esto contribuirá significativamente en nuestra práctica educativa permitiéndonos ganar experiencia y hacer evidente lo que parece invisible para nuestros ojos.

Palabras clave: Niveles de algebrización, generalización, y patrones.

1. Introducción

La experiencia que se reporta en este documento surge como la continuación de un proceso realizado en el espacio de formación Didáctica de la Variación correspondiente al pensum de sexto semestre de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas (LEBEM) que ofrece la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (UDFJC) Bogotá, donde se realizó una propuesta sobre la *generalización de patrones y el desarrollo del pensamiento algebraico*. A partir de dicho trabajo vimos la necesidad de ampliar el análisis realizado de las producciones dadas por los estudiantes ante la tarea de generalización de patrones, relacionado con los números triangulares (o suma de los números naturales); esto con el fin de categorizar dichas producciones s en los niveles de algebrización propuestos por Godino, et al. (2014). Finalmente problematizamos algunos aspectos tales como: ¿cómo se debe evaluar las producciones de los estudiantes en sus procesos de algebrización? y ¿qué tareas se deben presentar para "desarrollar el pensamiento algebraico en edades tempranas"?

Como se pudo observar en el documento de Rojas y Vergel, (2013), el desarrollo del pensamiento algebraico ha sido un tema de investigación para varios investigadores en didáctica del álgebra y se puede afirmar que existe un consenso respecto a la necesidad de potenciar el desarrollo del pensamiento algebraico en *edades tempranas* afirmando que esto es posible y contradiciendo los métodos de enseñanza tradicionales.

En relación a lo anterior Godino, et al. (2014) establecen que algunas de las características del razonamiento algebraico que son sencillas de obtener por los niños aprovechando las fuentes de significados que están presentes en los contenidos matemáticos de la educación primaria y que deben ser conocidas por los maestros en formación son:

1. "Los patrones o regularidades, pueden ser reconocidas, ampliadas o generalizadas, y se encuentran de manera natural en las matemáticas.
2. El uso de símbolos permite expresar de manera más eficaz las generalizaciones de patrones y relaciones. Entre los símbolos destacan los que representan variables y los que permiten construir ecuaciones o inecuaciones…" (Godino, et al. 2014).

Partiendo de lo anterior, se considera importante trabajar con los estudiantes problemas que involucren generalizaciones de patrones para desarrollar el pensamiento algebraico. Por ello nos basamos en lo planteado por García, Gil y Arias (en prensa) tomando el problema de generalización de patrones que en su trabajo proponen.

De esta manera la intención de esta experiencia es evidenciar que los problemas de generalización de patrones promueven la emergencia de distintas formas del pensamiento algebraico, que varían ampliamente dependiendo de las maneras de proceder y de razonar, que se sustentan en los medios que utiliza cada niño en cada solución. Así pues, con este documento pretendemos analizar y clasificar las producciones de los estudiantes, en los niveles de algebrización de la actividad matemática escolar propuestos por Godino, et al., (2014). Confirmamos así que el pensamiento algebraico no es (ni debería ser) exclusivo de estudiantes de grados superiores de escolaridad, sino que más bien puede desarrollarse en edades tempranas desde la educación básica.

3. Referente conceptual

Para reconocer y argumentar las generalidades encontradas en la generalización de patrones figúrales (en este caso); los resolutores a quienes se les asignó la situación, pueden emplear hasta 5 tipos de lenguajes que le permiten expresar soluciones a las tareas propuestas, estos son:

- *Lenguaje natural:* Es el lenguaje que permite el acceso a la comprensión de las matemáticas. Por ejemplo: Sumar= aumentar, Restar= disminuir.
- *Lenguaje numérico:* Es el lenguaje mediante el cual se emplean números y operaciones, para dar respuesta a alguna situación planteada.: 5*5= 25
- *Lenguaje icónico:* Bruner (1984, citado por Guilar, 2009) propone, que este tipo de lenguaje consiste en la representación de cosas mediante una imagen o algún esquema. Por ejemplo: un dibujo puede representar un carro.

- *Lenguaje gestual:* Es el tipo de comunicación que se expresa a través del lenguaje corporal. Por ejemplo: as expresiones faciales, gestos, señas y además el contacto visual

- *Lenguaje Simbólico-literal o lenguaje algebraico*: Según Carrascal (S.f) es la forma en la que se traducen símbolos y números de lo que normalmente se conoce como lenguaje natural. Por ejemplo: manipular cantidades desconocidas empleando símbolos, simplificar expresiones, formular ecuaciones e inecuaciones y además permite el estudio de cómo resolverlas.

La generalización es uno de los criterios básicos para definir los niveles de algebrización. Godino, et al., (2014) establecen los siguientes niveles de algebrización de la actividad matemática escolar:

- *Nivel 0 de algebrización (ausencia de razonamiento algebraico):* En este nivel intervienen objetos extensivos, los cuales son expresados mediante los *lenguajes natural, numérico icónico o gestual.* Pueden intervenir símbolos que describan a un valor desconocido.

- *Nivel incipiente de algebrización (nivel 1):* Intervienen objetos intensivos, su generalidad se reconoce mediante los *lenguajes natural, numérico, icónico o gestual.* Pueden intervenir símbolos que refieran a intensivos conocidos, pero sin operar con ellos.

- *Nivel intermedio de algebrización (nivel 2):* Intervienen indeterminadas o variables expresadas mediante el *lenguaje simbólico-literal* para referirse a los intensivos reconocidos.

- *Nivel consolidado de algebrización (nivel 3):* Se producen objetos intensivos representados mediante el *lenguaje simbólico-literal* y se opera con ellos. A su vez, se realizan transformaciones en la forma simbólica de las expresiones conservando la equivalencia.

Estos niveles y tipos de lenguaje, son los que se tendrán en cuenta a la hora de realizar el análisis de las producciones realizadas por los 4 resolutores a las dos tareas propuestas.

4. Descripción de la experiencia

Un problema de generalización de patrones se presentó en distintas sesiones a 4 estudiantes con distintos grados de escolaridad (tres estudiantes universitarias y un estudiante de 7° grado de básica secundaria), la resolutora uno (R1) tiene 20 años y cursa séptimo semestre del proyecto curricular de ingeniería agronómica, ofrecido por la Universidad Nacional de Colombia; la resolutora dos (2) tiene 19 años y cursa sexto semestre del proyecto curricular de Artes plásticas y visuales, ofrecido por la Universidad Distrital Francisco José de Caldas; el resolutor tres (3) tiene 13 años y cursa 7° grado de básica secundaria y la resolutora cuatro (R4) tiene 22 años y cursa cuarto semestre del proyecto curricular biología, ofrecido por la Universidad Nacional de Colombia.

A continuación, presentamos el problema propuesto:

Presentación 1 de la secuencia (resolutores 1 y 2):

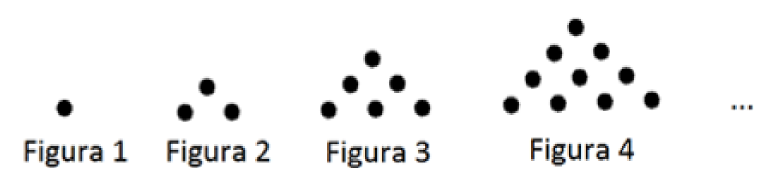


Figura 1. Presentación de la primera tarea

Presentación 2 de la secuencia (resolutores 3y 4)

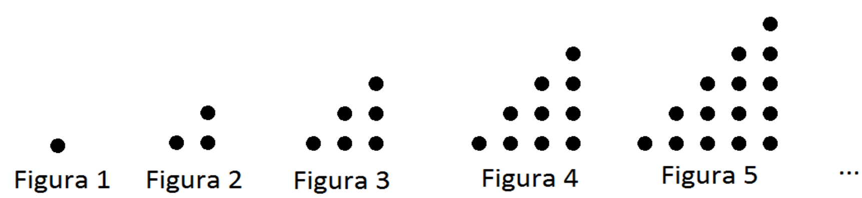


Figura 2. Presentación de la variación de la tarea tomada de García, Gil y Arias (en prensa), p. 1.

Las tareas y cuestiones propuestas para los resolutores fueron:

a) Construir la figura 5 o 6.

b) ¿Es posible determinar el número de puntos de la figura 5 o 6 sin tener que contarlos todos? Justifica

c) ¿Puedes hacer algo parecido a lo que has hecho para determinar el número de puntos de la figura 7? Justifica

d) ¿Puedes decir cuántos puntos tendrían las figuras 8, 10, 20 y 100 sin necesidad de dibujarlas?

e) ¿Puedes decir cuántos puntos tendría cualquier figura? ¿Por ejemplo la figura *a o n*?

Éstas preguntas fueron tomadas de García, Gil y Arias (en prensa) ya que plantean que *la instrucción debe ir más allá del desarrollo, en este sentido las preguntas deben tener un grado de complejidad mayor que activen y movilicen ciertas acciones en los niños, que en este caso deben responder a un proceso de generalización. p.2*

Se propuso a los resolutores un problema de generalización de patrones relacionado con los números triangulares (o suma de los números naturales) tomado de Arias, García y Gil (en prensa), el cual consistía en la presentación de una tarea de dos formas distintas (ver figura 1 y 2).

El R1 y el R2 tienen algunas dificultades en construir las demás figuras partiendo de la presentación 1 de la tarea (figura 1) y reconocen solo algunas regularidades que no solucionan las cuestiones pedidas. Ellas manifiestan que la secuencia de figuras no les permite encontrar más regularidades y no logran continuar con el proceso de solución del problema. En la segunda propuesta de la tarea (figura 2) se reorganizaron los puntos que componen las figuras con el fin de que el estudiante lograra percibir los patrones y regularidades presentes en la secuencia, y de esta forma dar cuenta de cómo afecta la presentación de la tarea en cuanto a las soluciones que pueden brindar los resolutores de la misma; como pudimos evidenciar los resolutores (R3 Y R4) logran identificar muchas más regularidades de las que nosotros mismos habíamos encontrado, produciendo una solución desconocida para nosotros del problema. De acuerdo a lo anterior podríamos afirmar que la forma en que se presenta la tarea ayuda u obstaculiza las producciones y razonamientos de los estudiantes, pues los R1 Y R2 no continúan con sus producciones, a diferencia de los R3 y R4 que cumplen con todas las cuestiones pedidas.

La primera tarea solicitada a los resolutores es construir la figura 5 o 6, dependiendo la sucesión de figuras presentada. Los 4 resolutores no tienen dificultades para construir dicha figura. Hasta el momento podemos reconocer que los resolutores tienen distintas formas de pensar y de actuar por ejemplo los resolutores R1 y R2 proceden a contar los puntos correspondientes a las cuatro figuras propuestas con el fin de hallar algún tipo de generalidad y comienzan a tratar a responder el punto c) de la tarea propuesta, los resolutores R3 y R4 proceden a contar los puntos que tienen la base y las filas de las figuras para hallar alguna generalidad; para que finalmente los resolutores: R1, R2, Y R4, construyen la figura solicitada encontrando una dependencia de la figura anterior con la siguiente; al contrario, el R3 construye la figura reconociendo la relación del número de la figura con la cantidad de puntos de la fila y la base de la figura, estableciendo finalmente que son la misma cantidad de puntos; dichas relaciones son expresadas por los resolutores mediante un *lenguaje natural*.

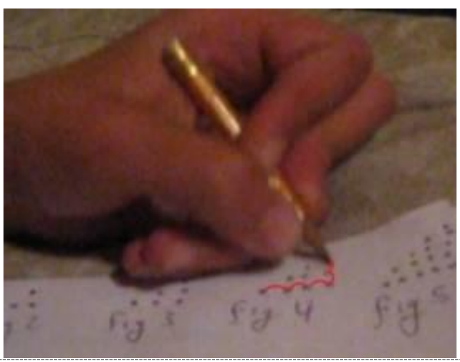


Figura3. Relación del número de la figura con la cantidad de puntos de la fila establecida por R3.

Figura 4. Relación de dependencia entre las figuras establecida por R1, R2 y R4.

Así pues, podemos decir que las producciones de los cuatro resolutores al resolver la primera tarea se encontrarían en un *nivel 1* (*incipiente de algebrización)* según Godino, Aké, Gonzato y Wilhelmi (2014*)*, pues reconocen que hay ciertas variables (cantidad de puntos) que dependen del número de la figura o de la figura anterior, por lo tanto, se ha establecido un primer paso en la algebrización del razonamiento; sin embargo, éstas relaciones han sido reconocidas mediante el empleo de *lenguaje natural, numérico, icónico o gestual.*

Al ver que los resolutores han logrado establecer algunas generalidades en cuanto a los números de las figuras y la cantidad de puntos que posee cada una, se decide presentar la siguiente tarea ¿Hay alguna forma de saber cuál es el número de puntos de la figura, sin tener que contarlos?, con esto, la intención es movilizar a los resolutores a hallar más regularidades que le permitan construir figuras más grandes.

Los resolutores R1 y R2, comienzan a realizar operaciones con *expresiones simbólico-literales*, para poder establecer una generalidad entre la cantidad de puntos que puede poseer cualquier figura *n* (ver figura 5). Para posteriormente llegar a una expresión algebraica, en este caso R1 y R2, empiezan a trabajar con lo indeterminado, ya que según Radford (2011, citado en Vergel, 2015) la indeterminación y el carácter analítico están ligados a una regla la cual permite a los estudiantes tratar con cualquier figura de la secuencia presente en la tarea que ha sido presentada.

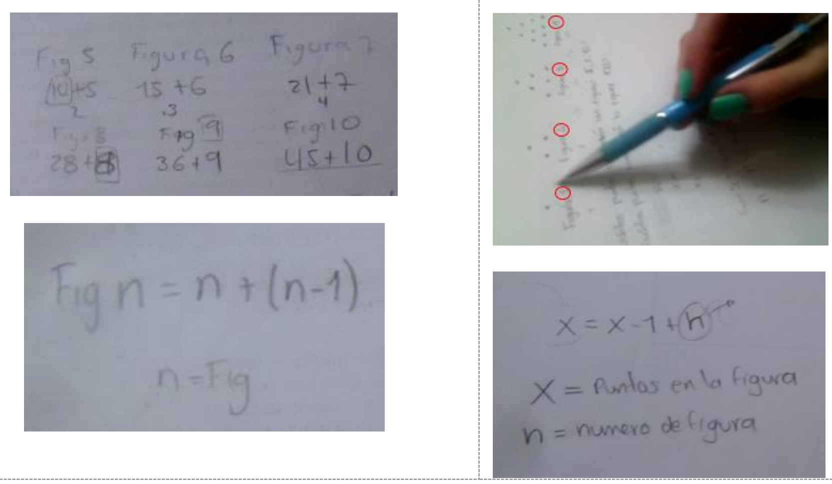


Figura 5. Producciones de R1 y R2 respectivamente.

R1 y R2 concluyen que la generalización que han hallado requiere de la cantidad de puntos que posee la figura anterior, mediante el siguiente dialogo R2 da cuenta de sus hallaszgos (ver transcripción 1.):

1	*R2*	(…) la figura x es igual a la figura anterior, o sea figura x menos 1, más el número de figuras [señalando con el lápiz los puntos correspondientes a la figuras 2y 3], pero no sé cuál sería el número de figuras.
2	*Investigador*	Pero cuando dices el número de figuras, ¿no hace referencia a la figura que vas a hallar?
3	*R2*	Sí, pero no sé cómo expresarlo. (…) Voy a hallar la figura 8, es

		igual a la figura anterior, ahh! Pero tendría que hallar la figura 7 primero, y me tocaría la sexta.
4	*Investigador*	Entonces y si te pido hallar la figura 100, ¿vas a tener que hallar la 99?
5	*R2*	Si y para hallar la 99, tengo que hallar la 98 y…

Transcripción 1. Dialogo entre el R2 y el investigador.

Por lo tanto, ambos resolutores no logran determinar una expresión para establecer una generalidad que permita hallar los puntos que contienen todas las figuras de la secuencia (ver figura 6.). En este caso las producciones de R1 y R2, se encuentran en una transición del *nivel incipiente de algebrización (nivel 1)* al *nivel intermedio (nivel 2)*, en el cual según lo establece Godino, et al. (2014, p.6) "*Intervienen indeterminadas o variables expresadas con lenguaje simbólico-literal para referir a los intensivos reconocidos,...*". Los cuales son establecidos mediante la relación hallada entre la cantidad de puntos de la figura y el número correspondiente a su posición en la secuencia.

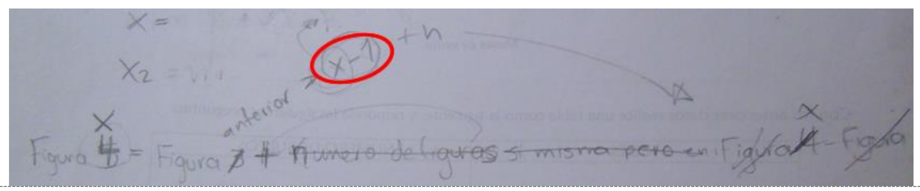


Figura 6. Expresión realizada por R2 a la solución de la tarea.

Por otro lado, R3 y R4 proponen completar un cuadrado agregando puntos simétricamente sobre la diagonal de la figura (ver figura 7.):

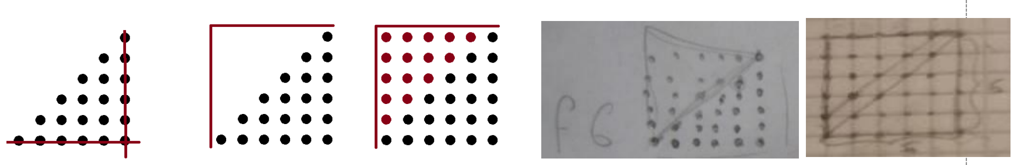


Figura 7. Producciones de R3 y R4 respectivamente.

El R3 y R4 concluyen que el número de puntos que hay sobre la diagonal es el mismo número de la figura, y la diagonal divide los puntos que hay sobre ella a la mitad. El R3 se ve en la necesidad de construir la Fig. 7 para observar mejor lo que sucede en la diagonal y obtiene que el número de puntos de la mitad del cuadrado es 24.5. Esa expresión decimal 0.5 le hace pensar que hay *mitades de puntos* sobre la diagonal que pueden juntarse para completar 3.5 puntos y que deben ser sumados a los 24.5 puntos para completar los 28 puntos de la Fig. 7, (Figura 8.)

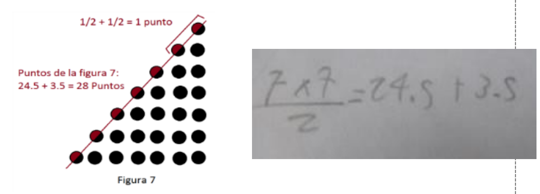


Figura 8. Producción de R3

Se puede decir que hasta el momento que la producción del R3 muestra señales de una generalización, él ha reconocido algunas regularidades que tienen todas las figuras y seguramente para cualquier figura que se le postule el estudiante identificará su número de puntos sin necesidad de realizar el conteo. He aquí otra evidencia del uso del pensamiento algebraico del estudiante; según Vergel (2015) los procesos de generalización de patrones están ligados al desarrollo del pensamiento algebraico. Al contrario, el R4 ha establecido la misma generalidad, pero sustenta su razonamiento mediante un *lenguaje natural*, expresando lo siguiente "*sería 20 por 20 más la mitad de 20, 10 no, teniendo en cuenta que por ejemplo aquí se sumaron 2 la mitad de 4 (señalando la fig. 4), y 3 la mitad 6 (señalando la fig. 6),* (ver figura 9). Para el R4 esa generalidad encontrada es importante y procede a comprobar ese razonamiento con distintas figuras.

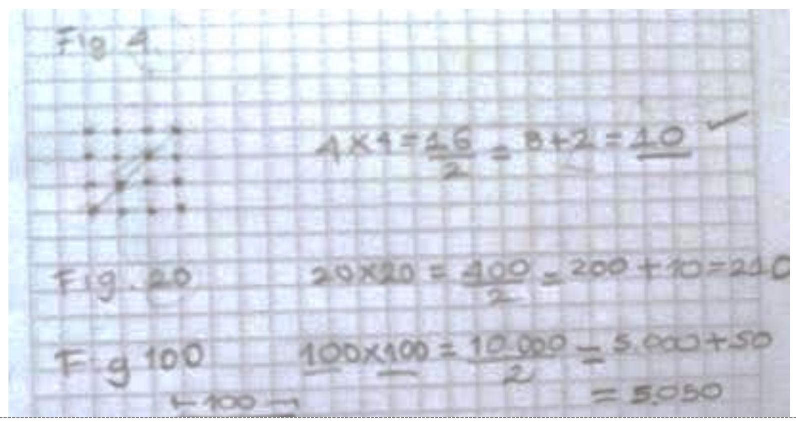


Figura 9. Producción de R4.

Hasta el momento el R3 y R4 no han hecho uso de un *lenguaje simbólico-literal* para expresar la generalización encontrada; al contrario, lo hacen a partir del *lenguaje natural* y señalamientos (*lenguaje gestual*), por ello se considera que sus producciones se encontrarían en un nivel intermedio o en tránsito, entre el *nivel incipiente de algebrización (nivel1)* y el *nivel intermedio de algebrización (nivel 2).*

Figura 10. Generalidad hallada a la secuencia por R3 y R4

,

Posteriormente se pregunta al R3 y R4 por la figura número *a* y *n* respectivamente, los resolutores manifiestan que se debe realizar el mismo procedimiento hecho con las figuras anteriores, por lo tanto, ya emplean un lenguaje *Simbólico-literal.* Aunque el R3 emplea el lenguaje literal para expresar lo que sucedía con una figura *a*, esto no quiere decir que haya comprendido que esa expresión correspondía a la formula general para hallar la cantidad de puntos de cualquier figura; pues el estudiante determina que *a* es un caso particular y no cree que las letras se puedan operar. De acuerdo a lo anterior las producciones del R3 se encontrarían en un nivel emergente entre el *nivel intermedio de algebrización (nivel2)* y el *nivel consolidado de algebrización (nivel3)*, ya que su actividad matemática no se encuentra ni en el uno ni en el otro.

Por el contrario, el R4 reconoce que la expresión encontrada con la figura *n* es una formula general para hallar el número de puntos de cualquier figura, ya que considera que *n* es un valor fijo, y el procedimiento que resuelve la situación es: "*multiplicar al número de la figura por sí mismo, dividir el resultado a la mitad y luego sumarle la mitad del número de puntos que hay en la diagonal*", que casualmente corresponde con el número de la figura. (Ver figura 10.) Las producciones del R4 finalmente se encontrarían en un nivel consolidado de algebrización, ya que explica su actividad matemática realizada, pues ha operado y planteado de manera simbólica la ecuación requerida por la secuencia de patrones.

5. Reflexiones y conclusiones

Es indispensable iniciar estos procesos de razonamiento algebraico desde grados básicos de la primaria, ya que distintos autores han demostrado que el álgebra temprana es posible; pues los estudiantes tienen las habilidades para construir conceptos cercanos al algebra partiendo de la generalización de patrones que permita potenciar y desarrollar el pensamiento algebraico.; pareciera ser que somos los profesores, que, en la mayoría de los casos, incapacitamos y obstaculizamos los desarrollos de los niños.

Reconocemos que el pensamiento algebraico puede emerger de distintas formas, y es labor del docente ser creativo a la hora de implementar las tareas en el aula (variaciones en la presentación de las tareas e innovación), además debe reconocer que los estudiantes tienen distintas formas de pensar y de resolver las tareas propuestas. Pues los estudiantes pueden hacer uso de diferentes recursos como lo son el *lenguaje natural, numérico, icónico o gestual,* para permitir evidenciar en sus producciones los niveles de algebrización planteados por Godino, Aké, Gonzato y Wilhelmi.

La situación presentada y las variaciones de la misma, junto con las preguntas planteadas permitió que los estudiantes pasaran por distintos niveles de razonamiento algebraico, considerando los que han sido planteados por Godino, Aké, Gonzato y Wilhelmi pues se logra evidenciar que los estudiantes usan distintos medios de expresión que le permiten reconocer fácilmente regularidades y relaciones, alcanzando generalizaciones. Este tipo de situaciones pueden llevarse al aula ya que permite a los estudiantes de distintos grados de escolaridad acercarse a construcciones del pensamiento algebraico para que posteriormente se re-signifiquen.

6. Referencias bibliográficas

Arias, A., García, M. y Gil, S, (2016). Generalización de patrones y el desarrollo del pensamiento algebraico. VI Encuentro nacional estudiantil en educación Matemáticas y Física: Enseñanza de las Ciencias y las Matemáticas en tiempos contemporáneos. Universidad de Antioquia. (En prensa)

Carrascal, H. (S.f). Del lenguaje común al lenguaje algebraico. Institución Educativa colegio Rafael Contreras Navarro.

Godino, J. D., Aké, L. P., Gonzato, M. y Wilhelmi, M. R. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. Enseñanza de las Ciencias, *32(1)*, 199–219.

Guilar, M. (2009). Las ideas de Bruner: "de la revolución cognitiva" a la "revolución cultural" *Educere,13 (44)* 235-241

Rojas, P. y Vergel, R. (2013). Procesos de generalización y pensamiento algebraico. *Revista científica*. *Edición especial,* 760-766.

Vergel, R. (2015). Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. *PNA*,9(3),193-215.

Modelando nuestra nutrición

Lizeth Faride Peraza Peñuela
dma_lperaza716@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Germán Edwin Soto Medina
dma_gsoto265@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)

Resumen

La siguiente experiencia de aula se diseñó bajo la teoría de Educación Matemática Crítica (Skovsmose, 1999). Se presentan enfoques teóricos que permiten planear un escenario de aprendizaje en la cual se habla de la importancia de alimentarnos saludablemente, lo que dio origen a la siguiente pregunta: ¿nos estamos alimentando saludablemente?, Se describe el ambiente desarrollado en dos sesiones de clase, bajo un enfoque interdisciplinar que relaciona conceptos tanto de nutrición como de matemáticas. Finalmente se describen las conclusiones en las que se dio respuesta a la pregunta mencionada y se diseña un menú para el desayuno de acuerdo a la necesidad energética que cada estudiante requiere y a sus gustos alimenticios.

Palabras clave: Cuantificar, Educación Matemática Crítica, Nutrición.

1. Introducción

El escenario de aprendizaje que hemos llevado a cabo se planeó bajo un trabajo realizado por Triana, Cortés, Mancera y Camelo (2012), sobre un compartir nutritivo. En este escenario se dialogó con los estudiantes sobre qué tan saludable es nuestra alimentación y qué implicaciones se tiene al momento de consumir algún tipo de comida, es aquí donde se involucró a los estudiantes en la discusión, ya que es algo que les preocupa y hace parte de su contexto diario. Este ambiente se planeó bajo un diseño realizado por los maestros en formación (MEF), en dónde se evidenció que los estudiantes propusieron alternativas para discutir en clase, por lo que los MEF no siguieron una guía de trabajo rígida y preestablecida. Los estudiantes lanzaron un juicio crítico, sobre el desayuno, ya que esto fue lo que propusieron discutir hasta llegar a cuantificarlo por medio de la modelación matemática, y verificaron si el desayuno que comían a diario cumplía con las calorías requeridas para esa porción. Esto implicó que los estudiantes tomaran una postura acerca de lo que consumen en sus vidas diarias y los MEF se salieran de su zona de confort (Gellerd, Jablonka, Morgan, 2010) para diseñar modelos matemáticos en conjunto con los estudiantes, es decir, el docente no era quien tenía la verdad absoluta sino quien guiaba el descubrimiento de conceptos con ayuda de los aportes e intervenciones de los estudiantes.

Este ambiente se ajusta a la teoría de Educación Matemática Crítica (EMC) (Skovsmose, 1999) en la cual el aprendizaje de las matemáticas no se enfatiza solo en los conceptos, sino en cuatro aspectos importantes: los conceptos, el estudiante, el docente y el contexto. Como un conjunto que permite la adquisición de conocimientos, constituyendo una preocupación de la EMC, ya que se le atribuye el propósito de contribuir en la formación de ciudadanos críticos, mediante un empoderamiento que permita tanto a profesores como estudiantes reorganizar y reconstruir sus interpretaciones relativas a las instituciones sociales (Andonegui, 2005). Es decir, capacitarlos para discutir críticamente sobre la utilización de la matemática acerca de una situación real.

Esta experiencia de aula se planteó en el marco del seminario Didáctica de las Matemáticas (DM) (Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia) y se desarrolló en el Colegio Técnico Comercial Manuela Beltrán en el grado 1002, bajo la tutoría del profesor Iván Flórez en el área de matemáticas. El objetivo fue tener una experiencia interdisciplinar y poder tratar una temática (nutrición) en áreas como Biología y Matemáticas, para unificar el aprendizaje dentro de las áreas de la educación escolar. El ambiente se desarrolló en dos momentos, distribuidos entre las horas de clase de biología y matemáticas. Se trabajaron 8 horas de clase divididas entre dos horas de biología y seis horas de matemáticas, pero debido a actividades pedagógicas de la institución solo se utilizaron las dos horas de la clase de biología y dos horas de la clase de matemáticas.

2. Referente conceptual

En la EMC se debe tener en cuenta que la educación no puede verse sólo como un mecanismo de reproducción de estructuras económicas y sociales. Sino que podría concebirse también como un espacio de acción y resistencia (Valero, 2012). Esto es, dejar de ver la educación como educación bancaria, en la que se deposita, transfiere y trasmite valores y conocimientos que no se verifican (Freire, 1985; citado por Guerrero, 2009). Se debe entender que los estudiantes son investigadores activos que participan en un diálogo en conjunto con el docente, con el fin de plantear y resolver un problema en determinado contexto. Esto debido a tres factores importantes en esta teoría: Disposición, Intención y Acción (Skovmose, 1999). La acción definida por la disposición y la intención que tiene cada participante en el escenario, ya que no es posible una acción sino existe una disposición ni intención tanto del estudiante como el docente.

Por lo tanto, es necesario diseñar prácticas de aula en donde se potencie el diálogo, la negociación y la comunicación (Guerrero, 2009), por lo que el docente debe conocer el contexto del estudiante, sus intereses y necesidades, tanto sociales como económicas, culturales y políticas. Posibilitando el empoderamiento del conocimiento para ejercer una competencia democrática (Valero, 2012). En este sentido, se tuvo en cuenta un problema social que involucra el diálogo entre docentes y estudiantes sobre la importancia de alimentarnos saludablemente, identificando que en el contexto del colegio se cuenta con un refrigerio diario que suple una necesidad alimenticia de los estudiantes.

3. Descripción de la experiencia

El primer momento se llevó a cabo en la clase de biología, contando con el apoyo de la docente titular Gloria Cruz. Quien precisaba en las temáticas que trabajábamos sobre la alimentación, pues el trabajo requería de un enfoque interdisciplinar, que nos colocó, como profesores de matemáticas, en una zona en la que no estamos acostumbrados a actuar.

La actividad inicial consistía en una, presentación de PowerPoint con la pregunta directriz ¿Nos alimentamos saludablemente? Seguido se presentaron algunas preguntas retadoras (Skovsmose, 1999), que nos llevaron a fomentar la discusión para responder a la misma; las preguntas realizadas son:

En primer lugar, ¿Creemos que nos alimentamos saludablemente? esta pregunta se plantea con el fin de hacer una reflexión y que cada uno de nosotros, tanto estudiantes como docentes, justifiquemos sí nos alimentemos saludablemente, o no, desde nuestro punto de vista y teniendo en cuenta lo que cada uno de nosotros consume.

Al tratar estas preguntas la respuesta unánime fue NO y se generó una serie de argumentos: i) consumimos demasiados dulces y comida empaquetada, creemos que eso no nos alimenta saludablemente, ii) comemos a cualquier hora del día y no llevamos la misma rutina diaria, no hay complementos vitamínicos y eso es importante para el cuerpo, iii) hay días que no consumimos las tres comidas que necesita el cuerpo, iv) consumimos comidas rápidas frecuentemente, y v) para alimentarse saludablemente, se necesita gastar mucho dinero.

Se evidencia que se responde la pregunta a partir de nuestras experiencias y el contexto que nos rodea.

Seguido, se pregunta ¿Qué es alimentarse saludablemente? para dar paso a un conocimiento más estructurado sobre las concepciones que tenemos sobre la alimentación, entre estudiantes, la docente de biología y los MEF se espera tener un diálogo más preciso sobre lo que significa alimentarse saludablemente.

En esta parte iniciamos dialogando sobre los alimentos más importantes y sí las calorías que aportan son necesarias para mantener una dieta balanceada. Se conceptualiza algunos conceptos como proteínas, harinas, verduras, lácteos, entre otros, nombrando las consecuencias que tiene el consumir en exceso estos alimentos o tener ausencia de ellos en la alimentación diaria.

De acuerdo a la pregunta anterior, se continua ¿Qué necesitamos para tener un desarrollo saludable? y se muestra la pirámide nutricional que recomiendan los expertos. Esto con el objetivo de comparar lo que consumimos en nuestra vida diaria con lo que se debe consumir.

Los estudiantes reflexionan sobre lo que consumen a diario y crean la siguiente pirámide nutricional mostrada en la Figura 1.

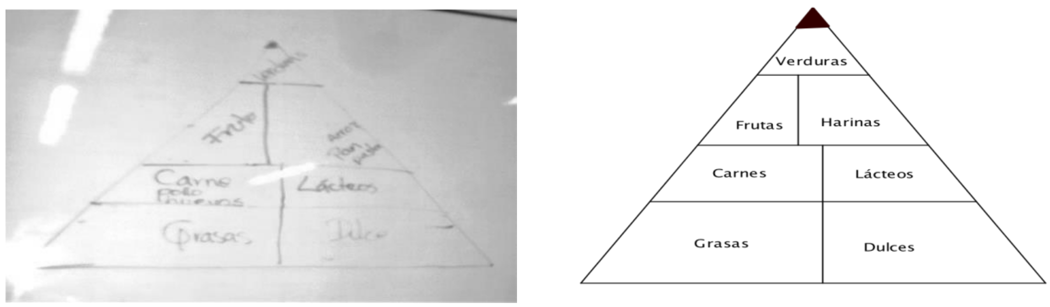


Figura 1. Pirámide nutricional de los estudiantes

Habiéndose hecho una reflexión sobre la forma en que nos alimentamos, se dio paso a preguntarnos ¿cuántas calorías debemos consumir? Para ello se esperaba definir el concepto de caloría y saber cómo se obtiene. Se propuso a los estudiantes realizar una búsqueda en internet, en la cual encontrarían cuántas calorías necesitan de acuerdo a sus características físicas (altura, peso, edad y actividad física). Además se preguntó sobre cómo obtenerlas, debido a que es necesario identificar los alimentos y componentes que más calorías aportan para regular nuestra alimentación. Con el fin de responder a la serie de preguntas retadoras, descritas anteriormente, se mostraron algunas de las consecuencias que pueden sucedernos al no consumir o consumir en exceso alguno de estos componentes alimenticios.

En el segundo momento se realizaron discusiones para dar respuesta a la pregunta directriz: ¿Nos alimentamos saludablemente? El ambiente se desarrolló en la clase de matemáticas, en la sala de informática en dos horas de clase. Consistía principalmente en utilizar las consultas de los estudiantes en internet y los aportes de los docentes. Se esperaba que los estudiantes consultaran en primer lugar sobre la información nutricional de algunos productos que ellos consumen en su refrigerio, teniendo en cuenta que es una merienda proporcionada por la institución.

Se presentó el caso de un estudiante que llevaba un atún e identificó en su etiqueta la información nutricional del mismo, los docentes explicaron a los estudiantes cómo debían leer la información presentada. Los estudiantes identificaban las calorías proporcionadas por el atún y cada uno de sus componentes, pero identificaron que las calorías aportadas aparecían como porcentaje de acuerdo a una dieta de 2000 calorías.

Figura 2. Información nutricional del atún en agua marca Alamar.

Por lo anterior, los estudiantes empezaron a tener en cuenta que debían medir las calorías que aporta cada alimento de acuerdo a las calorías que necesitan. Para ello cada estudiante consultó en diferentes fuentes, la cantidad de calorías que necesitan, para así identificar si el refrigerio que se consume en la mañana era saludable y óptimo para la cantidad de calorías necesarias. Los estudiantes encontraron un sitio Web en el cual les pedían algunos datos personales y así el programa hallaba la cantidad de calorías de cada estudiante. A continuación se muestra el diseño de la página web.

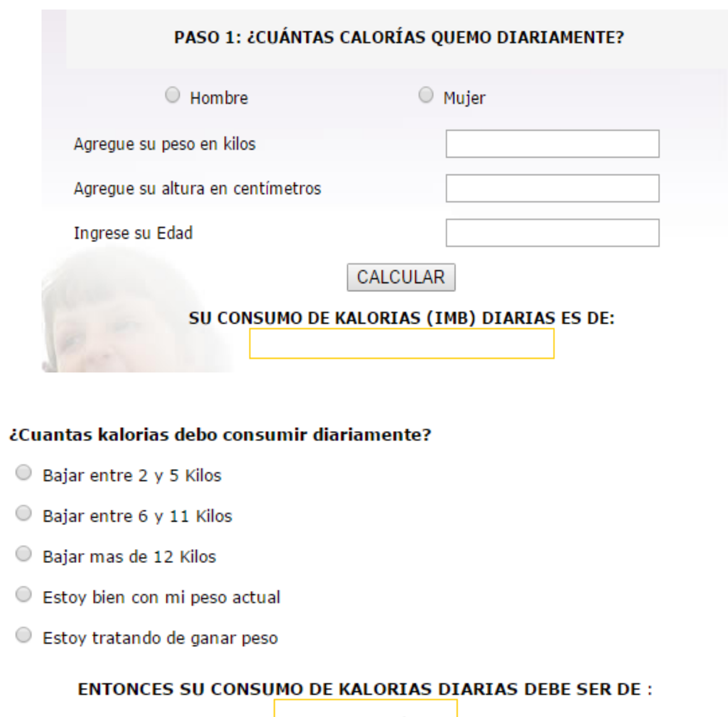


Figura 3. Cantidad de calorías necesarias de acuerdo a un sitio web.

En este sitio web, los estudiantes conocieron la cantidad de calorías que se sugieren consumir, por otro lado, en esta búsqueda, se encontró un sitio web, véase en la *Figura 4*, en el cual especificaba la cantidad de calorías que se debían consumir en cada comida.

© Botanical-online.com

En una dieta con estas calorías...	Desayuno 25% de las calorías	Almuerzo 35% de las calorías	Merienda 10% de las calorías	Cena 30% de las calorías
2.500 Kcal.	625 Kcal.	875 Kcal.	250 Kcal.	750 Kcal.
2.000 Kcal.	500 Kcal.	700 Kcal.	200 Kcal.	600 Kcal.
1.800 Kcal.	450 Kcal.	630 Kcal.	180 Kcal.	540 Kcal.
1.500 Kcal.	375 Kcal.	525 Kcal.	150 Kcal.	450 Kcal.

Figura 4. Tabla de calorías por comida

Como cada estudiante ya conocía las calorías que debía consumir, multiplicaban ese número de calorías por el porcentaje que representa cada alimento, en su mayoría los estudiantes hallaban la cantidad de calorías que debían consumir en el desayuno pues afirmaban que el desayuno es la comida más importante del día.

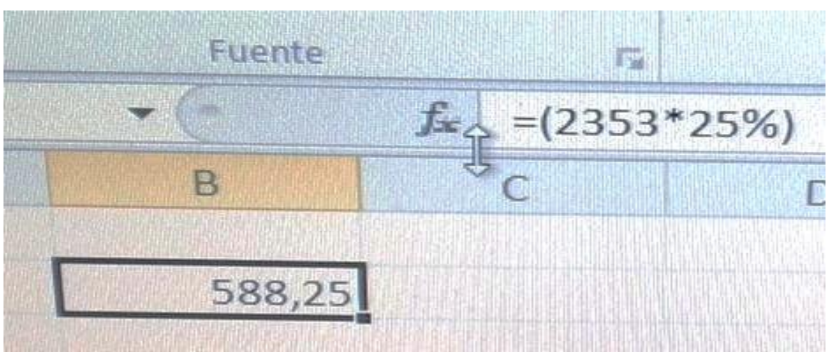


Figura 5. Cálculo del porcentaje de calorías que aporta el desayuno a un estudiante que necesita 2352 usando Excel.

Otro estudiante encontró un ejemplo por internet de una persona que requería 1700 calorías en el día. Así, puede observarse que el estudiante debía consumir 1643 calorías, es allí donde él ajusta los valores de acuerdo al modelo encontrando y realiza una diferencia en cada una de ellas, calculando la proporción exacta de calorías para cada una de las comidas del día. Es evidente que el estudiante adaptó un modelo matemático y transpoló los datos de ese modelo ajustándolo a sus necesidades calóricas.

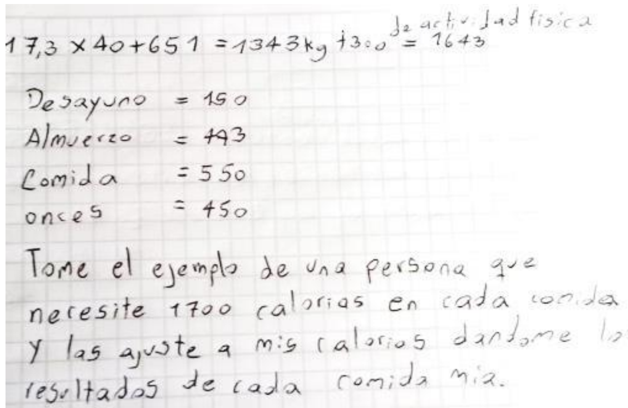
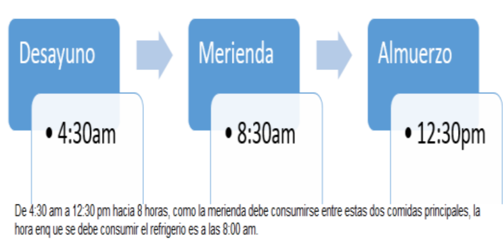


Figura 6. Cálculo matemático de acuerdo a un modelo preestablecido.

En el transcurso de esta sesión se entregó el refrigerio que reciben los estudiantes todos los días. Los MEF pudieron observar que algunos estudiantes analizaban la información nutricional de cada alimento y hacían cálculos respecto a las calorías que les debe proporcionar la merienda de la mañana. Otros estudiantes, por su parte, pensaron en la pertinencia de consumir su refrigerio en este momento, teniendo en cuenta la hora a la que habían desayunado. El diagrama 1, explica la hora en que desayunan y almuerzan los estudiantes, y la hora en la que deberían tomar su refrigerio los estudiantes, mostrada a continuación.



Con este análisis, algunos estudiantes decidieron no consumir su refrigerio en ese momento, aquí observamos que los estudiantes asumieron una posición crítica de la forma en que se alimentan, crearon una mirada diferente sobre su alimentación (Skovsmose, 1999).

Diagrama 1. Hora en que los estudiantes desayunan, meriendan y almuerzan.

Como el interés de los estudiantes fue analizar su desayuno, los docentes les pidieron averiguar con qué alimentos se podría suplir esta necesidad energética de acuerdo a sus gustos. Los estudiantes buscaban en internet la cantidad de calorías que aporta un huevo frito, un pocillo de chocolate, una porción de frutas, entre otros. Es aquí donde relacionan las matemáticas, tratando de acomodar la cantidad de calorías que debía consumir en el desayuno, con la cantidad de calorías que aportaba los productos. Al finalizar la sesión cada estudiante tenía en su cuaderno un menú que les aportaba las calorías que debían consumir en el desayuno, construido de acuerdo a sus gustos alimenticios.

4. Reflexiones y conclusiones

Esta experiencia de aula permitió crear una perspectiva diferente en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Como MEF observamos que este proceso es recíproco al no seguir una planeación fija, los estudiantes tienen mayor libertad para hacer evidentes sus opiniones, posturas y conocimientos frente a una situación, por lo cual son quienes lideran el desarrollo de la clase mostrándole a los MEF que no son los únicos transmisores de conocimiento.

La importancia de esta práctica educativa refleja en el estudiante una posición crítica frente a situaciones de su vida cotidiana, pues hay mayor significado en lo que se aprende. Por ello como MEF identificamos que sí hay una relación directa en los cuatro aspectos importantes de la EMC (conceptos, estudiante, docente y contexto), debido a que al solucionar un problema teniendo en cuenta el contexto del estudiante, se crea una situación real que involucra un conocimiento matemático (proporción y porcentaje) generado por el estudiante y el docente, por medio de diálogos, negociaciones e interacciones cuando la disposición, intención y acción se hacen evidentes dentro del aula de clase.

De las sesiones concluimos que los estudiantes lograron argumentar matemáticamente las hipótesis iniciales sobre si nos alimentamos saludablemente. Las conclusiones dadas por los estudiantes reafirman el hecho de que en la EMC son los estudiantes los que toman decisiones frente a la clase, Aun cuando los MEF querían discutir sobre el refrigerio, los estudiantes decidieron hablar sobre el desayuno, y proporcionan algunos resultados del problema con conceptos como razón y proporción.

Finalmente, cabe resaltar que esta experiencia en aula, no habría tenido el desarrollo que tuvo, de no ser por la teoría EMC.

Referencias bibliográficas

Andoneguí, M. (2005). *El conocimiento matemático*. Caracas: Federación Internacional Fe y Alegría.

Gellert, U., Jablonka, E., & Morgan, C. (2010). The importance of the relation between the socio-political context, interdisciplinarity and the learning of the mathematics. *Proceedings of the Sixth International Mathematics Education and Society Conference, volumen 1* , pp.199-208.

Guerrero, O. (2009). EDUCACIÓN MATEMÁTICA CRÍTICA: Influencias teóricas y aportes. *Evaluación e Investigación, Vol. 003*, pp. 63-78.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*: una empresa docente. Bogotá.

Triana, A., Cortés, S., Mancera, G. & Camelo, F. (2012). Disposiciones e intenciones en un escenario de investigación para una clase de matemáticas: el caso de un 'compartir nutritivo'. *13° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. Colombia

Valero, P. (2012). La educación matemática como una red de prácticas sociales. En Hacia una filosofía de la educación matemática crítica, pp. 299-326. Bogotá: una empresa docente.

Teselando ando para transformar mi espacio

Hans Rodríguez
hans0807@gmail.com
IED José Francisco Socarrás, (Bogotá, Colombia)

Resumen

El presente documento busca mostrar los resultados de una secuencia de actividades desarrollada entre los años 2013 y 2016 para estudiantes de básica secundaria (con edades entre los 12 y 16 años), a partir de la representación de conceptos geométricos presentes en las teselaciones artísticas. El objetivo de este proyecto fue desarrollar habilidades y destrezas geométricas vinculadas con los teselados, con lo que se logró descubrir patrones y propiedades de los polígonos utilizados en las teselaciones y se reconocieron técnicas de teselación utilizando trasformaciones geométricas.

Palabras clave: Teselaciones, trasformaciones geométricas, habilidades y niveles de razonamiento geométrico.

1. Introducción

Es notorio que la Geometría prácticamente haya desaparecido de los planes de estudio, por la tendencia que tienen las instituciones educativas de desarrollar pensamiento matemático y a partir de allí desarrollar de manera paralela muy pocos conceptos y nociones en Geometría. Pese a su presencia constante en la vida cotidiana, la enseñanza de la Geometría vive una crisis como lo expresa Vinicio (2001), pues una de las causas principales de esta crisis está marcada en la Introducción de un conjunto de definiciones, axiomas, teoremas y demostraciones que se pretende que los estudiantes reproduzcan y que está totalmente alejado del proceso histórico que tuvieron estos conceptos para su construcción.

Debido a ello surgen iniciativas como ***Teselando ando*** que buscan incentivar y recuperar el estudio de la Geometría a partir de tareas como la conceptualización, la investigación y la demostración, que se logran a partir del desarrollo de habilidades como el dibujo, la comunicación, la visualización, la lógica y el razonamiento, que van de la mano con el enfoque actual de resolución de problemas, pues se entiende que el aprendizaje debe nacer de un contexto para que los estudiantes construyan sobre tareas significativas culturalmente.

2. Marco de referencia

Diversas sociedades a lo largo de la historia se interesaron en el diseño de figuras geométricas que utilizadas de forma individual o combinadas lograrían cubrir alguna superficie plana sin dejar espacios. Es por esto que para Teselando ando una teselación es cubrir con un patrón de figuras una superficie sin sobreponer ni dejar huecos en ella.

Uno de los representantes más importantes en teselaciones es el artista Maurits Cornelius Escher, quien desarrolló un método para dividir regularmente una superficie plana. La propuesta de Escher (2008) recalca que todo aquel de desea representar una figura simétrica sobre una superficie plana, deberá tomar en consideración tres principios fundamentales: Traslación, rotación y reflexión.

La propuesta de este artista Holandés y de otros autores que utilizan la técnica del corte mostrada en la Figura 1 fue la utilizada para esta propuesta, pues como lo decía Escher (2008) *"identificar las figuras de mis propios dibujos es la razón de mi vivo y permanente interés por la partición regular"*

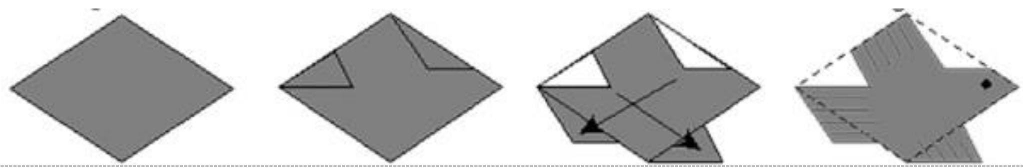


Figura 1. Técnica del corte de la figura para cubrir una superficie

La secuencia de actividades además busco desarrollar habilidades que deben ser básicas a la hora de desarrollar cualquier concepto geométrico, pues en las diferentes actividades que se plantearon se trabajaron experiencias visuales, de dibujo, de comunicación, lógicas y de razonamiento que se apoyaron en tareas de conceptualización que se referían a la construcción de reglas, patrones o relaciones, las tareas de investigación en las que el estudiante tuvo que indagar acerca de las características y propiedades encontradas en las figuras geométricas trabajadas y las tareas de demostración en las que los estudiantes explicaron, probaron o demostraron a partir de argumentos la veracidad de los patrones encontrados esto enmarcado en la propuesta de García & López (2008)

3. Aspectos metodológicos

La ruta de trabajo que se desarrolló para Teselando ando estuvo enmarcada en 6 momentos: (1) iniciación a las teselaciones (2) polígonos regulares e irregulares (3) trasformaciones geométricas (4) Polígonos y trasformaciones utilizadas en cada Teselado (5) creaciones Teselando ando (6) socialización de teselados.

En el momento (1) *iniciación a las teselaciones* su buscó desarrollar habilidades de visualización, pues se hace uso de elementos visuales o espaciales que son los teselados propuestos por Escher y otros autores que serán recursos mentales utilizados para resolver problemas. En el momento (2) *polígonos regulares e irregulares* se buscó desarrollar habilidades de dibujo, pues éstas estuvieron relacionadas con las reproducciones o construcciones que tenían que hacer al tomar un polígono como referencia para teselar una hoja de papel con base en una información que se dio de manera verbal dando paso a la solución de preguntas como ¿Con todos los polígonos regulares se puede recubrir una superficie? ¿Con cuáles figuras irregulares se puede recubrir una superficie?

En el momento (3) *trasformaciones geométricas* se buscó que el estudiante fuera capaz de interpretar, entender y comunicar información geométrica encontrada en los teselados, de forma oral, escrita o gráfica. Aquí se busca que ellos reconozcan las diferentes trasformaciones que pueden estar implícitas en los teselados trabajados en fases anteriores. En el momento (4) *Polígonos y trasformaciones utilizadas en cada teselado* se buscó la creación de reglas y patrones que se podían visualizar en los teselados trabajados de tal manera que los estudiantes pudieran extraer de su teselado el polígono base y la trasformación geométrica utilizada.

En el momento (5) *creaciones Teselando ando* se buscó que los estudiantes sean capaces de aplicar lo aprendido al plantear otros teselados en los que se parte de la misma técnica propuesta por Escher. En el momento (6) *socialización de teselados* se buscó que la apropiación de lo aprendido pudiese ser trasmitida a toda la comunidad educativa, para que de esta manera pudieran dar a conocer que en el arte también está involucrada la Geometría.

4. Desarrollo de la investigación

En la etapa de ***visualización y dibujo*** están vinculados los momentos 1 y 2 de la ruta metodológica desarrollada. En la figura 2 se muestran los teselados propuestos y seleccionados de Escher y algunos artistas y los elaborados por los estudiantes.

Figura 2. Visualización y dibujo

En la figura 3 se muestran las teselaciones que realizaron los estudiantes con polígonos regulares e irregulares identificando cuáles de ellos pueden ser utilizados para recubrir una superficie.

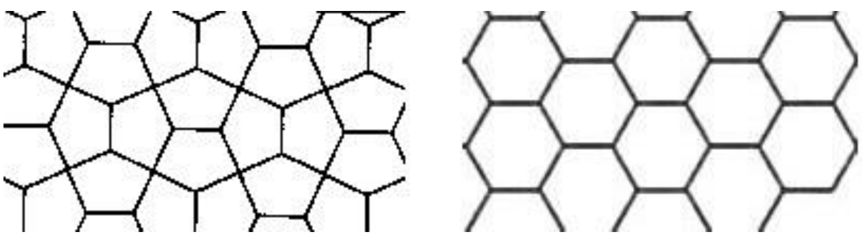


Figura 3. Polígonos regulares e irregulares

En la etapa de ***construcción de reglas y patrones*** están los momentos 3 y 4. En el momento 3 se muestra a los estudiantes las diferentes trasformaciones geométricas ver Figura 4. En el momento 4 se pide a cada estudiante que para su teselado descubra el polígono utilizado y el movimiento en el plano realizado. Ver figuras 5.

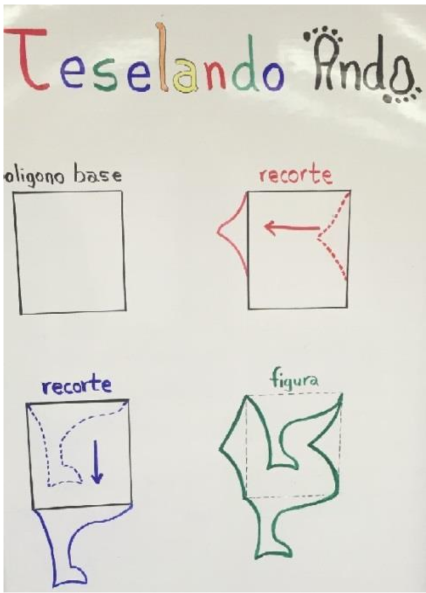


Figura 4. Técnica del corte

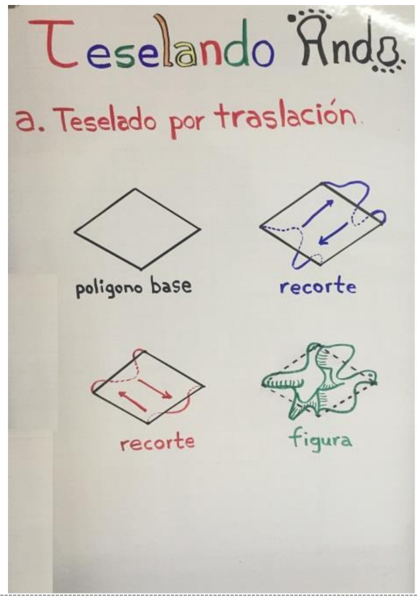


Figura 5. Trasformaciones en el plano (traslación)

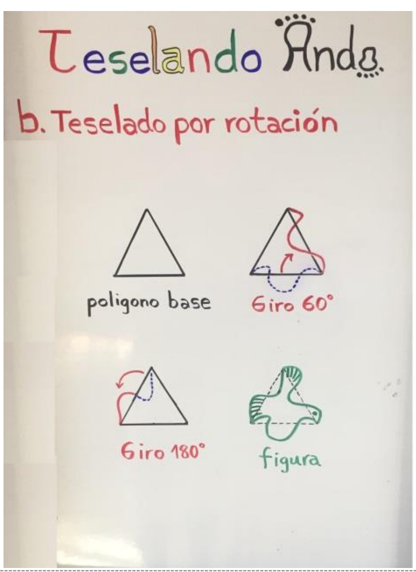


Figura 5. Trasformaciones en el plano (rotación)

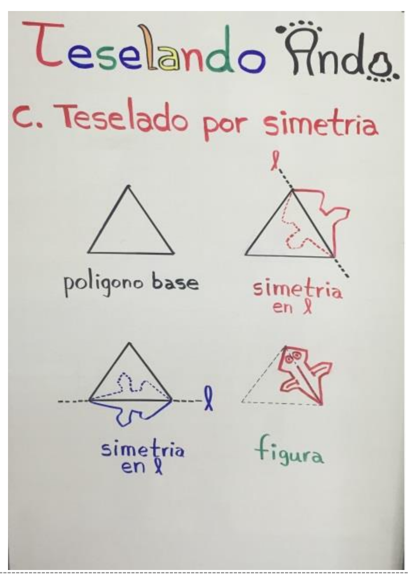


Figura 5. Trasformaciones en el plano (simetría)

Para la etapa de ***comunicación y razonamiento*** están los momentos 5 y 6. En el momento 5 se pide a cada estudiante que realice una creación utilizando un polígono base y una trasformación geométrica. Ver figura 6.

Figura 6. Creación de teselado

En el momento 6 se pide que por curso socialicen el teselado escogido en una pared del colegio. Para ello tienen que elaborar el molde proporcional al trabajo elaborado en la hoja con el propósito de plasmarlo en la pared. Ver figura 7. Para la elaboración del molde elaboraron en un pliego de cartón paja el polígono utilizado en el teselado y comenzaron a realizar los recortes necesarios para tener la figura final para teselar la pared.

Figura 7. Elaboración de teselado

5. Conclusiones

Esta experiencia muestra una alternativa diferente para la enseñanza de la Geometría para estudiantes de básica secundaria alejada totalmente de lo numérico y de los algoritmos. Muestra además la integración de las Matemáticas con otras áreas del saber cómo el Arte y las Ciencias sociales y permitió el desarrollo del pensamiento espacial y geométrico logrando una apropiación de vocabulario, de conceptos y habilidades espaciales. Es más, ha favorecido la adecuación y mejora de algunos espacios en la Institución educativa, mejorando procesos de convivencia y de participación entre los estudiantes. Ver figura 8

Figura 8. Adecuación de algunos espacios en la Institución educativa

Referencias bibliográficas

García, G & López, O. (2008). La enseñanza de la Geometría. México D.F. Recuperado: http://www.inee.edu.mx/mape/themes/TemaInee/Documentos/mapes/geometriacompletoa.pdf

Escher, M. (2008). Estampas y dibujos. Introducción y comentarios de M.C. Escher. Ed. Taschen.

Villani, V. (2001). Perspectivas en la Enseñanza de la Geometría para el Siglo XXI. Recuperado de http://www.euclides.org/menu/articles/article2.htm

El proceso de generalización a partir de pliegues de papel

David Beltrán
dma_dabeltrane903@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Kelly Duque
dma_kjduqueg708@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Camila Fernández
dma_cafernandezc459@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Brandon Suárez
dma_basuarezr037@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)

Resumen

La siguiente experiencia de aula busca mostrar las maneras en que razonan los estudiantes de un grado once cuando se enfrentan a un problema de generalización. Como primera medida se establece un marco teórico con base a ideas expuestas por Radford (2006), Radford (2008), Radford (2013), Rojas y Vergel (2013) y Vergel (2015) todas estas relacionadas con la generalización y el pensamiento algebraico, para resaltar los aspectos que se tendrán en cuenta en el posterior análisis que se realiza a dos de las producciones que hicieron los alumnos, que son presentadas como conclusiones del documento.

Palabras clave: Generalización, inducción ingenua, patrón, pensamiento algebraico.

1. Introducción

Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) afirman que las actividades de generalización de patrones numéricos, geométricos y de leyes y reglas de tipo natural que rigen los números y las figuras, son una forma apropiada de preparar el aprendizaje significativo y comprensivo de los sistemas algebraicos y su manejo simbólico mucho antes de llegar al séptimo y octavo grado. Estas actividades preparan a los estudiantes para la construcción de la expresión algebraica, a través de la formulación verbal de una regla recursiva que muestre cómo construir los términos siguientes a partir de los precedentes y el hallazgo de un patrón que los guíe más o menos directamente a la expresión algebraica.

Según Godino & Font, (2000) citados en Rojas y Vergel (2013) “El razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades numéricas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar […], especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones […].”

Con base en esto se hizo la elección del siguiente problema:

Tomemos una hoja de papel y realicemos la acción de unir los respectivos extremos (doblar por la mitad), realizando el doblez respectivo (una marca sobre la hoja de papel), reitere esta acción, siempre en el mismo sentido; por ejemplo, al realizar dos veces la acción de doblar por la mitad, se obtienen 3 dobleces y a la tercera 7 dobleces.

a) ¿Cuántos dobleces se obtienen al realizar 5 veces la misma acción?

b) ¿7 veces?

c) ¿15 veces?

d) ¿100 veces?

El problema presentado anteriormente se expuso a estudiantes de grado once en el colegio Domingo Faustino Sarmiento ubicado en la localidad de Barrios Unidos, en el marco del desarrollo del espacio académico del curso de Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo del proyecto curricular Licenciatura en Matemáticas en la Universidad Pedagógica Nacional.

Durante el desarrollo de la actividad se hicieron grabaciones de audio a algunos estudiantes, esto dado que para utilizar video habría que pedir autorización a los padres y para este caso el audio entrega la misma fidelidad que el video. En dichas grabaciones se registró la manera en que el estudiante daba solución al problema. Posteriormente se realizaron las transcripciones de dichas grabaciones y junto con las hojas de cálculo se hizo el respectivo análisis.

2. Referente conceptual

En el desarrollo del curso Enseñanza y Aprendizaje del Cálculo se abordaron diversos documentos relacionados, especialmente, con diversos tipos de generalización. Desde algunos de ellos se caracteriza la experiencia de aula, por ejemplo, teniendo en cuenta lo planteado por Rojas y Vergel (2013) como proceso de generalización, esto con el fin de evidenciar los estratos de generalidad que describe Radford (2006).

Entendemos pensamiento algebraico como forma particular de reflexionar matemáticamente. Esto es caracterizado por Radford (2006) mediante tres elementos:

El sentido de indeterminancia: objetos básicos como. Incógnitas, variables y parámetro; opuesto a la determinancia numérica.

La analiticidad: como forma de trabajar los objetos indeterminados; reconocimiento del carácter operatorio de los objetos básicos.

La designación simbólica de sus objetos: manera específica de nombrar o referir los objetos.

Teniendo en cuenta lo anterior se describirá la experiencia, intentando encontrar dichos elementos en el desarrollo del problema por parte de los estudiantes.

Adicionalmente, se tendrán en cuenta los tres problemas de la generalización propuestos por Radford (2013):

Fenomenológico: Se busca, con este ejercicio, un acercamiento a la intuición, la atención y la sensibilidad cuando los niños desarrollan el ejercicio.

Epistemológico: Se genera una conceptualización y el uso de palabras claves propias de este proceso. El niño identifica lo que le es útil y lo que no.

Semántico: se llega a la construcción de dicho concepto mediante símbolos que representen la variable en el ejercicio de los pliegues.

Durante el trabajo desarrollo por Radford (2008) se aborda lo llamado por el cómo inducción ingenua, la cual es la acción de dejarse llevar por el contexto en que están los estudiantes y dan certeza a una manera de proceder que no necesariamente es correcta.

3. Descripción de la experiencia

Los maestros en formación presentaron y explicaron la actividad, entregaron a los estudiantes 2 hojas, una para realizar los pliegues y otra para dar solución a las preguntas. Los estudiantes iniciaron su trabajo de manera autónoma mientras los maestros en formación daban respuesta a ciertas preguntas que iban surgiendo. En este momento se advirtió de 4 estudiantes que estaban haciendo avances significativos en la resolución del problema y se hizo una grabación de audio relaciona con la sustentación del trabajo que cada uno de ellos realizaba.

Los alumnos trabajaron de manera autónoma durante las dos horas que duró la sesión y cuando se iba a terminar se realizó una socialización donde otros estudiantes compartían sus modos de razonar frente al problema. Al finalizar la sesión se recogieron las hojas de trabajo de todos los estudiantes.

4. Reflexiones y conclusiones

Entre las grabaciones realizadas uno de los estudiantes (será llamado estudiante 1) dio solución al problema de la siguiente manera:

1	Estudiante 1	Pues yo lo que hice fue empezar a doblar y anotaba lo que me iba dando. Cuando doblé la tercera vez vi que se multiplicaba por dos y así lo hice hasta el número 11…
Transcripción 1. El primer método que el estudiante iba a usar para dar solución al problema.		

En este punto el estudiante ha encontrado un método para llegar al doblez número 15, es decir, su abducción ha generado un procedimiento, pero este no genera una regla que permita calcular cualquier término de la secuencia o por lo menos un término específico (Vergel, 2014). Hasta este punto, de acuerdo con Radford (2013), el estudiante 1 ha logrado una generalización aritmética.

Partiendo de lo anterior y de lo expuesto por Radford (2013) la intuición, la intención, la atención y la sensibilidad correspondientes del problema fenomenológico se ve presente en la evidencia del estudiante 1, porque encuentra los primeros valores que se le preguntan del proceso de doblar la hoja de manera intuitiva.

Por otro lado, se evidencia el problema epistemológico porque cuando el estudiante 1 expresa. "*Cuando doblé la tercera vez vi que se multiplicaba por dos*" se observa que el encontró una propiedad, la cual era, multiplicar por dos al número anterior hasta llegar a la iteración solicitada.

La conversación continuó como se muestra a continuación:

1	MF	¿Cómo así? ¿Qué es lo que estabas anotando?
	Estudiante 1	Pues mire, en esta columna [señalando la primera columna de la imagen 1] puse los dobleces, en esta [señalando la segunda columna de la imagen 1] puse las… digamos partes que me iban dando. Aquí… en el doblez 10 me dio 1024 y cuando lo multipliqué por 2 me dio 2048, me acordé de un juego que se llama así y yo ya sabía que ese juego está relacionado con las potencias de dos. Ahí ya verifiqué que los números anteriores también salían si los sacaba así… entonces cogí el 2 y lo elevé a la 15 y me dio 32.768 y pues ya.
	MF	¿Y ese es el número de dobleces?
	Estudiante 1	Pues sí
	MF	Bueno, verifiquemos… coge otra hoja y dóblala una vez ¿Cuántos dobleces te quedan? Recuerda que los dobleces son las líneas que quedan.

	Estudiante 1	[dobla la hoja] Mmmm me queda uno
	MF	¿Y cuántos quedan si lo doblas por segunda vez?
	Estudiante 1	Me quedan 3… Ah, pues le resto uno a lo que me había dado y ya ¿Sí?
	MF	Aja, ¿Y entonces para el doblez 100?
	Estudiante 1	Pues 2 a la 100 menos 1
	MF	¿Y para el doblez número n?
	Estudiante 1	Pues dos a la n menos uno.
Transcripción 2. Aquí se muestra como el estudiante da otro rumbo a la solución del problema.		

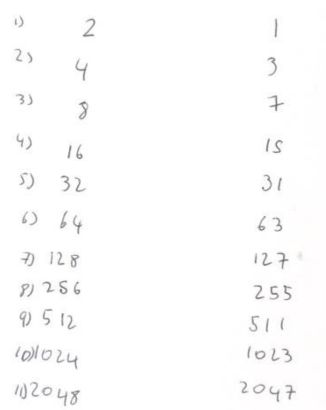


Imagen 1. Hoja de trabajo del estudiante 1

El estudiante 1 encontró la regularidad presente en el número de regiones que surgían en cada doblez pero, como afirma Vergel (2015), "capturar la regularidad no es suficiente para garantizar la generalización…" y evidentemente el estudiante no logra una generalización algebraica puesto que cuando encuentra la expresión que le permite determinar el valor de cualquier término de la secuencia, procede a hacer una comprobación con casos finitos. Adicionalmente, la expresión que el estudiante 1 encuentra, no proviene de la comunalidad de los primeros casos (Vergel, 2014) por lo tanto a pesar de que presenta una fórmula esta no es deducida, por esto es posible afirmar que ha logrado un tipo de inducción, que Radford (2008) denomina, ingenua.

1	Estudiante 2	Lo que yo hice doblar la hoja y empezar a anotar las líneas que me quedaban y al lado los pedazos que me quedaban [refiriéndose a las regiones en las que se dividía la hoja después de doblar]. En el número de líneas yo no veía nada, pero miré el número de pedazos y me di cuenta que eran potencias de dos y pues la diferencia entre las líneas y los pedazos siempre es de uno entonces para saber el número de líneas hay que restar siempre uno, o sea, hay que hacer esto [señalando la ecuación que se muestra en la imagen dos]

Transcripción 3. El estudiante da solución al problema.

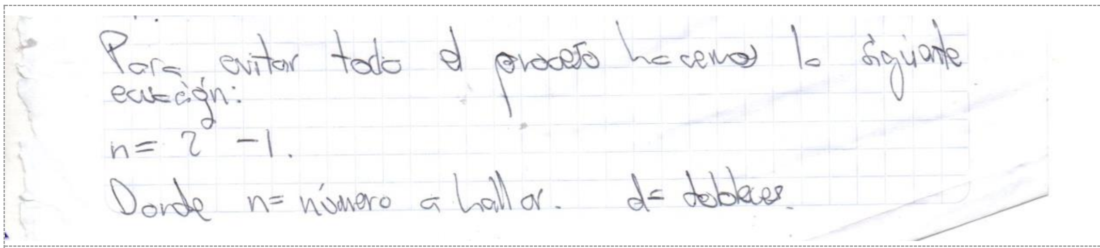


Imagen 2. Hoja de trabajo del estudiante 2

Como primera medida el estudiante 2 presenta una expresión que le permite calcular cualquier término de la secuencia por lo que es posible afirmar que el alumno generalizó. Esta generalización no alcanza a ser de tipo algebraico ya que el estudiante 2 no tiene un nivel de formación que lo impulse a usar su hipótesis (la fórmula que halló) como tesis para iniciar una demostración.

El modo en que el estudiante presenta la expresión que ha encontrado da a entender que ve la situación como una relación funcional donde **n** (número de dobleces) depende de **d** (dobleces), es decir, el estudiante 2 se ha dado cuenta que a medida que cambia el número de doblez que está haciendo cambia la cantidad de dobleces resultantes.

Referencias bibliográficas

Ministerio de Educación Nacional (2006) *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.* Bogotá, Colombia.

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective, PME-NA, Vol. 1, 2-21.

Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: a semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. En: *ZDM Mathematics Education, 40*, 83-96

Radford, L. (2013) Concerning three problems of generalization. En: *Investigación en Didáctica de la Matemática.* Granada, España.

Vergel, R (2014) *Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años)*. Tesis de doctorado**.** Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá D.C., Colombia.

Vergel, R (2015) ¿Cómo emerge el pensamiento algebraico? El caso del pensamiento algebraico factual. *Uno revista de Didáctica de las Matemáticas, 68,* 9-17.

Vergel, R. & Rojas, P. (2013) Procesos de generalización y pensamiento algebraico. *Revista Científica*. Bogotá D.C., Colombia.

Aplicación unidad didáctica "distancia entre dos puntos"

Jonathan Tello Cardona
ja.tello11@uniandes.edu.co
Secretaria de Educación Distrital, (Bogotá, Colombia)
Yenny Moreno
yc.moreno10@uniandes.edu.co
Secretaria de Educación Distrital, (Bogotá, Colombia)
Mónica Cáceres
m.caceres10@uniandes.edu.co
Gobernación de Cundinamarca, (Suesca, Cundinamarca)
Ingrid Vargas
ij.vargas11@uniandes.edu.co
Colegio IED Santa Bárbara, (Bogotá, Colombia)

Resumen

En el desarrollo de la Maestría en Educación Matemática (MAD3) de la Universidad de Los Andes, un grupo conformado por cuatro profesores de matemáticas diseñamos, implementamos y evaluamos la unidad didáctica denominada "Cálculo de la distancia entre dos puntos". El diseño de la unidad didáctica se enmarca desde el análisis didáctico que se divide en cinco partes. Para el diseño tuvimos en cuenta el análisis de contenido que permite la elegir el tema, determinar la estructura conceptual, establecer los sistemas de representación, la fenomenología y documentos curriculares nacionales e institucionales en los que se involucra el tema. En segundo lugar, encontramos el análisis cognitivo mediante el cual realizamos las previsiones para el desarrollo de la unidad didáctica teniendo en cuenta la dimensión cognitiva y afectiva. En tercer lugar, tenemos el análisis de instrucción que corresponde al diseño de cada una de las tareas de

aprendizaje para que se ajusten a los objetivos propuestos, a las expectativas de aprendizaje de nivel superior, las expectativas de tipo afectivo y se entrelacen por medio de la secuencia de tareas. En cuarto lugar, encontramos el análisis de actuación en el cual diseñamos los instrumentos que permiten evaluar el desarrollo de la unidad didáctica, estos instrumentos son diario del estudiante y diario del profesor. Finalmente, la evaluación de la implementación de la unidad didáctica por medio del sistema ACE[4] que se alimenta de la información que se recopila de la implementación de cada una de las tareas de aprendizaje. La implementación de la unidad didáctica se llevó a cabo en el Colegio Santa Bárbara ubicado en la localidad de Ciudad Bolívar con estudiantes de grado octavo.

Palabras clave: Análisis didáctico, análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción, sistemas de representación, fenomenología, dimensión cognitiva, dimensión afectiva, tareas de aprendizaje, expectativas de aprendizaje de nivel superior, motivación y expectativas de tipo afectivo.

1. Introducción

La construcción de la unidad didáctica surge de las necesidades que presentan los estudiantes al abordar el concepto de distancia entre dos puntos. Este concepto involucra distintos temas de las matemáticas escolares tales como: (a) el teorema de Pitágoras, (b) el teorema de Thales, (c) la fórmula de la distancia y (d) la distancia en la recta numérica. Con el diseño de la unidad didáctica permitimos el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes —de acuerdo con los estándares básicos de competencias en matemáticas (Ministerio de Educación Nacional (MEN), 2006)—, y a las capacidades matemáticas fundamentales y procesos matemáticos que están establecidas en el marco PISA 2012 (Ministerio de educación cultura y deporte, 2013).

Para la planificación de la unidad didáctica, el diseño de los instrumentos, los métodos de evaluación y el análisis de resultados de la misma nos basamos en el análisis didáctico del tema. Según Gómez (2002) “el diseño,

[4] El sistema ACE es un sistema en Excel para el registro y análisis de la información, que está conformado por un grupo de libros (archivos) que contemplan distintos aspectos de la implementación.

implementación y evaluación de una unidad didáctica está basado en el procedimiento de la organización de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde cuatro análisis: análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de evaluación" (p. 20). Teniendo en cuenta lo anterior, diseñamos la unidad didáctica sobre el cálculo de la distancia entre dos puntos según el análisis didáctico. La implementación de la unidad didáctica la realizamos en la IED Santa Bárbara ubicada en la localidad de Ciudad Bolívar en Bogotá.

Luego de la implementación y el proceso de registro de datos abordamos la evaluación de la unidad didáctica desde dos dimensiones: cognitiva y afectiva. En la primera, analizamos el desarrollo de las expectativas de aprendizaje de nivel superior —capacidades matemáticas fundamentales y procesos matemáticos incluidos en el marco PISA 2012— y el logro de objetivos de aprendizaje. Analizamos la segunda dimensión desde las expectativas de tipo afectivo y los aspectos que afectan la motivación.

Con el diseño de la unidad didáctica contribuimos a las capacidades matemáticas fundamentales de diseño de estrategias matemáticas y matematización y a los procesos matemáticos de formular e interpretar. De acuerdo con los resultados obtenidos la unidad didáctica se fortalecieron las expectativas de tipo afectivo y los factores que afectan la motivación que se plantearon en el diseño previo

2. Referente conceptual

El análisis didáctico está compuesto por cuatro análisis: análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de actuación. Según Gómez (2015) "Cada uno de estos análisis se centra en una de las dimensiones del currículo y todos tienen un objetivo común: contribuir al diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas sobre temas concretos de las matemáticas escolares" (p. 1). El análisis de contenido se relaciona con la dimensión conceptual de las matemáticas. Este análisis nos permite realizar la delimitación del tema a través de tres organizadores del currículo: (a) estructura conceptual, (b) sistemas de representación y (c) fenomenología (Cañadas y Gómez, 2014). El análisis cognitivo que permite realizar una descripción de lo que esperamos que el estudiante aprenda acerca del tema y sobre las previsiones acerca de la manera en que el estudiante va a lograr ese aprendizaje. En la unidad didáctica abordamos tres niveles de expectativas de aprendizaje —nivel superior, nivel medio y nivel inferior—. Como expectativas de aprendizaje de nivel superior, identificamos los procesos matemáticos (formular, emplear e interpretar) y las capacidades matemáticas fundamentales (diseño de estrategias para resolver problemas, matematización, comunicación, razonamiento y argumentación, utilización de operaciones y un lenguaje simbólico, formal y técnico, representación, y utilización de herramientas matemáticas) propuestas en el marco PISA 2012. En el nivel medio, ubicamos los objetivos de aprendizaje de la unidad didáctica y en el nivel inferior y de acuerdo con González y Gómez (2015) proponemos las capacidades que son considerados como “los procedimientos rutinarios que el estudiante activa a lo largo de la unidad didáctica” (p. 11). Por ejemplo el objetivo[5] 1 está relacionado con lo propuesto por el MEN (2006) en donde se utiliza “el estándar resuelve problemas y simplifica cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos” (p. 86).

Luego, en el análisis cognitivo del tema, presentamos los objetivos de aprendizaje, las capacidades y las dificultades y errores relacionados con el tema. Además, caracterizamos los objetivos desde los grafos de criterios de logro. Por último, mostramos las expectativas de tipo afectivo organizadas según el enfoque que entrelaza motivación y aprendizaje. En el análisis de instrucción, presentamos la estructura del diseño previo de la unidad didáctica. Describimos las siete tareas de aprendizaje. Gómez y Mora (2015), mencionan que “una tarea de aprendizaje es aquella que el profesor propone a los estudiantes con el propósito de contribuir a que logren las expectativas propuestas y superen sus limitaciones de aprendizaje” (p. 8). Tuvimos en cuenta los elementos de una tarea de aprendizaje para diseñar las tareas de aprendizaje de la unidad didáctica sobre el cálculo de la distancia entre dos puntos (a) requisitos, (b) metas, (c) formulación, (d) materiales y recursos, (e) agrupamiento, (f) interacción, (g) temporalidad y (h) previsiones. Adicionalmente, se diseñó la secuencia de tareas para la implementación iniciando con la evaluación diagnostica y terminando con una evaluación final.

[5] Los objetivos para la unidad pueden consultarse en https://goo.gl/4OqCpZ

En el análisis de instrucción se diseñan los instrumentos y procedimientos de recolección y análisis de la información. Para la recolección de la información, diseñamos las tareas de evaluación (diagnóstica y examen final) y contemplamos los registros del desarrollo de las tareas de aprendizaje por parte de los estudiantes. También, diseñamos los formatos del diario del estudiante y diario del profesor, para registrar sus percepciones durante la implementación. Elaboramos el sistema de evaluación de la unidad didáctica que nos permitió dar cuenta del nivel de desempeño de cada estudiante. Para el registro de la información obtenida con los instrumentos de recolección de información, la generación de resultados y el análisis de datos, empleamos el sistema ACE —Análisis de Consecución de Expectativas—. Por último, se realiza un análisis de los resultados de la implementación de la unidad didáctica y se extraen las fortalezas y debilidades para realizar modificaciones que mejoren la unidad didáctica.

3. Descripción de la experiencia

La implementación de la unidad didáctica se llevó a cabo en el año 2015 en la IED Santa Bárbara, ubicada en la localidad de Ciudad Bolívar en Bogotá. La institución cuenta con una población aproximada de 2000 estudiantes de preescolar, básica primaria, secundaria y media, cuyo estrato socioeconómico es 1 y 2. El curso seleccionado fue de grado 8° y estaba conformado por 19 estudiantes (8 niños y 11 niñas) cuya edad promedio era de 14 años. El desempeño académico de los estudiantes en el área de matemáticas no es sobresaliente; en promedio, el 60% mantienen un rendimiento académico básico, mientras que el restante presenta un desempeño bajo.

En la implementación de la unidad didáctica, iniciamos con la presentación del tema a los estudiantes, mostramos los tres objetivos de aprendizaje —con sus respectivas tareas de aprendizaje y metas— y los instrumentos de recolección de información. Luego, explicamos a los estudiantes la manera en que desarrollaríamos la unidad didáctica, a partir de la evaluación diagnóstica, la secuencia de tareas y el examen final, e hicimos énfasis en el trabajo individual, grupal, el uso de aplicativos y el sistema de evaluación abordado desde los aspectos cognitivo, procedimental y actitudinal.

La implementación de la unidad didáctica inició con la aplicación de la tarea diagnóstica[6]. La tarea diagnóstica que diseñamos contiene trece puntos que están relacionados con los conocimientos previos que debe tener el estudiante para iniciar con el desarrollo de las tareas de aprendizaje. Por ejemplo, con el literal 1, buscamos que el estudiante realice operaciones con números racionales, con el fin de indagar por el conocimiento previo de realizar operaciones utilizando los números reales.

Luego, continuamos con la aplicación de las siete tareas de aprendizaje7 y la recolección de información por medio del diario del profesor y del estudiante. A continuación, hacemos una descripción de cada una de las tareas de aprendizaje. Para el objetivo 1, plantemos dos tareas de aprendizaje relacionadas con la subestructura de valor absoluto. La primera, la tarea Ruta H3, está relacionada con la utilización del aplicativo Google Maps para hallar la distancia en la distancia de un recorrido en línea recta. La segunda, la tarea Mapa, centrada en utilizar la distancia taxi en el plano cartesiano a través del Geoplano. Para el objetivo 2, proponemos dos tareas de aprendizaje, la primera denominada Antena que está orientada a calcular la distancia más corta entre dos ciudades. La segunda denominada Recorrido, está orientada a calcular la distancia más corta entre dos puntos al utilizar la fórmula de la distancia. También incluimos el uso del Geoplano como un material para representar información de un contexto real. La tarea Recorrido y Antena permiten que el estudiante pueda interpretar, relacionar y utilizar distintas representaciones de una situación en la cual se calcula la distancia más corta entre dos puntos. Asimismo, buscamos que el estudiante pueda valorar dos o más representaciones con relación a una situación.

Para el objetivo 3, proponemos tres tareas de aprendizaje. La primera, la tarea Ruta, tiene como meta emplear el teorema de Pitágoras en situaciones de la vida real a través de la elaboración de representaciones en el software Geogebra. La segunda, tarea Fotografía, se centra en utilizar el teorema de Thales en la resolución de problemas relacionados con la medida de segmentos en figuras semejantes. Finalmente, la tarea Simulacro concentra la utilización de los teoremas de Pitágoras y Thales para resolverla.

---

[6] Según Romero y Gómez (2015),"la tarea diagnóstica fue diseñada para indagar si los estudiantes manifiestan tener los conocimientos previos para comenzar con la implementación de la unidad didáctica" (p. 14),

[7] La ficha de tareas de aprendizaje aplicadas en la implementación de la unidad didáctica pueden consultarse en: https://goo.gl/Ov6gZG

En el momento de aplicar la unidad didáctica, identificamos que la secuencia de tareas género en los estudiantes la falta de comprensión de algunos términos en la tarea Antena relacionados con las alturas sobre el nivel del mar. Esta dificultad nos llevó a modificar la formulación, de la tarea Antena e incluir la representación gráfica de la situación, reorganizar el agrupamiento, debido a que no se cumplía con las previsiones y las expectativas de aprendizaje de nivel superior y de tipo afectivo que se habían propuesto inicialmente.

Después de la implementación, recolección y análisis de los datos obtenidos mediante el sistema ACE. Identificamos que la tarea Ruta H3 contiene debilidades respecto a algunos puntos porque son repetitivos, y están centrados en el cálculo de la distancia de un punto a otro en la recta numérica. El contexto de la tarea no fue cercano ya que los estudiantes no reconocieron los lugares asociados con la ruta (Transmilenio) planteada. Y finalmente en la implementación el manejo del aplicativo Google Maps generó distracción a los estudiantes porque estaban más interesados en la exploración del aplicativo que en validar las respuestas obtenidas. En cambio para la tarea Mapa, identificamos fortalezas respecto a la interacción entre los estudiantes y el uso del Geoplano ya que permitió seleccionar estrategias, explicarlas y justificarlas de acuerdo con el contexto. Además, el agrupamiento generó un espacio de discusión y validación de estrategias para reconocer la relación entre el contexto del problema y la solución. Finalmente, los estudiantes realizaron reflexiones sobre las soluciones matemáticas y proporcionaron argumentos válidos mediante el uso del Geoplano.

En las tareas de aprendizaje asociadas al objetivo 2, se presentó debilidad en la formulación de la tarea Antena porque contiene términos desconocidos para los estudiantes (metros sobre el nivel del mar) y los literales de la formulación le indicaban al estudiante la estructura matemática que debía utilizar para resolver la situación. Solo planteamos la interacción en el literal 4, por lo que se vio afectada la interpretación de resultados y la valoración de dos o más representaciones con relación a la situación. En las previsiones, no tuvimos en cuenta un tiempo específico para la socialización sobre la utilización de la fórmula de la distancia por lo cual no generamos un espacio para interactuar, articular una solución, mostrar el trabajo asociado y presentar los resultados matemáticos obtenidos.

Aunque la tarea Recorrido presenta fortalezas en su implementación observamos que en la formulación los literales 4 y 5, no permitieron que el estudiante activara mecanismos para la solución del problema desde el análisis de la representación gráfica. Las tareas de aprendizaje asociadas al objetivo 3, las debilidades las encontramos en la redacción de los literales 1, 2 y 6 de la tarea Ruta porque llevó al estudiante a realizar el mismo procedimiento por lo que no tuvo la necesidad de diseñar una estrategia de solución. El literal 8 no contribuyó a que el estudiante utilizara el teorema de Pitágoras para explicar, defender o facilitar una justificación de la necesidad de emplearlo para calcular distancias. En la formulación, no promovimos el reconocimiento de la estructura matemática para calcular la distancia entre dos puntos y sólo nos enfocamos en el análisis de la representación geométrica. En la tarea Fotografía, la formulación del literal 2 no es precisa porque no permite al estudiante identificar las variables y estructuras matemáticas asociadas a la representación geométrica de la situación. En los literales 3 y 5, le indicamos al estudiante una serie de pasos concretos para resolver la situación por lo tanto no podía elaborar suposiciones o formular un modelo.

4. Reflexiones y conclusiones

La unidad didáctica siempre mantuvo un proceso sistémico y reflexivo, razón por la cual es una herramienta que le brinda al profesor un método de enseñanza y aprendizaje efectivo y contundente para abordar el tema del cálculo de la distancia entre dos puntos. El proceso fue sistémico porque la unidad didáctica tuvo una planeación, un diseño, una evaluación y unos ajustes de acuerdo con la evaluación. El proceso fue reflexivo, porque la implementación generó interrogantes sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje del cálculo de la distancia entre dos puntos, de acuerdo con los instrumentos aplicados como las tareas de aprendizaje, la tarea diagnóstica, la evaluación final, entre otros. Asimismo, para el nuevo diseño de la unidad didáctica tuvimos en cuenta los imprevistos o situaciones que no tuvieron éxito en la implementación de la unidad didáctica. En la dimensión cognitiva, presentamos un modelo que permitió evaluar la contribución de la consecución de los criterios de logros a los objetivos propuestos, y esto generó avances en los procesos de aprendizaje por medio de ayudas y previsiones que consideramos en el nuevo diseño de la unidad didáctica.

También, los estudiantes desarrollaron, en mayor medida, la capacidad matemática fundamental de comunicación, una expectativa de aprendizaje que poco se trabaja en el aula de clase.

Aunque, los tres objetivos de la unidad didáctica contribuyeron a desarrollar las expectativas de aprendizaje de nivel superior, fue el objetivo tres el que tuvo mayor contribución con la capacidad matemática fundamental de utilización de herramientas matemáticas. La tarea Simulacro promovió el desarrollo de procesos de enseñanza y aprendizaje que contribuyeron a comprender el concepto de cálculo de la distancia entre dos puntos. Esto se debe a que en el diseño e implementación, fue la que tuvo más impacto en los estudiantes ya que el contexto fue cercano.

El tema del cálculo de la distancia entre dos puntos fue interesante para los estudiantes debido a sus múltiples aplicaciones en la cotidianidad, lo que generó impacto para desarrollar las tareas de aprendizaje. Los estudiantes mostraron motivación para aprender sobre los procedimientos matemáticos y proponer solución a las tareas de aprendizaje. Las tareas enfocadas a desarrollar el concepto de la distancia entre dos puntos fueron instrumentos que llevaron al estudiante a reconocer el uso de las matemáticas en la vida diaria y a diferenciar la distancia entre dos puntos en la recta, en el plano, el teorema de Pitágoras y Thales.

Referencias bibliográficas

Cáceres, M., Moreno, Y., Tello, J., y Vargas, I. (2016). Informe Final Unidad didáctica sobre el cálculo de la distancia entre dos puntos. Documento no publicado. Bogotá: Universidad de los Andes.

Cañadas M, & Gómez P (2014). Apuntes módulo 2 de MAD3. Análisis de contenido. Documento no publicado. Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en https://www.dropbox.com/s/zm2ws1bokpn69zm/140825_Apuntes.pdf?dl=0

Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. Revista EMA, 7 (3), 251-293. Disponible en http://funes.uniandes.edu.co/375/

Gómez P, & Castro, P (2016). Apuntes Módulo 7 de MAD 3. Evaluación de la planificación. Documento no publicado. Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en https://www.dropbox.com/s/ut4p726fh85hf11/MAD3_Apuntes_Modulo7.pdf?dl=0

Gómez P, & Mora, M. (2015). Apuntes módulo 4 de MAD3. Análisis de instrucción. Documento no publicado. Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en https://www.dropbox.com/s/nrmm978jzwuuayy/ApuntesModulo4MAD3.pdf?dl=0

Marín, A. y Gómez, P. (2015). Apuntes sobre análisis de datos. Módulo 6 en MAD 3. Documento no publicado. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes. Disponible en https://www.dropbox.com/s/ewluiuedlp4gxg3/MAD3_Apuntes_Modulo6.pdf?dl=0

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Bogotá: Autor. Disponible en http://tinyurl.com/bljb3wd

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. (2013). Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: matemáticas, lectura y ciencias. Descargado el 30/1/2014, de http://www.mecd.gob.es/dctm/inee/internacional/pisa2012/marcopisa2012.pdf?documentId=0901e72b8177328d

Romero, I. y Gómez, P. (2015). Apuntes sobre análisis de actuación. Módulo 5 en MAD 3. Documento no publicado. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes. Disponible en https://www.dropbox.com/s/m1z7nznt4ryx9h6/MAD3_Apuntes_Modulo5.pdf?dl=0

Relatividad Epistemológica: Un acercamiento desde los videojuegos

Diana Paola Garzón Aguilar
dma_dgarzon597@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Freddy Giovanny Quintero Vacca
dma1988_fquintero@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Ingrid Lizeth Villanueva Silva
dma_ivillanueva644@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)

Resumen

En el marco del seminario de Didáctica de las Matemáticas de último semestre de la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá - Colombia, los autores de este articulo han llevado a cabo una experiencia de aula a la luz de la Teoría Socioepistemológica de la Educación Matemática (TS), de la cual se tuvo en cuenta el principio del relativismo epistemológico, favorecido por los conceptos de aula extendida y saber cómo conocimiento en uso. En la experiencia de aula se implementó un videojuego con el fin de que seis estudiantes de grado quinto del Colegio Abraham Lincoln (Bogotá,) usaran sus conocimientos acerca del concepto de traslación, y luego por medio de preguntas orientadoras, evidenciaran el principio mencionado, donde uno de los resultados obtenidos, fue que, los estudiantes tenían diferentes respuestas a las situaciones planteadas.

Palabras clave: Relativismo epistemológico, socioepistemología, traslación, videojuego.

1. Introducción

Jugar es una práctica que siempre ha estado presente en la humanidad, donde dicha práctica, generalmente es compartida socialmente en el entorno de los jugadores o el jugador. Actualmente los videojuegos son una herramienta muy importante para compartir socialmente la práctica de jugar, pues estrechan la relación entre jugador y juego, o jugadores y juego, siendo el medio por el cual se manifiesta y se comparte la práctica social de jugar. Donde cada individuo hace uso de sus propias habilidades de visualización en relación con sus conocimientos. Aprovechando los aspectos de esta práctica social, se realizó una experiencia de aula en la cual seis estudiantes de grado quinto jugaron un videojuego, haciendo uso de sus conocimientos acerca de traslación. Lo anterior se realizó con el propósito de comparar las respuestas dadas por los estudiantes y determinar la validez de sus razonamientos, que resultaron ser diferentes para solucionar las situaciones planteadas.

Las características de la tarea propuesta fueron analizadas a la luz del principio del relativismo epistemológico de la TS. Dicha tarea fue favorecida por el aspecto de aula extendida, ya que la actividad se llevó a cabo en la biblioteca del colegio usando computadores, saliendo del aula tradicional y gracias al anterior aspecto se logró poner en uso y relacionar conocimientos sobre traslación y videojuegos.

2. Referente conceptual

Entiéndase que la TS se ocupa específicamente del problema que plantean las dinámicas propias de la constitución del saber matemático. Se asume en este enfoque la legitimidad de toda forma de saber, sea este popular, técnico o culto, pues en su conjunto constituyen la sabiduría humana (Cantoral, Reyes-Gasperini y Montiel, 2014). Así, la TS se caracteriza por explicar la construcción social del conocimiento matemático y su difusión institucional, para lo cual hace uso de ciertos aspectos principales como aula extendida, saber cómo conocimiento en uso y el principio del relativismo epistemológico, los cuales se explicarán a continuación.

La TS, menciona como un primer aspecto *el aula extendida*, para referirse a un ámbito en donde se ponen en juego saberes que no son tradicionales o habituales, favoreciendo su transversalidad y su funcionalidad. Como segundo aspecto, se hace referencia al *saber cómo conocimiento en uso*, entendido así cuando alguien es capaz de poner en uso el conocimiento que ha construido en su vivir, es decir, se enfoca en el valor de uso del saber (Grupo Didáctica y Nuevas Tecnologías, 2014). Como tercer aspecto se habla del principio del *relativismo epistemológico*, en este punto se entiende por relativismo al hecho que no existe una "verdad ni validez universal, sino que en todo caso, sólo se posee una validez subjetiva y relativa a los diferentes marcos de referencia"(Cantoral et al., 2014, p.101).

3. Descripción de la experiencia

La experiencia de aula contó con la participación de seis estudiantes (David Parada, Jerónimo Franco, Diego Bejarano, Andrés Corredor, Santiago Amado y Jerónimo Galvis) del grado quinto del Colegio Abraham Lincoln (Bogotá). El trabajo fue realizado en un espacio externo al aula de clase, razón por la cual se hizo necesario que los seis estudiantes salieran de su espacio habitual para la realización de la experiencia en tres de los computadores de la biblioteca del colegio, ya que en ellos estaba instalado el videojuego *Big Brain Academy*, del cual se ejecutaron los mini-juegos *Itinerario* y *Hueso enterrado*.

La actividad fue implementada en cuatro momentos, cada uno de aproximadamente de 20 minutos. En los momentos 1 y 3 los estudiantes por parejas exploraron los dos mini-juegos, y en los momentos 2 y 4 de forma individual respondieron una serie de preguntas orientadoras, acordes a la exploración que habían realizado en los momentos 1 y 3 respectivamente. En los momentos 1 y 3 se buscaba que, mientras un estudiante jugaba poniendo en uso sus conocimientos de traslación, el otro se anticipara a los movimientos del compañero y así creara su propia estrategia, esto con el fin que aumentara la comprensión frente a los mini-juegos y los elementos que se abordaban en el mismo. También, se observó que por la comprensión que se lograba al ser espectador y no jugador, ese estudiante comunicaba sus estrategias y resultados de forma verbal y gestual indicando con el dedo lo que el compañero tenía que hacer en cada momento.

A continuación, se muestra un ejemplo de los mini-juegos explorados en los momentos 1 (figura 1) y 3 (figura 2).

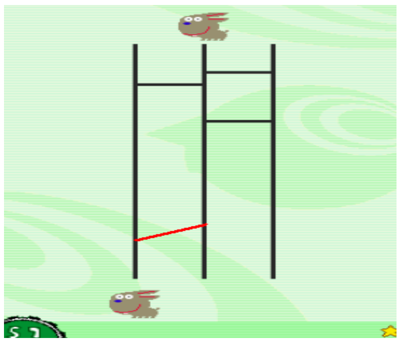


Figura 1. Mini-juego Itinerario del momento 1 con la línea diagonal como respuesta.

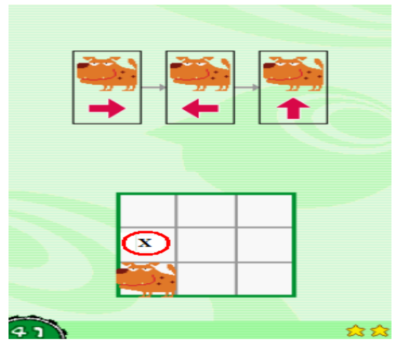


Figura 2. Mini-juego Hueso enterrado del momento 2 con una X como respuesta.

El videojuego *Itinerario* mostrado en la figura 1, tiene como objetivo observar la traslación que hace el animal en la parte superior y luego crear un segmento que una dos de las líneas verticales, modificando la traslación hecha por el animal, para que llegue con su pareja en la parte inferior. El videojuego *Hueso enterrado* mostrado en la figura 2, tiene como objetivo indicar la posición final en la que el perro va a encontrar el hueso enterrado, por ello en la imagen se indica la posición final después de haber seguido las traslaciones indicadas.

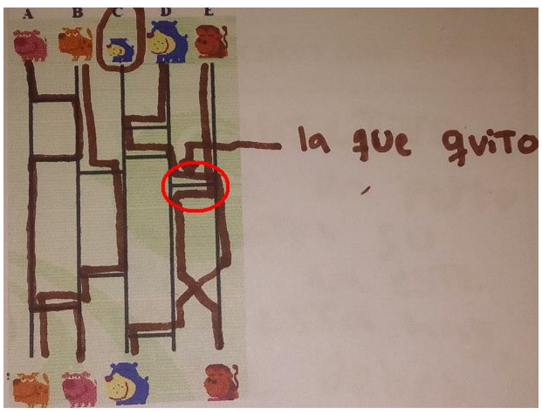
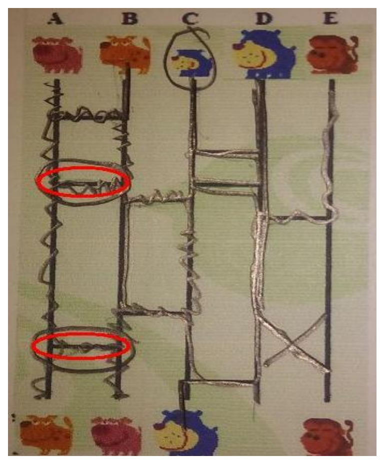
En los momentos 2 y 4 los estudiantes respondieron una serie de preguntas orientadoras, de manera individual relacionadas con el mini-juego explorado en el momento anterior. En estos momentos cada estudiante puso en uso el conocimiento recién adquirido de los mini-juegos y sus conocimientos sobre traslación, con el fin de observar si se evidenciaba alguna variación del valor de verdad entre las respuestas de los estudiantes, es decir, verificar si el principio del relativismo epistemológico era evidente en la actividad propuesta. La recopilación de los datos para verificar la manifestación de este principio se dio de forma escrita a través de la solución que dieron los estudiantes a las preguntas orientadoras.

4. Análisis de resultados

Como el objetivo de la implementación de la tarea correspondía a la verificación de manifestaciones del relativismo epistemológico en los estudiantes, el análisis de los resultados está centrado en los momentos 2 y 4 de la misma, los cuales tienen el sustento escrito requerido.

Momento 2.

Borra alguna(s) de las líneas negras en lugar de delinear una nueva y has que los animales lleguen a su respectiva pareja, ¿cuál(es) línea(s) borrarías? Márcala (s).

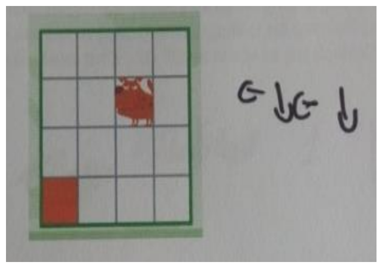
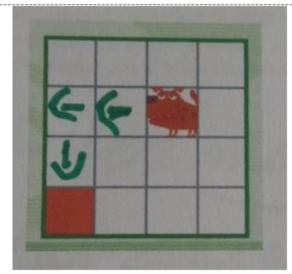
Jerónimo Franco	Jerónimo Galvis
 "Quitaría una para que fuera más fácil que un animal llegue con su pareja"	
Figura 3. Respuesta del estudiante 1 a la pregunta 2.d.	Figura 4. Respuesta del estudiante 2 a la pregunta 2.d.

Comparando las dos respuestas obtenidas, se evidencian las diferentes estrategias y predicciones, en este caso Galvis quita dos de los segmentos y asume como validos los segmentos diagonales creados en su solución, mientras que Franco omite las diagonales que hizo como solución y decide quitar un solo segmento.

En ambos casos, la solución a la tarea dada por el estudiante es correcta a pesar de haber hecho uso de estrategias diferentes, es allí donde es posible evidenciar que el valor de verdad es relativo al significado que le da cada estudiante a la solución del problema, lo cual está estrechamente relacionado con el principio del relativismo epistemológico.

Momento 4.

¿Es posible que con solo dos movimientos el perro llegue al cuadro naranja? Evidéncialo.

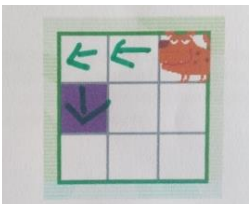
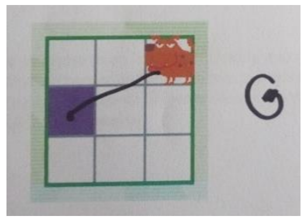
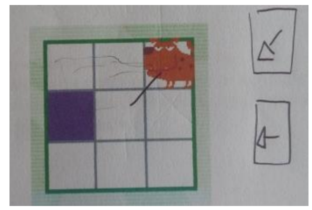
Jerónimo Franco	Santiago Amado	Andrés Corredor
 “Sí, con dos movimientos diagonales”.	 “No”.	 “No, porque se necesitan 3”.
Figura 5. Respuesta de Jerónimo a la pregunta 4.a.	Figura 6. Respuesta de Santiago a la pregunta 4.a.	Figura 7. Respuesta de Andrés a la pregunta 4.a.

A partir de las tres respuestas obtenidas, podemos observar nuevamente que es posible que se presenten diferentes modos para abordar la situación y dar diferentes respuestas, dependiendo de las estrategias y la comprensión de las reglas del mini-juego por parte de los estudiantes. En este sentido, podemos evidenciar, que Jerónimo omitió las reglas del mini-juego y propuso una solución con sólo dos movimientos que no eran posibles dentro de este. Para Santiago, las reglas del mini-juego estructuraron sus estrategias, dando como respuesta cuatro movimientos; mientras que para Andrés, las reglas del mini-juego estructuraron la dirección del movimiento pero no su magnitud. Aunque todos respondieron asertivamente a la pregunta propuesta, se evidencia que el punto de vista que tienen estos tres estudiantes para responder la pregunta es diferente, ya que la soluciones resultan ser relativas de acuerdo al seguimiento o no de las reglas de movimiento propias del mini-juego.

Durante este mismo momento, en el punto 5 se pudo evidenciar el principio del relativismo epistemológico a través de las respuestas de los estudiantes.

5. De acuerdo con la siguiente figura contesta la pregunta.

Diseña un camino de flechas con la(s) dirección(es) que desees para que el perro llegue al cuadro morado dando la mínima cantidad de pasos posibles; ¿Cuál es esa cantidad? ¿En qué se diferencian las flechas diseñadas por ti y las flechas diseñadas por el juego?

Andrés Corredor	Santiago Amado	Jerónimo Galvis
 "3, que los movimientos son diferentes".	 "Flecha teletransportadora".	 "2, en el juego no existe diagonal".
Figura 5. Respuesta del estudiante 3 a la pregunta 5.	Figura 6. Respuesta del estudiante 2 a la pregunta 5.	Figura 7. Respuesta del estudiante 4 a la pregunta 5.

Para dar respuesta a las preguntas durante el momento cuatro, Andrés propone las mismas flechas vistas en el videojuego, en cambio Santiago y Jerónimo Galvis propusieron flechas nuevas que le permiten al perro llegar a su destino con menos movimientos, así Jerónimo llega al objetivo con dos movimientos, mientras que Santiago lo logra con un sólo movimiento, porque cambio no sólo el sentido sino la magnitud de la traslación. Con base en lo anterior, se evidencia que el significado que cada estudiante le da a los movimientos realizados por el perro para llegar a su objetivo es relativo a la manera en que cada uno de ellos se enfrenta a la pregunta propuesta. Es este momento en el que hay mayor evidencia del principio del relativismo epistemológico, puesto que según (Cantoral et al., 2014, p.102) "*la validez del saber es relativa al individuo y al grupo (contextual), y particularmente, la Socioepistemología, acepta que dentro de aquellas argumentaciones que sean "erradas" existe un pensamiento matemático que debe ser estudiado y considerado*". Es así que aunque se esperaba que en algunas preguntas orientadoras se siguiera a cabalidad o no las reglas del mini-juego algunos estudiantes "erraron" con esto, pero siempre dando solución a lo pedido, con estrategias y puntos de vista diferentes sobre cómo solucionar los problemas planteados en relación con el concepto de traslación.

5. Reflexiones y conclusiones

Gracias a los aspectos de aula extendida y el saber cómo conocimiento en uso propuestos en la TS, logramos la implementación de una tarea basada en el contexto de los videojuegos, en un espacio externo al aula, en donde los estudiantes tuvieron la oportunidad de usar diferentes estrategias, trayendo a la situación el saber popular acerca de los juegos de este tipo, y lo relacionado con el concepto de traslación. También, dado que los momentos de exploración de los mini-juegos fueron realizados en parejas, los estudiantes consiguieron mejorar la comprensión acerca de las reglas de los mini-juegos, además de favorecer el uso y comunicación de los conocimientos implícitos en las actividades propuestas.

Por la variedad de respuestas que se obtuvieron de los estudiantes, se pudo evidenciar que la forma de ver la solución a un problema propuesto, varía con la perspectiva o significado que el estudiante tiene de lo que para él es, el valor de verdad para llegar a dicha respuesta. Esta experiencia nos aportó como futuros docentes el darnos cuenta que nuestros estudiantes tiene muchos puntos de vista y que no sólo debemos centrarnos en esa respuesta típica o común, sino que también debemos aceptar esas respuestas atípicas que nos gritan, ¡existimos! y dan evidencia de otras formas de pensar las cuales aportan a la construcción del conocimiento matemático.

Referencias bibliográficas

Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., y Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. Revista latinoamericana de Etnomatemática,7(3), 91-116.

Cantoral, R., Montiel, G., Reyes-Gasperini, D., (2015). El programa socioepistemológico de investigación en Matemática Educativa: El caso de Latinoamérica. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 18(1), 5-17.

Contreras, N. y Quintero, F. (2013). Videojuegos, una herramienta que favorece el aprendizaje de los conceptos geométricos rotación y traslación. Tesis de pregrado. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.

Grupo Didáctica y Nuevas Tecnologías [Universidad de Antioquia] (2014, Diciembre 4).Teoría socioepistemológica de la matemática educativa - Ricardo Cantoral [Archivo de video]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=aslDmn_JOJ0.

Regresar al índice general

Reportes de investigación

Índice de esta sección

Reportes de investigación

Índice de esta sección

Constructos teóricos y metodológicos del enfoque socioepistemológico de la matemática educativa. Avances de una investigación.

Paola Alejandra Balda Álvarez

pbalda20@hotmail.com

Universidad Santo Tomás, (Bogotá-Colombia)

Resumen

Los procesos de enseñanza-aprendizaje están claramente ligados al contexto en el cual las personas que construyen su conocimiento viven y se desenvuelven (Cantoral, 2013); es así que el reconocimiento de lo social en la construcción del saber se constituye en una deuda que como educadores debemos asumir y fortalecer. En este sentido, la teoría Socioepistemológica adquiere valides en la medida que aborda la construcción del conocimiento matemático a través de cuatro dimensiones de manera sistémica, y otorga al mismo significados propios, contextualizados, que se construyen y reconstruyen con una intención. (Arrieta & Otros, 2013). Siendo así, este enfoque se constituye en un excelente medio teórico de guía para el análisis de construcciones matemáticas situadas, el cual se desarrollará el presente artículo a la luz de cada uno de los constructos teóricos que la componen, su propuesta metodológica, y sus alcances en el campo de la matemática educativa.

Palabras clave: Matemática Educativa, Socioepistemología, Prácticas Sociales, Proyectos Pedagógicos Productivos de Agricultura Sostenible.

1. Introducción

El Enfoque Socioepistemológico de la Matemática Educativa como teoría para la investigación otorga a la práctica social el rol normativo en la construcción del conocimiento. Este rol sale a la luz cuando a través de investigaciones se centra la atención en la problematización de un saber, el cual se reconoce como parte de un medio y trae consigo significados e intención.

La interpretación de las acciones que intencionalmente desarrolla el individuo para construir conocimiento, son las denominadas prácticas sociales, (Arrieta, Buendía, Ferrari, Martínez, 2004) las cuales,se constituyen en producto de toda investigación Socioepistemológica y otorgan sentido a la descentralización de objetos matemáticos al ampliar la mirada a sus usos y significados que lo norman.

Por lo anterior, surge el interés en realizar una investigación en el marco de la Socioepistemología, la cual problematizará en torno a los usos y significados de la proporcionalidad, característica que adquiere validez de investigación, en la medida que como lo afirma Guacaneme (2001) connota un interés particular en el campo de la didáctica de las matemáticas debido a:

- *Su situación en el interior de las matemáticas, especialmente de las matemáticas escolares.*
- *Su vínculo como conocimiento instrumental auxiliar de otras ciencias y de la técnica.*
- *Su utilización como elemento de juicio (evaluador) del desarrollo psicológico del individuo.*
- *Su cualidad de obstáculo o dinamizador epistemológico.*
- *Su ambigüedad lingüística*
- *Su permanente aparición temprana en contextos cotidianos no escolares.*

Lo anterior se contituye en una justificación lo suficientemente interesante para centrar la atención en la proporcionalidad, y aporta a la construcción de la unidad de análisis de la investigación, la cual incorpora al estudio de la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización via su enseñanza Cantoral (2013).

Es importante resaltar que en plano de lo social es necesario reconocer aquellas actividades y prácticas de referencia propias un escenario rico, en el cual se logre extraer el impacto de las acciones didácticas propias de la escuela y del contexto; es por ello que partiendo de mi experiencia laboral en acompañamientos a Establecimientos Educativos del pais he considerado interesante ubicar el foco de atención en el análisis de prácticas propias de los Proyectos Pedagógicos Productivos de Agricultura Sostenible (PPPAS) y dentro de él, el conjunto de elementos que demarcan y dan sentido a la proporcionalidad en la búsqueda de identificar aquellas prácticas sociales que la norman, con el objetivo construir una epistemología de usos de la proporcionalidad que incidan en una propuesta del Rediseño del Discurso Matemático Escolar.

2. Marco de referencia

EL Marco de referencia que se constituye en la columna vertebral de la presente investigación, está compuesto por un lado del enfoque Socioepistemológico de la Matemática Educativa, el cual a través de su mirada sistémica busca identificar diferentes escenarios de construcción del conocimiento poniendo una especial atención en las prácticas sobre las cuales dichos objetos emergen.

La constitución sistémica de los fenómenos didácticos, trata los fenómenos de producción, adquisición y difusión del conocimiento, desde la perspectiva múltiple, que incorpora al estudio de la epistemología del conocimiento, su dimensión sociocultural, los procesos cognitivos asociados y los mecanismos de institucionalización vía su enseñanza. (Cantoral, 2013).

La tesitura sociocultural de la investigación otorga sentido al ubicar el foco en una actividad escolar y un conocimiento matemático, en este caso se centra el interés en las actividades que se desarrollan en la puesta en marcha de los PPPAS, las cuales determinan su arraigo al contexto permiten indagar a cerca cómo vive y se resignifica un conocimiento matemático, en este caso en particular la proporcionalidad.

Resulta importante ubicarse como investigador en contextos propios de nuestra cultura, en este caso, el contexto de los PPPAS, los cuales se desarrollan en diversas escuelas ubicadas tanto en la zona Urbana como en la zona Rural de nuestro país y se constituyen en un interesante campo de estudio identitario, el cual permite el análisis de las acciones que se desarrollan al interior de una institución educativa, el reconocimiento de sus prácticas, y la problematización en torno a las actividades permeadas por el medio, en la búsqueda de los usos y significados de un conocimiento matemático.

El contexto en el cual se llevará a cabo la propuesta es una institución educativa oficial, la Institución Educativa Rural Eugenio Díaz Castro del Municipio de Soacha, la cual ha sido seleccionada debido a que lleva más de cinco años de implementación de los PPPAS y ha logrado incorporar con éxito cada una de las acciones técnicas y pedagógicas que se proponen desde la ley para el desarrollo exitoso de los PPPAS.

3. Aspectos metodológicos

La metodología sustento de la investigación obedece a la propuesta de Buendía y Montiel (2011), en la cual el diseño hace alusión a cuatro momentos:

Momento 1*: Del planteamiento del problema, el cual problemática en torno al conocimiento considerado desde el enfoque como el saber en uso.*

Momento 2*: Análisis Sociepistemológico, el cual hace un análisis del conocimiento en un contexto determinado en atención a los cuatro componentes del enfoque socioepistemológico.*

Momento 3*: Epistemología de Prácticas, el cual busca a través del análisis de las observaciones construir un modelo de anidación de prácticas en el que las actividades conformen una práctica de referencia y del estudio de esta emerja una práctica social.*

Momento 4*: Intencionalidad en las prácticas como acción relacionante hacia situaciones-problema, en este momento se pretende dar cuenta de la construcción social del conocimiento matemático a partir de una* *epistemología de prácticas y usos, con la finalidad de establecer una propuesta que aporte al rediseñar del discurso matemático escolar.*

La investigación se realizará bajo los parámetros establecidos en la investigación cualitativa y atenderá a una etnografía, en la cual se hará uso de diversos tipos de insumos de recolección de información:

los datos verbales a través de entrevistas narrativas y episódicas a profundidad.

Se empleará un segundo nivel de insumos de recolección de datos como lo son los datos visuales: grabaciones, fotografías, acompañamiento y análisis de la documentación empleada por el maestro en el desarrollo de su actividad pedagógica y análisis de las notas de campo y grabaciones recogidas en las observaciones del acompañamiento

4. Desarrollo de la investigación

La investigación consta de tres fases:

Fase de consolidación de la propuesta a nivel teórico

Tiempo (2 años)

Problematización (objetivos, justificación)

Marco Teórico de la propuesta

Estado del Arte

Metodología

Categorías de Análisis a Priori

Fase de implementación de la propuesta

Estudio Etnográfico y sistematización

Tiempo (1 año)

Fase de análisis de la propuesta

Tiempo (1 año)

En la actualidad la propuesta se encuentra en la fase de consolidación, con 6 meses de avances en la construcción, por tanto no se reportan conclusiones.

5. Conclusiones

La propuesta se encuentra en construcción teórica, por tanto las conclusiones de la investigación saldrán a la luz en su proceso de implementación y no se reportan en este apartado.

Referencias bibliográficas

Arrieta, J., Buendía G., Ferrari, M., Martínez, G., & Suarez L. (2013). Las prácticas Sociales como generadoras del conocimiento matemático. Acta Latinoamericana De Matemática Educativa-Vol 17.

Cantoral, R. (2013). Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa . Estudios sobre construcción social del conocimiento, Gedisa.

Guacaneme, E. (2001). Estudio Didáctico de la proporción y la proporcionalidad: Una aproximación a los aspectos matemáticos formales y a los textos escolares de matemáticas. Tesis de Maestría. Universidad del Valle. Santiago de Calí. Colombia

Montiel G. y Buendía, G. (2011) Propuesta metodológica para la investigación socioepistemológica. En Sosa, Rodriguez y Aparicio (eds) Memorias de la XIV Escuela de Invierno en Matemática Educativa (pp. 443- 454**)** México: Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa AC.

Comprendo y analizo mi entorno: Una propuesta pedagógica para la comprensión de las medidas de tendencia central

Luz Angela Casallas Rodríguez
angelamatematicas@yahoo.es
Orlando Fals Borda IED, (Bogotá - Colombia)
Henry Alejandro Angulo
henry.angulo@unisabana.edu.co
Universidad de La Sabana, (Bogotá - Colombia)

Resumen

La revisión bibliográfica acerca de la metodología de aula en relación con el significado de las Medidas de Tendencia Central, remite al estudio de aspectos didácticos sobre su comprensión y posibles dificultades que presentan los estudiantes al enfrentar situaciones que requieren de estas. Esta ponencia expone los avances de una investigación en curso, en la Maestría en Pedagogía de la Universidad de La Sabana, que involucra una propuesta pedagógica en el marco de la Enseñanza para la comprensión, gestionada con estudiantes de grado sexto. El uso de la metodología "estadística con proyectos" propuesta por Batanero & Díaz (2011), permite visibilizar acciones concretas que evidencian comprensión en los estudiantes.

Los logros alcanzados en relación con la enseñanza y el aprendizaje de la estadística proponen retos frente a las nuevas formas de involucrar a los estudiantes en la solución de problemas del contexto escolar y dejando evidencia de comprensión de la Estadística.

Palabras clave: Pensamiento estadístico, Comprensión, Estadística con Proyectos, Medidas de tendencia central (MTC)

1. Introducción

La formación en tópicos relacionados con estadística y probabilidad se ha convertido en una necesidad social, dada la importancia de tener un conocimiento básico para el abordaje de situaciones que involucran el manejo de datos, el azar y la incertidumbre. En este sentido y de acuerdo con Mayén (2009), es en las aulas donde debe proporcionarse las herramientas a los estudiantes para la comprensión de dicho conocimiento.

Dado lo anterior, el interés particular se centra en la construcción de una propuesta de trabajo de aula en la línea del *pensamiento aleatorio y los sistemas de datos,* específicamente sobre las medidas de tendencia central, con el fin de contribuir en el desarrollo de habilidades y competencias en el abordaje de situaciones referidas al análisis de datos, y de enfocar aspectos básicos de la práctica docente que privilegien la *Enseñanza para la Comprensión* haciendo uso de la propuesta de Batanero & Díaz (2011).

La implementación de la propuesta deja como precedente la importancia de desarrollar actividades de aula que involucren los intereses de los estudiantes, como pretexto para consolidar la comprensión de conceptos estadísticos. Adicional a la comprensión de las MTC, la propuesta busca generar inquietudes en los estudiantes respecto a la convivencia escolar, a través de la sistematización y análisis de información recolectada sobre sus compañeros y su entorno en general, logrando una construcción significativa de las Medidas de Tendencia Central.

Con la propuesta se logra consolidar el proyecto de aula como herramienta que aportará a los estudiantes elementos para asumir una posición crítica frente a una situación que le exige la toma de decisiones. Se espera continuar con la implementación y enriquecimiento de la propuesta, dándole continuidad al trabajo, pues se considera como un primer paso para consolidar la esencia del educador matemático interesado por mejorar la enseñanza, el aprendizaje, la comprensión y el uso de la estadística y las matemáticas como parte de su realidad.

2. Marco de referencia

En las prácticas educativas tradicionales la enseñanza de la estadística se ha centrado en la aplicación mecánica de fórmulas y algoritmos para calcular algunos estadísticos, dejando de lado, el análisis de los datos e información estadística, la argumentación, la comunicación matemática y la modelación. Al respecto, el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006) plantea que: *"…, hoy día ya no es tan importante para los estudiantes el recuerdo de las fórmulas y la habilidad para calcular sus valores, como sí lo es el desarrollo del pensamiento aleatorio, que les permitirá interpretar, analizar y utilizar los resultados..." (p. 65).*

En acuerdo a la propuesta del MEN, urge cambiar las prácticas educativas y desarrollar habilidades de pensamiento estadístico en los estudiantes, que según planteamientos de Gal (2002), refiere a "*… a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, (…) que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante"* Gal (2002), citado por Batanero, (2002, pp. 2-3).

En tanto se hace urgente replantear las prácticas de aula para la enseñanza de las nociones estadísticas, Batanero & Díaz (2011), proponen el uso de los proyectos estadísticos como estrategia didáctica. Los autores en mención afirman que el trabajo con proyectos aumenta la motivación de los estudiantes al no realizarse magistralmente en el aula de clase; lo cual, junto al hecho de que el problema a investigar nace de situaciones reales en las que se encuentra inmerso el estudiante, hace que el aprendizaje de la estadística sea contextualizado y de carácter significativo.

La propuesta de Batanero & Díaz (2011) sobre *estadística con proyectos* se acoge en el marco de Enseñanza para la comprensión como complemento para el trabajo de aula, pues las fases planteadas en el marco EpC (Blythe, 2002) organizan las acciones durante la ejecución del proyecto, de tal forma que la valoración de los desempeños de comprensión alcanzada por los estudiantes frente al uso de las Medidas de Tendencia Central es claramente evidenciada en los diferentes momentos en que se ejecuta.

3. Aspectos metodológicos

Para la construcción de esta propuesta, se toma como base la metodología de la investigación – acción, y se plantea la propuesta de aula en el marco de la Enseñanza para la Comprensión (EpC) y la enseñanza de la estadística con proyectos de Batanero & Díaz (2011).

4. Desarrollo de la investigación

El desarrollo de la propuesta se presenta en tres fases, atendiendo a los desempeños de comprensión que plantea el modelo Enseñanza para la Comprensión (Blythe, 2002): Fase exploratoria, Fase de investigación guiada y Fase de síntesis, las cuales se presentan en la figura 1.

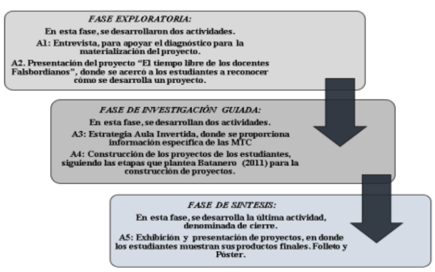


Figura 1. Actividades desarrolladas en cada fase de la intervención.

Figura 2. Sesión de trabajo con estudiantes preparando la presentación de producto final.

El proyecto implementado con los estudiantes, se desarrolló a lo largo de 8 sesiones en donde a partir de los intereses particulares del grupo, surgieron tópicos generativos para la formulación de pequeños proyectos construidos por los estudiantes, como contexto para abordar las Medidas de Tendencia Central. Para apoyar la comprensión de las MTC se realizó trabajo en casa usando tutoriales de internet previamente seleccionados sobre usos de la media, la mediana y la moda, sobre los cuales se realiza un ejercicio de socialización y formalización conceptual.

Cuando el estudiante realiza el ejercicio de analizar el entorno, está en la posibilidad de diferenciar variables que obedecen a una naturaleza estadística, y que están afectando su entorno escolar. Estos elementos permiten al estudiante hacer una reflexión de su espacio, convirtiéndose en un ciudadano activo y transformador de su realidad.

Durante el proceso, se destaca de manera notable la participación activa en las sesiones, en las que el interés por conocer mejor algunas características de los compañeros del grupo, hace posible el alcance del objetivo del proyecto, lo cual se evidencia en los desempeños de comprensión de los estudiantes y en el trabajo que presentan como producto final.

5. Conclusiones

El ejercicio investigativo del docente, adquiere importancia en tanto se encuentran estrategias de tipo metodológico y didáctico que enriquecen la comprensión de saberes, y que se refleja en las acciones de los estudiantes frente a situaciones diversas en el aula.

Para los estudiantes es novedoso encontrar que existe una manera de aprender, que le implica acciones cómo recolectar, tabular, graficar e interpretar datos, distinta a tener que acudir a un conjunto de fórmulas sobre las que no se tiene clara su significación.

Resulta igualmente importante hacer evidentes las necesidades reales en la convivencia de los estudiantes y cómo estas se convierten en variables potenciales para el aprendizaje de la estadística, sobre las cuales se realiza una análisis que va más allá de encontrar un dato, pues les permite reflexionar sobre sus acciones cotidianas, haciendo posible el reconocimiento de sus compañeros al diferenciar sus gustos, emociones y habilidades, a la vez que desarrolla competencias matemáticas.

El ejercicio de investigación, permite contemplar el trabajo con proyectos estadísticos como estrategia para contribuir en la comprensión de las temáticas propias del componente aleatorio y estadístico, y por qué no de las matemáticas en general.

Finalmente, se destaca el interés que generó el desarrollo del proyecto en algunos docentes de la institución, quienes consideran importante abordar este componente de las matemáticas de forma interdisciplinaria, pues desde su saber pedagógico en las ciencias sociales, ciencias naturales y educación ambiental; la cultura estadística es una herramienta que puede relacionar los diversos saberes en la tarea diaria de aprender.

Referencias bibliográficas

Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística, Buenos Aires. Conferencia inaugural.

Batanero, C. & Díaz, C. (Eds.). (2011). Estadística con Proyectos. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, Granada, España.

Blythe, T. (1999). La enseñanza para la comprensión: guía para el docente, 5. Buenos Aires, Argentina: Paidós.

Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. International Statistical Review, 70(1), 1-25.

Mayén, S. (2009). Comprensión de las medidas de tendencia central por estudiantes mexicanos de Educación Secundaria y Bachillerato. Tesis Doctoral. Universidad de Granada, Granada, España.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia-MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y competencias ciudadanas. Bogotá: Magisterio.

Estudio de dificultades y errores en la resolución de triángulos utilizando teorema del seno y el coseno

Yeison Andrés Guerrero Osorio
yeisondigital@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá D.C- Colombia)
Nubia Paola Vega Vargas
apples05.pv@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá D.C- Colombia)

Resumen

El presente trabajo se desarrolló con el fin de identificar y clasificar los errores y dificultades al abordando situaciones problema de resolución de triángulos que involucren el uso de el teorema del seno y el coseno. Para el análisis de los resultados se utilizó uno de los organizadores curriculares que plantea Socas (1997) Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria, el cual nos permitió identificar el origen de dichos errores, plantear nuevas categorías y finalmente concluir cuales son los principales errores y dificultades que presentan los estudiantes al resolver problemas de este tipo.

Palabras clave: Dificultad, error, situación problema, resolución de problemas, resolución de triángulos.

1. Introducción

El problema a tratar en el presente reporte de investigación nació en una de las prácticas intermedias del proyecto curricular LEBEM, en esta se aplicó una secuencia de actividades dirigida a la enseñanza de la trigonometría y al tratar de analizar los resultados obtenidos específicamente al buscar teoría que sustente los errores y las dificultades que presentan los estudiantes al abordar este tema, nos encontramos con un gran vacío; la poca y limitada información de la clasificación de los errores y dificultades cuando hablamos de trigonometría.

De esta manera en este trabajo diseñamos una situación problema que involucra la resolución de triángulos cualesquiera y el uso del teorema del seno y del coseno como tema fundamental, con esto se busca analizar las posibles dificultades y errores que presentan los estudiantes al abordar problemas de este tipo y al tratar de emplear estos teoremas.

Este trabajo puede contribuir a docentes en formación de matemáticas o en ejercicio al análisis de sus prácticas educativas ya que les brinda una categorización de los posibles errores y dificultades que pueden cometer los estudiantes a la hora de resolver situaciones problema asociadas a la resolución de triángulos, de esta manera se busca crear una base que muestre los diferentes orígenes de estos, además que aporte a los al diseño de actividades que ayuden a superar dichos errores y dificultades.

2. Marco de referencia

Dificultades y errores

El aprendizaje de las matemáticas genera dificultades en los alumnos como refiere Socas (1997) estas dificultades pueden tener diversos orígenes los cuales están ligados con la complejidad de un objeto matemático, con los procesos de enseñanza o con procesos cognitivos o afectivos de los estudiantes; las dificultades a medida de la práctica se convierten en obstáculos y en los estudiantes se presentan en forma de errores.

Los estudios realizados sobre errores en matemáticas según Socas (1997) busca hacer un abordaje de los mismos considerando el papel de estos errores en el conocimiento matemático como algunos procedimientos erróneos, aprovechables didácticamente.

3. Aspectos metodológicos

Diseño de la prueba

Para abordar, identificar y clasificar los E-D se diseñó un instrumento teniendo en cuenta la categorización de estos mismos partiendo de su naturaleza, de tal manera se buscó identificar, analizar y categorizar los E-D que presentan los estudiantes al abordar la resolución de triángulos en la trigonometría, este instrumento se aplicó a estudiantes de grado décimo de manera grupal

Recolección de datos

Para la recolección de datos se utilizaron los apuntes y procesos realizados en lápiz y papel por los estudiantes, las grabaciones durante los procesos de resolución, posibles discusiones y finalmente las entrevistas y encuestas realizadas a estudiantes escogidos de manera aleatoria.

Análisis de datos obtenidos

En el proceso de análisis de los resultados obtenidos se relacionaron los errores y dificultades que los estudiantes tuvieron en los procesos de resolución de problemas con las categorías planteadas, además se analizó el surgimiento de categorías no contempladas por los autores utilizados como referentes.

4. Desarrollo de la investigación

Para poder analizar los resultados obtenidos se diseñaron las siguientes categorías de análisis:

A. Dificultades asociadas a la complejidad (Comprensión y comunicación) de los objetos matemáticos, planteada por Socas (1997).

- Interpretación de los signos matemáticos a partir del lenguaje común, asociación de conceptos matemáticos al lenguaje común.

- Palabras específicamente de las matemáticas mal entendidas por ser poco familiares.
- Duda de asociar palabras que tiene un mismo significado en lenguaje habitual como en el matemático.
- Dificultad en la interpretación de los problemas reflejados en una representación. (categoría emergente).
- Confusiones a partir de los símbolos matemáticos $\cong \alpha \nless \neq \parallel$.(categoría emergente).

B. Dificultades asociados a los procesos de pensamiento matemático: relacionadas con la lógica matemática, planteada por Socas (1997).

- Dificultad de establecer una deducción lógica (conjeturas, ejemplos contra ejemplos, etc.) provenientes asociada a lógica Social (asociar situaciones habituales con conceptos matemáticos).
- Rupturas que provocan dificultades por medio de los modos de pensamiento matemático (linealidad).
- Expresar y aplicar un teorema o ecuación incorrecta por los elementos que toma de la representación o simplemente el teorema no es el indicado para resolver el ejercicio.(categoría emergente).

C. Dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales, planteada por Gómez-Chacón, (2002).

- Las emociones que se desarrollan al enfrentarse a un problema matemático que producen rechazo a la situación problema.
- Las emociones que se desarrollan en los procesos de resolución de un problema matemático que impiden el buen desarrollo o la finalización de la situación problema.
- Las emociones que se desarrollan al tratar de solucionar un problema en grupo que impiden los acuerdos de solución y producen rechazo a desarrollar el problema.

- La relación con experiencias pasadas en las matemáticas que producen rechazo a los problemas matemáticos.

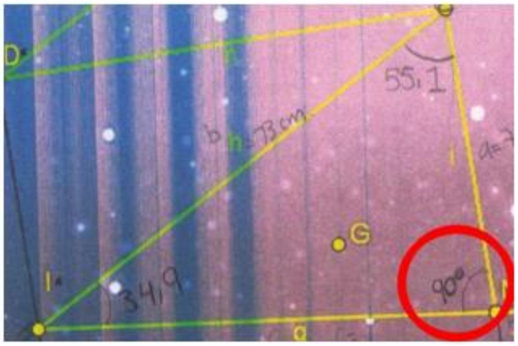
Correspondiente (S3, G2) 	Como se ve en la imagen los estudiantes asumen que el ángulo GNI es <igual a 90° "por visualización" De igual manera en la conversación del profesor y los estudiantes y estos afirman que el ángulo es recto solamente por visualización.	A4

Figura 1. Evidencia.

Algunos errores y dificultades que encontramos con la implementación de esta prueba fueron:

- No tienen en cuenta las características de los triángulos, es decir aplican teoremas sin verificar sobre qué clase de triangulo están trabajando.
- Asocian el teorema de Pitágoras para cualquier triangulo.
- Asocian criterios de semejanza con un solo ángulo.
- No utilizan la notación correcta en el teorema del seno y coseno.
- Confunden en qué casos puede utilizar el teorema del seno o del coseno
- Se les dificulta despejar y operar términos al remplazar datos en el teorema del seno y del coseno ya que no utilizan propiedades como la jerarquía de operaciones

5. Conclusiones

Los errores encontrados en las pruebas enfocadas en la resolución de triángulos, permitieron identificar los posibles orígenes, encontrando errores de tipo aritmético, algebraico y geométrico, con lo cual concluimos, que los errores presentados en problemas con resolución de triángulos, tienen una estrecha relación con la aritmética, la geometría y el álgebra, ya que los conocimientos y destrezas que tengan los estudiantes en éstas, facilita/obstaculiza un mejor entendimiento en conceptos relacionados con la trigonometría.

Gracias a este trabajo afinamos las categorías planteadas con ayuda de los referentes teóricos y las categorías emergentes surgidas en el proceso de análisis, se puede realizar una clasificación de tres tipos; las tipo A: correspondiente a los errores relacionados con la complejidad del objeto matemático, de tipo B: los errores relacionados con procesos de pensamiento matemático y por ultimo las de tipo C: relacionadas con las actitudes y emociones que se generan durante las fases del proceso de resolución de problemas. Con estas categorías pudimos identificar diferencias radicales en los tipos de errores que pueden cometer los estudiantes, es decir muchas veces como docentes suponemos que los estudiantes tienen una dificultad o cometen un error simplemente por falta de conocimiento, no nos detenemos a mirar por ejemplo: ¿Cuál es la dificultad de los objetos matemáticos que tratamos para los estudiantes? ¿Qué procesos de pensamiento matemático se pueden generar en los estudiantes? o simplemente fijarnos en las actitudes o emociones que pueden estar sintiendo nuestros estudiantes al enfrentarse a una situación problema o en general hacia las matemáticas.

Referencias bibliográficas

D´Amore, B., (2010). Problemas Pedagogía y psicología de la matemática en actividad de resolución de problemas. Madrid: Síntesis.

Escudero, A., Domínguez, J (julio, 2014). De los errores identificados en la investigación a los errores encontrados en un aula de primero de bachillerato. Números Revista de Didáctica de las Matemáticas, 86, 111-130.

Gómez, G., Flores, G., & Jiménez, E. (1996). Metodología de la investigación cualitativa. Granada: Aljibe.

Gómez Chacón (2002). Afecto y aprendizaje matemático: Causas y consecuencias de la interacción emocional. En J. Carrillo Reflexiones sobre el pasado, presente y futuro de las Matemáticas. (pp. 197-227). Huelva: Universidad de Huelva.

Junta de Andalucía (2010). La competencia matemática y la resolución de problemas Sevilla

Guerrero Sosa, L. (2010). Conocimientos Matemáticos para la enseñanza en bachillerato. Universidad de Huelva. Huelva.

Piñeiro, M. E., del Rincón, T. O., & Jalón, M. J. I. (1998). Trigonometría. Madrid: Síntesis.

Tomás Folch, M. (1990). Los problemas aritméticos de la enseñanza primaria. Estudio de dificultades y propuesta didáctica. En Educar (pp. 119-140).

Cláusula de Control Semántico y Efecto Topaze

Sindy Paola Joya Cruz
sindy.joya@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

Resumen

Este trabajo refiere a algunos de los resultados parciales de "La Comunicación en el Aula de Matemáticas desde la perspectiva del Contrato Didáctico", investigación que se viene desarrollando en el marco de la Maestría en Educación de la Universidad Distrital. En este documento se dará muestra de algunos datos empíricos en los que se identificaron manifestaciones del contrato didáctico (Brousseau, 1986), las cuales fueron caracterizadas mediante el uso de instrumentos y métodos de la investigación etnográfica. Este estudio se desarrolló en clases de matemáticas de un grupo de grado séptimo de un colegio distrital de Bogotá. Los resultados describen que la ocurrencia de Efectos del contrato didáctico interviene de manera negativa en la significación de las matemáticas que hacen los escolares y que muchas de las respuestas y comportamientos de los estudiantes que se catalogan como erróneos o inexplicables se deben a que actúan bajo Cláusulas nocivas del contrato didáctico.

Palabras clave: Efecto Topaze, Control Semántico, Prácticas Comunicativas, Etnografía.

1. Introducción

El trabajo desarrollado se nutre de tres fuentes teóricas: la primera corresponde a los Efectos del contrato didáctico (Brousseau, 1986); la segunda a las Cláusulas del contrato didáctico (D'Amore, 2006); y la tercera a las Prácticas comunicativas (Fandiño, 2009). Para los fines de este documento se tiene la hipótesis de que a partir de la observación y análisis de las prácticas comunicativas en el aula se pueden ver más claramente situaciones relativas a contrato didáctico, a saber; la ocurrencia de efectos y la manifestación de actuaciones bajo cláusulas de un contrato didáctico que en esencia es tácito, y por lo tanto difícil de observar. He de señalar sin embargo que, estas bases teóricas carecen de datos empíricos suficientes que las soporten y, por tanto, rastrear manifestaciones de efectos y cláusulas se constituye en problema de investigación. Por lo tanto, se mostrará un ejemplo de cada uno con la intención de realizar una caracterización. De acuerdo con esto, a través de la Etnografía Educativa (Murillo y Martínez, 2010), se realiza la observación, descripción y análisis de diferentes sesiones de clase de matemáticas del curso 701, quienes abordan el objeto matemático: Números Enteros; y en las que se caracteriza el contrato didáctico y las prácticas comunicativas. Finalmente se muestra cómo el análisis de las prácticas comunicativas en el aula de matemáticas posibilita la observación de manifestaciones del contrato didáctico y sus incidencias en el aprendizaje.

2. Marco de referencia

En Autino, Digión, Llanos, Marcoleri, Montalvetti y Soruco (2011) se señala que los posibles factores que se oponen al aprendizaje de las matemáticas y que interfieren en la comunicación educativa, son obstáculos de diferente tipología. En este sentido, Jiménez, Suárez y Galindo (2010, p. 7) destacan que la comunicación desempeña un papel importante en la clase de matemáticas, ya que debe percibirse más allá del lenguaje simbólico que pretende ser comunicado, con el fin de favorecer los procesos de particularizar, generalizar, conjeturar y convencer. Así que, todo saber enseñado trae consigo la conformación de un Contrato Didáctico que tiene en cuenta la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Brousseau (1980, p. 127, en D'Amore, 2006, p. 115) caracteriza el contrato didáctico de la siguiente manera:

En una situación de enseñanza, preparada y realizada por un docente, el estudiante tiene como tarea resolver el problema (matemático) que se le presenta, pero el acceso a esta tarea se hace por medio de una interpretación de las preguntas dadas, de las informaciones proporcionadas y de las obligaciones impuestas que son constantes del modo de enseñar del maestro. Estos hábitos (específicos) del maestro esperados por los estudiantes y los comportamientos del estudiante esperados por el docente constituyen el contrato didáctico.

Dentro de las manifestaciones del Contrato Didáctico, se evidencian los EFECTOS (Brousseau, 1986), los cuales se refieren al profesor en una situación de enseñanza en relación a un objeto matemático. Algunos de los efectos reportados son: Efecto Topaze, Efecto Jourdain, Efecto Dienes, Deslizamiento metacognitivo, Uso abusivo de la analogía y Envejecimiento de las situaciones de enseñanza. Por su parte, las CLÁUSULAS (Chevallard, 1988, en D'Amore, 2006; y D'Amore, 2006) corresponden a la actuación del estudiante independientemente a si está o no el docente, actuando de manera inexplicable (en general tratando de identificar y satisfacer las exigencias del adulto). Las posibles expresiones se dan cuando un estudiante responde de cierta manera en el contexto escolar y de otra fuera del aula. Algunas de las cláusulas reportadas son: Todo problema tiene una solución, Exigencia de la justificación formal, Un problema real es diferente a un problema escolar y Delegación formal. Mi hipótesis como lo mencioné, es que estas manifestaciones se hacen evidentes a través de PRÁCTICAS COMUNICATIVAS (Fandiño, 2009), que para nuestra adaptación se reconocen como interacciones entre docente y estudiante en las cuales se exponen ideas matemáticas de enseñanza y aprendizaje; estas ideas se identifican a través del intercambio de información, validaciones, preguntas y respuestas, ya sea entre los mismos estudiantes o en relación con el docente.

3. Aspectos metodológicos

Se utiliza la etnografía educativa (Murillo y Martínez, 2010, p.3) como método de investigación, ya que centra su atención, en "*[…] descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones y comportamientos que son observables*". En este sentido, se realiza la observación, descripción y análisis de 8 sesiones de clase de matemáticas, de aproximadamente dos horas cada una, durante 4 semanas correspondientes al primer bimestre académico de un grupo de grado séptimo de un colegio distrital en la ciudad de Bogotá, que tienen como eje de sus prácticas el uso de Números Enteros; esto con el fin de caracterizar los elementos y relaciones que emergen en el contrato didáctico y que se encuentran en prácticas comunicativas.

La observación se realiza a través de una toma de video y se utiliza como instrumento de recopilación y análisis paralelo una rejilla que recrea el diario de observador, señalando cláusulas y efectos que se observan en cada una de las intervenciones de prácticas comunicativas (sujetas al objeto matemático). Los datos obtenidos permiten reflexionar sobre el significado e incidencia del contrato didáctico, así como una interpretación de las manifestaciones en prácticas comunicativas durante el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

4. Desarrollo de la investigación

El análisis hace énfasis en el extracto de dos situaciones que dan muestra del Efecto Topaze (Brousseau, 1986, p. 6) y la Cláusula que hemos denominado "Control Semántico", de acuerdo a las descripciones realizadas por D'Amore (2006, p. 125).

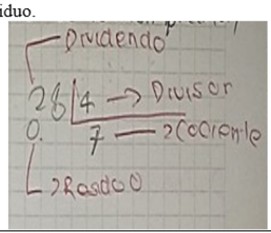
11:12 - 12:02	**Profesora:** Cuando nosotros tenemos este veintiocho, este cuatro, este siete y este cero. *[Escribe los números, como parte de la división que se soluciona]* Esos tienen unos nombres especiales ¿Cierto? ¿Quién me dice cómo se llama este numerito que yo tengo acá en la división *[Señala el número veintiocho]* **Estudiante 6:** El numerador. **Profesora:** ¿Numerador? **Estudiante 5:** Dividendo **Profesora:** El dividendo, bien. ¡Muy bien! *[El estudiante hace gestos de alegría con las manos y el rostro]* Quiere decir que es el número que se divide… Este numerito que me *[Señala el número cuatro]* **Estudiantes:** Divisor. **Profesora:** Divisor… Este numerito que da el resultado de la división *[Señala el número siete]* **Estudiantes:** Cociente **Profesora:** Cociente, muy bien. ¿Y este numerito? *[Señala el número cero]* **Estudiantes:** Residuo **Profesora:** Bueno, residuo.  	Prácticas Comunicativas Explícitas Efecto Topaze: El estudiante espera que el docente le diga "esto está bien" (Aprobación). En el Efecto Topaze, el conocimiento pretendido desaparece y solo queda el juego de palabras "aplica esta regla", asociado a una representación que desconoce el objeto matemático. Bajo la intervención de este Efecto, se observa que la docente realiza diversas preguntas para inducir al estudiante a mencionar aquellos elementos que hacen referencia al aprendizaje deseado.

Figura 1. Manifestación Efecto Topaze

Situación 1: Efecto Topaze. La profesora pretende explicar lo que refiere al asunto de la división con enteros y trata de ejemplificar el problema de los signos en la división; sin embargo, resulta es enseñando los nombres de los componentes en el algoritmo. En este caso, la profesora en el esfuerzo por simplificar el contenido, hace que desaparezca el objeto matemático y lo que quedan son nombres (Figura 1). Esto hace que el estudiante quede condicionado, dejándolo sin posibilidades de respuesta, por lo que terminará mencionando aquello que se esperaba de él desde el inicio, aunque no sea consciente de ello. El estudiante se siente a gusto solo porque encontró la aprobación del docente en algo de lo que dijo; y la docente también porque escuchó la respuesta que cree da muestra de conocimiento.

03:39 - 04:02	**Estudiante 12:** *[Se levanta del puesto y se dirige hacia el lugar donde se encuentra la docente]*. ¡Profe, profe! ¿Por qué ahí no va signo? *[Señala una de las divisiones realizadas como ejemplo]*. **Profesora:** Porque como acá es positivo, entonces no es necesario ponerle el más. Si fuera negativo si era obligatorio ponerle el menos.  **Estudiante 12:** O sea que cuando esté así, ¿Es un más? **Profesora:** Depende. Sí ambos son positivos, da positivo. *[El estudiante se aleja]*.	Prácticas Comunicativas Explícitas: Cláusula de Control Semántico: El estudiante no se siente autorizado a usar un dato que no aparece explícitamente en el texto del problema. En el Control Semántico, se considera que el estudiante comete un "error", ya que es incapaz de controlar si la respuesta es coherente con la pregunta que se le realizó. Sin embargo, para el estudiante esto no es un error, es una "trampa matemática". (D'Amore, 2006, p. 125)

Figura 2. Manifestación Cláusula de Control Semántico

Situación 2: Cláusula de Control Semántico. El estudiante no se siente autorizado a escribir el signo que considera debería estar en la operación (Figura 2). En la Cláusula de Control Semántico, el estudiante considera que existen trucos matemáticos. Este tipo de eventos generan condicionamiento en el estudiante, por un lado, para la búsqueda de aprobación y por el otro la incapacidad de control semántico entre un ejercicio, situación o problema y su respectiva solución. Si bien el estudiante no dimensiona el control semántico presente en esta situación, deja en evidencia que su actuar está condicionado a las interacciones que ha desarrollado con la docente. En este sentido, en la cláusula de Control Semántico el estudiante no logra controlar si la respuesta es *semánticamente coherente con la pregunta propuesta* (D'Amore, 2006, p. 125).

5. Conclusiones

Los efectos son condiciones en las que actúa el profesor en una situación de enseñanza del objeto matemático, realizando determinadas intervenciones, con poco valor cognitivo (mínimo significado) para el estudiante; y las cláusulas son la forma de actuar del estudiante, independientemente a si se encuentra presente el docente o no. Las prácticas comunicativas de los estudiantes durante el desarrollo de las sesiones evidencian la importancia de reconocer en la matemática los sistemas de signos, para transmitir información específica. Sin embargo, el uso frecuente del lenguaje común se da debido a lo que Fandiño (2010, p. 155) señala como el uso de propiedades extra-matemáticas para distinguir. En este sentido, una descripción del objeto matemático números enteros corresponde a un juego semántico en el que pretende caracterizarse de la mejor manera posible el uso de sus propiedades, aunque en ocasiones en el esfuerzo del docente por hacer comunicativa una idea, se pierda el objeto matemático.

Por otro lado, cuando se refiere a la competencia específica comunicación en matemática, se recae en la idea de Fandiño (2010, p. 160-164), en la cual se señala que debe existir sintaxis específica, símbolos oportunos, organización de la presentación, pertinencia, uso de diversas formas de comunicación, empeño dado al diálogo y la consideración de los argumentos y de las razones de los otros. Las acciones del docente y los estudiantes, no son del todo espontáneas, de hecho, todas se corresponden a una respuesta ante el contrato didáctico que se ha apropiado en el aula, ese contrato dinámico y cambiante en el que se requiere de diversas formas de comunicación y actuación.

Referencias bibliográficas

Autino, B., Digión, M., Llanos, L., Marcoleri, M., Montalvetti, P., & Soruco, O. (2011). Obstáculos didácticos, ontogénicos y epistemológicos identificados desde la comunicación en el aula de matemática. En XIII Conferência Interamericana De Educação Matemática. Recife, Brasil.

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y Métodos de la Didáctica. Universidad Nacional de Córdoba, Argentina. Traducción realizada con autorización del autor por Dilma Fregona con la colaboración de Mabel Aguilar.

D'Amore, B. (2006). Didáctica de la Matemática. Bogotá: Magisterio.

Fandiño, M. (2010). Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática: Evaluar e intervenir en forma mirada y específica. Bogotá: Magisterio.

Fandiño, M., & D'Amore, B. (2009). Área y perímetro. Bogotá: Magistério.

Jiménez, A., Suarez, N., & Galindo, S. (2010). La comunicación: Eje en la clase de matemáticas. Praxis & Saber, 1(2), 173-202.

Murillo, J. & Martínez, C. (2010). Investigación etnográfica. Métodos de investigación educativa en educación especial. Universidad Autónoma de Madrid.

¿Qué habilidades de visualización se desarrollan en una actividad de construcción geométrica con trayectoria impuesta utilizando el software GeoGebra en estudiantes del cuarto ciclo de educación?

Jefferson Prieto
jprietomarquez@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)
Mauricio Romero
hemaroar2011@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

Resumen

Algunos investigadores como (Villa-Ochoa, 2011; Ruiz, 2011; Ávila, 2012; Moreno, 2002), citados por (Ruiz, Ávila, & Villa-Ochoa, 2013) destacan que “el uso de recursos tecnológicos en el aula de clase permiten la creación de ambientes de aprendizaje en el que los estudiantes pueden producir conocimiento matemático de una forma alternativa. Esta investigación realizada tiene como objetivo reconocer si una actividad de construcción, haciendo uso de un software geométrico como geogebra, ayuda al desarrollo de habilidades de visualización espacial en estudiantes de cuarto ciclo de formación y cómo esta exploración basada en la implementación de una actividad con trayectoria impuesta, brinda resultados que apuntan a pensar ,cómo el uso del software dinámico produce que estudiantes desarrollen dichas habilidades basados en las herramientas que usa.

Palabras clave: Habilidades de visualización, recurso virtual, conocimiento matemático.

1. Introducción

En el proceso de formación de un estudiante para profesor, son bastantes las inquietudes que van surgiendo a medida que va pasando el tiempo, tales como, de qué manera enseñar cierto tema, los recursos indispensables para una mejor comprensión por parte de los estudiantes, etc.

Esta investigación surge de la inquietud de dos estudiantes, sobre la enseñanza de la geometría. A cerca de este tema podemos encontrar bastante información, pero aun así se ve la necesidad de seguir involucrándose en el tema para reconocer obstáculos que se siguen presentando, se identifica que en la enseñanza de la geometría varios autores le han brindado importancia a la visualización, y las habilidades de visualización espacial.

Para Hershkowitz (1996) citado por (Barrios, Muñoz, & Zetien, 2008) "Se entiende por visualización la transferencia de objetos, conceptos, fenómenos, procesos y su representación visual y viceversa. Esto incluye también la transferencia de un tipo de representación visual de otra". "De modo que la visualización, es para la geometría, el proceso o acción de transferencia de un **dibujo a una imagen mental o viceversa**". (p.17)

Además de tratar la visualización, y pensando en la influencia de la tecnología en el aula de clase, se presentará el recurso virtual geogebra como medio para evidenciar el desarrollo de habilidades de visualización en un estudiante de secundaria, esto dado a que ya ha sido expuesta la idea de que "el uso de recursos tecnológicos en el aula de clase permiten la creación de ambientes de aprendizaje en el que los estudiantes pueden producir conocimiento matemático de una forma alternativa, donde se resalten aspectos de los conceptos no siempre explícitos en el modelo tradicional de presentación expositiva".

2. Marco de referencia

Para Hitt (1995) citado por (Ruiz L., 2013) "la visualización no es una actividad cognitiva trivial: visualizar no es lo mismo que ver. En nuestro contexto, visualizar es la habilidad para crear ricas imágenes mentales que el individuo puede manipular en su mente, ensayando diferentes representaciones del concepto y, si es necesario, usar el papel o la tecnología para expresar la idea matemática en cuestión". (p.5)

Las representaciones mentales que se realizan sobre objetos físicos, relaciones, dibujos, conceptos, entre otros, es lo que se conoce como imágenes mentales las cuales según Presmeg (1986) citado por (Guillén, Gutiérrez, Jaime, & Cáceres, 1992) son: **Imágenes concretas**, **imágenes de fórmulas**, **imágenes de patrones, imágenes cinéticas e imágenes dinámicas.** (p.24)

Estos procesos de imágenes mentales son las que dan lugar a habilidades visuales propuestas por (Del Grande, 1990)y citadas por (Guillén, Gutiérrez, Jaime, & Cáceres, 1992) las cuales son una recopilación de propuestas de distintos autores: **Coordinación motriz de los ojos Identificación visual, conservación de la percepción, reconocimiento de posiciones en el espacio, reconocimiento de las relaciones espaciales, discriminación visual y Memoria visual** (p.25-26).

Recurso virtual

Algunos investigadores como (Villa-Ochoa, 2011; Ruiz, 2011; Ávila, 2012; Moreno, 2002), citados por (Ruiz, Ávila, & Villa-Ochoa, 2013)destacan que "el uso de recursos tecnológicos en el aula de clase permiten la creación de ambientes de aprendizaje en el que los estudiantes pueden producir conocimiento matemático de una forma alternativa, donde se resalten aspectos de los conceptos no siempre explícitos en el modelo tradicional de presentación expositiva" (p.2), De lo anterior es de resaltar que dicha creación de ambientes de aprendizaje obedecen no solo a hacer uso de algún medio virtual y pensar que solo por ese hecho la actividad tendrá éxito, se debe tener en cuenta también el uso pedagógico del software dinámico (GeoGebra) y su relación explicita con la intencionalidad de la actividad.

Actividades de construcción

La Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media del Ministerio de Educación Nacional en el año 2014 propone varias actividades derivadas de "algunas experiencias de aula con tecnología de docentes del proyecto", en general todas apuntan hacia algunos de los objetivos más relevantes propuestos en este documento. Sin embargo, la propuesta que más aporta y es más cercana para la investigación fue publicada por (MEN, 2014) y corresponde a lo que ellos nombraron como; "Construcción de figuras en Cabri Géomètre, con trayectorias impuesta" que entre otras brindan la posibilidad de las figuras geométricas de su entorno serán dinámicas, la intencionalidad es aprovechar para que el estudiante ponga en práctica sus conocimientos geométricos y realice construcciones geométricas que conserven propiedades espaciales durante el arrastre de las mismas, de esta manera se puede anular el tipo de construcciones "a ojo", las cuales dejan de satisfacer propiedades cuando se mueve uno de los objetos que componen la figura.(p.48)

3. Aspectos metodológicos

Para la investigación realizada se usaron dos videos como instrumentos de recolección de datos, puesto que este brinda información visual y es usado en estudios de interacción social de sujetos en entornos de prácticas matemáticas (Planas, 2006).

Después de la grabación de videos, se analizaron las interacciones sociales del aula de clase, haciendo énfasis en las habilidades de visualización espacial y los niveles alcanzados mediante el uso del software dinámico geogebra. Para realizar el análisis se proponen las siguientes categorías de análisis:

C1: Involucra el nivel global de percepción visual para hacer asociaciones que conlleven a desarrollar las habilidades de Coordinación motriz de los ojos e Identificación visual

C2: Involucra nivel de percepción de elementos constitutivos para hacer asociaciones que conlleven a desarrollar las habilidades de conservación de la percepción, reconocimiento de posiciones en el espacio y discriminación visual.

4. Desarrollo de la investigación

Se realizó entonces un análisis de los videos obtenidos y a continuación se encontrarán algunas de las imágenes que fueron capturadas y que evidencian la categoría que alcanzaron esos estudiantes haciendo uso del software geométrico.

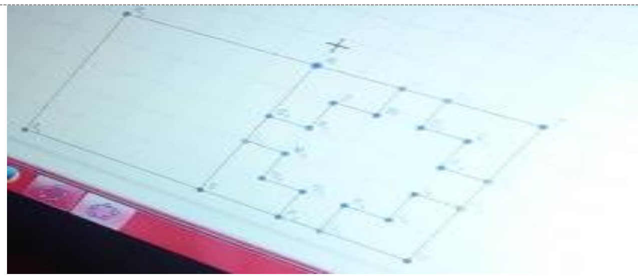
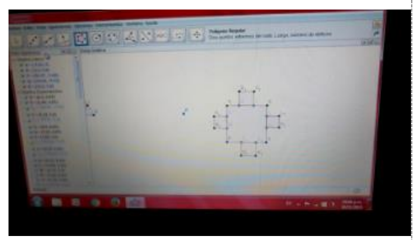
	

Imagen 10- Lograron el nivel de percepción de elementos constitutivos al usar la herramienta segmento entre dos puntos para construir un cuadrado congruente al que habían realizado primero (5x5), con este se dan cuenta que necesitan construir 3 de esos mismos en cada lado del cuadrado inicial para componer la figura que se les pedía en el paso tres de la guía. También desarrollan la habilidad de reconocimiento de posiciones en el espacio usan la dicha herramienta y con la misma acción, debido a que la usan para poner en evidencia la intensión de tomar como punto de referencia el cuadrado inicial para empezar construir los demás cuadrados a su alrededor y relacionarlos.(imagen 10)	**Imagen 5-** las estudiantes afirmaron que para la construcción total se debía ubicar la figura que ya tenían construida (imagen 5) a los lados de la misma, y que al realizar este procedimiento 4 veces se podía llegar a la construcción pedida.

5. Conclusiones

El software utilizado para esta actividad, GeoGebra, a través de la herramienta “Desplaza vista gráfica” “Alejar” “Aproximar” desarrolla la habilidad de coordinación motriz de los ojos, ya que el uso de esta herramienta puede ubicar a la construcción que se está realizando en cualquier lugar de la pantalla, depende del desarrollo de la habilidad no perder de vista la construcción que se está realizando.

Cuando los estudiantes realizaron el proceso nuevamente la herramienta de "Desplaza vista gráfica" "Alejar" "Aproximar" desarrolla en los estudiantes, para esta ocasión, la habilidad de reconocimiento de posiciones en el espacio, ya que al mover la construcción realizada deben ubicarla en un punto de tal manera que la nueva que vallan a crear va iniciar desde un punto de la anterior, además también se notó que desarrollaba la habilidad de conservación de la percepción ya que al alejar la vista el estudiante reconoce que la figura cambia de tamaño pero no se modifica los pasos que el mismo construyó.

Referencias bibliográficas

Barrios, E., Muñoz, G., & Zetien, I. (2008). El proceso cognitivo de la visualización por estudiantes de nivel superior mediante el uso de software dinámico (Cabri) en la resolución de problemas geométricos (Doctoral dissertation). Universidad del Norte. Barranquilla, Colombia: Tesis de Maestría no publicada. Obtenido de http://manglar.uninorte.edu.co/bitstream/handle/10584/699/73108499.pdf;jsessionid=E1B0F3F368F14AA43482D182F70F7D27?sequence=1

Del Grande, J. (1990). Spatial sense, Arithmetic Teacher (Vol. 37). VA, USA: R.Streit.

Guillén, G., Gutiérrez, A., Jaime, A., & Cáceres, M. (1992). La enseñanza de la geometría de sólidos en la E.G.B. Valencia: Institución Valenciana de Estudios e Investigación "Alfonso el Magnánimo": Memoria final del proyecto de investigación. Obtenido de http://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/GutOtr92.pdf

MEN. (2004). Pensamiento Geométrico y tecnologías computacionales. Bogotá, D.C., Colombia: ENLACE EDITORES LTDA. Obtenido de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/productos/1685/articles-113753_archivo.pdf

Planas, N. (2006). modelo de análisis de videos para el estudio de procesos de construcción de conocimiento matemático. Educación Matemática, SANTILLANA, 37-72. Obtenido de http://pagines.uab.cat/nuria_planas/sites/pagines.uab.cat.nuria_planas/files/modelodeanalisisdevideos_PROTEGIDO.pdf

Ruiz L., E. F. (2013). USANDO TECNOLOGÍA DIGITAL PORTÁTIL EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE CÁLCULO. Guadalajara, México: e-Gnosis. Obtenido de http://www.redalyc.org/pdf/730/73029399004.pdf

Ruiz, M., Ávila, P., & Villa-Ochoa, J. (2013). Uso de geogebra como herramienta didáctica dentro del aula de matemática. Desarrollo y uso didáctico de Geogebra. Conferencia Latinoamericana Colombia 2012 y XVII Encuentro Departamental de Matemáticas (págs. 446-454). Medellin: Fondo Editorial ITM. Obtenido de http://funes.uniandes.edu.co/2187/1/ruizavilavillaochoa.pdf

Desarrollo de las competencias matemáticas en la formación del ingeniero industrial

Efraín Ignacio Martínez Mendoza
eframartinez67@hotmail.com
Universidad Cooperativa de Colombia, (Bogotá –Colombia)

Resumen

El objeto de estudio de este proyecto se fundamentó en la Ingeniería Didáctica, desarrollada por Michele Artigue. Es por esto que, en la presente investigación la metodología fue desarrollada a mediano plazo con el objeto de establecer las dificultades que se le podrían presentar a un estudiante de primer semestre de ingeniería al resolver un problema.

Lo anterior se hizo a través del diseño de un modelo didáctico, el cual se caracteriza por un esquema experimental basado en realizaciones didácticas como: la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza. Así, se partió de un diagnóstico, el diseño de unos instrumentos denominados talleres, la aplicación y la evaluación en cuatro momentos denominados fases.

Como consecuencia de lo anterior, con el fin de dar una visión general al problema de investigación, se formuló una serie de interrogantes fundamentales que permitiera guiar este proceso dentro de la educación superior –específicamente en la Universidad Cooperativa de Colombia, con el propósito de detectar las dificultades que se presentan frecuentemente en el proceso enseñanza–aprendizaje de las matemáticas por competencias en estudiantes de primer semestre de ingeniería industrial y sugerir alternativas didácticas. De ahí que, se planteó como objetivo de la investigación: Construir una situación didáctica para el desarrollo de las competencias matemáticas en estudiantes de Ingeniería Industrial de la Universidad Cooperativa de Colombia.

Por consiguiente, con la construcción de la situación didáctica se logró el objetivo enunciado en el trabajo de investigación, ya que permitió establecer avances significativos en los estudiantes en el momento de plantear, resolver y analizar una situación problema.

Palabras clave: Competencias, Competencias del ingeniero industrial, Competencias matemáticas, Ingeniería didáctica.

1. Introducción

En la facultad de ingeniería de la universidad Cooperativa de Colombia, seccional Bogotá, se presentan ciertos problemas de aprendizaje con los estudiantes que ingresan a primer semestre de ingeniería en cada uno de los pensamientos matemáticos, razón por la que, desde hace cinco años, se implementó en el pensum la asignatura Fundamentos de Matemáticas en cada uno de los programas de la facultad de ingeniería, debido al bajo desempeño académico de los estudiantes en las asignaturas de Cálculo Diferencial, Física Mecánica, Algoritmia y Lógica Matemática, así como al alto número de estudiantes reprobados y la continua deserción del programa. Frente a tal panorama, se planteó como problema: ¿Qué situación didáctica es necesaria implementar para el desarrollo de competencias matemáticas, a partir de la resolución de problema, se deben implementar con estudiantes de primer semestre de Ingeniería Industrial de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Cooperativa de Colombia, seccional Bogotá?

El Marco de referencia que se desarrolló en la investigación toco grandes temas que en la actualidad se siguen discutiendo en la educación secundaria y superior, como son las competencias. Estas se revisaron a partir de tres perspectivas: ***i)*** la génesis del concepto, ***ii)*** competencias del ingeniero industrial y, ***iii)*** las competencias matemáticas. También, se revisaron las secuencias didácticas de Guy Brousseau aplicadas a la ingeniería didáctica, lo que permitió formular cuatro etapas o fases de investigación.

En la primera fase, se hizo un cuadro didáctico descriptivo de los análisis preliminares como: epistemológicos, enseñanza tradicional y sus efectos, concepciones de los estudiantes y campo de las restricciones. La segunda fase, denominada de concepción y análisis *a priori* de las situaciones didácticas de la ingeniería, se plantearon unas hipótesis para determinar el comportamiento de los estudiantes frente a una situación didáctica. La tercera fase, se desarrolló la experimentación con la aplicación de unos talleres que permitieran evidenciar los progresos de aprendizaje de los estudiantes. Por último, la cuarta fase, denominada de análisis *a posteriori* y evaluación, se fundamentó en el conjunto de datos recogidos a lo largo de la experimentación, a saber, las observaciones realizadas de las secuencias de enseñanza, al igual que las producciones de los estudiantes en clase o fuera de ella.

Ahora bien, atendiendo a los objetivos, preguntas orientadoras y problema, este estudio se realizó desde el enfoque mixto, a partir del diseño de cuatro etapas de investigación, así como el diseño de instrumentos didácticos, desarrollando cada enfoque cuantitativo y cualitativo de forma independiente.

Finalmente, es importante resaltar que esta investigación aportó el diseño y validación de una situación didáctica a partir de cada una de las fases de la Ingeniería Didáctica, implementado unas secuencias de enseñanza, que favorecen el aprendizaje y el desarrollo de competencias matemáticas, enfatizando en el análisis, planteamiento y solución de problemas en el campo numérico.

2. Marco de referencia

Competencias Matemáticas

En el propósito de formación inicial los estudiantes de ingeniería requieren el dominio de conceptos matemáticos en las distintas aplicaciones, como en la solución de problemas físicos, químicos y en cada una de las asignaturas de matemáticas, permitiéndoles desarrollar habilidades en otros campos de estudio. Por esta razón se hacen necesarios una enseñanza y un aprendizaje de competencias matemáticas que conlleve a los estudiantes a establecer relaciones entre diversos conocimientos, como la construcción de modelos matemáticos funcionales. Fandiño (2008) afirma: "la competencia es la expresión misma de la propensión al conocimiento y al uso de los conocimientos adquiridos para proceder en la misma dirección, hacia nuevos conocimientos" (p. 41). Si bien es cierto que los alumnos de la facultad de ingeniería aprenden en general unas matemáticas en un contexto escolar del saber, se les debe llevar a un proceso de aprendizaje del saber hacer a partir de la solución de problemas usuales de la vida cotidiana en el ámbito profesional de modo que logren alcanzar competencia matemática en un mundo real. Estas competencias matemáticas se deben reflejar en el alumno cuando por sí solo interpreta y argumenta en situaciones problemáticas, como lo indica D`amore (2008): "en la competencia matemática se evidencian tres aspectos: el cognitivo, el afectivo y la tendencia de acción" (p.44). En cuanto al aspecto cognitivo hace referencia al conocimiento de la disciplina matemática; en lo afectivo corresponde a la disposición y voluntad de parte del alumno y finalmente en la tendencia de acción se tiene como referente a la dedicación como a la persistencia frente a los problemas matemáticos que debe realizar.

Godino (2008) refiere que un análisis riguroso en competencias matemáticas implica la adopción de un modelo epistemológico que sea acorde a las nuevas tendencias filosóficas de las matemáticas. Por ello:

La matemática es una actividad humana que implica la solución de problemas. En la búsqueda de respuestas o soluciones a estos problemas externos o internos emergen y evolucionan progresivamente las técnicas, reglas y sus respectivas justificaciones, las cuales son socialmente compartidas. La competencia matemática requiere familiaridad con los tipos de problemas, y los recursos disponibles para su solución.

En la actividad matemática se utilizan distintos recursos lingüísticos y expresivos que desempeñan un papel comunicativo e instrumental. La competencia matemática requiere dominio y fluidez en el uso de las lingüísticas y operatorios, esto es, competencia comunicativa, así como de conversión y tratamiento entre los distintos registros de representación.

La matemática es un sistema de reglas (definiciones, axiomas, teoremas), que tienen una justificación fenomenológica y están lógicamente estructuradas. La competencia matemática requiere el dominio de los sistemas matemáticos disponibles y capacidad para desarrollarlos ante las necesidades de resolver nuevos problemas (compresión racional). (p 82, 83).

En su teoría Brousseau (1999), afirma: "Hemos llamado 'situación' a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable.

La situación didáctica es una situación construida intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado. Brousseau en 1982 la definía de esta manera: “Un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución”

3. Aspectos metodológicos

De manera coherente con los objetivos, preguntas orientadoras y problema, este estudio se realizó desde el enfoque mixto, a partir del diseño de cuatro etapas de investigación, así como, el diseño de instrumentos didácticos, desarrollando cada enfoque cuantitativo y cualitativo de forma independiente.

Etapas de la investigación

Con el propósito de direccionar la investigación desde el enfoque mixto, se diseñó una matriz que relacionara cada una de las cuatro etapas con los diferentes instrumentos aplicados en cada una de ellas y su análisis pertinente.

ETAPAS	INSTRUMENTOS	ANÁLISIS
Diagnóstico	Encuesta	Se hizo un análisis con SPSS (Paquete Estadístico para Ciencias Sociales)
Diseño del instrumento didáctico	Instrumento del diseño didáctico, para cada una de las Fases	Análisis de cada una de las fases con SPSS. Prueba de hipótesis
Aplicación	Entrevistas Diario de Campo	Análisis Cualitativo con Atlas. Ti
Evaluación	Examen Estadística Talleres	Análisis con SPSS

Diagnóstico

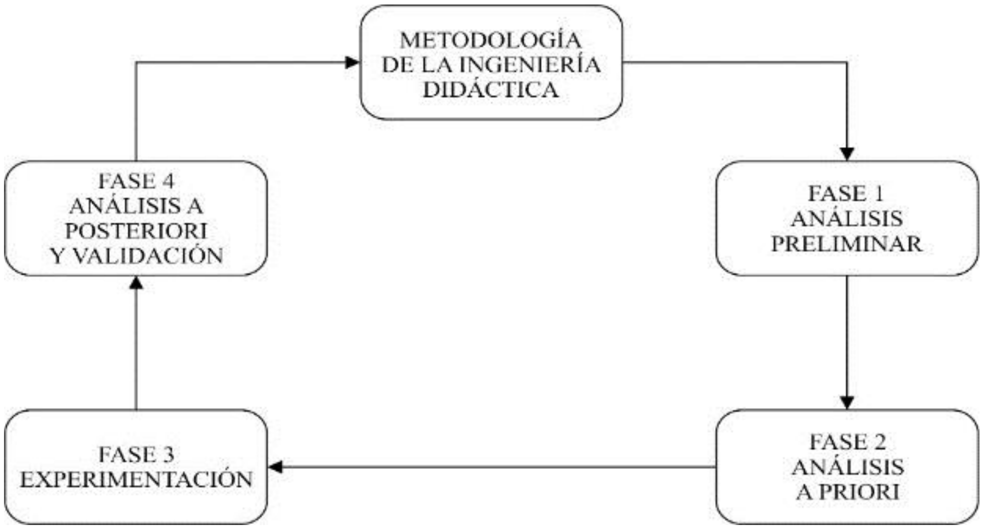
El estudio abarca dos grupos de estudiantes de primer semestre del programa de ingeniería industrial de la facultad de ingenierías de la Universidad Cooperativa de Colombia, seccional Bogotá, en la asignatura álgebra lineal, con características similares.

Uno de los grupos conformados se denominó GE experimental y el otro GC de control; a cada grupo se le aplicó de forma simultánea una encuesta de caracterización. En el grupo GE se desarrolló una propuesta didáctica cuyo objeto de investigación es la experimentación en clase que se sitúa dentro del enfoque comparativo con validación externa, con la comparación estadística del rendimiento del grupo experimental con el grupo de control. En el grupo control GC se desarrolló la clase tradicional, sin embargo se aplicaron cada uno de los talleres desarrollados con el grupo experimental GE y el examen final.

Dentro de la propuesta didáctica aplicada al grupo experimental GE se desarrollaron una prueba de entrada, tres talleres y una prueba final. En el momento de la aplicación del primer taller se realizó una grabación en video y en cada uno de los talleres se realizaron observaciones (diario de campo). Finalmente, se seleccionaron seis estudiantes por grupo quienes posteriormente fueron entrevistados.

Diseño del instrumento didáctico

En la segunda etapa, la estrategia didáctica que se implementó en el marco teórico de la tesis emerge dentro de un ámbito conceptual de la teoría de situaciones del matemático francés Guy Brousseau, quien a su vez refiere a la combinación de interrelaciones entre tres sujetos como el estudiante, el maestro y el medio didáctico. La ingeniería didáctica puede desarrollarse como una metodología de la investigación con el propósito de caracterizar una situación *a priori* para luego confrontarla con un análisis *a posteriori* de la situación observada. Esta metodología se distingue por un esquema experimental fundamentado en las realizaciones didácticas sobre la concepción, la realización, la observación y el análisis de secuencias de enseñanza a partir de cuatro fases, como se puede ver en el siguiente gráfico:



Metodología Ingeniería Didáctica. Elaboración personal a partir de R. Douady (1984)

La ingeniería didáctica facilita al docente elementos fundamentales que le permiten generar conocimiento al interior del aula, convirtiéndose en una estrategia eficaz por su adaptación y solidez en el medio escolar, apoyados en la experimentación en clase. Régine Douady establece que el término ingeniería didáctica designa un conjunto de secuencias de clase pensadas, organizadas y articuladas en el tiempo de manera coherente por un profesor ingeniero, con el fin de realizar un proyecto de aprendizaje para una población determinada de alumnos.(Pochulu Marcel, p. 40,2012)

Aplicación

El objetivo de esta etapa en sus dos primeras fases corresponde a detectar las posibles dificultades presentadas durante la actividad, como en cada una de las respuestas dadas por los alumnos, para este fin se realizaron observaciones que fueron plasmadas por el investigador en diarios de campo. Seguidamente, la tercera fase consistió en la experimentación del diseño de una situación didáctica para la enseñanza y el aprendizaje en la resolución de problemas utilizando las matrices como modelo matemático en el análisis, planteamiento y solución.

Finalmente, una vez concluido todo el proceso de implementación al grupo experimental, se realizó una entrevista a estudiantes de los grupos experimental GE y control GC.

Evaluación

La cuarta etapa que es a su vez la cuarta fase implementada en la segunda etapa, tuvo como objeto de estudio la validación y valoración de la situación didáctica con la aplicación del examen final a cada uno de los grupos.

En esta misma, se aplicaron en primer lugar talleres y posteriormente el examen final diseñados para el grupo experimental GE y el grupo control GC, teniendo en cuenta que en el grupo control GC las actividades se realizaron sin la implementación de las secuencias facilitadoras del aprendizaje de la ingeniería didáctica.

Una vez concluido el proceso de implementación de la secuencia didáctica al grupo experimental GE, se elaboró una estadística de resultados tanto de los talleres como del examen final respecto de cada uno de los grupos con el objeto de validar la propuesta planteada.

4. Desarrollo de la investigación

El análisis realizado en cada una de las fases y en la entrevista permite describir detalladamente lo encontrado durante la investigación, facilitando por una parte la explicación sobre las dificultades presentadas en los estudiantes de los grupos experimental GE y control GC. Por otra parte, verificar que la ingeniería didáctica implementada en el grupo experimental GE, posibilita desarrollar las competencias en los estudiantes por medio de la resolución de problemas.

En lo que respecta a las dificultades evidenciadas durante el proceso llevado a cabo en la práctica de los talleres y la entrevista, arrojan una información valiosa al primer objetivo propuesto en el presente trabajo, el cual corresponde a identificar las dificultades de los estudiantes de primer semestre de ingeniería Industrial en el análisis, planteamiento y solución de un problema. Además, la conexión entre los momentos de planeación, adecuación de las fases, desarrollo de la ingeniería didáctica y aplicación permitió recopilar los diferentes obstáculos en los alumnos de los grupos experimental GE y control GC. Para ilustrar, en la prueba diagnóstica utilizada en los dos grupos se evaluaron cinco ejes temáticos: aritmética de fraccionarios, expresiones algebraicas, factorización, fracciones algebraicas y ecuaciones, encontrando desempeños bajos en las fracciones algebraicas, factorización, ecuaciones y en menor número en la aritmética de fraccionarios.

En consecuencia, las dificultades halladas en cada una de las fases de la ingeniería didáctica, como también en las entrevistas, reflejan el bajo nivel de conocimientos matemáticos de los estudiantes aprendidos en su educación básica y media, quizás porque la enseñanza se focalizó al desarrollo de algoritmos y se le dio poca importancia a potencializar la resolución de problemas. A su vez, D'Amore (2008) expresa que se requiere que el alumno enfrente problemas nuevos, no sólo ejercicios, para medir su capacidad de proyectarse, de arriesgar, haciendo uso de conocimientos aún no del todo asimilados.

Con respecto al segundo objetivo propuesto en la investigación, el cual correspondió al diseño y validación de una situación didáctica que facilitara el aprendizaje y la enseñanza en la resolución de problemas. Para los fines de validación, se confrontaron los análisis a-priori y a-posteriori, con lo implementado en la fase tres a estudiantes del grupo experimental GE, frente al modelo tradicional llevado a cabo en alumnos del grupo control GC, teniendo en cuenta, en los dos grupos la estadística de los talleres, el examen final y la prueba de hipótesis enunciada en la fase dos.

En relación con la estadística descriptiva aplicada a cada taller se encontró un mejor desempeño de los integrantes del grupo experimental GE, de forma progresiva durante la implementación de las fases de la ingeniería didáctica, sin embargo en el primer taller los alumnos del grupo control GC presentaron un resultado sobresaliente y en los otros dos talleres desempeños bajos con respecto a los estudiantes del grupo experimental GE.

Asimismo con el propósito de corroborar los resultados encontrados con la estadística descriptiva se aplicó en cada uno de los talleres una estadística inferencial, utilizando los promedios y la desviación estándar en el planteamiento de las hipótesis nula y alterna, por medio de la regla t-student en el intervalo de confianza IC hallado validando el rendimiento de cada grupo en los respectivos talleres.

En síntesis, se confirma por medio de la estadística inferencial aplicada en cada uno de los talleres el buen desempeño de los integrantes del grupo experimental GE de forma progresiva, comparado con los resultados logrados por los alumnos del grupo control GC. Es decir, en el desarrollo de cada taller los estudiantes del grupo experimental GE fueron mejorando sus promedios, caso contrario en los integrantes del grupo control GC se evidenció un desempeño deficiente con promedios por debajo de tres.

Con respecto al resultado evidenciado en el examen en cada uno de los grupos, se constató por medio de la estadística descriptiva un mejor desempeño en los integrantes del grupo experimental GE, comparado con los resultados obtenidos por alumnos del grupo control GC. En efecto, los promedios de los estudiantes del grupo control GC no mejoraron durante la aplicación de cada una de las actividades, así como en el examen final.

5. Conclusiones

1. Se probó que la aplicación de situaciones didácticas orientadas a desarrollar las competencias matemáticas, conlleva a fortalecer los conocimientos matemáticos en la aplicación de problemas de ingeniería.

2. En la construcción del modelo didáctico se realizó un estudio amplio de los contenidos, lo que facilito establecer una relación entre los objetivos de la asignatura, las nociones previas y los contenidos.

3. A medida que se desarrollaba cada fase se observó en los estudiantes del grupo experimental, un desempeño significativamente alto en la aplicación gradual de los talleres, caso contrario, en los estudiantes del grupo control se observó un desempeño significativamente bajo.

4. Las dificultades de tipo operacional y de análisis presentadas por los estudiantes del grupo experimental, se fueron superando progresivamente en la aplicación continua de las secuencias de actividades, en tanto que, en los alumnos del grupo control persistieron los problemas.

5. Para desarrollar competencias matemáticas en estudiantes de ingeniería, se debe realizar un estudio reflexivo de la secuencia de enseñanza, conllevando a revisar los objetivos, los contenidos y las nociones previas, además de los conocimientos e intereses de los alumnos.

Proyección de la investigación

1. En la implementación de un modelo didáctico se requiere de la participación y retroalimentación de profesionales pedagogos, como también de pares académicos que enseñan la asignatura.

2. La Facultad de Ingeniería debe facilitar a los docentes del área de ciencias básicas, espacios de socialización y retroalimentación que permitan fortalecer los procesos de aprendizaje-enseñanza.

3. Se debe planear las secuencias de enseñanza antes de iniciar un curso, como también cada uno de los talleres a desarrollar con los estudiantes. Es de suma importancia hacer un estudio de los resultados de la prueba diagnóstica aplicada a los futuros estudiantes de ingeniería.

4. La Facultad de Ingeniería debe realizar cambios en el proceso de selección de los estudiantes, tomando como referente las competencias que debe desarrollar un futuro ingeniero industrial.

Referencias bibliográficas

Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., & Gómez, P. (1998). Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. Bogotá: Una empresa docente.

D'Amore, B., Godino, J. D., & Pinilla, M. I. (2008). Competencias Matemáticas. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Pochulu, M. D., & Rodriguez, M. A. (2012). Educación Matemática, Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos. Buenos Aires, Argentina: Editorial Universitaria de Villa María.

Sampieri, R. H., Collado, C. F., & Lucio, P. B. (2006). Metodología de la Investigación. México: Mc Graw Hill Interamicana.

Tobón, S. (2007). Competencias en la Educación Superior. Bogotá: Ecoe Ediciones.

Tobón, S., Rial, A., Carretero, M. Á., & García, J. A. (2006). Competencias, Calidad y Educación Superior. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Propuesta curricular para el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Lizeth Katherine Medina Casallas
lkathemedinac@gmail.com
Tecnológico de Monterrey, Uniminuto
(Monterrey – México; Bogotá – Colombia)

Resumen

El diseño curricular es importante en el proceso de enseñanza y aprendizaje, ya que permite establecer un perfil de egreso del estudiante al finalizar los cursos de escolaridad, por ejemplo del área de matemáticas; tal diseño aborda componentes como la organización de contenido según los campos del pensamiento matemático estableciendo objetivos de acuerdo a las necesidades de los estudiantes. Con el fin de analizar y evaluar un diseño específico se escoge un sector curricular de tercero a sexto grado de primaria de una institución de MéxicoD.F.; a partir de los hallazgos se exponen algunos aspectos a mejorar, los cuales radican en el cambio desde los enfoques, la organización de los contenidos proponiendo objetivos dando a los actores del proceso de aprendizaje herramientas necesarias para no solo diversificar espacios, sino diversificar el aprendizaje basado en la premisa de no tener grupo de alumnos homogéneos sino heterogéneos, identificando sus estilos de aprendizaje.

Palabras clave: Enseñanza, aprendizaje, diseño curricular, evaluación.

1. Introducción

Cada sector curricular debe cumplir con ciertos requisitos que definen las políticas educativas, en este caso específico se abordan según lo expuesto en los planes y programas 2011 del Estado de México, los cuales proponen una serie de aspectos que se deben cumplir en el proceso de escolaridad pero que en la práctica se evidencia que no se llevan a cabo en su totalidad. Estas falencias se identifican por medio de entrevistas y encuestas aplicadas a los alumnos del sector, entre los cuales se destacan la carencia de la planeación sobre los temas a abordar en el año escolar a partir de los parámetros establecidos.

También, se denota una gran debilidad en la atención al rezago educativo, inicialmente no hay líneas o constructos definidos en el sector curricular; son los docentes los que elaboran las llamadas adecuaciones curriculares, sin embargo, ¿de dónde parten?, ¿cómo miden los avances?, ¿qué pasa con los alumnos que no alcanzan el perfil de egreso? al respecto, tomando como referencia entrevistas y encuestas realizadas, se encuentra que los docentes y los alumnos transitan su proceso de aprendizaje en un currículum oculto de adaptación, improvisación, empirismo, hipotético, a veces funcional y otras no, y aunque supone basarse en el Plan y programas 2011, al final de los cursos del sector curricular no se cumple con los perfiles y parámetros de egreso establecidos.

A partir de lo detectado, se propuso explorar el uso de una taxonomía ajustada a las necesidades del sector que permitiera el logro de los objetivos y finalidades más acordes con respecto a las estrategias y actividades de aprendizaje, mostrando fases del proceso cognitivo y metacognitivo en los estudiantes y asumiendo el rol desempeñado por el profesor como diseñador, orientador y guía en el proceso de enseñanza - aprendizaje del sector curricular, todo esto siguiendo un diseño instruccional basado en las finalidades del área que junto a la taxonomía de aprendizaje seleccionada y con más afinidad para el sector curricular, contribuya a la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje.

2. Marco de referencia

El análisis y evaluación del diseño curricular parte de las interpretaciones que tienen los docentes y estudiantes de los diferentes grados del sector curricular, como protagonistas directos del proceso de enseñanza y aprendizaje y así evaluar el contexto actual respecto a la relación, la secuencia y la evaluación de los contenidos, estrategias y actividades de aprendizaje, competencias y finalidad del sector curricular (Casarini, 2002).

Así mismo, siguiendo los estándares que proponen The National Council Teachers of Mathematics (NCTM) sobre los contenidos matemáticos que debe tener el proceso de enseñanza y aprendizaje, el estudiante debe lograr no solo adquirir sino también aplicar los conocimientos a lo largo del sector curricular, así se propone que el contenido, abarque las necesidades del sector y los estándares internacionales del área matemática en 5 temáticas generales y sus objetivos, los cuales se exponen de manera sintetizada en el siguiente diagrama, con el fin de identificar lo que involucra cada temática específica:

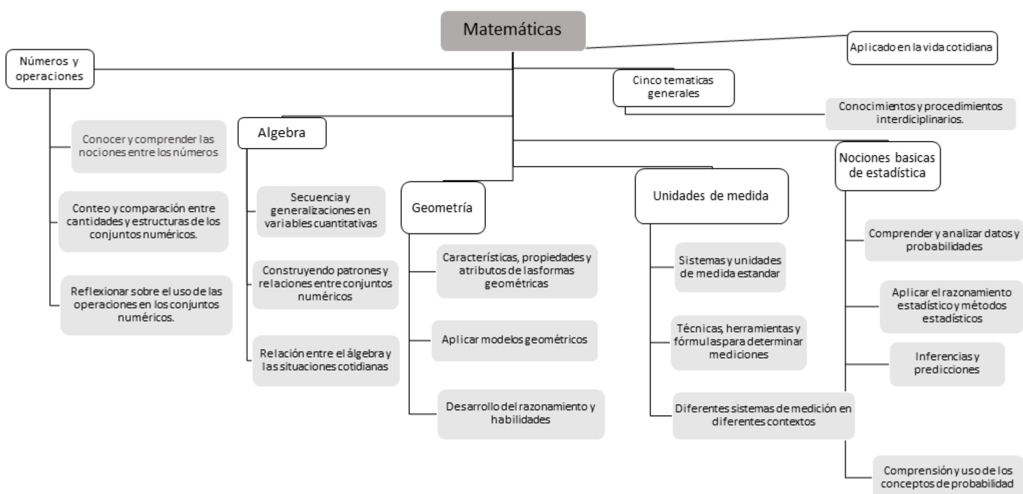


Diagrama 1. Descripción de la secuencia de acuerdo a los campos del pensamiento matemático

3. Aspectos metodológicos

La investigación es de corte cualitativo apoyada por un análisis estadístico de los datos obtenidos, relacionando así lo expuesto por Valenzuela y Flores (2010) denominándolo enfoque mixto y así interpretar de acuerdo a las experiencias que tienen los docentes y estudiantes el proceso de enseñanza-aprendizaje contextualizado en la realidad de los mismos de acuerdo a las políticas educativas propuestas en los planes de estudio. Para realizar la evaluación de los componentes del sector curricular en la práctica, se hace uso y aplicación de dos instrumentos de evaluación (una entrevista semi-estructurada y un cuestionario) con el fin de evidenciar datos relevantes de forma cualitativa y cuantitativa y comparar el currículum oculto, con el real y formal los cuales se encuentran presentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Se realiza la aplicación de los instrumentos y posteriormente un análisis de los aspectos más relevantes de los componentes del sector curricular, un análisis cualitativo sobre las entrevistas semi-estructuradas y uno estadístico relacionado directamente con las encuestas. Finalmente y con base a los análisis realizados, se emprenderá a plantear propuestas de mejora que permitan acercar el currículum real y formal al oculto.

4. Desarrollo de la investigación

Los instrumentos de evaluación aplicados se realizaron en dos grupos: cuatro docentes (uno por grado) y ocho estudiantes (dos por grado): el grupo de docentes respondió el cuestionario y dos fueron elegidos aleatoriamente para aplicar la entrevista; de la misma manera los estudiantes dieron respuesta al cuestionario y 4 elegidos de manera aleatoria fueron entrevistados.

En el análisis de la evaluación se vislumbra que el programa de estudios no evidencia en la práctica de forma específica, actividades a desarrollar para lograr los aprendizajes esperados ni la observación de los procesos de aprendizaje, es decir, no se realiza una planeación como tal sobre lo que se abordará en el año escolar funcional a partir de los parámetros del sector curricular, ni los recursos de apoyo con los que se pretende lograr los objetivos del sector curricular, este aspecto se ve reflejado en la evaluación práctica del mismo.

Así mismo, los docentes y los alumnos transitan su proceso de aprendizaje en un currículum oculto de adaptación, improvisación, empirismo, hipotético, a veces funcional y otras no, pero que supone basarse en el Plan y programas 2011 pero al final de los cursos escolares no se cumple con los perfiles y parámetros de egreso propuestos, ya que de acuerdo a las situaciones presentadas en las clases se adaptan las estrategias y contenidos del área.

5. Conclusiones

A partir de la revisión del plan y programas 2011 y la información adquirida con los instrumentos de evaluación, se resaltó la importancia de conocer los componentes y dimensiones del currículo, ya que de esta manera se puede realizar un análisis completo de la realidad en la que se encuentra el sector, así se detectaron fortalezas y debilidades que permitieron dar paso a la evaluación documental de los propósitos establecidos para el sector curricular y la relación con lo evidenciado en la práctica. De esta manera se pudo entender lo relevante que es conocer desde los ámbitos socioeconómico, psicológico e institucional, cómo se constituye el currículo de la institución y quiénes son los encargados de la implementación.

Se reconoció la importancia de hacer un rediseño del currículo del sector, que permitiera estar a nivel con lo exigido por los estándares educativos gubernamentales y la necesidad de relacionarlos con estándares internacionales, con el fin de tener egresados más competentes, capaces y actualizados para la sociedad y la comunidad. Siendo así, se estudió la necesidad de plantear unas nuevas finalidades educativas que satisficieran las necesidades educativas del sector y que pudieran concretizarse en objetivos curriculares claros, coherentes y medibles.

Finalmente, se reflexionó sobre el valor de este diseño curricular y la trascendencia que debe tener, para lo cual se propuso unas estrategias que permitieron determinar el alcance y cumplimiento de los elementos del currículo desde la práctica, convirtiéndose todo este proceso en un aprendizaje significativo e integral, que lleva a dejar de ser sólo profesores y nos involucra en la investigación científica y diseño del sector curricular.

La propuesta curricular según el sector curricular y las necesidades encontradas se resume en el siguiente diagrama:

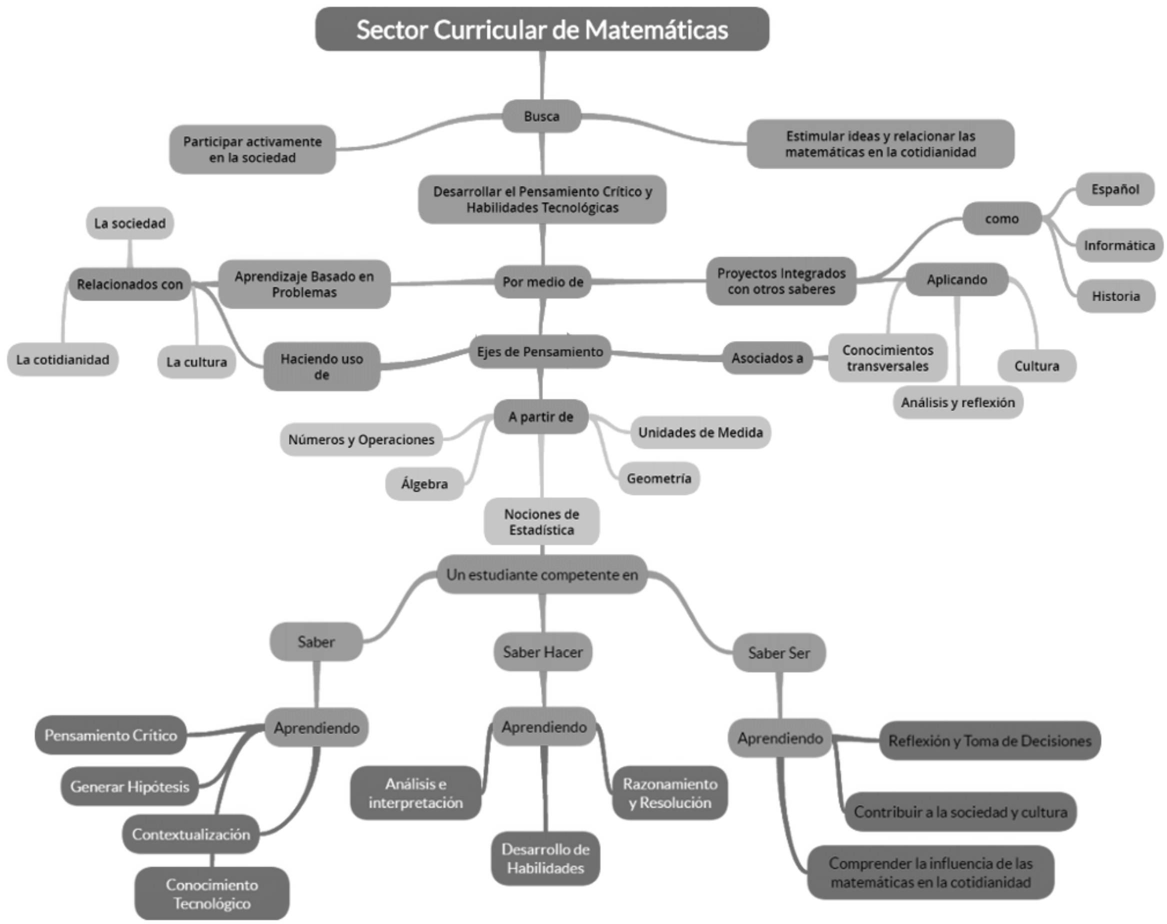


Diagrama 2. Descripción de la propuesta curricular

Referencias bibliográficas

Casarini, R. M. (2002). Teoría y diseño curricular. México Trillas.

Valenzuela G, J. R. y Flores F, M. (2010). Fundamentos de investigación educativa. México: Editorial Digital del Tecnológico de Monterrey. Ebook

SEP (2011). Programas de estudio 2011. Guía para el maestro. Educación básica primaria. Tercer grado, Cuarto grado, Quinto grado y Sexto grado. Primera edición electrónica. México D.F.

The National Council Teachers of Mathematics (2015).Principles and Standards for School Mathematics.www.nctm.org

Una propuesta para reconocer las estrategias de los estudiantes en grado cuarto en la solución de problemas multiplicativos de tipo razón

Jeimy Lorena Pérez Ortiz
jamielorena85@hotmail.com
Universidad de la Sabana, (Bogotá, Colombia)
Julián Ricardo Gómez Niño
julianricardogomez@gamil.com
Universidad de la Sabana, (Bogotá, Colombia)

Resumen

La siguiente investigación se desarrolla en el marco de la Maestría en Pedagogía orientada por la Universidad de la Sabana, en donde se generan espacios de reflexión acerca de las prácticas pedagógicas y los procesos de aprendizaje de los estudiantes. El trabajo presentado tiene como propósito identificar las estrategias que emergen en los estudiantes de grado cuarto, cuando se enfrentan a la solución de problemas multiplicativos simples de tipo razón. En esta medida, se parte de un reconocimiento de actitudes por parte de los estudiantes hacia el área de matemáticas, y se diseña un ambiente de aprendizaje dentro de un contexto ambiental, que brinde significado a la solución de los problemas multiplicativos que allí se plantean.

Palabras clave: Problemas multiplicativos, estrategias, ambientes de aprendizaje, contexto ambiental.

1. Introducción

El trabajo que a continuación se presenta es el producto de un estudio hecho en el colegio Federico García Lorca durante el desarrollo de la Maestría en Pedagogía orientada por la Universidad de la Sabana. La contextualización problemática gira en torno al desconocimiento de estrategias propias por parte de los estudiantes de grado cuarto cuando se enfrentan a la solución de problemas con estructura multiplicativa de tipo razón.

En el estudio se presentan los argumentos teóricos relacionados con los aspectos semánticos y sintácticos de los problemas multiplicativos (Obando, 2015), la clasificación que realizan algunos autores para orientar aspectos didácticos de la estructura multiplicativa (Vergnaud, 2000) y (Maza, 1991), la influencia de las actitudes que presentan los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas (Nieto, Carrasco, Piedehierro, Barona, & del Amo, 2010), y además, se propone un ambiente de aprendizaje (Skovsmose,2000) basado en un juego, para el reconocimiento de las estrategias propias que surgen de los estudiantes cuando resuelven problemas multiplicativos simples de tipo razón.

La metodología se basa en el diseño de la investigación-acción, la cual permite identificar las dificultades que los estudiantes presentan al solucionar un problema multiplicativo de tipo razón, para luego implementar una estrategia de juego basada en la representación icónica dentro de un contexto ambiental, que permita recrear y generar estrategias propias en los estudiantes para resolver un problema multiplicativo de tipo razón (Gómez, 2007).

Los resultados hallados permiten evidenciar algunas de las percepciones que los estudiantes tienen acerca del área de matemáticas, los aspectos determinantes que obstaculizan la solución de un problema multiplicativo, las representaciones que los estudiantes hacen para solucionarlo y el impacto que tiene el contexto del problema para dar sentido y significado a su solución.

2. Marco de referencia

A través de sus investigaciones, autores como Vergnaud (2000) y Maza (1991) han clasificado los problemas simples con estructura multiplicativa a partir de sus aspectos semánticos. Vergnaud (1983) en sus aportes identifica dos categorías de la estructura multiplicativa como lo son: el isomorfismo de medidas, y el producto de medidas. Maza (1991) sustenta que los problemas multiplicativos se clasifican a partir de los factores involucrados en la operación; proponiendo cuatro tipos de problemas como lo son: los problemas de razón, de comparación, de combinación y de conversión, de los cuales se abordan en la investigación los problemas de tipo razón.

La investigación enmarca la estructura de los problemas multiplicativos dentro de un ambiente de aprendizaje presentado por Skovsmose (2000), quien propone actividades a partir del paradigma del ejercicio o de los escenarios de investigación; los cuales pueden tener distintos tipos de referencia como los son: las matemáticas, la semirrealidad y las situaciones de la vida real, que al ser combinados entre sí originan uno de los ambientes de aprendizaje que permite organizar las actividades de los estudiantes en el proceso de la investigación.

3. Aspectos metodológicos

La investigación tiene un enfoque cualitativo con un proceso de indagación flexible en cada una de sus etapas, va de lo particular a lo general y se fundamenta en una perspectiva interpretativa. Su estudio es de tipo investigación-acción, el cual pretende reconocer las diversas estrategias que los estudiantes utilizan en la solución de problemas multiplicativos de tipo razón. Los datos registrados se recolectan a partir de técnicas basadas en la observación, encuestas, prueba diagnóstica, prueba de salida y el diseño de un plan de intervención. Se propone un análisis de resultados de tipo interpretativo que permite evidenciar los niveles de representación por los que pasan los estudiantes para resolver un problema. Las fases a seguir durante el proceso se ajustan a las planteadas por este tipo de investigación ya que se parte de una observación en la que se detecta el problema a investigar, se hace una interpretación de la situación diseñando un plan de intervención, se actúa, y se implementan estrategias que conduzcan a mejorarlo y finalmente se hace una retroalimentación con los resultados que se obtienen.

4. Desarrollo de la investigación

La investigación parte con una encuesta en la que se permite reconocer las actitudes de los estudiantes frente al área de matemáticas. Seguidamente, se aplica una prueba diagnóstica con 6 problemas multiplicativos de tipo razón donde se observan las diversas estrategias que los estudiantes utilizan al momento de resolver dichos problemas. Como programa de intervención se propone un juego llamado la "Ruleta multi-ambiental" basado en la solución de problemas matemáticos simples de tipo razón, clasificados de acuerdo a la estructura que propone Vergnaud en el isomorfismo de medidas. Estos problemas están diseñados de manera icónica dentro de un contexto ambiental donde se representan situaciones tales como: el reciclaje de residuos sólidos, la siembra de árboles y el ahorro de recursos como agua y energía. Finalmente, se aplica un instrumento con características similares a la prueba diagnóstica donde se comparan las estrategias que los estudiantes usaron y los avances presentados para la solución de problemas multiplicativos de tipo razón.

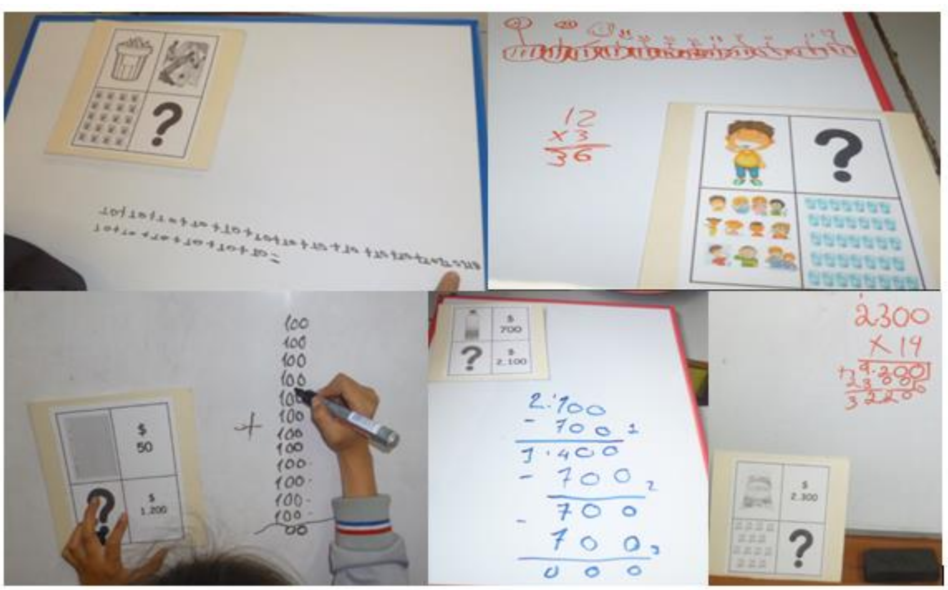


Figura 1. Estrategias usadas por los estudiantes durante el programa de intervención.

Enunciar los problemas a través de imágenes con situaciones que hicieran parte de la realidad de los estudiantes, facilitó la búsqueda de estrategias que permitieran una solución más acertada de los problemas planteados. Observar los elementos que se deben agrupar o repartir en un problema, permite que los estudiantes conciban representaciones más claras de lo que allí se tiene y de lo que se pretende hallar. Un ejemplo de ello, es el comparativo que se establece entre los resultados registrados en el problema N° 5 propuesto tanto en la prueba diagnóstica como en la prueba de salida. A pesar de presentarse un control en variables tales como el tipo de problema y la terna numérica para el isomorfismo de medidas, la situación de corte ambiental y la manera en que están planteados es diferente. Sin embargo, en la prueba de salida se registra un mayor número de estrategias usadas por los estudiantes, al igual que un mayor número de aciertos en las soluciones dadas al problema propuesto.

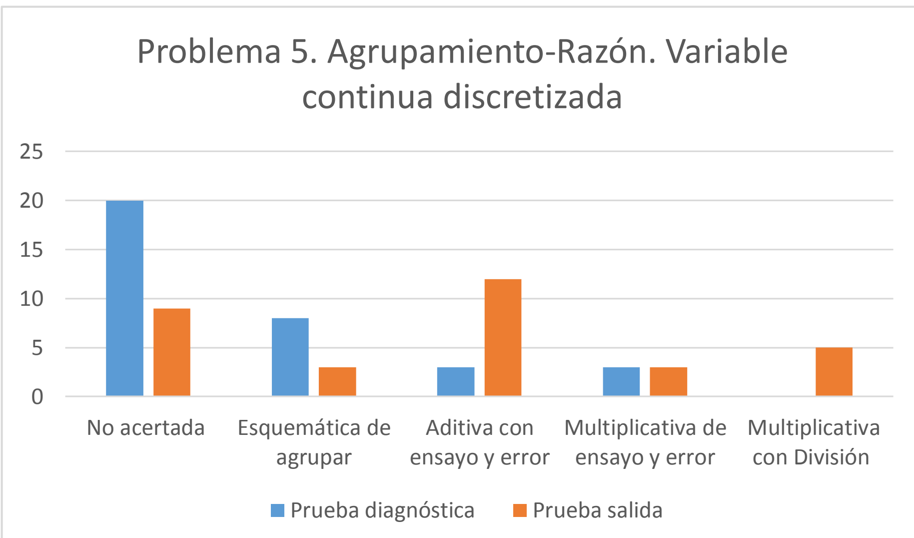


Diagrama 1. Comparativo entre las estrategias usadas por los estudiantes en la prueba diagnóstica y la prueba de salida frente a un tipo de problema dado.

5. Conclusiones

Reconocer las estrategias que surgen en los estudiantes para resolver un problema matemático, brinda la posibilidad al docente de hacer una mirada mucho más detallada de la forma en la que proceden sus estudiantes, en tanto que se conoce la construcción de las representaciones que se hacen y se va más allá de la recepción de contenidos.

La etapa de juego en la que se construye un ambiente de aprendizaje con un contexto ambiental basado en el referente de las situaciones reales, involucra de una manera más activa al estudiante a participar en su propio proceso de aprendizaje (Skovsmose, 2000), en la medida en que se promueve una búsqueda de estrategias donde se proponen soluciones a situaciones cercanas que brindan sentido a su realidad.

Generar espacios de aprendizaje en los que el estudiante realicen construcciones en su proceso de aprendizaje, como resolver un problema matemático utilizando representaciones propias, permite una mirada diversa por parte del docente hacia sus estudiantes, en el que el paradigma de la explicación y repetición del proceso se rompe, fortaleciendo la labor docente en tanto que se logra un aprendizaje más significativo.

Referencias bibliográficas

Gómez, J. (2007). Estrategias utilizadas por los niños de cuarto grado para resolver problemas multiplicativos simples de tipo razón. Tesis de pregrado. Universidad distrital Francisco José de caldas. Bogotá D.C.

Maza, C. (1991). Enseñanza de la multiplicación y la división. Madrid: Editorial síntesis.

Nieto, L., Carrasco, A., Piedehierro, A., Barona, E., & del Amo, R. (2010). El Dominio afectivo en la Enseñanza/Aprendizaje de las Matemáticas. Una revisión de investigaciones locales. Campo Abierto. Revista de Educación, 29(1), 13-31.

Obando, G. (2015). Sistemas de prácticas matemáticas en relación con la Razones, las Proporciones y la Proporcionalidad en los grados 3° y 4° de una institución educativa de la Educación Básica. Tesis de Doctorado. Instituto de educación y Pedagogía. Universidad del Valle.

Vergnaud, G. (2000). El niño, la matemática y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. México: Editorial trillas.

Skovsmose, Ole (2000). Escenarios de Investigación. Revista EMA, 6 (1). 3-26.

Conocimiento didáctico pedagógico de los profesores de matemáticas

Karen Lulieth Pulido Moyano
klulieth@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)
Jairo Alberto Acuña Quiroga
jaacunaq@correo.udistrital.edu.co
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

Resumen

Esta investigación tiene como objetivo evaluar los significados de los docentes con respecto a la resolución de problemas didácticos. Se desarrolla desde la metodología de investigación cualitativa de tipo exploratorio descriptivo basado en un estudio de caso (profesores de la educación básica, estudiantes de la maestría en educación de la universidad Distrital de Bogotá). Se propone utilizar herramientas del enfoque ontosemiótico, elementos del conocimiento de contenido pedagógico y contenido didáctico. Esta investigación pretende aportar elementos que permitan caracterizar las acciones docentes desarrolladas al resolver problemas didácticos de diseño, gestión y evaluación en los cuales están involucrados como profesores de matemáticas.

Palabras clave: Enfoque Ontosemiótico, Sistema didáctico, conocimiento didáctico, conocimiento pedagógico

1. Introducción

En artículo queremos evidenciar la conceptualización teórica y metodológica de la investigación que se está desarrollando en el marco de la maestría en educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas; nos planteamos como pregunta de investigación ¿Qué significados tienen los docentes sobre la resolución de problemas didácticos como elementos de su conocimiento sobre la enseñanza? la cual surge como la necesidad que evidenciamos en realizar un trabajo de significación de la resolución de problemas didácticos (Lurduy, 2013). Realizamos una descripción de la ruta teórica-metodológica que proponemos para la evaluación de esos significados, el proceso de recolección y algunos de los resultados y conclusiones obtenidas.

2. Ruta teórica-metodológica

Como hemos evidenciado anteriormente, queremos evaluar los significados de los profesores con respecto a la resolución de problemas didácticos, en este sentido, estamos asumiendo la conceptualización de significados desarrollada en el enfoque ontosemiótico (Godino y cols. 2001-2 012) como el conjunto de prácticas discursivas, operativas y normativas que expresa una persona o institución con respecto a un objeto didáctico (diseño, gestión y evaluación). De igual manera, los significados están encaminados hacia lo que el profesor dice, hace y evalúa en los procesos de estudio, en el siguiente esquema observamos como de forma tríadica se da la relación de los sistemas de prácticas como interpretación del significado, (Lurduy, 2013).

Figura 1. Triada de tipos de prácticas, fuente Lurduy (2013)

Los problemas didácticos, son aquellos problemas que debe abordar el profesor para poner en juego su conocimiento pedagógico y didáctico en el desarrollo de los procesos de estudio en los cuales se ve involucrado: "uno referido de las reflexiones entre lo educativo y lo formativo; el otro en la reflexiones en torno a lo enseñable" Lurduy (2013). Hemos interpretado el CCD como elemento esencial del saber que debe tener el profesor de matemáticas para lograr desarrollar las prácticas didácticas:

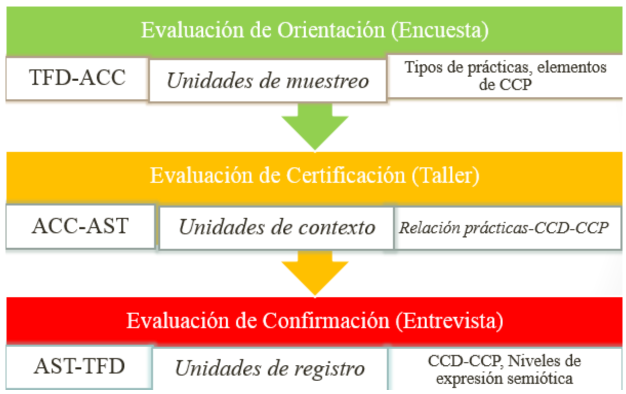


Diagrama 1. Ruta teórica-metodológica

Para esta investigación se utilizan como referentes teóricos el enfoque ontosemiótico, con relación a los significados y tipos de significados, de igual manera la construcción teórica-metodológica desarrollada por Lurduy (2013), en la cual se trabaja los niveles de expresión semiótica y el tetraedro didáctico como un sistema complejo de relaciones entre los polos estudiante, profesor, saber y entorno que se ven involucrados en los procesos de estudio que desarrolla el profesor de matemáticas, de igual manera la construcción teórica que realiza sobre el conocimiento de contenido pedagógico (CCP) con los elementos análisis, reflexión y semiosis didáctica. En el diagrama 1, realizamos una descripción de los instrumentos y la relación con todo el procesos metodológico expuesto anteriormente y la conceptualización teórica.

3. Sistematización y análisis de la información

Encuesta y taller: En la encuesta se pudo determinar las tendencias de CCP de un grupo de 68 docentes con relación a la resolución de un problema didáctico de acuerdo a una codificación abierta: cognitivo: amarillo, epistémico: verde, mediacional: azul, interaccional: morado (figura 2).

U#	4. DESCRIBA A CONTINUACION, DE UNA FORMA GENERAL, COMO ES EL DESARROLLO DE SUS CLASES DE MATEMÁTICAS:	# CCP
U1	1 Explicación del tema, por medio de material didáctico, un taller práctico	3
U2	2. A partir de la resolución de problemas que se plantean a a partir de su contexto y puntualmente apuntando a los que les permiten experimentar y construir su propio aprendizaje.	2

Figura 2. Ejemplo de codificación abierta

Se desarrolló un taller, al grupo de 30 profesores que surgen del proceso de reducción realizado con el primer instrumento, en él, se propone una situación problema de tipo didáctico donde los docentes debían plantear respuestas desde los procesos de diseño, gestión y evaluación. De las respuestas de los docentes emergieron nuevas categorías respecto a las relaciones didácticas profesor-saber, profesor- entorno, profesor- estudiante.

El análisis final, se realiza utilizando el proceso de codificación selectiva, en donde se utilizan las herramientas anteriormente descritas y las categorías propuestas para la investigación: tipos de prácticas, tipo de relación didáctica, tipo de significados y componente del CCP, con ellos se realiza un proceso de lectura intensiva, en la cual se identifica fragmentos de información relevantes para la información, se describe partiendo de las categorías propuestas (códigos) y se caracteriza con los memorandos.

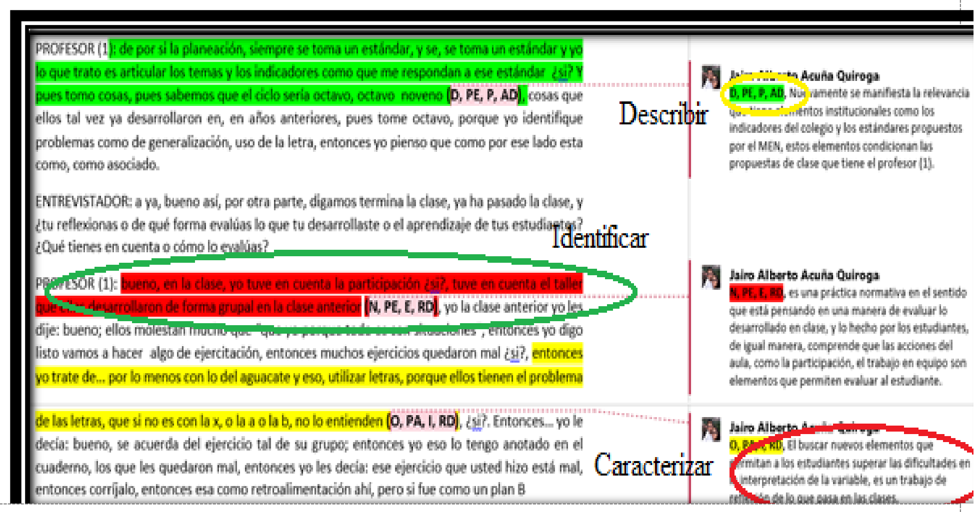


Figura 3. Ejemplo de codificación selectiva.

4. Conclusiones

En el diagrama 2, evidenciamos una caracterización esquemática de los significados de los profesores con respecto a la resolución de problemas didácticos, en ella podemos observar como centro a nuestro objeto de estudio, de ahí se empiezan a generar diferentes tetraedros que posibilitan los diferentes niveles de caracterización del objeto de la investigación.

De adentro hacia afuera, encontramos los niveles de expresión semiótica, a partir de estos, surgen los elementos del conocimiento de contenido didáctico (Diseño, gestión y evaluación) y a partir de ahí, se empiezan a caracterizar estos elementos que componen a cada uno de los objetos didácticos, como eje de cada tetraedro se toma como referencia los tipos de prácticas discursivas, operativas o normativas, con las cuales se componen un sistema de relación con las relaciones didácticas que ahí se privilegian (no se desconoce que también se hace evidente algunas de las otras relaciones), los tipos de significado institucionales (Godino y Cols., 1991-2012) y los componentes del conocimiento de contenido pedagógico que los profesores toman en consideración dentro de cada uno de los objetos didácticos.

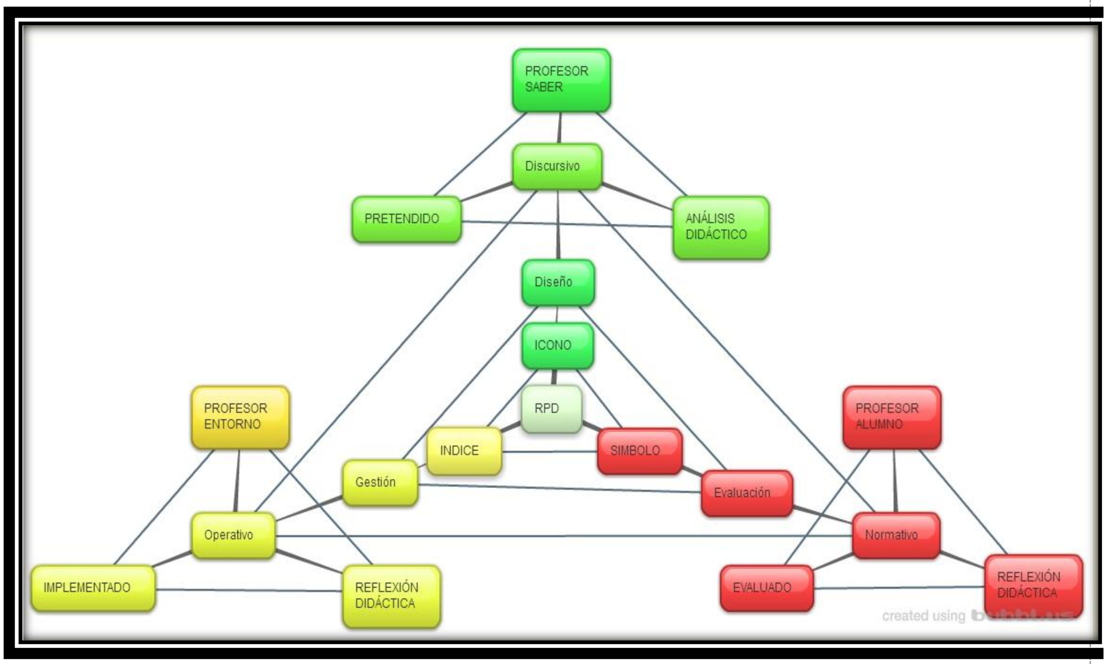


Diagrama 2. Caracterización de los significados de la resolución de problemas de tipo didáctico.

Referencias bibliográficas

GODINO, J. D. y Cols. (1991-2012). Teoría de la Educación Matemática -Universidad de Granada: Grupo de investigación. Teoría y metodología de investigación en Educación Matemática. Disponible en http://www.ugr.es/local/jgodinotilizar el formato APA 6° edición. Puede consultar el siguiente enlace http://www.apastyle.org/. Utilizar sangría francesa: 1 cm, Justificado. Interlineado sencillo.

LURDUY, O. (2013) Evaluación y conceptualización de las Competencias de análisis y reflexión didáctica en Estudiantes para profesor de matemáticas. El caso de la Universidad Distrital-LEBEM. Tesis doctoral no publicada, Facultad de Ciencias y Educación, Universidad Distrital Francisco José de Caldas: DIE. Bogotá D.C, Colombia.

Modelamiento matemático, un estudio etnográfico en la ciudad de Bogotá

Wilson Quijano Salamanca
wquijanosal@uniminuto.edu.co
Corporación Universitaria Minuto de Dios, (Bogotá –Colombia)

Resumen

La investigación busca establecer la caracterización de las situaciones didácticas usadas en el proceso de enseñanza-aprendizaje del modelamiento matemático en las instituciones educativas de las localidades de Bosa, Kennedy, Usme y Ciudad Bolívar. Mediante una metodología de enfoque etnográfico, que reconoce las particularidades culturales e institucionales, se clasifican las situaciones identificadas en las experiencias de los docentes que se integran al nodo de la red de investigadores. Mediante la integración de TIC se fortalece la Red de Investigación en Modelamiento Matemático del Sur de Bogotá que hasta el momento cuenta con la participación de 18 instituciones que cubren los diferentes niveles educativos.

Palabras clave: Situación didáctica, etnografía, etnomatemáticas, modelamiento matemático.

1. Introducción

Las características demográficas del distrito capital son un elemento importante en el estudio de los procesos de enseñanza-aprendizaje; y a su vez, un contexto rico para la fundamentación de las didácticas. La diversidad cultural y la masificación de los medios de comunicación se manifiestan al interior de la escuela y matizan los caminos de la didáctica de las matemáticas.

La construcción del modelamiento como situación didáctica en la educación matemática encuentra especial interacción de sistemas de creencias y singular oportunidad de miradas en las escuelas del Distrito Capital. Particular concentración de esta diversidad se ubica en las localidades que tradicionalmente se han denominado Sur de Bogotá.

La rigidez de los esquemas de evaluación, nacionales e internacionales, al imponer paradigmas didácticos acríticos desconoce, cuando no cercenan, esta riqueza de los contextos para la elaboración de la situación didáctica de la matemática.

Retomamos las cuestiones que propone Erickson (Axpe, 2002, pág. 54) para orientar el proceso investigación de campo: ¿Qué está sucediendo con el aprendizaje del modelamiento matemático? ¿Qué significados se asigna al modelamiento matemático en la escuela? ¿Cuáles son las particularidades de la enseñanza del modelamiento matemático en las escuelas del Sur de Bogotá? ¿La enseñanza del modelamiento matemático debe responder a los estándares de competencias? ¿Cuáles son las particularidades del modelamiento matemático en las escuelas del Sur de Bogotá?

La complejidad del problema exige la incorporación de una mira antropológica al estudio de las didácticas específicas del modelamiento matemático. El enfoque de la etnografía esta reforzado por la necesidad de encontrar espacios de interacción entre los diferentes actores de la trama de esta investigación. El reconocimiento de la investigación en didáctica de las matemáticas como un escenario de conversación en el que

El investigador se apoya en trabajos existentes para entrar en una conversación y, si todo va bien, contribuye a moldearla. En otras palabras, como si los conocimientos ya producidos constituyeran el contexto teórico del cual el investigador no puede liberarse pero que le permiten, al mismo tiempo, darle vida a una nueva investigación que a su vez enriquecerá este contexto, y así sucesivamente (Cossette, 2011).

Espíritu que aporta a la formación de nodos de la red de investigadores de las didácticas en torno al modelamiento matemático. La red es un continuo fluir de experiencias y propuestas que parten de la riqueza cultural de la población en cada escuela.

El dinamismo de la red lo marca la identificación de categorías que desde el enfoque etnográfico ahonda en las peculiaridades del proceso de enseñanza-aprendizaje. En cada nodo se comparten experiencias y se identifican contextos para la construcción de situaciones didácticas que reflejen los elementos culturales que arriban a la ciudad y permean la naturaleza misma de la escuela.

El compendio de situaciones didácticas se incrementa y la red las hace circular para encontrar nuevas versiones y nuevos actores del proceso del aprendizaje del modelamiento matemático.

2. Marco de referencia

Las situaciones didácticas como objeto teórico para el estudio del modelamiento matemático

Esta investigación funda su objeto teórico en la concepción de situación didáctica de Guy Brousseau; entendido en sus dos acepciones "conjunto de condiciones que enmarcan una acción" y como "uno de los modelos que sirven para estudiarla" (Brousseau, 2007, pág. 16). En síntesis "Una "situación" es un modelo de interacción entre un sujeto y un medio determinado. El recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable es una gama de decisiones que dependen del uso de un conocimiento preciso" (Brousseau, 2007).

La relación con el objeto empírico expresa un desafío para la investigación educativa, ya que "La modelización es un proceso complejo que se mueve entre lo extramatemático –identificado con el mundo real (S) – y lo intramatemático – identificado como el tratamiento desde las matemáticas de esa realidad (M) –. Esa complejidad conlleva que, ante una misma modelización, los alumnos establezcan relaciones diferentes entre los distintos elementos de S y M, y entre los puntos esenciales del proceso de modelización" (Búa, Fernández, & Salinas, 2015, pág. 95)

Se reconoce en esta investigación que un determinante del proceso de enseñanza-aprendizaje es la procedencia de los fenómenos o situaciones que la recrean (Búa, Fernández, & Salinas, 2015, pág. 97); de allí la relevancia del enfoque etnográfico.

La etnografía como articulador de la investigación

Reconocer la necesidad de identificar las particularidades de los diferentes grupos poblacionales que se integran en este entramado social que llamamos Sur de Bogotá; el nivel de incidencia de los patrones de interacción; y, la influencia de los dos anteriores en la institución escolar; genera un particular trasfondo de investigación propicio para la etnografía como apuesta de investigación en educación. Retomado experiencias de la *etnomatemáticas* se indaga por la riqueza, o problema de enseñanza, que aporta las creencias y experiencias que se integran a la escuela (Axpe, 2002).

Dentro del enfoque etnográfico especial dificultad presenta el estudio de las prácticas docentes alrededor del modelamiento matemático, más aun cuando la inclusión de nuevos ambientes de aprendizaje mediado por las TIC presentan verdaderos retos al momento de instrumentalizar las categorías emergentes.

Aunque es tentador tomar el camino de la sistematización de experiencias docentes, la naturaleza del objeto empírico requiere la incorporación de lo antropológico al análisis de lo didáctico. “Las praxeologías, de hecho, envejecen: sus componentes teóricos y tecnológicos pierden crédito y llegan a ser opacos, al tiempo que emergen nuevas tecnologías que, por contraste, ponen bajo sospecha, por arcaicas, las técnicas establecidas” (Chevallard, 1999, pág. 7).

3. Aspectos metodológicos

Mencionar los Aspectos metodológicos (forma en que se llevó a cabo la investigación, instrumentos, recopilación y análisis de la información, entre otros).

El proceso se divide en cuatro fases de investigación, antecedidos por una investigación documental previa a la formulación del proyecto mismo.

En la primera fase se hace una investigación exploratoria en las localidades de Usme, Ciudad Bolívar, Bosa y Kennedy. Estableciendo la participación de docentes del área interesados en compartir experiencias en torno a las didáctica de las matemáticas, específicamente en torno al modelamiento matemático.

La segunda fase consiste en desarrollar grupos de discusión que permitan identificar unas categorías en torno a las cuales el estudio del proceso sea considerado. Los grupos de discusión de manera natural devienen en nodos de la futura red de investigadores.

La tercera fase consiste en un acopio de múltiples situaciones didácticas acompañadas de evidencias que dan cuenta del proceso de enseñanza-aprendizaje en las escuelas del Sur de Bogotá.

La cuarta fase se consolida alrededor de la Red de Investigación en Modelamiento Matemático, que apoyada en las TIC, hace una triangulación de las situaciones didácticas existentes a la luz de los referentes teóricos y la valoración de las evidencias contextuales.

La riqueza de la propuesta metodológica se fortalece en la medida que las cuatro fases se reiteran cíclicamente cualificando a los investigadores y la construcción de los productos.

4. Desarrollo de la investigación

Seis instituciones de la localidad de Bosa cuentan hoy con participación en el respectivo nodo de la localidad. Un centro de educación inicial, dos colegios de carácter privado y dos instituciones del sector público se cuentan como participantes del proceso. La vinculación de una institución universitaria con programa de pedagogía alimenta este nodo.

En la localidad de Ciudad Bolívar se ubica el nodo más dinámico con la participación de docentes de la sede Tecnológica de la Universidad Distrital, cinco instituciones de carácter privado y cuatro del sector público, que junto con una red de veinte madres comunitarias son fuente inagotable de información.

En las otras localidades el proceso está en una fase de mapeo de instituciones que puedan integrarse al proyecto de investigación.

Referencias bibliográficas

Axpe Caballero, M. (2002). La investigación etnográfica en el campo de la educación. Una aproximación meta–analítica. Barcelona .

Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas (1° ed.). (D. Fregona, Trad.) Buenos Aires: Libros del Zorzal. Obtenido de https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=SFk8xyCht2gC&oi=fnd&pg=PA7&dq=brousseau+guy&ots=AeVZT0si7H&sig=V-g5PYwlH8TUeRucBTtynCOUs4Y#v=onepage&q&f=false

Búa, J., Fernández, T., & Salinas, M. (2015). Una modelización matemática como medio de detección de obstáculos y dificultades de los alumnos sobre el concepto de función:alargamiento de un muelle sometido a un peso. Educación Matemática, 91-122.

Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. Recherches en Didactique des Mathématiques, 19(2), 221-226. Recuperado el 12 de abril de 2016, de http://www.aloj.us.es/rbarroso/Pruebas/CHEVALLARD.PDF

Cossette, P. (2011). Diez reglas de la publicación en una revista académica. ¿Cómo llegar a ser un investigador convincente? Bogotá: Ediciones uniandes.

¿Qué aporta la historia de las matemáticas a futuros profesores sobre el concepto de límite funcional?

César Guillermo Rendón Mayorga
cgrendonm@upn.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Edgar Alberto Guacaneme Suarez
guacaneme@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá, Colombia)

Resumen

Esta presentación hace parte de las actividades asociadas a la realización de una tesis de maestría que busca diseñar herramientas mediadas por la Historia de las Matemáticas, dirigidas a futuros docentes para ampliar sus concepciones sobre la idea de límite funcional, para ese fin se realizó una indagación en la literatura especializada sobre los aportes que trae la Historia a propósito del límite, ejercicio que es el aquí presentado con el fin de divulgar algunos elementos generales que fueron determinados en esa búsqueda y que pueden enriquecer las posibilidades que tiene el profesor a la hora de enseñar el tema, reconociendo que el uso de la Historia de las Matemáticas permite la exploración de distintas representaciones de un mismo objeto las cuales son producto de su génesis y evolución.

Palabras clave: Límites, Historia Matemática, maestros en formación.

1. Introducción

La cantidad de autores que reportan dificultades y errores a la hora de los procesos de enseñanza y aprendizaje del concepto de límite funcional es bastante amplia, muchos de ellos señalan que los estudiantes no desarrollan una noción suficientemente sólida que les permita la comprensión del objeto, otros manifiestan que no hay un tratamiento de suficientes representaciones del concepto lo cual limita su aprendizaje; en general ese tipo de reflexiones dejan abierta la posibilidad de pensar en que es el profesor quien no cuenta con una buena cantidad de herramientas a la hora de enseñar este objeto matemático. En un intento de abordar esta cuestión se plantea un proyecto para diseñar herramientas que doten a los futuros profesores de conocimiento funcional sobre el concepto de límite y que estén mediadas por la Historia de las Matemáticas, por cuanto se considera que este es un campo teórico que posibilita un manejo mayor de representaciones de una misma idea, las cuales provienen de la génesis y la evolución del objeto mismo. La propuesta hace parte de un trabajo de grado de la Maestría en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional en el grupo de investigación RE-MATE (Research on Mathematics Teacher Education). En esa tarea de diseño, un primer paso ha sido realizar una revisión documental exhaustiva para identificar en la literatura especializada documentos en los que se evidencie el uso de la Historia de las Matemáticas como herramienta para la enseñanza o el aprendizaje del límite funcional; son precisamente los resultados que arrojó esta revisión bibliográfica los que se quieren poner de manifiesto en esta ponencia, con el fin de hacer una difusión para su uso e incentivar el planteamiento de otras propuestas afines.

El Marco de referencia que encierra la propuesta se encuentra en una línea de investigación denominada "conocimientos y habilidades del profesor de matemáticas" la cual se adscribe al campo de investigación de la Educación del Profesor de Matemáticas y que se detallará más adelante, pero que grosso modo trata de identificar la clase de conocimiento que debe ser apropiado por un profesor de matemáticas para ser un «buen» docente, entendiendo que requiere de algo más que de puros conocimientos pedagógicos y matemáticos.

En relación con los aportes obtenidos de este ejercicio de indagación, destaca básicamente la identificación y categorización de herramientas proporcionadas por la Historia de las Matemáticas a la hora de enseñar el concepto de límite funcional, las cuales pueden ser aprovechadas por maestros en formación, docentes en ejercicio e incluso formadores de profesores en busca de mejorar su ejercicio profesional.

2. Marco de referencia

Como se mencionó en la introducción, un primer conjunto de elementos conceptuales que fundamentan la propuesta se encuentran en el campo de investigación de la Educación del Profesor de Matemáticas, en particular en la línea llamada "conocimiento y habilidades del profesor" propuesta por Sánchez (2011) en la cual se trata de identificar qué tipo de conocimiento debe tener un profesor de matemáticas para el buen desempeño de su labor. Al respecto el autor señala que se requiere de algunos conocimientos más además del matemático, tales como el conocimiento didáctico del contenido, el conocimiento pedagógico de las matemáticas, el conocimiento de la cognición de los estudiantes y algunos otros. De forma análoga Guacaneme y Mora (2013) presentan una tendencia investigativa que encuentra concordancia con la anterior citada y que ellos llaman «Los conocimientos y competencias que los profesores de matemáticas deben aprender y desarrollar para el ejercicio profesional docente» en la cual se busca indagar sobre el conocimiento necesario para orientar procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Adjunto a lo anterior esta propuesta de trabajo adquiere mayor importancia cuando se enmarca dentro de lo que se conoce como «Conocimiento Didáctico del Contenido» abreviado como CDC o PCK por sus siglas en inglés, el cual en palabras de Pinto y González (2008) consiste en la unión del conocimiento de la materia en sí mismo, los principios generales de la pedagogía y el contexto de desarrollo y que desemboca en la transformación del contenido en conocimiento enseñable lo cual implica la habilidad del profesor para adaptar los objetos matemáticos a las condiciones específicas de sus estudiantes.

Por otra parte, y para conectar las anteriores ideas con el uso de la HM, hay que mencionar que no son pocos autores quienes en la actualidad abogan por el empleo de la Historia en la clase de matemáticas y en consecuencia por su enseñanza en las aulas de futuros maestros. En particular Jankvist (2009) proporciona una serie de argumentos a propósito de favorecer la utilización de la Historia en clase, específicamente caben mencionar:

La HM «humaniza» las matemáticas en la medida en que permite evidenciar las dificultades que subyacen a un objeto matemático.

La fenomenología histórica puede concebir eventuales trayectorias de aprendizaje para el concepto en estudio.

La HM permite la identificación de los obstáculos epistemológicos (Bachelard, 1983 citado por Jankvist, 2009) que emergen durante el estudio del concepto en cuestión.

En conclusión, la propuesta gira conceptualmente entorno a estos tres ejes: la Educación del Profesor de Matemáticas, el Conocimiento Didáctico del Contenido y el uso de la Historia de las Matemáticas como herramienta.

3. Aspectos metodológicos

Para llevar a cabo la revisión documental, esencialmente lo que se hizo fue buscar la literatura especializada que tuviera relación con los límites funcionales y la educación. Para ese fin se emplearon algunas bases de datos como por ejemplo Springer y Dialnet, el tipo de documento buscado en la mayoría de casos fue artículos que estuvieran publicados en revistas académicas con el fin de asegurar un filtro en la calidad de la publicación. Así mismo se ejecutó la búsqueda atendiendo a que los documentos pertenecieran a la última década, esto para que se visibilizara un tema de investigación que resulte actual y por lo tanto que es susceptible hoy en día de ser estudiado por los interesados en el asunto. Establecidos los parámetros y luego de realizar la búsqueda, se utilizaron 50 artículos hallados con el fin de establecer una visión panorámica sobre el tema y poder establecer inferencias válidas sobre el ejercicio de indagación.

Una vez establecidos los criterios de búsqueda, se procedió a organizar la literatura recolectada en una estructura de clasificación en la cual los documentos eran categorizados según los siguientes parámetros: si el documento era una propuesta de enseñanza o si por el contrario se trataba de un reporte de aprendizajes, de otro lado si la presencia de la HM era explícita, implícita o nula en cada uno de los artículos y finalmente a qué tipo de corriente investigativa atendía cada uno de los documentos encontrados.

4. Desarrollo de la investigación

Una vez realizado el análisis de la revisión documental algunos de los resultados que se pueden establecer son:

Hay una tendencia creciente en los últimos años de implementar la HM en las propuestas de aprendizaje, al menos en temáticas relacionadas al cálculo y el pensamiento variacional.

Se evidencia de forma marcada que el uso de la HM a la hora de enseñar un concepto posibilita el uso de distintas representaciones del objeto, producto de su evolución histórica, hecho que amplía la comprensión de los estudiantes sobre el objeto en cuestión (Bagni, 2005).

Actualmente la investigación sobre el concepto de límite en el campo educativo está dirigida principalmente a abordar los errores y las dificultades a las que se enfrentan los estudiantes cuando estudian un objeto tan complejo de las matemáticas, en ese sentido se están realizando diversos trabajos que se encargan de indagar sobre los asuntos a los cuales los alumnos les dan importancia con el fin de identificar las fortalezas y las dificultades que tienen.

5. Conclusiones

La conclusión principal atiende a la pregunta que motiva esta presentación sobre qué elementos aporta la HM sobre el concepto de límite funcional a futuros profesores y la respuesta que se puede dar luego del trabajo de indagación es que la HM aporta la determinación de posibles trayectorias de enseñanza sobre el tema; dota de herramientas conceptuales al futuro profesor que van más allá de lo numérico y llegan a lo geométrico ampliando así sus concepciones y eventualmente las de sus estudiantes; permite la identificación temprana de los posibles errores y dificultades que van a cometer sus estudiantes, entendiendo que se puede establecer un paralelo entre el desarrollo de los estudiantes y la génesis misma del concepto (Juter, 2006).

Finalmente después del ejercicio de indagación con más de 50 artículos se puede concluir que sigue siendo un tema vigente el estudio didáctico y educativo del concepto de límite funcional y que al respecto siguen preguntas abiertas como por ejemplo cómo se ve modificada la actitud del estudiante hacia las matemáticas cuando se emplea la HM en la enseñanza del límite; qué tan conveniente es el uso de la definición métrica del límite en comparación con las ideas intuitivas que posibilita la Historia cuando se evalúa la comprensión del estudiante; cuál es el aporte verdadero de un tratamiento puramente algebraico u operativo del límite funcional a la hora de desarrollar el pensamiento variacional.

Referencias bibliográficas

Bagni, G. (2005). Historical roots of limit notion. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, *5*(4), 453-468.

Pinto, E., & González, T. (2008). El conocimiento didáctico del contenido en el profesor de matemáticas : ¿ una cuestión ignorada ?, *20*, 83-100.

Guacaneme, E., & Mora, L. (2012). La educación del profesor de matemáticas como campo de investigación. *PAPELES*, *4*(7), 102-109.

Jankvist, U. T. (2009). A categorization of the «whys» and «hows» of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, *71*(3), 235-261. http://doi.org/10.1007/s10649-008-9174-9

Juter, K. (2006). Limits of Functions University Students ' Concept Development. Luleá University of Technology.

Sánchez, M. (2011). A review of research trends in mathematics teacher education. PNA, *5(4)*, 129-145.

En busca de tensiones en la clase de matemáticas. Una experiencia desde la educación matemática crítica

Clara Morales
claraduruelo@gmail.com
Colegio El Salitre IED, Bogotá, Colombia
Patricia Roldán
roldi2412@gmail.com
Colegio Los Tejares IED, Bogotá, Colombia
Julio Romero
juliohernandorr@yahoo.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia

Resumen

En esta presentación damos a conocer algunos elementos que han intervenido en la configuración de nuestra investigación que tiene como propósito caracterizar las posibles tensiones que experimenta una maestra en el montaje de un escenario de aprendizaje (García, Valero y Camelo, 2013). Con la metáfora de nuestro proceso investigativo y una obra de teatro, buscamos presentar las intenciones que han permeado nuestro trabajo, los conflictos que se han creado, las posibilidades para analizar el objeto de estudio y los dramaturgos que nos inspiraron en pensar en una clase de matemáticas basada en las intenciones de los estudiantes.

Palabras clave: Tensiones profesor, investigación crítica, montaje, intenciones.

1. Introducción

Para la presentación de este documento, realizaremos una metáfora de una obra de teatro y nuestra experiencia de un montaje de un escenario de aprendizaje (García, Valero y Camelo, 2013) con el grupo 301 del Colegio los Tejares IED; seguiremos esta figura literaria al igual que el trabajo de grado que venimos configurando y que tiene como trama la caracterización de las tensiones de la profesora Patricia en su experiencia del montaje. La intención de abordar las tensiones, surge de la revisión de las notas de campo de la maestra que también es investigadora de esta obra y de algunos registros audiovisuales en los cuales no evidenciamos la producción de discursos (Barbosa, 2006). Al revisar lo sucedido, Patricia expresaba que durante el montaje, experimentó lo que ella denomino como tensión. En ese momento, reconocimos un cambio sustantivo de la investigación y dirigimos nuestros esfuerzos para determinar dicho concepto, caracterizarlo en el marco de la investigación crítica (Skovsmose y Borba, 2004) y desde la subjetividad de la profesora Patricia expuesta en las entre-vistas (Kvale, 2006)

2. Marco de referencia

Con nuestra llegada al grupo de investigación Edumadis (significa Educación Matemática, Diversidad y Subjetividades), nos encontramos con los aportes de investigadores de la Educación Matemática Crítica como: Ole Skovsmose, Renuka Vithal, Paola Valero, Marcelo Borba y Gloria García; ellos se convirtieron en los grandes dramaturgos de cuyas letras bebimos para percatarnos que el mundo que llamábamos Educación Matemática sufría un fuerte movimiento que hacía temblar sus cimientos y nos llevó a la idea de un montaje basado en las intenciones de sus participantes, al respecto Valero (2012a, p.118-119) resalta que desde este enfoque las prácticas de investigaciones "deberían considerar seriamente la intencionalidad que está detrás de su participación. Esta es la base para una negociación entre el profesor y los estudiantes acerca de cómo evolucionan las prácticas escolares en matemáticas." Lo anterior nos parecía un desafío para nuestras clases que desconocían las intenciones de aprendizaje de los niños.

Para Skovsmose las intenciones se conforman por los antecedentes y porvenires. Con referencia a los antecedentes propone que “pueden interpretarse como la red, socialmente construida, de relaciones y significados que pertenecen a la historia de la persona” (Skovsmose, 1999, p. 179) y frente a los porvenires se refiere a “las posibilidades que la situación social presenta al individuo para que las pueda percibir como suyas” (Skovsmose, 1999, p. 179). Desde lo anterior, indagamos algunos hechos de la historia y los sueños de los niños de 301 como base del montaje.

3. Aspectos metodológicos

Desde nuestras intenciones iniciales en torno a la indagación acerca de las posibilidades de producción de discursos (Barbosa, 2006) en el montaje del escenario de aprendizaje (García, Valero, Camelo, 2013) acordamos enmarcarnos en la propuesta de investigación crítica presentada por Skovsmose y Borba (2004) como un modelo que puede presentar resonancia (Lincoln & Guba, 1985) con las preocupaciones y perspectiva teórica de la Educación Matemática Crítica al considerar que las posibles transformaciones promovidas en una investigación se dan desde la negociación y co-operación entre los sujetos que hacen parte del contexto de indagación.

El modelo de investigación se caracteriza por abordar “lo que no es el caso”, desde la relación entre la situación actual, situación imaginada y la situación dispuesta. Estas tres situaciones se relacionan entre sí a través de tres procesos: Imaginación pedagógica (IP), Organización práctica (OP) y Razonamiento crítico (RC). Para plasmar la caracterización de la situación actual y la configuración de la situación dispuesta de nuestro montaje nos basamos en las notas de campo de la profesora y los registros audiovisuales, para referenciar la situación imaginada nos basamos en las notas de las asesorías y como medio de validación de nuestras interpretaciones nos basamos en las entre-vistas (Kvale, 2006).

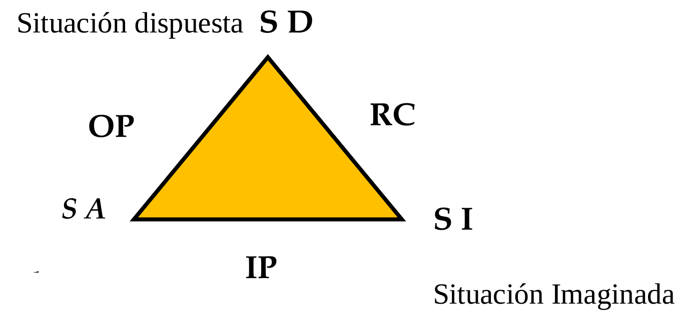


Figura 1. Modelo de la investigación crítica.

4. Desarrollo de la investigación

Con nuestro propósito de configurar un montaje basado en las intenciones de los estudiantes, nos dimos en la misión de indagar los antecedentes y porvenires de los estudiantes de 301 a partir de algunas tareas que vinculamos a la película infantil "Intensamente" propuesta por una estudiante del grupo, a partir de esta tarea conocimos algunos hechos de la historia personal de los niños, luego acordamos con el grupo la situación socialmente relevante de la inseguridad en el barrio. Durante la experiencia de trabajar la inseguridad buscábamos espacios de interacción en ambientes de modelación matemática en los que se produjeran discursos desde lo planteado por Barbosa (2006), sin embargo al revisar los registros audiovisuales sucumbimos con la ausencia de episodios que nos mostraran la producción de discursos, por otra parte al dialogar con Patricia sobre algunas notas de campo y registros audiovisuales, ella se refirió a su experiencia y a lo que denominó como tensiones, desde ese momento consideramos las tensiones de la profesora como nuestro nuevo objeto de estudio.

Dos posibles caminos hacia la tensión

Luego de varias indagaciones conceptuales encontramos las siguientes posibilidades para abordar las tensiones de la profesora: por el contrato didáctico y por la investigación crítica.

Por el contrato didáctico

Surgió al relacionar las tensiones de Patricia con el tránsito entre la Zona de Confort y la Zona de Riesgo que ha investigado Penteado y Borba (2001), el cual implica dejar la zona de confort en la habitualmente se desenvuelve el maestro, para recorrer la zona de riesgo que involucra la imprevisibilidad e incertidumbre, lo que conlleva a sensaciones de desesperanza, ansiedad y desconcierto. Este cambio de zonas lo relacionamos con la ruptura del contrato didáctico que menciona Skovsmose (2000, p.20) "un contrato didáctico puede definirse en términos del "balance en un ambiente de aprendizaje". Por lo tanto, un contrato didáctico se refiere a una armonía establecida entre los parámetros del ambiente de aprendizaje,". Desde nuestra interpretación habíamos considerado que las tensiones de Patricia podrían mirarse a la luz de la ruptura en la armonía establecida entre los parámetros del ambiente que menciona Skovsmose. Para poder dar cuenta del ambiente como totalidad decidimos abrir una puerta hacia los parámetros a través de las dimensiones de los escenarios (Alrø, Skovsmose y Valero 2006). A su vez daríamos cuenta de estas dimensiones mediante el análisis de la información proporcionada.

Con este camino emprendimos el ejercicio de análisis de un episodio en donde se les proponía a los estudiantes el trabajo con una tarea con situaciones aditivas, con este análisis llegamos a la conclusión teórica que no existía tensión al no encontrar ruptura entre los parámetros, al respecto Patricia intervino señalando que la transgresión de espacios y el abandono de la tarea de los estudiantes presentes en esta clase le había generado tensiones. Lo anterior, nos recordó que la subjetividad está por encima de las construcciones teóricas sobre la idea de un individuo hipotético. No quedaba más que rehacer el camino.

Por la investigación crítica y la idea de negociación

Al retomar el entusiasmo, acordamos que nuestro reconocimiento de las tensiones pasaran por la permanente validación de la experiencia y subjetividad de Patricia, así mismo consideramos que nuestro análisis requería vincularse a nuestro modelo de investigación crítica (Skovsmose y Borba, 2004), especialmente en lo referido a sus procesos: organización práctica y razonamiento crítico, lo que a su vez determinan los tres tipos de situaciones: actual (S.A.), dispuesta (S.D.) e imaginada (S.I.). Después de una nueva revisión teórica sobre los elementos que hacen parte de la investigación crítica y la discusión sobre nuestras interpretaciones encontramos la co-operación como un elemento común en los procesos de organización práctica y de razonamiento crítico, que son la base de nuestras categorías: calidad de la organización pedagógica y la viabilidad de la situación imaginada. La relación ente la co-operación con estos procesos de la investigación crítica los sustentamos en las palabras de Skovsmose y Borba, (2004): "nos encontramos con que las cualidades de la organización práctica se pueden discutir en términos de co-operación." (p.218) Y "las cualidades del razonamiento crítico pueden ser discutidas en términos de co-operación." (p. 220).

Luego de profundizar en la idea de co-operación, encontramos que está relacionada con la negociación, como se cita en las siguientes afirmaciones: "Esta cooperación incluye la negociación y la deliberación." (Skovsmose y Borba, 2004, p. 217) y "la organización práctica presupone la negociación." (Skovsmose y Borba, 2004, p. 218). Lo anterior, nos permitió considerar la viabilidad de analizar la calidad de los procesos de organización práctica a la luz de la negociación. Para la idea de negociación partimos de las siguientes palabras de la gran dramaturga Renuka Vithal quien expresa que "hay diferentes tipos de negociaciones relacionadas a diversos aspectos de la labor de investigación que necesitan ser negociadas" (2004, p. 23)

5. Conclusión

Durante esta parte de la investigación hemos analizado algunos episodios desde la idea de negociación que nos propone Renuka Vithal, y hemos encontrado muy pocas referencias a una organización practica dada desde la negociación y co-operación entre los estudiantes y la profesora Patricia, ya que se ha encontrado la gestión de una situación dispuesta que se basa principalmente en las instrucciones de la profesora, lo cual en algunos casos irrumpe con el interés de participar de los estudiantes, en este sentido encontramos que el propósito de la profesora de indagar las intenciones se permea por la frustración que tiene al visualizar un montaje en el que muy pocos estudiantes se encuentran interesados en abordar la situación de la inseguridad en su barrio.

Siguiendo con nuestra metáfora del teatro, hemos evidenciado en las entrevistas (Kvale, 2006) la presencia de tensiones dadas en el aula de clase las cuales denominadas como tensiones en las tablas y unas tensiones que surgen de manera paralela a la situación que se dispuso en el aula, las cuales denominamos como tensiones en el camerino y se vinculan a las intenciones particulares que tenía la profesora como lo era poder concluir con algunos temas del plan de estudios que consideraba necesarios para su clase de matemáticas, lo cual hace parte de antecedentes de la profesora y de algunos discursos que orientan las prácticas educativas escolares en el contexto en el que ella se desenvuelve.

Referencias bibliográficas

Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. *Zentralblatt Fur Didaktik der Mathematik*, Vol. 38, n.° 3; pp. 293 - 301.

Borba, M. C.; Penteado, M. (2001) Informática e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica Editora

García, G.; Valero, P. & Camelo, F. (2013). Escenarios y ambientes educativos de aprendizaje de las matemáticas. Constitución de subjetividades en educación matemática elemental. En García, G.; Valero, P.; Salazar, C.; et al. (Eds). Procesos de inclusión / exclusión, subjetividades en educación matemática. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional, Fondo Editorial.

Kvale, S. (2006). Dominance through interviews and dialogues. *Qualitative inquiry, Vol. 12, n.° 3*; pp. 480-500.

Lincoln, Y.S. & Guba, E.G. (1985). Naturalistic inquiry. Beverly Hills, USA: Sage.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá: Una empresa docente, Universidad de Los Andes.

Skovsmose, O. & Borba, M. (2004). Research methodology and critical mathematics education. In P. Valero & R. Zevenbergen (Eds.), researching the Socio-political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology. Dordrecht: Kluwer.

Valero, P. (2012ª) "Posmodernismo como una actitud crítica." En: Valero, P. & Skovsmose, O. (Comp.). Educación matemática crítica: una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Bogotá: Universidad de los Andes; pp.173-192

Vithal, R. (2004). Methodological challenges for mathematics education research from a critical perspective. En Valero, P. & Zevenbergen, R. (Eds). Researching the socio-political dimensions of mathematics education: issues of power in theory and methodology. Dordrecht: Kluwer.

Cambios que presentaron tres profesoras de matemáticas en ejercicio en la característica de problematización durante el desarrollo de una propuesta de formación en y hacia la investigación

Yadid Katherine Quintana Castro
yadiquincas29@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)
Brigitte Johana Sánchez Robayo
brigittesanchez82@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

Resumen

La problematización es una característica del profesor investigador que no sólo le permite crear problemas de investigación, sino que también se convierte en un proceso clarificador de la realidad estudiada. En este reporte se muestran los principales cambios de tres profesoras en esta característica, ellas formaron parte del grupo de docentes con los cuales se aplicó una propuesta de Formación en Investigación construida por el grupo de investigación CRISÁLIDA. La información se recolectó durante el proceso de formación por medio de observaciones y entrevistas; su análisis minucioso mostró como principal resultado que el trabajo colaborativo es fundamental para la focalización de intereses de investigación y la construcción del planteamiento del problema.

Palabras clave: Investigación, profesor investigador, problematización y trabajo colaborativo.

1. Introducción

Al aplicar una propuesta de formación en investigación, se realiza un análisis detallado de desarrollos de profesoras en actitudes, conocimientos y procedimientos asociados a la problematización. La metodología de investigación fue el estudio de caso y mediante observaciones participantes y entrevistas se logró identificar que la problematización es una característica presente en los profesores que requiere ser potenciada y que emerge de preocupaciones propias de la práctica pedagógica.

2. Marco de referencia

La problematización es un característica del profesor investigador inmersa en la dimensión personal, descrita por Sánchez et al (2012) cómo "el proceso de identificar elementos en una situación, que le permiten al profesor plantear un problema de investigación, partiendo de una tensión entre lo que sucede y lo que el profesor sabe al respecto" (p. 8). Además de lo anterior, concuerdan con Sánchez (2004) en que la problematización no solo termina con la creación del planteamiento del problema, sino que se convierte en el "factor crítico, desestabilizador y clarificador de la realidad investigada" (p.6), siendo una constante en el proceso investigativo. La problematización se encuentra constituida por las siguientes subcaracteristicas:

Reconocer en su práctica situaciones ó aspectos de interés, conflicto, tensión o situación crítica dentro de su hacer. El profesor investigador identifica diversas variables existentes en su práctica docente y puede opinar sobre situaciones que podrían estar en tensiones o conflicto.

Capacidad de asombro. Se refiere a la capacidad que tiene el profesor investigador de inquietarse por los sucesos que ocurren en su entorno, sucesos que son desapercibidos por otros sujetos.

Identificar (*localizar o construir*) *problemas de investigación*. Esta sub característica está ligada al planteamiento del problema.

Documentarse de la práctica. El profesor usa sucesos que han ocurrido en su entorno escolar para describir alguna problemática.

Documentarse sobre la práctica. El profesor hace uso de otros referentes para sustentar su problemática.

3. Aspectos metodológicos

Se realizaron tres estudios de caso a profesoras de matemáticas que trabajan en distintas localidades de Bogotá y que participaron de la propuesta de formación.

Existieron dos tipos de actividades en la propuesta de formación, una son las plenarias, en las que se reúnen los investigadores, profesores y pasantes para desarrollar actividades que permitían a los docentes identificar características propias de un proceso investigativo; el segundo tipo de actividades fueron las reuniones en pequeños grupos, allí los docentes con intereses en común trabajaron cooperativamente con un investigador.

La información se tomó en tales espacios por medio de diferentes instrumentos, entre los cuales se encuentran las entrevistas a las docentes, observación y los escritos realizados por las profesoras en el transcurso de la propuesta. Los medios de registro de información fueron las grabaciones de audio y video, los diarios de campo y los protocolos de cada sesión.

4. Desarrollo de la investigación

El análisis de los datos recolectados se hizo a través de unos indicadores de cada subcaracterística que permitieron identificar los momentos en que se evidenció presencia de cada una de ellas. Éstos son:

Reconoce situaciones o aspectos de interés/ conflicto/ tensión o situación crítica, dentro de su hacer: Relata experiencias en las cuales identifica situaciones de tensión, genera preguntas sin respuesta inmediata que contribuyen al proceso investigativo, expone preguntas o inquietudes y refiere a aquello que genera esos cuestionamientos, comenta situaciones de tensión a partir de las opiniones de sus compañeros.

Documentarse de la práctica: Relata de manera verbal o escrita situaciones que han sucedido en su práctica y las utiliza como argumento para explicitar problemas en la misma, muestra resultados obtenidos por medio de recolección de datos.

Documentarse sobre la práctica. Acude a documentos relacionados con la problemática a tratar, en sus escritos o argumentos usa ideas de autores, en sus escritos o argumentos se refleja un contraste entre las hipótesis creadas a través de la práctica, y la teorización que ha construido sobre su problemática.

Identificar (localizar y construir) problemas de investigación. Explica de manera verbal o escrita la necesidad de investigar su problemática, en sus escritos o argumentos delimita el problema de investigación a uno que pueda trabajar, involucra experiencias significativas para generar problemas de investigación.

Capacidad de asombro. Se cuestiona sobre la razón de ser de una situación o evento, describe problemáticas de su práctica diferentes a las que está trabajando.

A partir de las diferentes actividades se observaron los siguientes avances en la característica de problematización de las profesoras investigadas:

En cuanto al *reconocer situaciones o aspectos de interés, conflicto, tensión o situación crítica dentro de su hacer*, las profesoras pasaron de identificar situaciones de tensión en su práctica, a seleccionar una que desearán investigar; de esta forma la tensión que encontraban en la práctica y era de su interés fue la que les permitió iniciar el proceso de construcción de su pregunta de investigación.

Es importante resaltar que las profesoras también lograron identificar situaciones de tensión en sus prácticas docentes a partir de la interacción con sus compañeros de trabajo. De hecho mencionan la utilidad de las investigaciones de los demás docentes en su formación docente.

Respecto a la sub característica *documentarse de la práctica*, en un inicio las docentes no tomaban registros de sus clases. A lo largo de la propuesta fueron utilizando experiencias de su práctica para dar validez a sus argumentos, además de ello vieron la importancia de recolectar datos de su quehacer docente para responder a su pregunta de investigación, depurando la información y seleccionando la que era de utilidad para su trabajo.

Por otra parte se encuentra *documentarse sobre la práctica*, esta fue una de las sub características que tuvo mayor desarrollo, entre otras cosas porque las docentes manifestaron no haber realizado un estudio previo sobre las tensiones que percibían en su aula de clase. En el trascurso de la propuesta, las profesoras fueron reflexionando sobre la importancia de salir de un plano personal y buscar otros referentes que les permitieran ampliar el panorama sobre su problemática, además vieron la utilidad de estos documentos para cimentar varias afirmaciones que realizaban.

En cuanto a la sub característica *identificar (localizar o construir) problemas de investigación*. Por un lado, las profesoras en un inicio mostraron diversos temas de investigación, que fueron depurando de acuerdo a las tensiones de su práctica que más les generaban interés. Por otro, a través de orientaciones dadas por los investigadores, lograron ver la importancia que traía consigo el explicar la necesidad de investigar su problemática al ser este un medio para validar su estudio. En un inicio usaban sus experiencias personales como único argumento para sustentar sus hipótesis, sin embargo en el transcurso de la propuesta se dieron cuenta de la relevancia que tenía realizar un contraste con autores que hablaran sobre ello.

Finalmente se encuentra la sub característica *capacidad de asombro*, desarrollada en la medida que las docentes encontraron nuevas tensiones dentro de su práctica basadas tanto en sus hallazgos investigativos como en los trabajos y aportes realizados por sus compañeros. Un aspecto a resaltar es que desde un inicio se lograba percibir el interés investigativo que más atraía a las docentes y a partir de él se empezó a direccionar su investigación, con ello se quiere decir que este interés no fue elegido al azar, sino que fue el producto del asombro que tenían las profesoras sobre un aspecto especifico que sucedía en sus prácticas.

5. Conclusiones

Los principales desarrollos identificados en la problematización, refieren a documentarse de la práctica, documentarse sobre la práctica e identificar (localizar o construir) problemas de investigación. Se rescata la importancia del trabajo colaborativo entre los investigadores y los demás docentes en el desarrollo de las sub características propias de la problematización, ya que por medio de las retroalimentaciones y sugerencias dadas, las profesoras delimitaron su problema e identificaron como importantes, actividades como el sustento de idea, la búsqueda de teorías, propuestas de acciones y coherencia en sus propuestas.

Por otra parte se observó que el centro de esta propuesta de formación, en el caso de la problematización, fue generar conocimientos de investigación a partir del desarrollo de las sub características del profesor investigador, que le permitieron, más allá de ser receptor de información, ser el constructor de todo su proceso por medio de actividades.

Referencias bibliográficas

Sánchez, P. (2004). Didáctica de la problematización en el campo científico de la educación. En Hacia la construcción de una línea de investigación. Seminario Taller. Medellín – Colombia. Editorial Universidad Cooperativa de Colombia.

Sánchez, B., et all. (2012). Necesidades de formación en investigación y características del profesor investigador. Memorias de III Congreso Internacional y VIII Nacional de investigación en educación, pedagogía y formación docente. p. 2161 – 2173.

Identificando habilidades de visualización en los estudiantes con discapacidad funcional visual

Mary Soler Garzón
marysoler15@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, -Colombia)
Juan David Ramírez
juandamonwy16@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

Resumen

Este artículo corresponde a la divulgación de resultados de una investigación realizada con niños de discapacidad visual en un colegio distrital de inclusión de la ciudad de Bogotá, Colombia. Dicha investigación pretende indagar sobre el desarrollo de habilidades de visualización en un grupo de estudiantes ciegos de secundaria. La investigación se basó en una metodología de orden cualitativo, a partir de la observación frente al diseño, gestión y aplicación de una secuencia de actividades que requieran el sentido de la vista como factor esencial para el desarrollo de las mismas. Los resultados más relevantes de la indagación refieren a las habilidades que demuestran los estudiantes con discapacidad visual (ciegos) al desarrollar actividades de visualización, encontrándose que los estudiantes poseen ciertas habilidades visuales, pero hay otras habilidades que no son desarrolladas por ellos en su totalidad.

Palabras clave: Ceguera, habilidades de visualización, pensamiento espacial.

1. Introducción

El presente trabajo centra su atención en las habilidades de visualización que adquieren o poseen los estudiantes con discapacidad visual (ceguera) en un grupo de estudiantes ciegos con el objetivo de ver el desarrollo de éstas en un aula inclusiva de un Colegio Distrital de la ciudad de Bogotá. La indagación que da origen a este artículo se basa fundamentalmente en el diseño, gestión y observación de una serie de actividades que requieren la visualización para su desarrollo.

La problemática abordada en la investigación se caracteriza por el tema de la visualización en los niños con necesidades educativas especiales, específicamente con los que poseen discapacidad visual; donde surgen dudas, de si las actividades que necesitan las habilidades de visualización, las pueden abordar y resolver los estudiantes ciegos, debido a la importancia que éstas traen para no solo la educación. Gutiérrez (1991) refiere que la percepción visual es un elemento importante en la afinidad de actividades no solo de geometría o de las relacionadas con el aprendizaje, sino de la vida.

De allí es importante indagar acerca de la inclusión de niños ciegos en las actividades geométricas que requieren el uso de las habilidades de visualización, para así llegar a desarrollar en ellos estas habilidades que serán útiles en su desenvolvimiento en diversos contextos, no es simplemente sensibilizar a los videntes, sobre las diferencias que existen entre las dos poblaciones, sino diseñar estrategias que lleven a los estudiantes invidentes a tener un aprendizaje significativo que aporte a su desarrollo.

Dado lo anterior, surge la pregunta ¿Qué habilidades de visualización adquieren o poseen los estudiantes con discapacidad visual en la realización de actividades de visualización que desarrollen el pensamiento espacial?

2. Marco de referencia

Los siguientes referentes fueron la base para plantear el problema:

Se estableció la legalidad de la educación para personas con limitaciones como parte integradora del servicio público educativo, el ingreso dichos estudiantes y el proceso que deberían llevar a este proceso. (MEN, 1994; MEN, 2005). Se conocieron los modelos que ofrece la educación para las personas con discapacidad (Convers, 2011) con el fin de relacionarlo con lo que pasa actualmente en una institución de inclusión en Bogotá D.C. Por último se mostró la importancia que tiene el pensamiento espacial en el desarrollo del pensamiento matemático junto al modelo propuesto por Van Hiele para la enseñanza de la Geometría, el cual está compuesto por cinco niveles, que a su vez fortalecen cinco habilidades. (MEN, 1998). Por otro lado los referentes empleados para construir el marco teórico son:

Se definió cuándo se considera a una persona con discapacidad visual, las causas que la generan y la clasificación que hay dentro de la discapacidad visual (Valdez, s.f.). Se definió la habilidad visual como la acción que permite transferir un objeto a una imagen mental y viceversa. Hershkowitz (citado en Barrios, Muñoz y Zetién, 2008). Además se define los niveles que se van desarrollan respecto a las percepciones visuales (Barrios, *et al.*, 2008). Se definió concretamente el modelo propuesto por Pierre Marie Van Hiele & Dina Van Hiele-Geldof (citado en Galindo, 1996). En relación a éste modelo, se definieron las habilidades de visualización que se pueden desarrollar en la Geometría, las cuales son: Identificación visual, conservación de la percepción, reconocimiento de posiciones del espacio, reconocimiento de las relaciones espaciales, discriminación visual y memoria visual (Del Grande, 1990).

3. Aspectos metodológicos

Ésta fue una investigación de tipo cualitativo, en la cual se asumió el método descriptivo que es "el tipo de investigación concluyente que tiene como objetivo principal las descripción de algo, generalmente las características o funciones del problema en cuestión" (Malhotra, s.f.). El instrumento de recolección de datos que se empleó fue la observación. Esta se llevó a cabo, por medio de la aplicación de unas actividades geométricas propuestas, que permitieron evidenciar las habilidades visuales y demás que adquieren los niños con discapacidad visual en el proceso de resolución. Para implementar el instrumento característico del tipo de metodología escogida fue necesario realizar las adaptaciones respectivas de cada actividad para que el estudiante con discapacidad visual se le facilite identificar cada elemento, lo anterior, mediante un contraste de texturas y material resistible a la manipulación.

4. Desarrollo de la investigación

A continuación se presentará el análisis de datos, para lo cual se realizó una descripción de los procesos de los estudiantes para resolver las actividades. En la respectiva descripción se tendrán en cuenta las categorías de habilidades de visualización (Del Grande, 1990).

Tipos de actividad	Descripción de la habilidad
Actividades de secuenciación En este tipo de actividades se dispone de un conjunto de elementos ordenado a través de un patrón de secuencia, determinado por un contraste de texturas, en los que se busca que el estudiante por medio de un punto de referencia identifique las particularidades de cada uno de los elementos de tal manera que pueda reconocer cual es dicho patrón y pueda seguir añadiendo elementos de forma consecutiva de acuerdo a él.	Por medio de esta actividad se desarrolla la habilidad de **reconocimiento de posiciones en el espacio** (Del Grande, 1990). Esto porque el estudiante ubica uno de sus dedos en un punto fijo para pasar los dedos de la otra mano por el resto de uno de los elementos que componen la secuencia, de dicha manera identifica los contrastes de texturas que se encuentran en él y las diferentes posiciones de las mismas, asimismo encuentra la manera en que varían dichas posiciones identificadas en cada uno de los elementos de la secuencia para así determinar, cuál es el patrón junto a la posición que deben tener las texturas del siguiente elemento.
	Se desarrolla la habilidad de **discriminación visual** (Del Grande, 1990). Ello porque el estudiante luego de realizar su exploración e identificar los patrones, está identificando las diferencias y similitudes entre cada uno de los elementos que componen la secuencia, de ésta manera puede determinar la que sigue, de un conjunto de opciones que se le presentan.
Actividades de semejanzas En este tipo de actividades se dispone de una imagen como muestra, con diferentes componentes, determinados por un contraste de texturas. Por otro lado se presentan un conjunto de opciones dentro de las cuales hay	En esta actividad se desarrolla la habilidad de **reconocimiento de posiciones en el espacio** (Del Grande, 1990). Se evidencia ya que al realizar una manipulación de la imagen por medio de sus dedos, el estudiante logra identificar las diferentes posiciones en las que se encuentran cada uno de sus componentes. Toma un punto de referencia, a través del cual hace las relaciones

características similares a la imagen de muestra, pero una y solo una de ellas es absolutamente igual. En esto se busca que el estudiante logre distinguir las particularidades de la muestra y pueda realizar las comparaciones que le permitan determinar cuál de las opciones es igual a ella.	de ubicación de los elementos que componen la imagen. Realiza lo mismo con cada una de las opciones, para así determinar cuál de ellas cuenta con los mismos elementos y están ubicados en las mismas posiciones.
	Por medio de esta actividad se desarrolla la habilidad de **memoria visual** (Del Grande, 1990). Ello dado que luego de reconocer las diferentes características de la muestra, al explorar entre las opciones, no se encuentra la necesidad de recurrir nuevamente a la muestra para recordar los elementos que la componen, sus posiciones y realizar las comparaciones paralelamente para escoger la indicada.
	Se desarrolla la habilidad de **discriminación visual** (Del Grande, 1990). Esta se da porque el estudiante al hacer sus exploraciones por medio del tacto, identifica las similitudes y diferencias de cada una de las opciones con respecto a la muestra, para que así logre identificar cuál de las opciones es igual a la muestra
Actividades de ubicación espacial En este tipo de actividades se dispone de elementos, que se encuentran ubicados en el espacio con diferentes componentes y relaciones, determinados por un contraste de texturas para identificar sus posiciones. En estas se busca que el estudiante logre identificar las posiciones y relaciones espaciales que tiene un objeto en torno a otro, para lo cual, se deberá tener una ubicación definida del objeto, para hallar las relaciones, posiciones y lograr construir otro objeto similar.	Esta actividad desarrolla la habilidad de **identificación visual** (Del Grande, 1990)**.** Ello porque el estudiante a través de la percepción táctil puede identificar las figuras o elementos que manipula, para lo cual utiliza uno de sus dedos para referenciar en un punto los objetos mientras que algunos de sus dedos los emplea para recorrer los bordes de las figuras e identificar si se trata de curvas, rectas, espacios vacíos, etc.
	Se desarrolla la habilidad de **memoria visual** (Del Grande, 1990)**.** Sucede porque aquello que logró identificar el estudiante por medio de sus procesos de percepción táctil, logra recordarlo sin necesidad de recurrir a explorarlo de nuevo. Así efectúa las ubicaciones correspondientes en objetos similares.
	Se desarrolla la habilidad de **reconocimiento de posiciones en el espacio** (Del Grande, 1990). Esto porque el estudiante debe tener en cuenta la manera en que están ubicados los objetos para hacer las relaciones de ubicación de dichos elementos en un objeto similar.

	Se desarrolla la habilidad de **reconocimiento de las relaciones espaciales** (Del Grande, 1990). Ello dado que los estudiantes deben tener en cuenta las diferentes características de relación que permitan identificar acertadamente las relaciones que hay entre diversos objetos ubicados en el espacio.

5. Conclusiones

De acuerdo a los resultados obtenidos, las habilidades identificadas en el desarrollo de las actividades fueron: la identificación visual, reconocimiento de posiciones en el espacio, reconocimiento de las relaciones espaciales, discriminación visual y memoria visual. Con respecto a las habilidades de conservación de la percepción, las actividades diseñadas para la recolección de la información no permitieron que se evidenciara el desarrollo de estas.

Se evidenció que por medio del tacto los estudiantes con discapacidad funcional visual pueden presentar procesos de visualización y desarrollar las habilidades ya mencionadas, pero para que esto se dé, es necesario trabajar la geometría de forma significativa, apoyándose en recursos tangibles, por lo que es aquí cuando las adaptaciones de los recursos se hacen necesarios, para lo cual exigen un rigor apropiado que garantizará el éxito de las actividades; por lo anterior el papel del docente es determinante en las explicaciones y actividades planteadas, documentándose, preparándose para hacer del aula un espacio inclusivo, un lugar donde todos los estudiantes tengan las mismas oportunidades y desarrollen similares destrezas.

Referencias bibliográficas

Barrios, E. A., Muñoz, G. L., & Zetién, I. G. (2008). El proceso cognitivo de la visualización pos estudiantes de nivel superior mediante el uso de software dinámico (Cabri) en la resolución de problemas geométricos. Barranquilla, Colombia.

Convers Hilarión, P. A. (2011). Educación inclusiva garantía del derecho a la educación inclusiva en Bogotá D.C. Bogotá D.C.

Del Grande, J. (1990). Spatial Sense. Arithmetic Teacher, 14 - 20.

Galindo, C. (1996). Desarrollo De Habilidades Básicas Para La Comprensión De La Geometría. Revista EMA, 2 (1), 49-58.

Gutierrez, A. (1991). Procesos y habilidades en visualizacion espacial. Memorias Del Tercer Congreso Internacional sobre Investigación En Educación Matemática., 44-59.

MEN. (1994). Ley General De Educación. Bogotá D.C.

MEN. (1998). Lineamíentos Curriculares De Matemáticas. Bogotá D.C.

MEN. (2005). Lineamientos De Política para la atención educativa a poblaciones vulnerables. Bogotá D.C.: Lagos&Lagos Impresores.

Sin Autor (S.F.) Capitulo 3: Metodología de La Investigación. Tomado de http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lad/arenas_m_a/capitulo3.pdf

Valdez, L. (S.F.). Discapacidad visual. Departamento de educación especial. Ecuador.

La cultura dominante como un agente determinante en los procesos de inclusión en un aula regular con estudiantes sordos

Gina Isabel Torres Walteros
mdma_gitorresw428@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Laura Alejandra Prieto Contreras
mdma_laprietoc735@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)

Resumen

Esta investigación tiene como objetivo analizar cómo se establece la cultura dominante dentro de la clase de matemáticas en un aula regular con estudiantes sordos partiendo de la noción de integración, inclusión y diversidad. Considerando la relación de estos conceptos con la conformación de la cultura dominante en el aula. En este sentido, es indispensable entender la diversidad como el reconocimiento de los otros que son distintos, pero que hacen parte de una misma entidad colectiva. En tanto, la educación inclusiva implica ofrecer igualdad de oportunidades educativas para todos; no obstante, se genera exclusión como consecuencia de las actitudes y respuestas inadecuadas a la diversidad.

Por su parte, el objeto de estudio está determinado por sesiones de la clase de matemáticas de grado noveno en una institución escolar de educación pública y busca analizar, a partir de la observación, grabaciones, fotografías y entrevistas, la manera en que se evidencian los procesos de integración y/o inclusión comprendidos desde el marco de la educación matemática.

Este documento corresponde a los avances del trabajo de grado titulado: Acceso democrático al aprendizaje de las matemáticas. Cuestiones de

diversidad en un aula regular. Dirigido por el docente Isaac Lima. Desarrollado en el marco de la Maestría en Docencia de la Matemática de la Universidad pedagógica Nacional.

Palabras clave: Integración, inclusión, diversidad, cultura dominante.

1. Introducción

La investigación tiene como finalidad analizar cómo se establece la cultura dominante dentro de la clase de matemáticas en un aula regular con estudiantes sordos partiendo de las definiciones de integración, inclusión, y diversidad. La investigación se ejecuta en la clase de matemáticas de grado noveno, en una institución educativa pública y en un aula regular conformada por 20 estudiantes oyentes y 8 estudiantes sordos.

Enseñar matemáticas en aulas integradas con niños sordos consiste, la mayoría de las veces, en gestionar la ubicación de los estudiantes en el salón, en tener una comunicación asertiva entre el docente y el intérprete del Lenguaje de Señas Colombiano y potencializar las relaciones sociales democráticas (Skovsmose & Valero, 2012). En este sentido, el desarrollo de las clases de matemáticas con los niños sordos no puede residir en organizar separadamente el aprendizaje de los objetos matemáticos a fin de hacer más rápida y efectiva la clase para unos y otros.

Se hace necesario determinar cuáles son los factores que hacen posible las relaciones democráticas en la clase de matemáticas:

La diversidad entendida como la expresión plural de las diferencias; que no necesariamente son negación, discriminación o exclusión, sino que se pueden entender como el reconocimiento de los otros distintos y que conforman una misma entidad que incluye. Esto, en el caso de los estudiantes sordos hace referencia a la necesidad de que sean incluidos y reconocidos dentro del aula regular.

La educación inclusiva implica ofrecer igualdad de oportunidades educativas para todos valorando la existencia de una diversidad cultural, de raza, religión y donde todos los participantes desarrollan un sentido de comunidad. (Sánchez & Robles, 2013).

A partir de estos parámetros la investigación está enmarcada desde un enfoque cualitativo, abordado desde la etnografía, el paradigma hermenéutico interpretativo y la perspectiva del interpretativismo. Se realiza a partir de la observación de una clase cuya temática son las ecuaciones con radicales. Durante las sesiones de observación y con autorización previa de directivas, docentes y padres de familia se han realizado algunas grabaciones de video, toma de fotos y aplicación de entrevistas.

2. Marco de referencia

Cultura dominante

La cultura dominante es referenciada desde Matus (2005) como aquella cultura dispuesta para aquellos sujetos habilitados para tener éxito en los objetivos que están planteados. En el contexto de la clase de matemáticas ser parte de la cultura dominante implica saber matemáticas, tener la habilidad de resolver las situaciones que se le plantean dentro de la clase y además centrar la atención del docente por encausar estos saberes. Para el docente, el estudiante que sabe matemáticas y que aporta a la clase es el estudiante en el que se debe centrar la atención porque tiene la expectativa de que los conocimientos que adquiera serán útiles para él porque él mismo así lo hace ver.

Un parámetro siempre existente en la clase de matemáticas es la exclusión; vista desde el valor que le otorga el saber matemáticas al sujeto. Tal como lo establece Skovsmose (2012) “Ser excluido de las matemáticas significa también ser excluido de la posibilidad de avance en la sociedad” (p. 131), lo cual puede dar a entender que la clase de matemáticas puede determinar a priori quien avanzará y quien se quedará atrás “quien está excluido y quien está incluido” de la cultura dominante, la cual está conformada desde el contexto de la clase y en la que el hacer parte reside en quien tiene habilidades con el conocimiento matemático y cómo este conocimiento puede ser empleado por el individuo para cumplir sus objetivos personales y académicos y los objetivos propios de la cultura.

Diversidad

Tradicionalmente, cuando se habla de diversidad se hace referencia a poblaciones étnicas o con alguna discapacidad física, cognitiva o lingüística, negando las subjetividades de los sujetos. En contraste, diversidad se conceptualiza como el reconocer en la subjetividades los marcadores de identidad que proporcionan las posiciones desde donde se aprende, se crean o recrean conocimientos (Matus, 2005). Estos marcadores de identidad pueden ser: género, raza, nacionalidad, etnia, religión, clase social o discapacidad motora, cognitiva o lingüística.

Por su parte, Guédez (2005) asume la diversidad como "…la expresión plural de las diferencias, diferencias no traducidas en negación, discriminación o exclusión, si no en reconocimiento de los otros distintos – a – mi como partes de una misma entidad colectiva que nos incluye" (pág. 113). Entender la diversidad desde la diferencia no invisibiliza las subjetividades de los sujetos, por el contrario se reconoce que de ellas y desde su relación con los demás en un colectivo incluyente se pueden crear conocimiento y saberes.

El triunfo de la diversidad en las prácticas educativas depende del reconocimiento y valoración de las diferencias y de la multiplicidad de contextos en las que tienen lugar. Knijnik (2002) sustenta que "se debe introducir medios para educar en la diferencia y no recaer en la educación repetitiva además de buscar la apertura a otro mundo a partir de la pedagogía de la diferencia" (p. 6). El educar desde la diferencia permite romper con la idea de un sujeto perfecto con determinadas características, lo que proporcionaría igualdad de oportunidades para participar en las prácticas educativas.

En consecuencia, es fundamental estipular uno de los conceptos de diversidad. Giménez, Diez-Palomar y Civil (2007) exponen: "las visiones socioculturales enfrentan la diversidad entendida como coexistencia de grupos diferentes (sociales, étnicos, con habilidades cognitivas diversas, etc.) en una misma practica escolar" (p.16). Con lo anterior, es posible afirmar que en su mayoría las aulas de clase de matemáticas presentan contextos diversos, puesto que coexisten diferentes grupos en una misma práctica escolar.

En este sentido, al propiciar prácticas inclusivas en aulas de clase de matemáticas se hace crucial, el respeto por las diferencias de grupos culturales, sociales, lingüísticos o étnicos coexistentes en una misma práctica escolar y la posibilidad de participación y legitimación de cada uno de ellos.

Educación inclusiva

La educación inclusiva debe atender a la diversidad entendida como la aceptación de los aspectos que nos distinguen y diferencian del otro, ampliando la posibilidad al individuo de hacer parte de lo que se denomina cultura dominante.

La UNESCO (2005) define la educación inclusiva como un proceso orientado a responder a la diversidad de los estudiantes incrementando la participación de todos en y desde la escuela.

Por consiguiente, uno de los principales compromisos de la educación inclusiva es atender a la diversidad y la participación de todos. En este sentido, Blanco (2006) expone:

La educación en la diversidad es un medio fundamental para el desarrollo de nuevas formas de convivencia basadas en el pluralismo, el entendimiento mutuo y las relaciones democráticas. La percepción y la vivencia de la diversidad nos permite, además, construir y reafirmar la propia identidad y distinguirnos de los otros. El ser humano se realiza plenamente como miembro de una comunidad y una cultura, pero también en el respeto a su individualidad, por lo que otro aspecto fundamental de la educación ha de ser "aprender a ser" (p.11)

La educación inclusiva, al estar fundamentada en la heterogeneidad y tener como objetivo principal atender la diversidad, potencializa la participación de todos y una convivencia respetuosa, solidaria y justa con respecto a las diferencias.

Desde esta perspectiva de educación inclusiva es pertinente esclarecer la diferencia que se genera entre inclusión e integración desde el contexto del aula de clase y la relación existente con la cultura dominante. El objetivo principal de la inclusión es fortalecer la aceptación de las diferentes subjetividades de los individuos que hacen parte de una comunidad, donde esa aceptación implica que todos los sujetos sean partícipes activos y donde la cultura del aula se adapte a las necesidades de todos y cada uno de los sujetos que a ella pertenecen.

Por su parte la integración busca que el individuo sea quien se adapte a los objetivos trazados en la cultura, cerrando de este modo la posibilidad de que sean todos los sujetos de una comunidad los que alcancen los propósitos planteados.

3. Metodología

El objeto de estudio está determinado por sesiones de la clase de matemáticas en una institución escolar de educación pública, en el curso 901 conformado por 20 estudiantes oyentes y 8 estudiantes sordos, estos 8 estudiantes se ubican siempre en los primeros lugares y junto al intérprete con el fin de tener una mayor comprensión de los objetos matemáticos en estudio.

Las entrevistas están encaminadas a establecer la concepción que se tiene de diversidad, integración, inclusión y de conocer como la clase de matemáticas influye en el proyecto de vida de los estudiantes; las grabaciones, las fotografías y la observación evidencian la cultura dominante en la clase y por ende quienes están incluidos y quienes excluidos de esa cultura.

Después de ejecutada la observación y aplicados los instrumentos de recolección de datos en las transcripciones se hace evidente que los estudiantes sordos son quienes mayor interés demuestran por los objetos matemáticos abordados en la clase. Son ellos quienes participan más y muestran mayor comprensión por los temas. Mientras que los estudiantes oyentes se ven más interesados por otro tipo de actividades más de carácter social. Visto desde el ambiente de la clase el análisis de datos respecto a los parámetros de observación evidencian que existe una diversidad; no sólo relacionada con el hecho de haber estudiantes sordos y oyentes sino en cuanto a intereses particulares. La cultura dominante de la clase de matemáticas está determinada por los estudiantes sordos. Por tal razón podría decirse que, en este caso particular de esta institución educativa y de este grupo de 901 son los estudiantes sordos los que hacen parte de la cultura dominante en la clase de matemáticas.

Por otra parte, a partir de la organización y distribución del aula y al escaso trabajo en equipo entre los estudiantes sordos y los oyentes; podemos considerar que el proceso que lleva la institución es un proceso de integración donde los estudiantes sordos están en el aula pero en el que el plan de estudios y los parámetros generales de la clase no son ajustados a dicha población. Pese a que en el caso de este grupo analizado son los estudiantes sordos los pertenecientes a la cultura dominante debido a sus propias necesidades y expectativas –evidenciado en las entrevistas- más no a las adaptaciones curriculares.

4. Conclusiones

La cultura dominante no siempre es la que consideramos socialmente aceptada. En el caso particular de la investigación la cultura dominante está dada por los estudiantes sordos; cuando la hipótesis inicial estaba pensada sobre los estudiantes oyentes.

La toma de decisiones en la clase y la participación de la misma se ve permeada por quienes quieren aprender matemáticas y quiénes no. Se hace evidente que hay una posibilidad de participación para todos pero que solo acceden a esa participación quienes ven en la educación matemática una herramienta efectiva en su proyecto de vida.

Referencias bibliográficas

Blanco, R. (2006). La equidad y la inclusión social: Uno de los desafios de la educación y la escuela hoy. *Revista electronica Iberoamericana sobre calidad, eficacia y cambio en educación, 4*(3), 1-15.

Giménez, J., Diez-Palomar, M., Civil. (2007). Exclusión y matemáticas. Elementos que explican la investigación actual en el área. En *Educación matemática y exclusión* (págs. 9-43). España.

Guédez, V. (Junio de 2005). La diversidad y la inclusión: implicaciones para la cultura y la educación. *Revista universitaraia de investigación, 6*(1), 107-132.

Matus, C. (Diciembre de 2005). ¿Existe alguna posibilidad de que triunfe la diversidad ? *Pensamiento educativo, 37*, 16-26.

Sánchez, D., & Robles, M. (Mayo-Agosto de 2013). Inclusión como clave de una educación para todos. *Revista española de orientación y psicopedagogía, 24*(2), 24-36.

Skovsmose, O. (2012). Porvenir y política de los obstaculos de aprendizaje. En O. Skovsmose, & P. Valero, *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (págs. 131-147). Bogotá: Universidad de los andes.

Skovsmose, O., & Valero, P. (2012). Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de la matemática. En O. Skovsmose, & P. Valero, *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* . Bogotá: Universidad de los Andes.

La noción de tiempo y temporalidad en las narrativas de niños escolarizados, desvinculados de los grupos armados

Elizabeth Torres Puentes
elizatorrespuentes@gmail.com
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)

Resumen

El tema que se aborda en esta ponencia, corresponde a los avances de una investigación doctoral[1], en la que se exponen las diferencias entre tiempo y temporalidad, y cómo son vitales en las narrativas de los sujetos que activan su memoria.

Se entiende el tiempo y la temporalidad como dos nociones que trascienden el orden de la disciplina matemática, pero que se conjugan con ella para dar cuenta de la configuración de identidades y subjetividades particulares.

Los actuales diálogos y negociones de paz, colocan en la formación de profesores retos importantes para el campo de la educación, pues a la espera del posible pos-acuerdo se espera que la escuela, y por ende sus profesores, estén preparados para el acogimiento de cientos de niños y adolescentes, que abandonan las armas y regresan a la escuela.

Palabras clave: Tiempo, temporalidad, niños desvinculados, escuela.

[1] La investigación a la que se hace referencia es titulada "Construcción de temporalidades en las narrativas de niños, niñas y adolescentes, desvinculados de los grupos armados colombianos que retornan a la escuela", elaborada por la autora de esta ponencia.

1. Introducción

El problema de investigación sobre la que se produce esta ponencia, se consolida a partir de tres tensiones. La primera tensión reconoce dos tipos de experiencia humana: la experiencia del niño, niña y adolescente desvinculado como militante de un grupo armado, y la experiencia de su retorno a la escuela. El encuentro de estas dos experiencias puede considerar la escuela donde se inicia una vida buena, esto es, la experiencia humana configurada en narrativas aspiracionales, en las que el "yo puedo" y el "volverse capaz" se constituyen en un proyecto para ser realizado con el apoyo o la acogida de la escuela; pero también revictimizar o excluir a estos niños dadas sus vivencias como niños militantes, guerrilleros o paramilitares.

Una segunda tensión reconoce que en los relatos de los niños, niñas y adolescentes desvinculados que retornan a la escuela se encuentran acontecimientos trágicos, y que estos contrastan con otros que expresan gozo, proyección de fututo y reconocimiento de sí mismo. Este contraste se da por la temporalidad de la experiencia de ser niño desvinculado del conflicto armado. Se asume, con Ricoeur (1999), que la temporalidad es constitutiva de la experiencia humana, que la temporalidad es el vínculo entre la vida vivida y la narrativa, y que la memoria es mediadora entre el tiempo vivido y la narración.

La tercera tensión, confronta la desaparición del lugar de la infancia de los niños desvinculados una vez han militado en un grupo armado, pues aunque bilógicamente son niños por su edad y contextura física, no lo son dada la responsabilidad jurídica frente a las acciones de asesinato y tortura que adelantaron, pero tampoco lo son en el sentido de la crudeza de la experiencia vivida. Los tiempos y temporalidades por las que transitan estos niños, niñas y jóvenes desvinculados que retornan a la escuela, no son los mismos de otros menores de su edad que no estuvieron inmersos en la guerra, pues las situaciones a las que se vieron expuestos los obligaron a dejar de ser niños física y socialmente

La investigación adopta un enfoque cualitativo desde su dimensión hermenéutica, atendiendo a las dimensiones planteadas por Ricoeur (2010): a. Posibilidad de reflexión sobre sí mismo; b. Implica la comprensión de un fenómeno. c. Reconoce el lenguaje como mediador. Así las cosas, la investigación está desarrollada bajo la metodología de investigación narrativa.

Los resultados parciales de la investigación, en relación con el tema de esta ponencia, permiten afirmar que:

El tiempo y la temporalidad configuran las identidades de los sujetos.

El tiempo y la temporalidad trasciende la disciplina de las matemáticas, pero los profesores de matemáticas pueden ayudar de manera significativa a activar la memoria, por medio de la narrativas de las experiencias de vida. Estas dos nociones implican que el sujeto haga una reflexión sobre sí mismo, por lo tanto es importante que no solo se trabajen desde el orden de conversión de unidades.

Las facultades de educación del país, deben considerar que es una necesidad de formación de sus licenciados, la exploración de distintas maneras de acoger a los niños desvinculados de los grupos armados colombianos, que retornar a la escuela.

2. Marco de referencia

Para dar cuenta de la narratividad y la experiencia humana, inicialmente se presentan los argumentos de Ricouer (2010) acerca del vínculo estrecho que existe entre función narrativa y experiencia del tiempo; vínculo considerado por el autor central para comprender la vida vivida, aunque, poco estudiado; por el contrario, el autor reconoce que tanto la narrativa como el tiempo han sido ampliamente abordados, aunque de manera independiente.

Para Ricoeur (2010) la importancia de comprender el vínculo estrecho entre función narrativa y experiencia del tiempo consiste en:

Mostrar cómo los usos del lenguaje no se reducen a sus sentidos lógicos o a su organización sintáctica pues, el lenguaje posee una amplitud y una diversidad que no es posible de ser simplificada.

Reunir las formas y modalidades dispersas del juego de narrar presentes a lo largo de las culturas, de las cuales somos herederos y que han sido objeto de diversa ramificación en géneros literarios cada vez más específicos. En este caso se está refiriendo a ampliar los relatos como la epopeya, el drama, el cuento y la novela hacia otros modos distintos del lenguaje como el cine, la pintura y las artes plásticas.

Poner a prueba nuestra capacidad de selección y organización del lenguaje. En otras palabras cuando el lenguaje se organiza en unidades discurso más largas que la frase llamadas textos (p. 190).

La actividad de narrar una historia implica la correlación entre historia y temporalidad, esta correlación se hace presente en la configuración de la trama. Esta operación da lugar a la triple mímesis sin la cual no es posible construir una trama. Para Ricoeur (1995), la triple mímesis es un recurso para dar cuenta de la trama, que informa de la permanencia y cambio de la vida a partir de las múltiples experiencias que la configura. El siguiente esquema representa lo anterior:

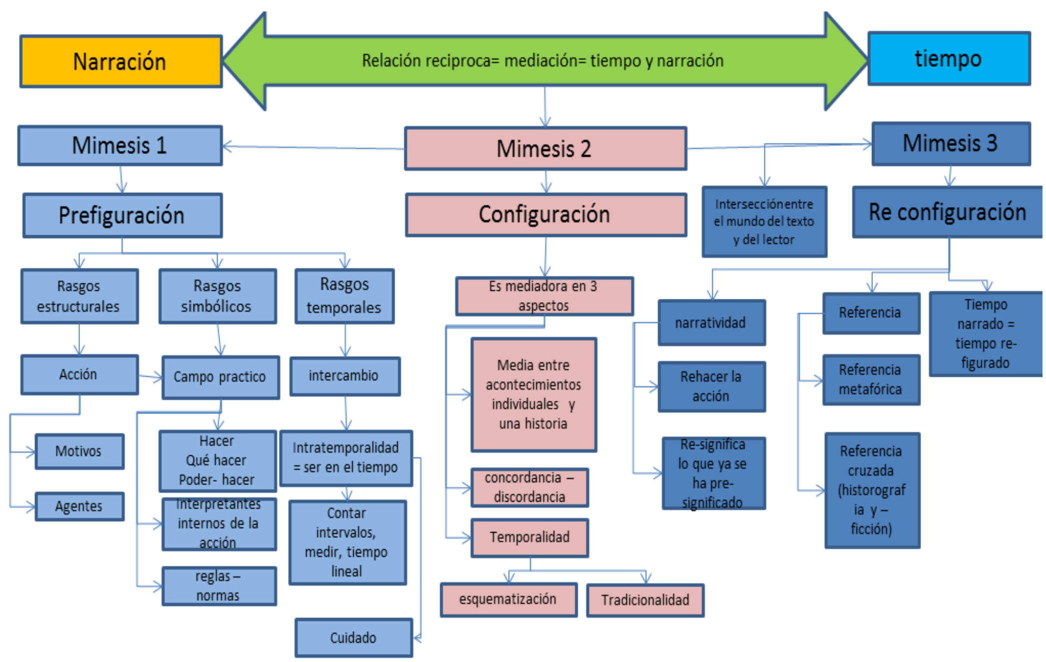


Diagrama 1. Triple mimesis. Elaboración propia.

3. Aspectos metodológicos

Esta investigación adopta un enfoque cualitativo desde su dimensión hermenéutica, atendiendo a las siguientes dimensiones: a. Posibilidad de reflexión sobre sí mismo; b. Implica la comprensión de un fenómeno; c. Reconoce el lenguaje como mediador (Ricoeur, 2010). Además se suscribe a la metodología de la investigación narrativa entendida como un proceso, complejo y reflexivo, de mutación de los textos del campo a los textos para el lector (Bolívar, 2002)

La investigación consideró los siguientes criterios para la selección de la población: Rango de edad (Sujetos entre los 12 y 17 años que hayan vivido la experiencia de hacer parte de un grupo armado); Género (Se trabajó con igual número de sujetos de los dos géneros); Espacio escolar (Los niños y adolescentes están en un espacio escolar); Tiempo de vinculación (No se discriminó entre el tiempo en el que estuvo el niño o adolescente con el grupo armado, pero sí se tuvo en cuenta que dicha experiencia haya ocurrido en los últimos 8 años, toda vez que se han reportado vinculaciones de niños de 10 años).

4. Desarrollo de la investigación

La investigación se desarrolló a partir del análisis de las narrativas de un grupo de niños desvinculados que retornaron a la escuela. Se consideraron las siguientes fases para su desarrollo:

FASE	ACTIVIDAD	DESCRIPCION
FASE 1	IDENTIFICACIÓN DE LA POBLACIÓN	Se harán tres visitas a la institución CEPAR con el fin de identificar a los niños y niñas con quienes se puede reconstruir sus narrativas de la experiencia. También se identifican algunos padres de familia y profesores para hacer una entrevista que permita cualificar las narrativas de los niños desvinculados.
FASE 2	CONSENTIMIENTO INFORMADO	Se solicita permiso a los padres o cuidadores de los niños a quienes se va a entrevistar, por

		medio de un consentimiento informado. Se solicita consentimiento informado también a padres de familia, funcionarios y profesores que se van a entrevistar.
FASE 3	CONVERSACIÓN	Se hará una conversación libre y sin guión para identificar aspectos que se deben tener en cuenta en la entrevista narrativa.
FASE 4	ENTREVISTAS	Se aplicarán las entrevistas.

5. Conclusiones

Se ha encontrado que el tiempo y la temporalidad se organizan de tres maneras distintas en las narrativas de los niños desvinculados. El siguiente esquema representa los hallazgos.

Diagrama 2. Tiempo y temporalidad en la experiencia del niño desvinculado. Construcción propia.

El Tiempo de la ausencia

Esta categoría está directamente relacionada con un tiempo antes del conflicto (pre- conflicto). En los relatos analizados se encontró que los infantes asumen la decisión de vincularse a un grupo armado como una forma de contrarrestar un tiempo de la ausencia de manera inmediata; la ausencia de la familia es la más nombrada por los niños desvinculados. Los ejes que se mueven en estas recurrencias tienen que ver de alguna manera con las marcas en el cuerpo de los infantes, como lo es la violencia sexual, el maltrato físico y verbal, el trabajo duro en los campos, etc.

Tiempo de la guerra

El tiempo de la guerra corresponde al tiempo que se vive y experimenta como niño militante del grupo armado. Aranguren (2011), González (2002), Human Rights Watch (2004), coinciden en que el tiempo se configura en las marcas y exposiciones de lo corporal, sin olvidar que el cuerpo está atravesado por el lenguaje en tanto componente simbólico.

La guerra marca un tiempo en el cuerpo, el cual dispone unas formas de ser y estar en el mundo. En este sentido podríamos hablar del tiempo como ritmo de la guerra, en tanto el ritmo abarca las nociones de consecuencia, regularidad, lentitud y rapidez. Sin embargo el ritmo propio de la guerra se hace presente en múltiples tiempos dentro de esta dimensión. Se hace presente como tiempo bélico, el cual hace referencia a la exposición directa en el combate y a su relación directa con la muerte.

Tiempo de un mejor vivir

Este tiempo corresponde al tiempo de la esperanza, de construir un proyecto de vida, individual y colectivo, en términos de Ricoeur (2005), es el tiempo de volverse capaz.

El tiempo del mejor vivir también es tiempo de la memoria. El niño desvinculado, una vez ha abandonado las filas del grupo armado puede asumir, entre otras, dos rutas distintas para su reincorporación a la vida social y civil, una tiene que ver con la vinculación a los programas de atención a niños, niñas y jóvenes desvinculados y otra es retornar a su tierra de origen y tratar de reconstruir lazos con la familia y con su comunidad.

Referencias bibliográficas

Bolívar, A. (2002). "¿De nobis ipsis silemus?": Epistemología de la investigación biográfico-narrativa en educación. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 4 (1).

Gimeno, J. (2008) El valor del tiempo en Educación. Madrid: Morata.

González, G. (2002) Los niños de la Guerra. Bogotá: Planeta.

Human Rights Watch. (2004) Aprenderás a no llorar. Niños combatientes en Colombia. Bogotá: gente Nueva.

Ricoer, P. (2005) Volverse capaz, ser reconocido. Esprit, 7.

Ricoeur, P. (1991) El tiempo Relatado. En El correo de la UNESCO. Miradas sobre el tiempo. UNESCO abril 1991.

Ricoeur, P. (1995) Tiempo y narración I. Configuración del tiempo en el relato histórico. México: Siglo XXI.

Ricoeur, P. (1996) Tiempo y narración III. El tiempo narrado. México: Siglo XXI

Ricoeur, P. (1999) Historia y narratividad. Barcelona: Paidós.

Ricoeur, P. (2010) Educación y política. Buenos Aires: Prometeo

Vasilachis, I. (2006). Estrategias de investigación cualitativa. Barcelona: Gedisa.

Una mirada a la matemática emocional

Yury Cristina Ardila Gordillo
yuri9314@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)
Paula Andrea Aponte Bello
paula_andrea0722@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

Resumen

El presente trabajo se aborda la relación entre la emoción y la matemática, viendo la relevancia de la emoción en el momento de enseñar. Se pretende que el docente piense en sus alumnos como seres humanos que son, y con todas las implicaciones que conlleva. Aunque, muchas veces ellos omiten este precepto, considerando como único fin enseñar los conceptos de su materia. Se puede ver la transición desde una coerción de conducta a una permisividad en los estudiantes; generando que el docente y los estudiantes vayan por caminos diferentes; modificando creencias, conductas y emociones; llevando a un desinterés por aprender. Considerando la problemática que se está dando en las aulas actualmente. La presente investigación se centra en identificar las diferentes reacciones de los estudiantes de primaria en el área de matemáticas y cómo utilizar ciertos aspectos de la psicología de la emoción y la matemática emocional para mejorar el interés.

Palabras clave: Emociones, matemáticas, motivación, matemática emocional.

1. Introducción

En el presente documento se hará referencia a relación entre las emociones y el desarrollo cognitivo (específicamente en el área de matemáticas). En el campo de la educación y en la formación de los estudiantes, existen aspectos emocionales fundamentales que influencian al alumnado a ejercer la construcción de nuevos conocimientos.

Variables afectivas como motivación, actitudes, sentimientos, etc. son urgentes ser reflexionadas y la dimensión en que integran el aprendizaje de los estudiantes. En las experiencias que tienen los estudiantes, en relación con las matemáticas estas les provocan distintas reacciones que influyen en la formación de sus creencias, siendo estas creencias una parte importante del contexto, dentro del cual se desarrollan la respuesta actitudinal y emocional hacia la matemática.

2. Marco de referencia

En el Desarrollo de la investigación nos basaremos en la teoría tridimensional del sentimiento de Wundt (1896), que defiende que éstos se pueden analizar en función de tres dimensiones: -agrado-desagrado,- tensión-relajación,-excitación-calma; por lo anterior se define la emoción como:

…una emoción podría definirse como una experiencia afectiva en cierta medida agradable o desagradable, que supone una cualidad fenomenológica característica y que compromete tres sistemas de respuesta: cognitivo-subjetivo, conductual-expresivo y fisiológico-adaptativo (Wundt, 1896)

A partir de esta definición pasamos a mirar las clasificaciones de las emociones por funciones adaptativas, sociales y motivacionales, y de antemano las emociones básicas para poder saber la reacción de una persona, ante algunas situaciones en específico.

Funciones Adaptativas

Esta función es una de las más importantes para las emociones dado que desde pequeño y por ambientes sociales las personas preparan su organismo para efectuar eficientemente la conducta hacia un objetivo determinado. Plutchik (1980) destaca ocho funciones principales de las emociones y establece un lenguaje subjetivo que identifica cada una de dichas reacciones con un lenguaje funcional que le corresponde, como se muestra enseguida:

Miedo-protección, ira-destrucción, alegría-reproducción, tristeza-reintegración, confianza-afiliación, asco-rechazo, anticipación-exploración, sorpresa-exploración.

Funciones Sociales

Una de las funciones principales de las emociones es facilitar la aparición de las conductas apropiadas, la expresión de las emociones permite a los demás pronosticar el comportamiento asociado con las mismas, lo cual tiene un indudable valor en los procesos de relación interpersonal.

Bajo estas funciones existen variables afectivas que permiten la construcción de conocimientos de los estudiantes, los cuales juegan un papel fundamental ya que los estados emocionales interactúan con las funciones cognitivas. Esta relación entre emociones actitudes y creencias provoca distintas reacciones e influye en la formación de sus creencias

La relación entre mente y emoción constituye un ámbito que incluye un determinado conjunto de habilidades que pueden dominarse con mayor o menor habilidad. Para notar bien esta interacción es necesario definir dos estructuras con respecto al sujeto: la local y la global.

Entendemos por afecto local los estados de cambio de sentimientos o reacciones emocionales durante la resolución de una actividad matemática, a lo largo de toda la sesión de clase. La estructura local expresa tipos de interacción cuando el código emocional interactúa con el sistema cognitivo: interrupciones, desviaciones, atajos cognitivos, que se pueden expresar a través de distintas rutas. Se entiende por afecto global el resultado de las rutas seguidas (en el individuo) en el afecto local. y. que van contribuyendo a la construcción de estructuras generales del concepto de uno mismo y de las creencias acerca de la1 matemática y su aprendizaje

3. Aspectos metodológicos

Para esta investigación se abordan diferentes documentos que nos permiten empaparnos a profundidad del tema que se está desarrollando, enseguida se abordara lo más relevante.

En una relación dependiente entre las funciones cognitivas y lo afectivo, la segunda se ha convertido en una influencia en la construcción de conocimientos por parte de los estudiantes. Es por esto que miraremos la dimensión emocional que existe en el aprendizaje matemático y como este ayudo a su misma comprensión, que de ser de manera positiva ayudara a una mayor respuesta en la enseñanza de las matemáticas.

Si miramos afectos como lo son emociones, actitudes y creencias, en muchos casos la experiencia que tiene el estudiante influye de cierta manera en la formación de dichas creencias, permitiendo así que estas creencias afecten directa o indirectamente en su comportamiento con respecto a situaciones de aprendizaje. Por ejemplo cuando un estudiante se enfrenta al enunciado de un problema suele utilizar unos referentes previos, en algunos casos se trata de referentes inadecuados que al intentar aplicarlos y no funcionar los estudiantes sufren un *bloqueo* frente al problema.

En esta situación manifiesta unas series de emociones (miedo, inseguridad, impotencia) creencias (la matemática como cuerpo de conocimiento difícil, la matemática como un mundo que esconde sorpresas y cosas extrañas) que terminan actuando como obstáculo para un aprendizaje eficaz. Estas creencias son parte importante del contexto, la cual es desarrolla directamente una respuesta actitudinal y emocional hacia las matemáticas. Los estudiantes se aferran a ideas que les impide un desarrollo cognitivo adecuado para el área que están abordando, en muchas ocasione tuvieron que enfrentar problemas y no pudieron resolverlos y creen que si en un futuro tienen que volverlo a hacer no van a poderlo lograr.

4. Desarrollo de la investigación

El desarrollo se hace en el aula de clase trabajando en las situaciones que surgieron en el transcurso de la investigación, emerge nuevamente en los sentimientos y/o emociones que sienten los estudiantes, en este caso el estudiante al trabajar cierto tema del área de matemáticas, en la mayoría de su tiempo escolar lo había hecho de manera tradicional (tablereado) por lo que se manejó de una manera más lúdica con implementos tangibles que le permitieran tener un mayor control y entendiendo de lo que se estaba trabajando. Como segunda etapa se llevó lo que se había realizado con los materiales a los apuntes de cada estudiante, quienes fueron los encargados de dirigir paso a paso lo que se había realizado y de tal manera aclarar dudas e inquietudes sobre el tema visto. En esta instancia estudiantes que en su momento tenían dificultades en su aprendizaje, lograron ver las matemáticas desde otra perspectiva por la cual lograron comprender y tener un mayor entendimiento de lo que se está trabajando. El hecho de sentir satisfacción y felicidad al entender algo en las clases, lleva a los estudiantes a sentirse más comprometidos en no solo esta área sino en muchas otras, ya que se sienten en la capacidad de cumplir con cualquier meta que se propongan.

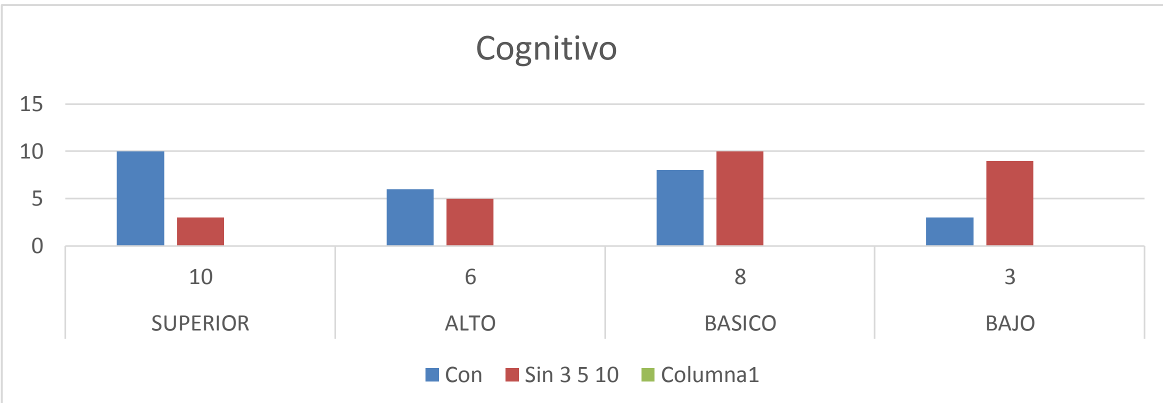
Como pudimos ver esta relación entre aprendizaje y afecto tiene influencia directa en algunos procesos cognitivos como son: los procesos metacognitivos, de documentar, creativos, la percepción y causal acerca del éxito y fracaso, las creencias de los estudiantes. Pero en general ante cualquier episodio emocional, estas estarán definidas por los cambio de dirección y magnitud de la emoción del sujeto.

Concentrándonos en que la afectividad tiene sobre el desempeño matemático. Para Gómez - Chacón (2000) la relación que hay entre los efectos y el rendimiento es reciproca: primero la experiencia que tiene el estudiante al aprender matemáticas le provoca distintas reacciones e influye en la formación de sus creencias y segundo, las creencias que tiene el alumno con su comportamiento en situaciones de aprender.

En este caso se le pide a los alumnos que realicen una pizza redonda en cartulina del sabor que quieran, en ese momento las profesoras empiezan a implementar la motivación con frases como:¡todos pueden hacerlo!, ¡la más bonita gana!, ¡imaginemos que somos chefs!, en esta pudimos analizar que los niños saltaban, se reían, y todos los niños le ponían empeño a la creación de la pizza.

Los alumnos de este curso presentaban actitudes bajas sobre las matemáticas, en la cual muy pocos estudiantes presentaban interés, socialmente los alumnos no hablaban de la matemática porque se referían a ella como aburrida, agotadora; pero era por la forma en que los mismo profesores se la presentaban no tenían en cuenta las emociones de los alumnos a la hora de presentarle un tema.

Los resultados que obtuvimos frente a esta actividad pensada en las emociones, frente a la presentada directamente en un problema y algoritmo fue: diagrama 1 azul con emociones y roja sin emociones.



5. Conclusiones

Cuando el docente tiene en cuenta las emociones de los alumnos se obtiene un mayor aprendizaje.

Existe una relación entre metacognición y motivación.

La motivación causa un gran interés en la matemática y rompe con estereotipos de dificultades en el niño.

Referencias bibliográficas

Chóliz, M. (2005). Psicología de la Emoción, el proceso emocional.Valencia, España

Gómez , I. M. (2002). Reflexiones sobre el pasado, presente y futuro de las matemáticas. Huelva, España.

Gómez, I. M. Afecto y aprendizaje matemático: causas y consecuencias de la interacción (pág. 197). Huelva, España: Univesida de HUELVA.

Mellano , V. Blanco, L. Borrachero, A. Cárdenas , J. (2012). las emociones en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias y las matematicas. España: grupo de investigacion DEPROFE.

Software interactivo para el aprendizaje de las tablas de multiplicar de los números enteros positivos

Carlos Iván Tafur

Jorge Alberto Coba Niño

Sandra Patricia Martínez

Leonardo Rómulo Montero

Shirley Yulieth Cruz Presiga

tafuromero@gmail.com

Colegio Cafam Naranjos, (Bogotá,Colombia)

Resumen

Los niños han demostrado deficiencia en la memorización de las tablas de multiplicar, debido a la técnica manejada en los años anteriores ya que para los niños asimilar las matemáticas de la forma memorística, tradicional y monótona genera que ellos no aprendan de forma correcta.

Alineándose a la ruta problemática es pertinente establecer diferentes gestiones para ayudar a neutralizar una problemática extendida: la enseñanza tradicional de las tablas de multiplicar, las cuales son básicas en cualquier proceso y se puede mejorar en el aprendizaje de los niños haciendo uso de las TIC que motiven a los niños en el aprendizaje de las mismas.

En este sentido se pretende fortalecer el aprendizaje de las tablas de multiplicar en niños por medio de las TIC encontrando una forma didáctica, entre el concepto matemático y las situaciones presentes dentro del software

Palabras clave: TIC, Software, aprendizaje, deficiencia, problemática, enseñanza tradicional.

1. Introducción

En el entorno de los niños es común encontrar dificultad en el aprendizaje de tablas de multiplicar, causando así bajo rendimiento académico, baja autoestima, falta de motivación, problemas sociales, familiares, entre otros (Remolina, 2013). Por ende, pueden ser identificados por los docentes quienes pueden indagar nuevas estrategias que ayuden a fortalecer el proceso de enseñanza. Naturalmente cuando llega el momento de aprendizaje sobre las tablas de multiplicar, éstas se tornan agobiantes para los niños y para los docentes, debido a que lo tradicional para su aprendizaje se concentra desde el punto de vista memorístico, siendo así un obstáculo para los niños.

La razón de esta deficiencia de aprendizaje se puede explicar en que usualmente las formas de enseñanza se tornan monótonas y aburridas, dificultando así el proceso de asimilación de los diferentes conceptos de las tablas de multiplicar. (Remolina, 2013)

En Colombia y en el mundo moderno hay herramientas como las calculadoras, que ayudan a los seres humanos o les facilitan la obtención de un resultado matemático, por esta razón, las personas desde muy temprana edad se acostumbran al uso de estas herramientas.

La fase donde todas las personas inician su proceso de aprendizaje es el momento en el que todos tienen la oportunidad de absorber un gran saber, sin embargo la agilidad de recibir nuevo conocimiento no es la misma para todos, es aquí donde debe hacerse uso de herramientas que faciliten este proceso y donde todo en su entorno ayude con el mismo fin.

Para el aprendizaje intervienen factores principales, como la motivación, la fuerza de voluntad, la disciplina y la capacidad de memoria a largo plazo, pero también la cualidad de enseñanza de quien comparte su conocimiento, puesto que esto podría facilitar o entorpecer el aprendizaje. (Correa, 2012). Debido a esto, se pretende implementar un software interactivo para fortalecer el aprendizaje de las tablas de multiplicar en números enteros positivos.

2. Marco de referencia

PROBLEMA PARA APRENDERSE LAS TABLAS DE MULTIPLICAR

El aprendizaje de las tablas de multiplicar es un hito para todos los alumnos de la escuela. Cómo enseñar las tablas de multiplicar y qué recursos utilizar para facilitar su aprendizaje es igualmente una cuestión que todo profesor se plantea en su práctica diaria. ¿Por qué a algunos niños les cuesta tanto aprender las tablas de multiplicar? Deben existir factores personales sin duda, como la capacidad de memoria a largo plazo, la motivación por aprenderlas o la constancia y fuerza de voluntad. Pero también Aspectos metodológicos, es decir, la misma manera de enseñar-aprender las tablas podrá facilitar o entorpecer el aprendizaje afectando también a otros aspectos como la propia motivación. Y tampoco hay que perder de vista las diferencias individuales, las capacidades de cada niño y los estilos de aprendizaje (así hay alumnos que aprenderán mejor cuando oyen o cantan las tablas, otros sacarán más provecho de lo escrito en la pizarra y otros necesitarán manipular para retener y asimilar la información. (autorueda.com)

El método natural de Freinet (1978) se puede pasar a la vida cotidiana y también hacer un aprendizaje más significativo de las tablas de multiplicar por medio del software que les ayudará a los niños a aprender las tablas de multiplicar en la medida en que juegan. Porque por medio de la multimedia del software interactivo se crea un ambiente más real, el ambiente que crean las tics permite transmitir el conocimiento de una forma más vivida y más natural, muy útil para un mejor aprendizaje.

(http://www.eduteka.org/proyectos.php/2/16102)

Huizinga (1938) muestra lo importante que es el juego para el desarrollo de los seres humanos, que es uno de los aspectos más importantes del ser humano ahora en la actualidad existen los juegos virtuales y en pantallas, por lo que el juego pasa a un nuevo concepto y de esta manera también se puede utilizar como un recurso educativo y de cultura. Pues gracias al juego el aprendizaje sucede de forma natural y entretenida para los niños.

“Al diseñar secuencias lúdicas como formas de enseñar contenidos escolares, el maestro ofrece una tarea que tiene sentido real para el niño, que esta contextualizada y que presenta muchas oportunidades para interactuar con otros sujetos co-construyendo los conocimientos con ellos" (Sarle y Rosas, 2005)

Por medio de los videojuegos se puede ayudar en la educación ya que los videojuegos crean mundos virtuales que tiene sentido para el usuario aprovechando un recurso tic como los videojuegos se puede aprender las tablas de multiplicar y van de la mano tanto aprender las tablas de multiplicar jugando como aprender a usar los computadores y recursos tics por parte de los niños. Los niños ven su medio natural por medio de un juego que los motiva a seguir aprendiendo.

Actualmente viene siendo importante un buen uso de las tics en el proceso de educación, pues con estas se pueden enseñar muchas cosas con más facilidad, como por medio de aplicaciones o software, que permite que los niños aprendan de una manera en la que se diviertan y piensen al mismo tiempo, en el caso de hacer juegos.

La teoría de las situaciones didácticas de Brosseau (1986) dice que en el entorno de aprendizaje matemático hay varios factores para que haya un aprendizaje efectivo. el aprendizaje no puede ser asimilado sin desafíos y sin problemas que los profesores crean para que los estudiantes asimilen el conocimiento esta teoría aplica en el proyecto porque el llamado medio es el software en el que gracias a este se pueden aprender las tablas de multiplicar, para después aplicarlo en una prueba. Demostrando que si se ha aprendido gracias al uso del software. La situación didáctica es la interacción que ejecuta el niño por medio del software, así es como se relaciona con el medio, según los resultados que le dé este el niño puede ir aprendiendo de los ejercicios que va realizando en el software. Por medio del software los niños aprenden relacionándose con su entorno, porque la situación didáctica es la actividad que se le ha puesto.

Así es como por medio de la implementación del software los niños pueden aprender las tablas de multiplicar de una manera interactiva y más dinámica teniendo en cuenta varias teorías del aprendizaje por medio del juego, de las tics y del método natural por el que los niños podrían aprender jugando.

3. Aspectos metodológicos

Enfoque mixto

Es un proceso que recolecta, analiza y vincula datos cuantitativos y cualitativos en un mismo estudio o una serie de investigaciones para responder el planteamiento del problema. (Grinnel 1997); citado por Hernández, Fernández y Baptista, p 755).

Cabe destacar que el enfoque mixto va más allá de la simple recopilación de datos de diferentes modos sobre el mismo fenómeno. Implica desde el planteamiento del problema hasta el uso combinado de la lógica inductiva y la deductiva. Como indican Tashakkori y Teddlie (2003), un estudio mixto lo es en el planteamiento del problema, la recolección y análisis de los datos, y el informe del estudio.

Ventajas del estudio mixto

Se logra una perspectiva más precisa del fenómeno

Se sustenta la investigación en las fortalezas de cada método

Es la mejor herramienta para investigar relaciones dinámicas y fenómenos complejos

Se logra explorar y explotar mejor los datos

Mayor amplitud, profundidad, diversidad, riqueza interpretativa y sentido de entendimiento (Hernández et al 2006).

4. Desarrollo de la investigación

Realización del software

Justificación: Para el desarrollo del proyecto se necesita una herramienta principal y en este se necesita del software para ver una mejora en el aprendizaje de los niños.

Descripción: Se diseñara un software matemático para los niños del grado tercero utilizando como mira las encuestas realizadas a los alumnos, para desarrollar el software según las dificultades que tengan los niños y concentrarnos en sus debilidades.

Objetivo: Incentivar a los niños para un mejor aprendizaje de las tablas de multiplicar y para ver los mejores resultados en ellos en su nivel académico.

5. Conclusión

Se evidencia mejora en el aprendizaje de tablas de multiplicar de los números enteros positivos en los niños por la motivación del tema y el uso de TIC.

Referencias bibliográficas

Brousseau, G. (1986). Obtenido de http://www.crecerysonreir.org/docs/matematicas_teorico.pdf

EDUTEKA, institución educativa Rio verde bajo: Tomado de: (http://www.eduteka.org/proyectos.php/2/16102)

Botero. (2011). Obtenido de vocesysilencios.uniandes.edu.co/index.php/vys/article/.../70/21

Freinet. (1978). La Trayectoria de Celestine Freinet. Barcelona : GEDISA. La crisis de la multiplicacion . (s.f.).

Grinnel, R. (1997). SlideShare. Obtenido de http://es.slideshare.net/wbulege/enfoques-cuantitativo-cualitativo-y-mixto-de-la-investigacion

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2006). Metodología de la investigación Cuarta edición. En R. Hernández, C. Fernández, & P. Baptista, Metodología de la investigación (pág. 27). Iztapalapa: McGraw- Hill.

Remolina, J. (2013). SlideShare. Obtenido de http://es.slideshare.net/jesusremolina2512/avance-proyecto-jesus-remolina

Sarle, & Rosas. (2005). TIC. Obtenido de http://lastic15.blogspot.com.co/2014/06/videojuegos-articulo-principal-historia.html

Teddlie, C., & Tashakkori, A. (2003). SlideShare. Obtenido de http://datateca.unad.edu.co/contenidos/208041/Modulo_EXE/leccin_13_enfoque_mixto_de_la_investigacin.html

Regresar al índice general

Talleres para Educación Básica

Índice de esta sección

Las regletas de cuisenaire un recurso didáctico favorable en los procesos de inclusión

Elizabeth Torres Puentes
elizatorrespuentes@gmail.com
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Claudia Cecilia Castro Cortés
mathclaudiacastro@yahoo.com
Universidad Distrital, (Bogotá, Colombia)

Resumen

El propósito de este taller es acercar a los asistentes a una experiencia de trabajo con población en condición de diversidad, en este caso estudiantes de baja visión y ciegos. El recurso de las regletas de Cuisenaire permite concretar una ruta de enseñanza y de aprendizaje de la proporcionalidad. Con este taller se reflexionará sobre el recurso inclusivo que no requiere adaptaciones significativas, pero sí sobre la necesidad de hacer adaptaciones particulares en la planeación y gestión cuando se atiende población con alguna necesidad educativa específica. Las tareas de planear, gestionar y evaluar, son constitutivas de la práctica del profesor, por eso es necesario reflexionar sobre estrategias que le permitan en cada una de estas tareas, acoger la diversidad de manera eficaz, responsable y comprometida.

Palabras clave: Diversidad, Regletas de Cuisenaire, aulas inclusivas, recursos inclusivos.

1. Temáticas

Las temáticas que se van a abordar corresponden a dos tipos de categorías. La primera refiere al recurso de regletas de Cuisenaire como un material que no requiere adaptaciones para trabajar con personas ciegas puesto que la diferencia de la medida entre cada una de las regletas es perceptible con el sentido del tacto. En esta categoría temática se reflexionará sobre la necesidad de hacer adaptaciones de otro tipo como lo es del lenguaje.

La segunda categoría corresponde a la formación de profesores para el acogimiento de la diversidad. Con esta se pretende que los asistentes al taller, experimenten una posible ruta de enseñanza-aprendizaje que permita construir la noción de proporcionalidad, pensando siempre en la gestión en un aula inclusiva, en este caso con niños ciegos o de baja visión.

2. Objetivos

- Reflexionar sobre los recursos en el aula inclusiva.
- Reconocer el acercamiento que se puede hacer a la proporcionalidad desde el trabajo con regletas de Cuisenaire en un aula inclusiva.

3. Referentes teóricos básicos

Las regletas de Cuisenaire es un material didáctico creado por Georges Cuisenaire y publicado en 1952 con su libro "*Los números en colores*". Se compone por una serie de 10 reglitas que varían en longitud y color y son utilizadas en la enseñanza de la matemática. Este material, así como los bloque lógicos y el minicomputador de Papy, surgen en la década de los cincuentas, a partir del debate generado por los cuestionamientos sobre los procesos de enseñanza, Heine (1993) asegura que esta situación originó que apareciera la Escuela Activa de Freinet, que suscitó un interés significativo en la construcción de material manipulativo.

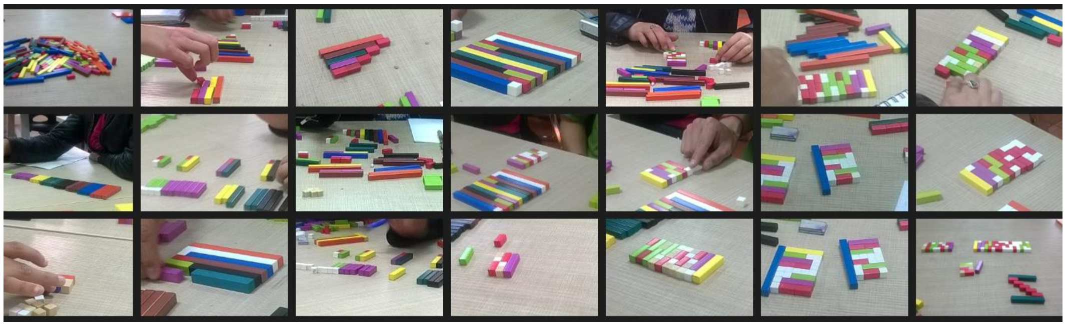


Imagen 1. Taller de regletas Universidad Distrital en el marco del programa AIDETC

Los materiales manipulativos son considerados de gran importancia en el trabajo con población diversa, pero en particular con aquellos estudiantes en condición de discapacidad visual. Según Godino (1998), los recursos manipulativos son todos los objetos físicos que juegan con la percepción táctil de los estudiantes, y contribuyen en la comprensión de las matemáticas:

- Como medios de expresión y exploración en la actividad matemática;
- Estudio de las relaciones entre lenguaje y pensamiento.
- Desempeñan un papel esencial en el triángulo epistemológico (signo, concepto, objeto).
- Permiten formular problemas, juntamente con el lenguaje ordinario y los símbolos artificiales matemáticos;
- Permiten la expresión de las cantidades, la realización de operaciones, fijación de los procesos y resultados intermedios, lo que permite localizar y corregir posibles errores, obtener reglas y algoritmos estrechamente ligados a tales expresiones simbólicas (p.3).

Son múltiples las experiencias reportadas sobre la pertinencia y eficacia de las regletas de Cuisenaire en la enseñanza de la matemática, sin embargo, no ha sido una tarea fácil encontrar trabajos realizados con diferentes poblaciones, como por ejemplo con niños en condición de discapacidad visual.

4. Adaptación de materiales

Y las manos recorren los objetos,
como se recorren en la noche los paisajes del alma (Walter Azula)

Realizar adaptaciones de cualquier índole (curricular, físicas…), le permite al estudiante en condición de discapacidad visual acceder de manera ostensible a los objetos matemáticos. El INCI (2008) asegura que entre más canales sensoriales intervengan en el acceso a la información, el proceso pedagógico se enriquece, favoreciendo también a los niños que ven, aspecto que favorece los procesos de inclusión y garantiza la equiparación de oportunidades.

En la investigación "*Desarrollo didáctico y tecnológico en escenarios didácticos para la formación de profesores que acogen la diversidad: factores para su implementación y su validación UDFJC*" financiada por Colciencias y llevada a cabo en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, se realizó una experiencia con una estudiante ciega y una de baja visión, haciendo uso de las regletas de Cuisenaire.

En la experiencia, se identificaron dos aspectos sobre los que previamente se había discutido, i) la necesidad de determinar un espacio en el que las estudiantes en condición de discapacidad visual pudieran manipular las regletas, para controlar de alguna manera el manejo de las mismas, evitando un poco la dificultad de su manipulación y, ii) la necesidad de adaptar las regletas de tal forma que el trabajo realizado por el estudiante invidente no se desarme con el continuo palpar que deben hacer. Esto lleva a pensar en utilizar unas regletas que puedan adherirse a una superficie magnética, que permita estabilidad en la tarea realizada. Al respecto, se encontró una experiencia reportada por Soto y Gómez (1987) en la que se menciona que:

> "En nuestro trabajo observamos que las construcciones resultaban inestables y ello dificultaba la manipulación del material; había que intentar fortalecer la estabilidad sin llegar a una rigidez que anulase la dinamicidad de las regletas, que es uno de sus aspectos más relevantes. Entre las posibles soluciones que se barajaron se eligió la sustitución de la madera por el hierro y la utilización de placas magnéticas como tablero de trabajo. Esta solución se reveló como la más apropiada: las regletas se deslizaban sobre el

tablero con suavidad, pero con firmeza, permitiendo todos los grados de libertad de movimiento del material" (p. 1).

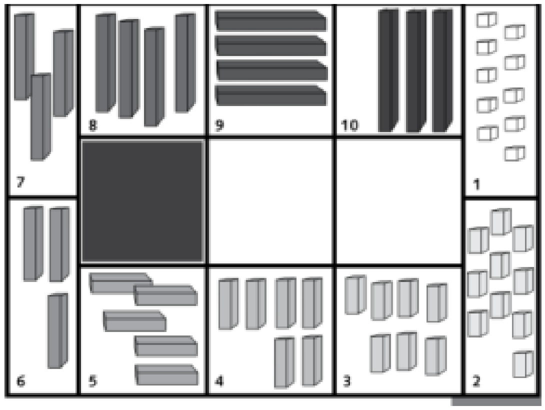


Imagen 2. Caja de regletas

Otro aspecto observado es que dado que se debe poner a disposición del estudiante varias regletas de diferentes tamaños. Para el caso de los estudiantes en condición de discapacidad visual, se sugiere entregárselas sobre una base en la que se puedan encontrar las regletas organizadas, para que ellos puedan acceder a cada una de las regletas de manera rápida y efectiva, como sugiere Aristizabal (2011), quien afirma que:

La base o caja está dividida en 13 cuadriláteros con el fin de guardar en ellos las regletas luego de clasificarlas por su longitud o valor, facilitando así que los estudiantes invidentes recurran a ellas cuando las necesiten (p. 8).

En este sentido, el propósito de este trabajo es acercar a los participantes del taller -a partir de la manipulación de las regletas- a identificar elementos de iniciación a la proporcionalidad y reflexionar sobre las posibles adaptaciones del material.

5. Propuesta de actividades

Las actividades en el taller, se realizan a partir de tres fases:

Esquema 1. Fases de desarrollo del taller

Fase de exploración

A cada participante se le entrega una bolsa con regletas: 12 regletas blancas; 10 regletas rojas; 6 regletas verde claras; 6 regletas rosadas; 4 de regletas amarillas; 4 de regletas verde oscuras; 4 de regletas negras; 4 de regletas café; 4 de regletas azul y 4 de regletas naranjas.

En esta fase de exploración se espera que se haga evidente la configuración de tamaño y color que poseen las regletas. Es posible también que surja en la manipulación el juego, el cual se propicia de manera natural a través de construcciones de torres, casas y otras formas.

Fase de reconocimiento de relaciones

Las primeras relaciones surgen en la manipulación de las Regletas. Lo que propicia Relaciones de equivalencia (tienen la misma longitud) $a = a$ y Relaciones de orden (diferente longitud) $n > r$. Goutard (1964), afirma que cuando se coordinan estas relaciones surgen las series y las progresiones (construcción de escaleras). Estas dos relaciones se trabajan a partir de preguntas, que los participantes resolverán con las regletas.

Posteriormente se trabajan las relaciones iniciales de proporcionalidad, que al igual que las anteriores, se generan por comparación, dos regletas de color verde claro, equivalen a una regleta verde oscura.

Fase de reflexión

Esta fase se desarrolla en tres momentos: i) *Sensibilización*: en relación con la formación de profesores en y para la diversidad; ii) las posibles *adaptaciones del material* para población en condición de discapacidad visual: reconocer que se requiere de una base organizadora para las regletas, una base magnética para manipular el material y iii) *Nominación*: el color funciona como elemento de nominación, por lo tanto no se hacen adaptaciones con texturas.

Referencias bibliográficas

Aristizabal, M. (2011). Matemáticas sin barreras. Premio compartir al maestro. Experiencias educativas ejemplares. Fundación Compartir. Bogotá. Recuperado de http://docplayer.es/11922604-Nuestros-mejores-maestros-experiencias-educativas-ejemplares.html

Godino, J. (1998). Uso de Material Tangible y Gráfico-Textual En El Estudio De Las Matemáticas: Superando Algunas Posiciones Ingenuas. En: A. M. Machado y cols. (Ed.), Actas do ProfMat 98 (pp. 117-124). Associaçao de Profesores de Matemática: Guimarães, Portugal.

Goutar, M. (1964). Catorce charlas sobre números en color. Cuisenaire de España. Madrid.

Heine, H. (1993). Didáctica de las matemáticas: historia y comunidad científica. Recuperado de file:///C:/Users/lenovo/Downloads/Dialnet-DidacticaDeLasMatematicas-2282535.pdf

INCI (2008). Cómo orientar al estudiante con limitación visual en su clase de matemáticas. Ministerio de Educación Nacional. INCI. Bogotá.

Soto, I. y Gómez, A. (1987). Los números en color en la educación matemática del niño ciego. Enseñanza de las ciencias. Recuperado el 14 de diciembre de 2014 de la página web: http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/50959/92901

Discusiones en clase de matemáticas: figuras y sus formas

Luis Alexander Castro Miguez
lacastrom@redp.edu.co
Colegio Confederación Brisas del Diamante, (Bogotá , Colombia)

Resumen

El taller abordará la importancia de las discusiones en clase de matemáticas y sus diferentes momentos con el fin de generar confrontaciones, reflexiones y argumentaciones que favorezcan el desarrollo de determinado conocimiento matemático. Además, se identificarán relaciones de congruencia y semejanza entre figuras. Se vivirán tres momentos: un trabajo individual, una construcción grupal y un espacio de socialización. Se espera que los participantes reconozcan las bondades que se generan al propiciar las discusiones al interior del aula, además de reconocer y justificar algunas características de las figuras. Finalmente, se compartirá una experiencia de aula en la que estudiantes de grado segundo discuten sobre la noción de triangulo y a partir de sus reflexiones formulan una definición del mismo.

Palabras clave: Discusión, institucionalización del saber, figura y forma.

1. Temáticas

El taller permite evidenciar la importancia de la reflexión, la confrontación y argumentación en toda actividad matemática con el fin de aportar en la construcción de un conocimiento. Además, se hace evidente desde una clase con estudiantes de grado segundo.

2. Objetivos

Reconocer la importancia de las discusiones en el aula de clase para la construcción del saber matemático.

Identificar y justificar relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.

3. Referentes teóricos básicos

Los referentes teóricos que sustentan el trabajo que se propone para este taller se sustentan básicamente desde dos aspectos: discusiones en clases de matemáticas y el reconocimiento de figuras y sus formas.

Es necesario que al interior del aula de matemáticas se propicien diferentes momentos para reflexionar sobre lo que se hace, ello permitirá generar confrontaciones y argumentaciones lo que a su vez garantizará una puesta en común para establecer algunos acuerdos frente a lo que se está construyendo. Los momentos de discusión no se pueden reducir a unos pocos minutos y no se debe realizar "de vez en cuando". El intercambio de ideas entre alumnos es positivo porque facilita colaboraciones en el proceso de buscar juntos soluciones, mediante la coordinación de los procedimientos para alcanzar un objetivo determinado. Este proceso requiere tener en cuenta lo que dicen otros compañeros, las sugerencias que hacen, explicitar y justificar las elecciones, provocando intercambios cuya riqueza radica en que posibilitan tomar conciencia sobre algún aspecto no considerado del problema, reformularlo, descubrir nuevos aspectos, cuestionar otros, etcétera. Esta interacción permite institucionalizar un saber escolar y posteriormente la formalización de un saber matemático. "Todo esto no se realiza espontáneamente, la intervención de los maestros es decisiva y, justamente, organizar con éxito el momento de la confrontación es una de las mayores dificultades que perciben los docentes" (Sainz citado en Quaranta & Wolman, 2003).

Por otra parte, se tomará la teoría de desarrollo espacial de Van Hiele, la cual comprende cinco niveles de desarrollo (Dickson, Brown, & Gibson, 1991):

- Nivel 1. Las figuras se distinguen por sus formas individuales , como un todo sin detectar relaciones entre tales formas o entre sus partes.

- Nivel 2. Comienza aquí a desarrollarse la conciencia de que las figuras constan de partes.
- Nivel 3. Las relaciones y definiciones empiezan a quedar clarificadas pero solo con ayuda y guía.
- Nivel 4 y 5. Se ocupa del desarrollo del razonamiento deductivo y de la construcción de teorías, culminando en la abstracción completa desprovista de interpretaciones concretas. (MEN, 1998).

4. Propuesta de actividades

Metodológicamente, el taller se llevará a cabo en tres momentos. En primer lugar, se realiza un trabajo individual, posteriormente hay una construcción colectiva acompañado de un espacio de socialización y reflexión; finalmente se establecen acuerdos desde lo desarrollado (institucionalización del saber). Este momento de institucionalización se acompañará de un video, que ejemplifica el trabajo realizado, en el que participa un grupo de estudiantes de grado segundo donde la discusión en clase es la que permite construir un saber de tipo matemático. Además, a lo largo del taller se promueve el desarrollo de los procesos generales de la actividad matemática, tales como: el razonamiento, la comunicación, la modelación y la solución de problemas. Todo esto con el fin de reconocer que un verdadero espacio de aprendizaje es aquel que procura diferentes momentos en la construcción de conocimiento matemático e identifica sus implicaciones.

Actividades a realizar

En el primer momento, se realiza un trabajo de manera individual en el que los participantes resuelven una guía de trabajo, esto con el fin de reconocer sus saberes previos. Las situaciones a resolver son:

- Situación 1. Construye una figura de forma triangular que tenga las siguientes longitudes para cada uno de sus lados: 3 cm, 4 cm y 6 cm.
- Situación 2. Construye una figura de forma cuadrangular que tenga las siguientes longitudes para cada uno de sus lados: 5 cm, 4 cm, 9 cm y 8 cm.

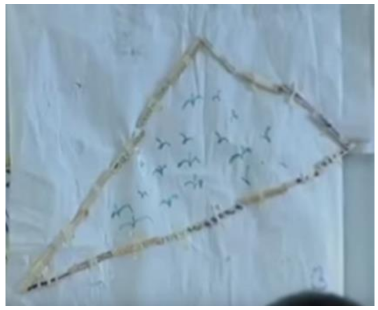
A partir de las situaciones se plantean algunas preguntas que permiten reflexionar sobre las construcciones realizadas. Además, se contarán con algunas afirmaciones que podrán clasificarse en verdaderas o falsas de acuerdo a lo trabajado. Terminado este momento se tendrá una plenaria general en la que podrán intervenir los docentes que así lo deseen. Durante este espacio de reflexión se espera que se reconozca en figuras de forma triangular y figuras de forma cuadrangular sus componentes geométricos.

En el segundo momento se presenta una situación problema, que debe ser resuelta en grupos. Los participantes deberán comparar figuras de forma triangular que coinciden en las longitudes de sus lados para determinar si son iguales, de manera similar comparan figuras de forma cuadrangular. Esto con el propósito de identificar y justificar relaciones de congruencia entre figuras y así validar la siguiente afirmación:

> "Todos los triángulos que coincidan en las longitudes de sus lados son iguales en forma y tamaño; en cambio, dos cuadriláteros que coinciden en las longitudes de sus lados pueden ser diferentes".

Finalmente, en el tercer momento se socializan algunas de las producciones de los participantes y se establecen los acuerdos pertinentes (institucionalización del saber). La reflexión que se realice en este espacio se acompañará con el trabajo que desarrollan estudiantes de grado segundo, cuyas edades oscilan entre los 7 y 8 años de edad, del Colegio Villemar el Carmen I.E.D. (localidad de Fontibón) en una clase de matemáticas al abordar la noción de triángulo (Castro Miguez, 2012). Durante la clase, los estudiantes viven tres momentos diferentes: un trabajo individual, un trabajo grupal y un espacio de reflexión sobre lo construido. De éste último momento, de destacan algunas de las reflexiones que hacen los estudiantes sobre los imaginarios que tienen en relación con el concepto de triángulo. Por ejemplo, al comparar un objeto concreto como lo es una escuadra que tiene forma triangular (escuadra de 30º/60º), uno de los estudiantes afirma: *"esto se llama escuadra, porque si fuera triángulo esta parte* (el estudiante señala una de las "puntas" de la escuadra, la de 60º) *tiene que ser más larga para que quede un triángulo bien".* A partir de esta intervención se pueden deducir que quizás el estudiante cuenta con una única representación del concepto de triángulo (representación canónica) pero si se hubiese utilizado un escuadra de 45º posiblemente el estudiante si la reconocería como una figura de forma triangular.

Otra de las intervenciones se genera ante la imagen de una figura de forma triangular que se ha construido con palos de paleta sobre un pliego de papel, pegado en el tablero, y que no se encuentra en la posición canónica.



Partiendo de la imagen, se pregunta al grupo de estudiantes que si la figura construida es un triángulo. Una de las respuesta que se ofrece es: *No porque esta torcido,* otro afirma que si se voltea si sería un triángulo. Entonces el docente pregunta: -*¿qué se necesita para que la figura sea un triángulo?*-. A lo que responde uno de los estudiantes: *quitar la hojita un poquito y…* (el estudiante con sus manos simula que se debe girar el papel, pasa al frente y lo hace).

Realizado esto, la figura de forma triangular queda en posición canónica y ante lo ocurrido algunos de los niños afirman: *ahora si queda un triángulo.* Después de acompañar la discusión en clase de varias preguntas algunos de los estudiantes concluyen que *un triángulo está formado por tres lados, no importa la posición en la que este lo que importa es que sea figura.*

Referencias bibliográficas

Castro Miguez, L. A. (11 de Julio de 2012). *Ambientes de aprendizaje para el desarrollo de competencias matemáticas*. (M. d. Nacional, Editor) Recuperado el 26 de Julio de 2016, de https://www.youtube.com/watch?v=PF5X_HZvKmU.

Dickson, L., Brown, M., & Gibson, O. (1991). *EL aprendizaje de las Matemáticas.* Barcelona: Labor S.A.

MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas.* Bogotá: MEN.

Quaranta, M. E., & Wolman, S. (2003). Discusiones en clases de Matemáticas: Qué, Para qué y cómo se discute. En M. Pinazza, *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas* (pág. 323). Buenos Aires: Paidós.

Uso de Derive y GeoGebra para la resolución de triángulos en planos polares

Yeison Andrés Guerrero Osorio
yeisondigital@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)
Nataly Andrea Rey Ayala
nathalyomg@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

Resumen

El taller está enfocado en el aprendizaje de las herramientas que tienen los software Derive y GeoGebra utilizados como instrumentos para la resolución de triángulos en el plano polar, dicha resolución de triángulos abordara los conceptos como mediana, altura, ángulos, lados, perímetro y área a partir de tres puntos dados en el plano polar.

La metodología del taller es que los participantes determinen, dado tres puntos, los elementos y atributos del triángulo (ángulos, lados, medianas y alturas) formado en el plano polar con ayuda del software GeoGebra, posteriormente relacionar los procedimientos realizados con el programa Derive y las ecuaciones algebraicas que llevan a dar solución a los elementos y atributos, logrando comprobar la relación dada en cualesquier punto.

Palabras clave: Derive, GeoGebra, Triángulo Polar, Resolución de triángulos.

1. Temáticas

Lo que busca el taller es que los participantes hallen los elementos y atributos de los triángulos polares, con ayuda de los software GeoGebra y Derive, e identificar que el software GeoGebra facilita soluciones con procesos geométricos y el software Derive facilita soluciones con procesos algebraicos y algorítmicos de manera sistemática.

2. Objetivos

- Enseñar el uso de las herramientas de los programas Derive y GeoGebra para solución de triángulos polares.
- Incentivar al estudiante al uso del software como ayuda para la resolución y validación de resultados.

3. Referentes teóricos básicos

Sistema polar

Como plantea Villena (s.f) este sistema de representación tiene una relación directa con los vectores, para determinar un punto en un plano polar tenemos una magnitud r que parte desde el origen y que tiene un ángulo de giro Θ, para ubicar en el plano polar el punto basta con mencionar en el valor de *r* y el valor de *Θ* esto nombrando el par ordenado (*r, Θ)*

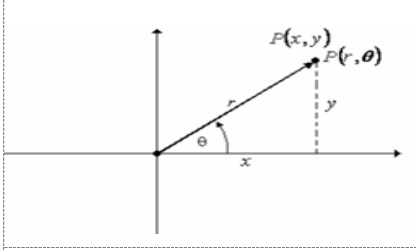


Figura 1. Punto en plano polar

Este tipo de plano consiste en circunferencias concéntricas al origen y rectas concurrentes al origen con diferentes ángulos de inclinación, al eje horizontal se le llama eje polar y al eje vertical se le llama π/2 el punto de intersección de estos dos ejes se llama polo.

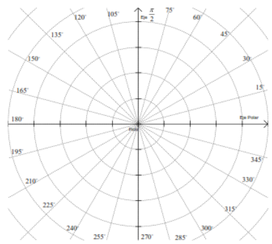


Figura 1. Plano Polar.

Teorema del seno y del coseno.

El teorema del seno y del coseno nos ayuda a resolver cualquier tipo de triángulo dependiendo los datos que tengamos de este mismo.

El teorema del seno establece que: “en cualquier triángulo, los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos. Además la razón de proporcionalidad es igual a la longitud del diámetro de la circunferencia circunscrita (Piñeiro & otros 1998 pág. 192)

$$\frac{a}{Sen\ A} = \frac{b}{Sen\ B} = \frac{c}{Sen\ C}$$

El teorema del coseno establece que en todo triángulo ABC se verifica:

$$\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \cos(A) \qquad\qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc * \cos(A)$$

Para utilizar cualquiera de estos teoremas es necesario que el problema suministre al menos tres datos del triángulo de esta manera se pueden presentar cuatro posibles casos de resolución de triángulos (dados 3 ángulos, dados dos lados y el ángulo que los comprende, dados dos lados y el ángulo opuesto a estos y dado un lado y dos ángulos)

Distancia entre dos puntos.

Para determinar la distancia entre dos puntos en el plano polar utilizamos la siguiente ecuación:

$$dAB = \sqrt{(d_1)^2 + (d_2)^2 - 2(d_1)(d_2)COS(\theta_1 - \theta_2)}$$

4. Propuesta de actividades

Se pretende llevar a cabo el taller por medio de tres momentos.

Primer momento:

Los talleristas darán tres puntos para ubicarlos en el plano polar y a partir de estos construir un triángulo, posteriormente se determinarán las medidas de los elementos y atributos del triángulo formado.

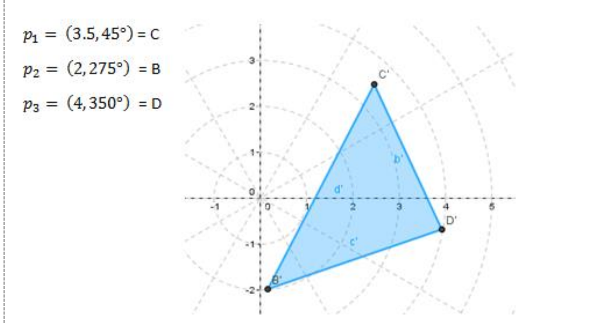


Figura 1. Puntos y triangulo polar

1	Tallerista	[Determinen las medidas de los elementos y atributos con las herramientas de GeoGebra, por lo general es el la herramienta ocho de la parte superior]

Transcripción 1. Indicación de uso del software

Segundo momento

A manera de reflexión se preguntará a los participantes ¿sí no tuvieran el programa como determinarían las medidas de los elementos y atributos encontrados?, esto con la intención de que piensen en ecuaciones, teoremas y procedimientos algebraicos para poder determinar dichas medidas.

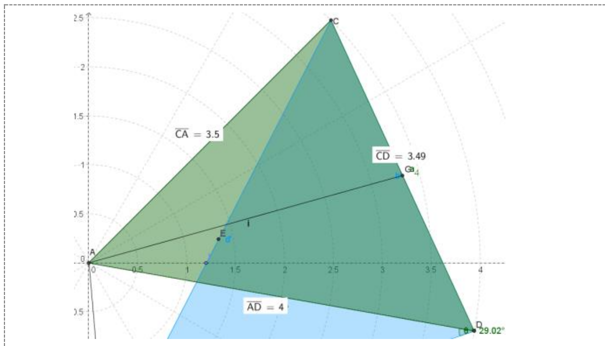


Figura 2. Medidas de los lados

Tercer momento

Se pedirá a los participantes que hagan uso del software Derive con la intención de aprender a usar las herramientas que brinda el mismo, y con esto determinar las medidas del triángulo polar, además de poder aprovechar el software para sistematizar ecuaciones y teoremas.

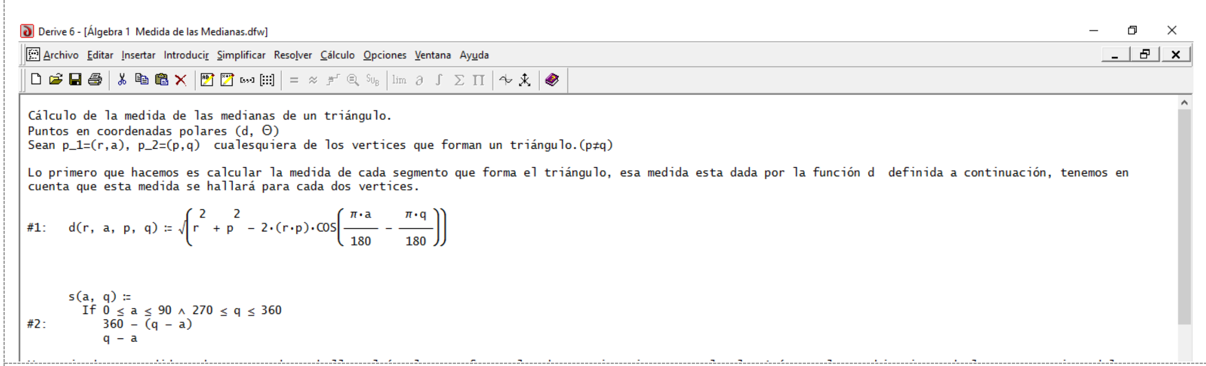


Figura 3. Ecuaciones en Software Derive

5. Momento de reflexiones

La idea es que los participantes interactúen y reflexionen frente a los procesos que utilizan para solucionar los triángulos ya sea con GeoGebra de manera geométrica o con el software Derive de manera algebraica y sistemática, además, entender que estos software sirven para solucionar cualquier problema matemático.

Referencias bibliográficas

Piñeiro, M. E., del Rincón, T. O., & Jalón, M. J. I. (1998). Trigonometría. Madrid: Síntesis.

Villena, M (S,F). Coordenadas Polares. Recuperado de http://www.dspace.espol.edu.ec

Herramientas de cálculo para estudiantes con limitación visual

Carlos Alberto Rodríguez Espinel
carlos_dim90@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)
Christian Arturo Olarte Zabala
mat.arturo.ud@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá – Colombia)

Resumen

La enseñanza de las Matemáticas en personas con discapacidad visual involucra algunos problemas algo difíciles de resolver, ya que es necesario facilitarles en sus primeros años de escolaridad las herramientas adecuadas para involucrarlos en la teoría y en la práctica de los procesos de conteo. Por lo que es necesario referimos al instrumento operativo que deben emplear para la ejecución de las operaciones aritméticas. Con esto buscamos proporcionar herramientas a docentes de matemáticas e interesados en la enseñanza para la diversidad, que permitan fomentar el cálculo y la enseñanza de las operaciones básicas con ayuda principalmente del ábaco japonés o sorobán, la máquina Perkins y la caja de matemáticas.

De esta manera lo que se pretende es mostrar una mirada más amplia hacia la necesidad de capacitarnos y encontrar las herramientas indicadas ayudando a una verdadera educación inclusiva.

Palabras clave: Sorobán, instrumento, cálculo, braille.

1. Temáticas

Presentar los principales instrumentos de cálculo y escritura usados por personas con limitación visual en matemáticas. Para ello se hace una introducción de estos instrumentos terminando con la construcción de un ábaco japonés y los algoritmos de las operaciones básicas en éste.

2. Objetivos

- Proporcionar herramientas a docentes de matemáticas e interesados en la enseñanza para la diversidad, que permitan fomentar el cálculo y la enseñanza de las operaciones básicas con ayuda principalmente del ábaco japonés o sorobán, la máquina Perkins y la caja de matemáticas.
- Realizar el taller un ábaco sorobán con materiales sencillos para incentivar el uso de este recurso didáctico.
- Instruir los algoritmos de la suma, resta, y multiplicación en el ábaco realizado y diferentes estrategias para su enseñanza.

3. Referentes teóricos básicos

Guía didáctica para el aprendizaje del sorobán

Con ella, se pretende dotar al maestro de una secuencia de objetivos y actividades que le permitan introducir el sorobán en los alumnos ciegos a partir del segundo ciclo de Educación Primaria desarrollando todas las operaciones aritméticas (desde cómo coger el sorobán hasta la resolución de raíces cuadradas con números decimales). Como primera aproximación a la lectura de la secuencia que proponemos en dicha Guía, es recomendable estudiar con detenimiento algunos aspectos que la experiencia nos ha enseñado. (Madrid Herruzo & Rosa Membrives, 1996)

La calculadora

El "ábaco". Instrumento secular de Cálculo Aritmético para japoneses y chinos, se ha extendido en la enseñanza de ciegos desde hace medio siglo, sin más que unas leves modificaciones a fin de evitar el deslizamiento involuntario de las piezas móviles.

Consiste en unas colecciones de "varillas" paralelas y fijas, que contienen 4 y 1 fichas deslizables y separadas por otra "varilla" transversal común. La ficha aislada toma el valor "5" al aproximarla a la "línea transversal", y cada una del grupo de 4 toma el valor "1". Se comercializan modelos de diverso tamaño, para más o menos "cifras", de bolsillo, etc. Manejables y de bajo costo. (Fernandez del campo, 1996, pág. 213)

4. Propuesta de actividades

Para dar inicio al taller se realizará la bienvenida explicando que inspiró la realización de este taller, de la siguiente forma:

Relato corto de la experiencia de aula llevada a cabo en la pasantía de extensión de procesos de formación para la atención de población ciega incluida en el aula regular. Luego de eso se dará la explicación del uso y funcionamiento de los siguientes instrumentos que hacen uso las personas con limitación visual al momento de realizar actividades relacionadas con la lectura, la escritura y el cálculo. En la presentación se encontraran imágenes de cada uno (Gallego Rocha & Olarte Zabala, 2015). Tiempo estimado de 15 minutos.

Maquina Perkins: Objetivo del instrumento: Una vez que el estudiante domine la escritura braille se procede a enseñarle la escritura en la máquina Perkins o "máquina de punto positivo" (es decir que el punto queda repujado hacia arriba para permitir una lectura o corrección más rápida) la cual permite escribir y leer simultáneamente sin necesidad de dar vuelta a la hoja.

Impresora Braille INDEX EVEREST D-V4: Es un equipo que permite imprimir cualquier documento editado en el computador en el sistema de lectoescritura Braille para hacerlo accesible para personas con discapacidad visual. Permite la impresión Braille en una y/o dos caras y en formatos de papel ajustables y la impresión vertical tipo revista con espacio entre las líneas sencilla o doble, con un software de transcripción al Braille compatible con el sistema operativo Windows que permite la edición de textos en una gran variedad de formatos (PDF, .doc, .xls, .ppt, etc.) y permite la impresión en Braille de funciones matemáticas, encabezamientos y pies de página, listas de viñetas, ajuste de línea y mucho más. Los menús y los accesos directos son ajustables según las necesidades del usuario y es posible la instalación en una red.

Máquina inteligente de lectura "All-reader": Permite a personas ciegas o de baja visión leer cualquier documento impreso o digitalizado sin necesidad de tener conocimientos de informática. Es un dispositivo independiente del computador, que integra en una única unidad, las funciones de un Scanner profesional, un sistema de software para diversas aplicaciones, un Sintetizador de voz, una unidad de CD, dos puertos USB, un reproductor Daisy y un Reproductor de Medios Digitales. No requiere gran conocimiento de computadores, ya que todas las funciones las dice en su parlante para guiar al usuario, en el caso de querer imprimir lo escaneado toca hacer uso de una memoria USB. Escanea el texto y lo lee directamente desde el escáner, esta es su función principal, pero además de esto se puede guardar el archivo digitalizado en formato .docs, para su posterior edición e impresión en la impresora braille.

Magnificador de imagen: Amplia imágenes impresas o texto en una pantalla a blanco y negro permitiendo realizar modificaciones de tamaño y contraste entre otras, es una ayuda indispensable para que personas de baja visión puedan acceder a información impresa como documentos y gráficas, y realizar actividades manuales que requieran precisión, cómodamente y de forma independiente. Es un equipo de escritorio dotado de una bandeja movible y una cámara de ampliación que proyecta a una pantalla la imagen del objeto o documento a percibir, ubicado sobre la bandeja movible. Hace posible modificar contraste, color, agudeza, brillo o foco del objeto según las necesidades individuales de cada usuario que dependen de su capacidad visual.

Calculadora para invidentes: Calculadora científica con pantalla amplia para personas de baja visión y conector de auriculares o parlantes que permiten escuchar lo que se realiza con el teclado. Cuenta con botones grandes y una amplia pantalla. El estudiante deberá manipular mucho la calculadora para poder usar sus funciones ya que solo están en tinta, adicional a esto tiene 24 teclas con doble función que pueden prestarse para confusiones.

Figura 1: Calculadora para invidentes

Después de esto se presentara otro instrumento de cálculo en el que los estudiantes se pueden apoyar en cualquier momento al momento de hacer operaciones matemáticas. Este es el ábaco japonés o Sorobán. Se hablará de las ventajas y desventajas de este instrumento en el aula y como es una potente herramienta incluso para personas que no tienen ninguna discapacidad visual.

Una vez se haya entendido el objetivo del instrumento se les dará a cada asistente los siguientes materiales: bandeja de icopor 18 cm x 12 cm, 4 palillos de pincho, 30 chaquiras de 6 colores lápiz y regla. Esto para hacer un sorobán muy sencillo con la ayuda del siguiente video: https://www.youtube.com/watch?v=XO_UEIMSMbY. Tiempo estimado 30 minutos.

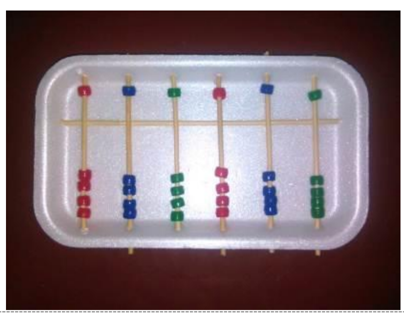


Figura 2: Ábaco japonés a realizar en el taller.

En la siguiente mitad del taller se realizará la explicación de los algoritmos de las operaciones básicas deteniéndose en detalles muy importantes como:

Inicialmente hay que tener en cuenta que los números en este ábaco tienen una representación específica, ya que la cuenta que se encuentra sobre la barra central vale por 5 unidades y cada una de las cuatro restantes valen una unidad. De esta forma se escriben los números del 0 al 9.

Las operaciones básicas siguen un algoritmo algo diferente al convencional en tinta. En este momento se hace una representación en tinta de cada una de las operaciones del ábaco. De ser posible en el tablero de acuerdo a la Guía didáctica para el aprendizaje del ábaco japonés (Madrid Herruzo & Rosa Membrives, 1996).

Por último, y con ayuda de las operaciones hechas en tinta, se realizará la última parte del taller que consta en el uso del ábaco para la realización de los algoritmos de la suma, la resta y la multiplicación. No se busca profundizar en cada una de las operaciones, sino que los asistentes se lleven una idea amplia del uso de este recurso en un aula inclusiva.

Referencias bibliográficas

Gallego Rocha, A. d., & Olarte Zabala, C. A. (octubre de 2015). Informe de pasantía de extención: Una experiencia en el apoyo y acompañamiento desde la educación matemática inclusiva a población en condición de diversidad. Informe de pasantía , Bogotá D.C.

Madrid Herruzo, P., & Rosa Membrives, A. (1996). Guia didáctica para el aprendizaje del ábaco japonés (Soroba) . Madrid: Gráficas JUMA.

Fernandez, A. (2003). Educación inclusiva: "enseñar y aprender entre la diversidad". Revista digital UMBRAL.

Fernandez del campo, J. (1996). La Enseñanza De La Matemática A Los Ciegos. Madrid: Gráficas JUMA.

Promoción del razonamiento inductivo y deductivo en la construcción de cuadriláteros con software de geometría dinámica

José Luis Calderón García
yuxindan@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

Resumen

Socializar el diseño de una secuencia de actividades desde el enfoque de la teoría de situaciones de Brousseau que aporten al currículo de matemáticas, especialmente a la enseñanza de la geometría. Las actividades buscan a través de la experimentación incentivar el razonamiento inductivo como proceso de reconocimiento y generalización de propiedades, para paulatinamente adentrase en procesos de verificación, anticipación y justificación de propiedades, propios del razonamiento deductivo. Se propone la mediación del software de geometría dinámica CaRMetal, con el fin de resaltar sus ventajas como medio facilitador con el cual los alumnos pueden interactuar validando sus acciones gracias a las retroacciones del mismo, posibilitando un aprendizaje por adaptación.

Palabras clave: Aprendizaje por Adaptación, Razonamiento Inductivo, Razonamiento Deductivo, Geometría Dinámica, Cuadriláteros.

1. Temáticas

En la actualidad se realizan esfuerzos dirigidos a promover la enseñanza de la geometría, los cuales se materializan en la creación de estrategias didácticas, que buscan transformar las prácticas pedagógicas de los profesores promoviendo el uso de tecnologías informáticas como apoyo en la clase.

El SGD puede entenderse desde una concepción ingenua como un elemento de motivación para los estudiantes, o puede asumirse una postura teórica desde la TSD según la cual el SGD es un medio con el cual interactúan los estudiantes y gracias a sus retroacciones promueve el aprendizaje por adaptación.

Por otra parte, la geometría Euclidiana puede ser concebida como una ciencia de las construcciones geométricas. Desde este punto de vista, la actividad geométrica se propone producir construcciones exactas o justificar que una construcción es exacta. El SGD posibilita la experimentación entorno a los procesos de construcción, experimentación que promueve la discusión en torno a qué es, como se produce y como se justifica una construcción exacta.

En esas discusiones el profesor puede promover el uso del Razonamiento Inductivo y del Razonamiento Deductivo. Dentro de las funciones que se le atribuyen al Razonamiento Inductivo (RI) se hace referencia al descubrimiento de conocimiento nuevo mediante la formulación de conjeturas basadas en casos particulares, llegando a la generalización. En cuanto al Razonamiento Deductivo (RD) consideramos aquella función que refiere a la verificación, anticipación y justificación de propiedades mediante la consideración de reglas teóricas.

2. Objetivos

- Dar a conocer una propuesta de clase para promover el Razonamiento Inductivo y Razonamiento Deductivo utilizando SGD,
- Discutir sobre el análisis a priori de las secuencia de actividades para comprender el concepto de aprendizaje por adaptación.
- Reconocer el rol del Software en el proceso de enseñanza.
- Reflexionar sobre las condiciones necesarias para implementar esta propuesta en una clase.

3. Referentes teóricos básicos

La Teoría de las situaciones Didácticas (TDS) de Brousseau, (2007) proporciona un marco de referencia para entender el rol del software en el proceso de enseñanza al tiempo que permite observar cómo se transforma la gestión del profesor, posibilitando una nueva forma de aprendizaje para el alumno. Según Brousseau, (2007):

> "El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, dificultades, desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Ese saber fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por las respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje".

Para entender con mayor claridad el rol del software dentro de la teoría, es necesario profundizar en conceptos como aprendizaje por adaptación, Situación a-didáctica, medio, validación y devolución.

Aprendizaje por adaptación

Aprendizaje por Adaptación, según Brousseau citado por Acosta (2010) es el producto de la *interacción* del alumno con el medio. Ver figura 1.

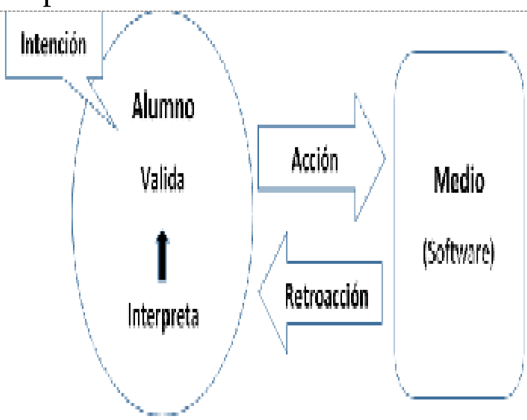


Figura 1. Aprendizaje por Adaptación

Dicha interacción comprende cinco elementos. El sujeto tiene una intención y para lograrla realiza acciones sobre ese medio. El medio reacciona a esa acción con algo que llamamos una retroacción. El sujeto interpreta esta retroacción, es decir toma conciencia de ella y le da un sentido. Finalmente el alumno valida su acción es decir decide si

Diagrama 1. Descripción del diagrama

Situación didáctica y situación a-didáctica

La situación didáctica se caracteriza como una situación en la que intervienen tres elementos: un saber (a enseñar), un profesor (que desea enseñar ese saber) y un/unos alumnos (que desean aprender ese saber). La situación a-didáctica es una situación en la que intervienen un sujeto y un medio pero este último no tiene ninguna intencionalidad de enseñanza.

Según la TSD el profesor debe presentar a los alumnos una situación a-didáctica, que propicie el aprendizaje por adaptación, y que produce unos conocimientos. Para hacerlo, debe preparar cuidadosamente un problema que plantea a sus alumnos (produciendo la intención necesaria para el aprendizaje por adaptación) y un medio con el cual los alumnos podrán interactuar para realizar el aprendizaje por adaptación. Es decir, un medio en el cual puedan realizar acciones, que produzca unas retroacciones adecuadas (que puedan ser interpretadas por los alumnos para validar sus acciones). Una vez que los alumnos han adquirido un conocimiento producto de la situación a-didáctica, el profesor 'institucionaliza el saber', es decir explicita las relaciones entre el conocimiento personal de los alumnos, contextualizado dentro de la situación a-didáctica, y el saber 'oficial' que se desea trasmitir.

Durante el abordaje de las actividades por parte del alumno se presta especial atención al proceso de VALIDACIÓN, es decir al proceso que conduce a la decisión del alumno sobre la validez o invalidez de sus acciones.

Devolución

Es el proceso mediante el cual el profesor acompaña el proceso de validación de los alumnos, reforzándolo y evitando interrumpirlo. Por ejemplo, mientras se lleva a cabo la situación a-didáctica el profesor se abstiene de comunicar el saber a los alumnos, pues de esa manera impedirá que se realice un aprendizaje por adaptación; esto no implica que el profesor no deba intervenir, sino que animará al alumno a resolver el problema, le hará tomar conciencia de las acciones que puede realizar y de las retroacciones del medio pidiéndole que sea él mismo quien decida si resolvió el problema.

CaRMetal como medio de interacción

Para este taller se propone el uso del software de Geometría Dinámica CaRMetal como medio con el cual el alumno interactúa para lograr un aprendizaje por adaptación.

En CaRMetal el comportamiento de los objetos es geométrico; es decir, "se conservan intactas las relaciones geométricas que hayan sido declaradas en la construcción, así como las propiedades geométricas implícitas" tanto al construir como al arrastrar. Esta característica supone una gran ventaja, pues las retroacciones del medio corresponden al saber geométrico, y por lo tanto los conocimientos que construyen los alumnos en interacción con el software tendrán una correspondencia directa con el saber que se quiere enseñar.

4. Propuesta de actividades

La secuencia de actividades consta de (4) módulos (Paralelogramo, Rectángulo, Cuadrado y Rombo), cada módulo aborda dos clases de actividades, aquellas que propician la experimentación, búsqueda de invariantes, y generalización de propiedades, promoviendo el razonamiento inductivo y otras donde se busca suscitar procesos de anticipación, verificación y justificación propios del razonamiento deductivo.

En el taller se realizará la cuarta actividad del módulo paralelogramo. Se parte de la experimentación para llegar a la formulación de una propiedad general de los paralelogramos, luego se utilizara esta propiedad para verificar si una figura es un paralelogramo y para deducir un procedimiento de construcción de rectas paralelas.

Problema

Dados los segmentos AB y CD, determinar qué relaciones deben tener para que el cuadrilátero ACBD sea un paralelogramo.

Se entrega a los alumnos (participantes) una figura con dos segmentos AB y CD, y se les pide que construyan el cuadrilátero ACBD (señalando los vértices en ese orden). Debería aparecer un cuadrilátero cruzado en la pantalla.

Se les pide que acomoden los segmentos AB y CD de manera que ese cuadrilátero parezca un paralelogramo.

Se trabaja a partir de las propuestas de los participantes para llegar a formular una propiedad general de los paralelogramos.

Referencias bibliográficas

Acosta, M. al et. (2010). Situaciones a-didácticas para la enseñanza de la simetría axial utilizando cabri como medio. Universidad industrial de Santander. Grupo edumat. Bucaramanga.

Artigue, M. (1995). Ingeniería Didáctica. En Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. Bogotá. Una Empresa Docente.

Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Buenos Aires. Libros del Zorzal.

Acercamiento a algunos enfoques sociales, políticos, críticos y culturales en educación matemática

Jaison Fernando Ariza Ardila
jaisonfaa@gmail.com
Jeimmy Lizeth Bernal Calcetero
jelibecaac@gmail.com
Martha Cecilia Clavijo Riveros
marthacclavijor@gmail.com
Camilo Fuentes Leal
ccfuentes@unal.edu.co
Yeini Esperanza Montes Valencia
esperanzadenadie@gmail.com

Semillero de Investigación "DeMentes Críticas"
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

Resumen

Nosotros como sujetos interesados en la educación matemática (estudiantes para profesor, docentes en ejercicio, estudiantes de maestría), en busca de generar espacios de dialogo en torno a perspectivas que consideran lo social, lo político y/o lo cultural, conformamos un semillero de investigación "DeMentes Críticas" en el cual hemos ido repensando las prácticas matemáticas.

Una de las cuestiones en las que más hemos hecho énfasis es en el rol de la escuela y las matemáticas en la sociedad; por lo que con la intención de ampliar estas discusiones a otras instancias y de dar a conocer las perspectivas desde las cuales concebimos estos diálogos (Etnomatemática,

Educación Matemática Crítica, Enfoque Sociopolítico) proponemos este taller en el que se posibiliten discusiones de y desde estas perspectivas.

Palabras clave: Etnomatemática, Educación Matemática Crítica, Enfoque Sociopolítico, Semillero de investigación.

1. Temáticas

El taller que planteamos es un espacio de diálogo en torno al rol de la escuela y los desarrollos latinoamericanos de algunos fundamentos de tres perspectivas de la educación matemática: la etnomatemática, la educación matemática crítica y el enfoque socio político.

2. Objetivos

Nuestros objetivos son: disponer un espacio de diálogo en el cual se den a conocer los estudios sociales, políticos, culturales y críticos, desde la Educación Matemática; reflexionar en torno a la importancia que tienen los factores sociales, políticos y culturales en la escuela; presentar algunos de los enfoques de investigación que se centran en estos aspectos; y abrir una discusión sobre la función y el significado de la escuela desde los tres enfoques.

3. Referentes teóricos básicos

Cada una de las tres perspectivas que mencionamos en este documento, tienen puntos de relación, sin embargo es necesario establecer elementos que diferencien cada una de estas propuestas. Para esto se presentamos una breve caracterización de cada perspectiva.

Etnomatemática

Esta perspectiva surge en los años ochenta en Brasil con los aportes del profesor Ubiratan D´Ambosio, quien buscaba reivindicar los conocimientos que social e históricamente han sido marginados por un conocimiento dominante producto de la cultura occidental, el cual presenta el conocimiento matemático como un objeto europeo, único, objetivo, producto de un proceso lineal. Estos argumentos fueron usados por grupos de poder para validar y justificar acciones como la colonización, explotación y aculturación de diferentes comunidades.

La etnomatemática busca revertir estos fenómenos por medio de la legitimización y validación de conocimiento de grupos subordinados como comunidades indígenas y grupos laborales, presentando la matemática como una actividad pancultural, es decir presente en todas las culturas, intrínseca al ser humano; en este proceso el concepto de práctica social toma gran importancia, pues para esta perspectiva se construye conocimiento matemático únicamente en la acción.

Diferentes investigaciones en esta perspectiva buscan describir, sistematizar y analizar las prácticas de diferentes grupos sociales; un autor que propone categorías teóricas para hacer este tipo de análisis es Bishop (1999, 2005) quien presenta las actividades matemáticas universales como prácticas sociales matemáticas que posee cualquier grupo cultural.

Actualmente el principal reto que tiene esta perspectiva es trascender las investigaciones anteriormente mencionadas y establecer construcciones teóricas que aporten al fortalecimiento de la etnomatemática en disciplinas como la educación matemática.

Educación matemática crítica

El origen de ésta se remonta en la teoría crítica propuesta desde la escuela de Frankfurt, que promovía la necesidad de liberación, igualdad, justicia y un cambio social a través de la conciencia autocrítica y los razonamientos claros, sistemáticos y ordenados en pro del reconocimiento y las implicaciones de las relaciones entre la realidad y el sujeto (Sánchez y Torres, 2010). Se entiende la educación matemática crítica (Skovsmose, 1994; Vithal, 2000) como una filosofía educativa para abordar el riesgo de una educación matemática que contribuya a la creación de ciudadanos acríticos hacia los efectos devastadores de las matemáticas en la sociedad. Los obstáculos de aprendizaje en la educación Matemática crítica no son solo de tipo cognitivo. Hay obstáculos culturales, sociales y políticos, pues se concibe a los sujetos como seres humanos concretos que se involucran en la creación y recreación de diversos tipos de conocimiento y razonamiento asociado con las "matemáticas" (Valero, 2007).

Enfoque socio-político en la educación matemática

Posterior a los estudios de la Educación Matemática Crítica se introduce el giro hacia el estudio de la política cultural en el siglo XXI de la cual se configura *la segunda ola de crítica* mencionada por Valero (2015) como:

"Una tendencia que permite problematizar, desde perspectivas histórico-culturales, cómo las prácticas educativas de las matemáticas contribuyen a la formación de los sujetos racionales de nuestro tiempo e insertan a las personas en formas de conocer y racionalidades matemáticas socialmente valoradas. El estudio político de la educación matemática en su totalidad ofrece maneras de entender e imaginar los distintos aspectos filosóficos, sociológicos y pedagógicos de las matemáticas escolares" (p. 1)

Propuesta de actividades

El taller se dividirá en cinco momentos:

Haremos una exposición fotográfica para realizar una contextualización del origen de las teorías críticas y socio-políticas en tres secciones (Educación Matemática Crítica, Etnomatemática, Enfoque socio-político). En cada sección habrá un pliego de papel en blanco para que los asistentes escriban lo que más le llama la atención de las fotografías expuestas.

Utilizaremos los registros de los asistentes que fueron escritos en el pliego de papel, para explicar los orígenes de cada enfoque, sus fundamentos y algunos conceptos clave de cada teoría.

Realizaremos mesas de trabajo en torno a algunas preguntas orientadoras que serán expuestas en un juego de rol. Algunas preguntas podrían ser:

- ¿Qué papel o qué significado tiene la escuela para cada una de las perspectivas teóricas?

- ¿Cuáles podrían ser las interpretaciones de cada perspectiva teórica desde las realidades latinoamericanas?
- Mostraremos algunos videos realizados en *sparkol* que expondrán un ejemplo de investigación por cada enfoque.

Finalmente, haremos una socialización con los asistentes sobre sus apreciaciones, preguntas y acercamiento a posibles actividades didácticas para la enseñanza de las matemáticas desde estas perspectivas.

Referencias bibliográficas

Bishop, A. (2005). Aproximación sociocultural a la educación matemática. Santiago de cali: Universidad del valle.

Bishop, A. (1999). Enculturación matemática, la educación matemática desde una perspectiva sociocultural. Barcelona: Paidós.

Sánchez, B. & Torres, J. (2010). Educación Matemática Critica: un abordaje desde la perspectiva sociopolítica a los Ambientes de Aprendizaje. ASOCOLME: Bogotá.

Skovsmose, O. (1994). Towards a philosophy of critical mathematics education. Dordrecht: Kluwer.

Valero, P. (2007). Investigación socio-política en educación matemática: Raíces, tendencias y perspectivas. Aalborg: universidad de Aalborg.

Valero, P. (2012). Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Bogotá: una empresa docente.

Valero, P., Andrade-Molina, M., & Montecino, A. (2015). Lo político en la educación matemática: de la educación matemática crítica a la política cultural de la educación matemática. Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa, 18(3), 287–300. Disponible en sitio web: http://doi.org/10.12802/relime.13.1830

La Recta de Euler y el imaginario social: diálogos interdisciplinares para la convivencia coeducativa en el aula de matemáticas

Luisa Fernanda Cortés Navarro
lfcortesn@udistrital.edu.co
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)
Magda Liliana González Alvarado
mlgonzaleza@unal.edu.co
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

Resumen

Desde la metáfora de la "Recta de Euler" y los elementos analíticos del "Imaginario Social", se construye un diálogo interdisciplinario que permita plantear voces en la construcción y potenciación de la coeducación (equidad de género) en el aula de matemáticas, reconociendo cómo en el encuentro pedagógico, estudiantes y profesores asistimos con diversos imaginarios y estereotipos naturalizados sobre el deber ser de hombres y mujeres dentro del espacio escolar y en relación al conocimiento matemático.

Palabras clave: Diálogo interdisciplinar, educación matemática, imaginario social de género, coeducación.

1. Los múltiples centros

Esta propuesta de diálogo interdisciplinario sugiere un espacio crítico-reflexivo acerca de las influencias de la cultura en la forma en la que se construyen las relaciones entre géneros en el aula de matemáticas, utilizando como plataforma para la discusión el entrecruzamiento novedoso de herramientas como el Imaginario Social (Baczko,1991) y el lugar geométrico de la Recta de Euler (Coxeter & Greitzer, 1967) como metáfora en la observación de una problemática común, que desde diversas perspectivas busca que el profesor de matemáticas se sitúe en la de-construcción de estereotipos sexistas y que sea parte clave en el reconocimiento y mediación de los sentidos sociales y matemáticos que posibilitan una convivencia coeducativa, desde su propia práctica.

Es un lugar común, particularmente desde las reflexiones de la pedagogía crítica, el asumir la escuela como un espacio para el entrecruzamiento de culturas y de sentidos y formas de vida *(Pérez, 1995),* lo que conlleva a que desde hace un tiempo reconozcamos que la escuela no es homogénea y que su papel no puede ser el "*producir un determinado tipo de sujeto en serie*"; en medio de estas reflexiones surge la *propuesta coeducativa*, que desde la democratización en el acceso al conocimiento por parte de ambos géneros, pone en discusión la forma en la que, dentro de los espacios escolares, se tienden a emular determinados comportamientos socioculturales enmarcados en un *deber ser* de hombres y mujeres, que a la larga terminan condicionando las formas en las que unas y otros se relacionan frente al conocimiento, a su rol ciudadano y social, a su proyección laboral y, en general, a su desenvolvimiento en la cotidianidad.

Los profesores y estudiantes para profesor tienen sus propios imaginarios acerca de lo que es connatural a cada uno de los géneros, apropiando cierto determinismo de uso común, según el cual el género femenino se asocia con espacios profesionales que dan cuenta de la extensión del rol de cuidado y el hogar mientras que los masculinos son más dados a la innovación y la competencia. Se ha llegado a afirmar que las matemáticas se asocian a lo fuerte, a lo científico, a lo masculino que reviste poder, en contraposición a lo suave, a lo lego, a lo que implica debilidad o a lo femenino. Ello no necesariamente se aprende durante la formación profesional, pues las concepciones respecto a lo que significa pertenecer a un género se forman mucho antes la 'vida escolar', inicialmente durante el proceso de socialización primaria recibido por línea familiar. Algunas creencias asociadas a asuntos de género pueden ser o no conceptualizadas en el ámbito escolar, pero se refuerzan, se matizan, se destruyen, se revelan -e incluso se rebelan- y en general se deconstruyen todo el tiempo en la convivencia que se propicia en los entornos educativos.

Se hace necesario un mayor compromiso y reflexión de las comunidades de profesores sobre las formas en las que, en el encuentro pedagógico, se articulan unas relaciones de poder y unos repertorios simbólicos heredados culturalmente, que no siempre suelen ser explícitos y que harían parte del "currículo oculto" (Jackson, 1996). Particularmente en las aulas de matemáticas en las que tradicionalmente se refrendan relaciones de poder nos preguntamos ¿cuáles son las posibilidades para que, como profesores de matemáticas, podamos ser parte clave en la mediación y la convivencia coeducativa?

2. Objetivos

- Situar al profesor como parte clave en la mediación de los sentidos sociales y matemáticos que posibiliten la convivencia coeducativa en el aula de matemáticas.
- Reconocer cómo en el encuentro pedagógico, los estudiantes y profesores asisten con diversos imaginarios y estereotipos culturales sobre el deber ser de hombres y mujeres, que afectan su relación con el conocimiento matemático.
- Construir reflexiones y estrategias que desde la pedagogía crítica permitan potenciar la equidad de género en el aula de matemáticas, educando en la igualdad, desde la diferencia.
- Presentar la recta de Euler como objeto matemático que sirve como metáfora deconstructiva para la mediación de los sentidos sociales entre matemáticas y género.

3. El imaginario social tiene raíces complejas

El género es ante todo una construcción social, pues si bien biológicamente se nace hombre o mujer, es el proceso de socialización primaria el que determina las expectativas, los comportamientos, y potencialidades sociales que deben ser asumidos por cada individuo, articulando modos de acción y estructurando modelos de identidad. "Mientas que el sexo es el cuerpo como varón o hembra con el que se nace, el género es el conjunto de significados que la sociedad le atribuye a determinadas características biológicas" (García, 2003, p. 3).

Al referirse a "género", no solamente se alude a las condiciones de vida femeninas. Contrario a ello la perspectiva de género analiza las formas de interacción entre hombres y mujeres y las formas en las que se construyen sistemas de referencia explícitos e implícitos para cada uno de los ellos, que además pueden variar de acuerdo a los contextos espaciales y temporales. Las discusiones "coeducativas" no esperan polarizar el espacio educativo para reforzar la postura femenina en detrimento de la masculina o viceversa, sino sacar a la luz ese "oculto curricular". En ese mismo sentido nos proponemos posibilitar un espacio reflexivo interdisciplinar en el marco de la coeducación, acerca de las formas de interacción entre estudiantes y profesores en el aula de matemáticas y las posibles implicaciones en las formas de relacionarse entre sí y con el conocimiento matemático, exploradas previamente en el contexto Distrital por otros autores, como Zapata & Rocha, (2014).

4. Metáforas para el análisis: el imaginario social y la recta de euler

Los imaginarios sociales son "*Sistemas de representación imaginaria que articulan ritos, símbolos, ideas, imágenes y modos de acción"* (Bazcko, 1991, p. 8). Regulan la acción social a partir de la delimitación de territorios y espacios, mediante la definición de relaciones con los otros y consigo, definiendo procesos de identificación mediante las imágenes socioculturales construidas y redefinidas constantemente. Así, el conjunto de las representaciones e imágenes que una sociedad genera, permiten descubrir lo simbólico de la misma, develando la compleja relación entre lo material y lo mental, mediante la puesta en juego de elementos de la conciencia individual y de su vínculo con lo social.

El imaginario, se compone de una serie de imágenes que son narradas, contadas o reproducidas a través del lenguaje y que cuentan con aparatos ideológicos que tienen la capacidad de modificarlas, utilizarlas o manipularlas a favor de determinado sistema de poder. El imaginario de género se asume entonces como la suma de impresiones mentales generadas de manera parcializada que se contraponen y que, en conjunto, conllevan a la construcción de representaciones colectivas sobre e*l deber ser de hombres y mujeres* y que develan, exploran, traducen las construcciones sociales, sígnicas, simbólicas e ideológicas que tienen frente a los procesos sociales y académicos, siendo la escuela uno de los lugares en dónde las mismas se replican.

Por su parte, la recta de Euler como lugar geométrico (Coxeter & Greitzer, 1967) vincula tres de los cuatro puntos notables de cualquier triángulo; como sus nominaciones indican, tales puntos notables -baricentro, circuncentro y ortocentro- se conciben cada uno como *central* y detentan propiedades espaciales específicas. Cada punto notable se construye y depende a su vez de otros elementos del triángulo -mediaciones, elementos ortogonales- que pueden construirse en múltiples sistemas de referencia con lenguajes específicos en cada uno -espacios euclídeos, normados, vectoriales, etc. Tal conjugación de elementos, relaciones, propiedades y formas de construcción nos provee una metáfora potente para estudiar lo que podríamos llamar “aspectos notables” de los imaginarios sociales -actividad, territorialidad, identidad-, cuyas relaciones de proximidad, alejamiento o aislamiento en distintas tensiones que aparecen respecto a los imaginarios de género en el ejercicio del ser profesor de matemáticas, pueden aparecer simétricas a las que aparecen en la recta de Euler y sus puntos determinantes.

5. Propuesta de actividades

Para el desarrollo del taller esquematizamos a continuación los momentos de trabajo con los participantes:

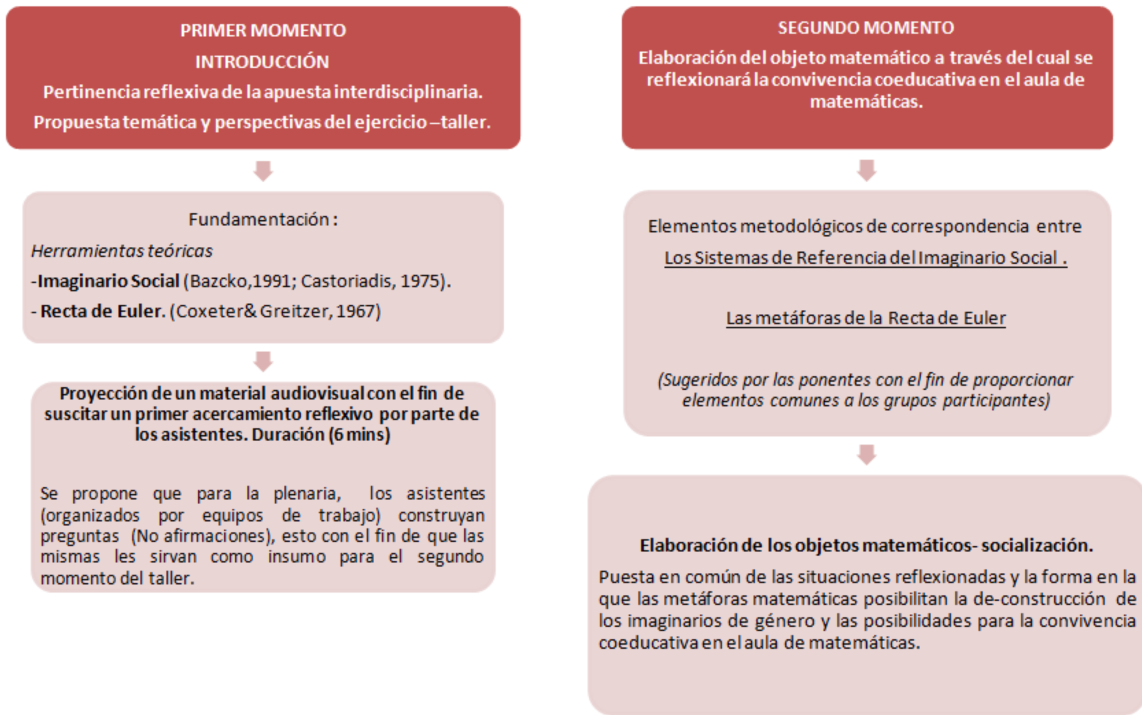


Figura 1. Esquema de los momentos de desarrollo del taller.

Referencias bibliográficas

Beauvoir, S. D. (1986). El segundo sexo. Madrid: Aguilar.

Coxeter, H. S., & Greitzer, S. L. (1967). Geometry revisited. New York: Random House.

Forgasz, H., & Rivera, F. D. (2012). Towards equity in mathematics education: Gender, culture, and diversity. Heidelberg: Springer.

García, I. (2003). Edugénero: Aportes investigativos para el cambio de las relaciones de género en la institución escolar. Bogotá: Universidad Central, Departamento de Investigaciones.

Jackson, P. W. (1996). La vida en las aulas. Madrid: Morata.

Zapata, L. y Rocha, P. (2014). Equidad de género en el aula de matemáticas. Revista Científica (19) 1-10 (2014).

Regresar al índice general

Pósteres

Índice de esta sección

Factores de motivación para las clases de matemáticas

Norma Adriana Álvarez Hernández
adriana10804@hotmail.com
Colegio Germán Arciniegas IED, (Bogotá, Colombia)
Nelson Leonardo Marín Rodríguez
leoworld7@hotmail.com
Colegio Ofelia Uribe de Acosta IED, (Bogotá, Colombia)

Resumen

Las nuevas generaciones de docentes tienen como preocupación la falta de motivación de los estudiantes por aprender, aún más aquellos que se dedican a la enseñanza de las matemáticas, considerando que ésta es una de las áreas de la educación en la que más se presenta desmotivación por parte de los escolares. De la misma manera, en aras de mostrar un posible panorama de la motivación de los estudiantes, por medio de encuestas a estudiantes y docentes de dos instituciones de la ciudad de Bogotá se buscó dar respuesta a la pregunta: ¿Qué factores deben tenerse en cuenta para generar motivación en los estudiantes por aprender matemáticas?, así se identificaron los factores que influyen en la motivación en aula, al momento de realizar el proceso académico en una clase.

Aspectos claves del póster

Según el trabajo realizado durante la investigación y aprovechando los aportes de estudiantes, profesores y la revisión teórica, se estableció lo siguientes:

Existen algunos factores que en ocasiones se descuidan y que son realmente importantes al momento del acto de enseñar que son motivantes para el estudiantes tales como: Clima del aula (la comodidad y la disposición del aula de clase). Algunas actividades como concursos, actividades que generan incentivos y competencia, permiten que la mayor cantidad de estudiantes se motiven por el aprendizaje de las matemáticas.

La utilización de diferentes materiales para el desarrollo de las clases de matemáticas ofrece al profesor herramientas que podrían generar motivación en los estudiantes, puesto que existe material con características propias para desarrollar actividades matemáticas que los estudiantes normalmente no manejan y les puede llamar la atención por la novedad del mismo.

Un aporte significativo del análisis de las encuestas mostró que las buenas relaciones interpersonales del docente hacen que los estudiantes se motiven pues los gritos o una mala actitud refuerza la apatía por el aprendizaje de las matemáticas, es lo que autores como Dörnyei (2008) o (Díaz & Hernández, 2002) mencionan en sus obras como factores en relación con el docente, las cuales buscan la generación de actividades cercanas a los estudiantes. Las matemáticas y su belleza son un factor motivacional porque son una interpretación del mundo y adicionalmente es un lenguaje universal que tiene las mismas representaciones graficas en muchos idiomas.

Referencias bibliográficas

Díaz, F., & Hernández, G. (2002). Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo. Mexico: Mc Graw Hill.

Dörnyei, Z. (2008). Estrategias De Motivación En El Aula De Lenguas. Barcelona: UOC.

Acciones docentes críticas en el trabajo colaborativo

Liceth Beltrán Perdomo
lizbek320@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)
Paola Cordoba Villamil
pao93acv@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

Resumen

Desde la perspectiva Crítica, los profesores son concebidos como "intelectuales transformativos que combinan la reflexión y la práctica académica con el fin de educar a los estudiantes para que sean ciudadanos reflexivos y activos" (Giroux, 1997, p. 60); teniendo en cuenta que el docente no es neutral frente a la realidad y está llamado a reflexionar para establecer un cambio educativo y social desde su propia práctica (McLaren, 2003), se establece que propiciar un ambiente colaborativo entre profesores permitirá que trabajen de forma conjunta mostrando diversas acciones que les permiten avanzar en el camino de la reflexión (Boavida & da Ponte, 2011) para llegar a la reflexión crítica. Así pues, se asume la reflexión crítica como un proceso mental sistemático que implica pensar sobre la práctica y actuar en ella para analizar, cuestionar y transformar la realidad en que se desarrolla (Contreras, 1997; Freire, 2002; Rivera, 2010). Dicha reflexión crítica comporta acciones docentes críticas: describir, informar, confrontar y reconstruir (Smyth, 1991).

Aspectos claves del póster

A través de los años, el término reflexión docente ha sido usado indiscriminadamente, pues se ha considerado como un simple pensar en la práctica y se ha olvidado la necesidad de accionar en ella para transformarla. Diversos autores han propuesto que la reflexión requiere un componente crítico (Brubacher, Case & Reagan, 1994; Contreras, 1997; Freire, 2002; Rivera, 2010), bajo el supuesto que la reflexión debe tener un poder emancipador y transformador de la práctica, de la institución educativa y así mismo, de la sociedad en que se desarrolla. Esta reflexión, denominada reflexión crítica, requiere un conjunto de acciones docentes críticas propuestas por Smyth (1991): describir, informar, confrontar y reconstruir. Esta propuesta considera al docente desde su individualidad, dejando de lado la interacción que tiene con los pares y por tanto, la mediación que los otros puedan realizar en su reflexión crítica.

Así pues, considerando que el docente es un ser social, que está en constante comunicación con sus pares y que puede aprender de los demás y reflexionar críticamente con ellos, se establece la necesidad de identificar las acciones docentes críticas que emergen en un grupo de profesores que trabaja colaborativamente, para posteriormente validar si la propuesta de Smyth es extrapolable al trabajo colaborativo entre profesores y documentar aquellas acciones adicionales que puedan emerger. Se establece que un medio para extrapolar la propuesta, es la conformación de un grupo de profesores que interactúe bajo las dinámicas del trabajo colaborativo (Zabala, 1995, citado en Magallan & Saldarelli, 2012; Boavida & da Ponte, 2011), inmersos en un proyecto interdisciplinar que sea creado bajo sus intereses comunes (Denegri, 2015).

Referencias bibliográficas

Boavida, A & Da Ponte, J. (2011). Investigación colaborativa: potencialidades y problemas", Diego Pérez y Diana Jaramillo (Trad.), *Revista Educación y Pedagogía 23(59)*, 125-135.

Brubacher, J., Case, C. & Reagan, T. (2000). *¿Cómo ser un docente reflexivo? La construcción de una cultura de la indagación en las culturas en las escuelas*. Barcelona: Gedisa.

Contreras, J. (1997). *La autonomía del profesorado*. Madrid: Morata.

Denegri, M. (2005). Proyectos de aula interdisciplinarios y reprofesionalización de profesores: Un modelo de capacitación. *Estudios Pedagógicos XXXI, 1,* 33-50.

Giroux, H. (1997) Los profesores como intelectuales transformativos. *Revista Docencia 15(1)*, 60-66.

McLaren, P. (2003). *La vida en las escuelas. Una introducción a la pedagogía crítica en los fundamentos de la educación.* Boston: Siglo XXI editors.

Magallan, R. & Saldarelli, R. (2012). Propuesta de trabajo interdisciplinario: ¿hay buenos aires en buenos aires? La enseñanza de estadística en un contexto de biología. En A. VilchesDarrigran (Ed). *Actas III Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación*. Argentina: Universidad Nacional de La Plata.

Rivera, (2010). *La práctica reflexiva crítica de un grupo de maestras puertorriqueñas*. Tesis de doctorado no publicada, Universidad de Puerto Rico. Recinto de Rio Piedras, Puerto Rico.

Smyth, J. (1991). Developing and sustaining critical reflection in teacher education. *Open University Press*, 106-118.

Disciplina con amor como metodología de enseñanza

Daniela Chávez Benítez
dhanhielithachavez18@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá,Colombia)

Resumen

La disciplina con amor es una metodología de enseñanza y aprendizaje, la cual está basada en un mejor trato a los niños desde el respeto mutuo. Es una metodología pues son procesos, estrategias, pasos, etc. para poder disciplinar a los estudiantes de una forma, no solo innovadora, si no práctica, útil con muchas ventajas y buenos resultados, ya que, cuando se trata a un niño con respeto, afecto, demostrándole cierta importancia, tomando en cuenta sus opiniones y decisiones, nace una motivación por parte de él, para realizar su trabajo, sea cual sea, de manera más completa y correcta posible; al hacer uso de esta metodología se logra que la practica educativa permita al estudiante mejorar el trabajo, los procesos de enseñanza y aprendizaje, adquirir habilidades y valores para su vida, haciendo parte de una sociedad.

Aspectos claves del póster

La Disciplina con amor es una metodología basada en la teoría de Alfred Adler y Rudolf Dreikurs. Menciona que el Dr. Adler en 1920 introdujo la idea de educar a los padres para la crianza de los hijos y abogó por un mejor trato a los niños basado en el respeto mutuo. (Oberst & Sánchez, 2014)

La propuesta de disciplina con amor es distinta al control excesivo y a la permisividad, les enseña a los niños autodisciplina, responsabilidad, cooperación y habilidades para la resolución de conflictos; una de las diferencias principales es que la disciplina con amor no es humillante ni para los niños ni para los adultos, la disciplina con amor no trabaja con culpa, vergüenza ni dolor como mecanismos de motivación, La disciplina con amor está basada en la cooperación, la fusión de dignidad, firmeza y respeto mutuo es la base desde la cual la disciplina con amor enseña habilidades útiles para la vida y el control interno (Villamizar, 2004)

Nelsen y Lott (1999) afirman que: "la disciplina con amor en el aula es un programa que estimula el desarrollo de la inteligencia emocional y de las habilidades y percepciones que son importantes en la vida para ser personas capaces." (pag.16). Plantean, que esta disciplina con amor en el aula se desarrolla de una manera más eficaz y práctica, si es basada en "reuniones de clase", pues estas enseñan y fortalecen las percepciones y habilidades esenciales, las habilidades académicas y las habilidades sociales, entre otras, como del lenguaje oral, atención, pensamiento crítico, toma de decisiones, solución de problemas, y pensamiento democrático. Todas estas habilidades resultarán entonces, en el mejoramiento del rendimiento académico, sin pensar antes en este, en vez de los valores del estudiante.

A lo largo del trabajo se realiza un análisis y reflexión sobre la metodología que se puede utilizar como futuros docentes, con esta metodología se obtienen mejores resultados, porque en esta se piensa más en los estudiantes como seres humanos y no simplemente como receptores de información. Según Nelsen y Lott (1999) concluyen que los métodos eficaces de la disciplina con amor ayudan a los estudiantes a tener más confianza en sí mismos. Ayudan a mejorar la autoestima, a aumentar su sentido de pertenencia y aceptación de sí mismo. Cuando los estudiantes contribuyen y participan en un aula de disciplina con amor encuentran que tienen la habilidad para cambiar las cosas y experimentar un sentido de pertenencia a través de la participación. Al poner en su lugar la primera pieza del rompecabezas de la disciplina con amor, es más fácil para los estudiantes entender que los profesores se interesan por ellos y por sus problemas y que sus contribuciones son valoradas.

Referencias bibliográficas

Nelsen, J (1998). Disciplina con amor, ¿cómo pueden los niños adquirir control, autoestima y habilidades para solucionar problemas? Editorial: planeta; Colombia S.A; Bogotá

Nelsen, J (1999). Disciplina con amor, como pueden los niños adquirir control, autoestima y habilidades para solucionar problemas. Editorial: planeta; Colombia S.A; Bogotá

Una alternativa para utilizar las fórmulas de $S_m(n)$

Miguel Ángel Hurtado Benavides

2013hurtado@gmail.com

Gimnasio la Khumbre, (Bogotá, Colombia)

Resumen

Se expone un nuevo método para obtener las fórmulas para la suma de las m-ésimas potencias de los primeros n enteros positivos, el cual puede ser utilizado como otra alternativa para solucionar algunas situaciones problema, inmersos en los diferentes pensamientos matemáticos.

Aspectos claves del póster

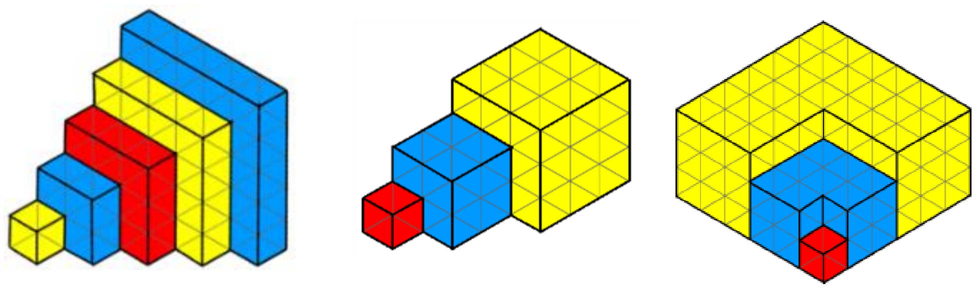
En Hurtado (2013) se propone y se demuestra un nuevo procedimiento para obtener las fórmulas para las sumas de la forma $S_m(n) = 1^m + 2^m + 3^m + \cdots + n^m, con\, m$ entero positivo, esto es: Dada la fórmula de $S_m(n)$, entonces, para obtener la fórmula de $S_{m+1}(n)$, se integra la potencia i^m del lado de la sumatoria, donde la constante de integración c es 0, y al lado de la fórmula, se integra las potencias n^k con $k = 1,2,3, \dots, (m+1)$, donde $c = (-1)^{k+1}\frac{n}{k+1}$, y luego se multiplica por m. En particular, a partir de la fórmula para $S_1(n)$ se puede obtener la fórmula para $S_2(n)$, así:

$$\sum_{i=1}^{n} \mathrm{i} = \frac{\mathrm{n}^2}{2} + \frac{\mathrm{n}}{2} \quad \rightarrow \quad \sum_{i=1}^{n} \frac{\mathrm{i}^2}{2} = \left(\frac{\mathrm{n}^3}{6} - \frac{\mathrm{n}}{6}\right) + \left(\frac{\mathrm{n}^2}{4} + \frac{\mathrm{n}}{4}\right) \quad \rightarrow \quad \sum_{i=1}^{n} \mathrm{i}^2 = \frac{\mathrm{n}^3}{3} + \frac{\mathrm{n}^2}{2} + \frac{\mathrm{n}}{6}$$

Según MEN (2006) entre los procesos matemáticos está la ejercitación de procedimientos, ya que son herramientas eficaces para adquirir destrezas en la ejecución de ciertas tareas matemáticas. Por lo tanto sería conveniente utilizar el anterior procedimiento, el cual sirve para solucionar algunas situaciones inmersas en los pensamientos matemáticos. Ejemplo:

Obtenga las fórmulas para $S_3(n)$, $S_4(n)$, $S_5(n)$, …, y exprese una fórmula general para obtener las fórmulas de $S_m(n)$.

¿Cuántos cubos hay en cada uno de los siguientes sólidos si tienen n escalones?



Referencias bibliográficas

MEN, (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas: Recuperado: http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Hurtado, M. (2013). Observaciones sobre la suma de las m-ésimas potencias de los primeros n esteros positivos y algunos otros resultados relacionados. (Tesis de pregrado) Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.

Una caracterización de las prácticas evaluativas en la educación matemática

Oscar Julián Layton Galindo
ojuulian@gmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)
Edwin Alberto Triana Alape
gamma1303@outlook.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

Resumen

Identificar la importancia de las prácticas evaluativas en torno a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, identificando una evaluación llamada auténtica, tendiente a conocer el nivel de comprensión de los estudiantes, nivel de desarrollo de habilidades y destrezas propias de un determinado contenido; propiciando el reflexionar acerca de las prácticas, para el desarrollo del quehacer docente, quien tiene la autonomía en la toma de decisiones sujetas de forma directa en ambientes donde influyen aspectos como lo es la misión, visión, propósitos y pedagogía propuesta en el establecimiento educativo.

Es necesario identificar aspectos legales y otros que influyen en las prácticas evaluativas del profesor de matemáticas, factores que involucran los diferentes momentos del desarrollo del actuar docente en el aula, teniendo en cuenta las fases preactiva, interactiva y postactiva mencionadas por Jackson 1975 citado en Llinares (2000, p.111); y donde el evaluar involucra la articulación del conocimiento pedagógico, disciplinar y didáctico.

Aspectos claves del póster

Presentar los diferentes aspectos, tendencias y perspectivas docentes que caracterizan el proceso evaluativo desarrollado en el aula de matemáticas.

Esta caracterización no se pretende realizar de manera exhaustiva, por lo cual busca identificar los aspectos más generales que están presentes en cualquier proceso evaluativo en relación con la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Referencias bibliográficas

Llinares, S. (2000). Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Sevilla. Recuperado el 21 de mayo de 2016. Disponible en https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/857/1/Llinares-%20comprendiendo%20la%20practica%20del%20profesor.pdf

MEN. (2009). Fundamentaciones y orientaciones para la implementación del Decreto 1290 de 2009. Recuperado el 30 de mayo de 2016 de Ministerio de Educación Nacional. Disponible en: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-213769_archivo_pdf_evaluacion.pdf

Prieto, M., Contreras, G (2008). Las concepciones que orientan Las prácticas evaluativas de Los profesores: un problema a develar. Estudios Pedagógicos XXXIV, Nº 2: 245-262. Recuperado el 27 de mayo de 2016. Disponible en http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=173514136014

Rosales, M. (2014). Proceso evaluativo: evaluación sumativa, evaluación formativa y Assesment su impacto en la educación actual. Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. ISBN: 978-84-7666-210-6 – Artículo 662. Disponible en http://www.oei.es/congreso2014/memoriactei/662.pdf

Zambrano, A. (2014). Prácticas evaluativas para la mejorar la calidad del aprendizaje: un estudio contextualizado en la Unión-Chile conceptualización actual de la evaluación educativa. Universidad Autónoma de Barcelona, departamento de Pedagogía Aplicada. Recuperado el 27 de mayo de 2016. Disponible en http://ddd.uab.cat/record/127659

Implementación de una propuesta pedagógica fundamentada en un ambiente de resolución de problemas y el trabajo en colaboración, para el aprendizaje del concepto de área.

Constanza Martínez Bernal
anfora22@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá,Colombia)

Resumen

Este trabajo tiene como propósito indagar qué aspectos asociados a la comprensión del concepto de área (percepción, comparación, medida, aritmetización y estimación) aprenden los estudiantes de grado quinto de primaria de una institución oficial del municipio de Soacha con la implementación de una intervención basada en la resolución de problemas y el trabajo en colaboración como ambiente de aprendizaje. Durante la intervención se propone a los estudiantes solucionen algunos problemas que en su diseño recogen la propuesta de Del Olmo, Moreno y Gil (1993) para la adquisición del concepto de área. La metodología mediante la cual se responde al objetivo investigativo consiste en un análisis pre y post, para lo cual se hace uso de un instrumento de indagación elaborado por Barón y Rojas (2,000) afinado por Figueroa y Ruiz (2001) y por Bohórquez (2004) y se complementa con la realización de entrevista semi-estructurada.

Aspectos claves del póster

El objetivo de la presentación del poster es comunicar los avances en el proceso metodológico asumido para el desarrollo de este trabajo, en este sentido se da cuenta de la aplicación previa a la intervención del instrumento de indagación elaborado por Barón y Rojas (2,000) afinado por Figueroa y Ruiz en 2001 y por Bohórquez en 2004. La aplicación de este instrumento se hizo a un grupo de cuarenta y cinco estudiantes del grado quinientos dos, de la jornada de la mañana del colegio Julio Cesar Turbay Ayala, Institución Educativa de carácter oficial ubicada en la comuna cuatro del municipio de Soacha, Cundinamarca.

Se presenta interés el concepto de área y en su aprendizaje, porque hace parte de los contenidos curriculares propuestos para el grado quinto, siendo este concepto uno de los cuales presenta mayor debilidad según reciente análisis de los resultados institucionales de la prueba saber 2014 y la prueba diagnóstica realizada en el marco del programa “Todos a aprender” a mediados del presente año.

Por otra parte se reconoce desde la literatura un inadecuado tratamiento del concepto de área y el poco interés y tiempo dedicado a la apropiación del concepto. El énfasis en el manejo de fórmulas, ha generado vacíos conceptuales y problemas (Sánchez, 2013) que se manifiestan en dificultades que tienen los estudiantes para; distinguir entre los conceptos de área y perímetro (Hart, 1983, citado por Bohórquez, 2004) establecer igualdad de áreas de superficies que tienen diferente forma, encontrar el área de superficies irregulares (Taregano, 1993, 1996, citado por Sánchez, 2013) y consecuentemente ha fomentado la idea de que todo problema se resuelve con la aplicación directa de una formula, una regla o un procedimiento que el profesor ha explicado y que se encuentra en el libro de texto (Blanco, 2009)

La importancia del concepto junto con el reconocimiento las dificultades que han caracterizado su proceso de enseñanza-aprendizaje desde en la propia práctica pedagógica y desde la literatura son razones que han motivado mi interés en realizar esta implementación con el propósito de conocer que aspectos del área aprenden los estudiantes con la intervención.

Análisis

Actualmente dentro del proceso metodológico se está haciendo el análisis de las respuestas dadas por los estudiantes a las diferentes preguntas del instrumento y se planea hacer las entrevistas a los estudiantes cuyas respuestas requieran algunos los estudiantes conocer con más detalle la manera de proceder de estos niños, para poder diagnosticar que aspectos del concepto de área comprenden los estudiantes al momento de iniciar la implementación de la intervención y posteriormente poder presentar los hallazgos y conclusiones.

Referencias bibliográficas

Bohórquez. A. (2004) Aprendizaje del concepto de área; Incidencia del trabajo en colaboración, la resolución de problemas y el Cabri- Geometry en la comprensión de aspectos asociados al concepto de área. Bogotá: CIFE, Universidad de los Andes.

Del Olmo. M: Moreno, M.F. & Gil, C.F (1993) Superficie y Volumen. ¿Algo más que el trabajo con fórmulas? Madrid: Síntesis.

Martínez, J. (2011) Métodos de investigación cualitativa. Revista electrónica Silogismos.

MEN, (2006) Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas. Ministerio de Educación Nacional. Bogotá.

Ordoñez, C. (2004) Pensar pedagógicamente el constructivismo. De las concepciones a las prácticas pedagógicas. Revista de estudios sociales. RES. 19 Pág. 7-12.

Sánchez, N. (2013) Concepción del concepto de área en estudiantes de grado sexto. Tesis de Magister. Universidad del Tolima.

Concepciones en torno al Pensamiento Variacional en docentes de matemáticas de la educación media

John Carlos Montenegro Cárdenas
jcmontenegroc@correo.udistrital.edu.co
Universidad Distrital, (Bogotá, Colombia)

Resumen

La investigación pretende establecer algunas concepciones presentes en torno al Pensamiento Variacional en docentes del área de matemáticas que se desempeñan en la educación media fortalecida en instituciones educativas de la ciudad de Bogotá. Se abordan docentes que actualmente se desempeñan como profesores de cursos de cálculo diferencial en los grados décimo o undécimo de la media fortalecida o que han impartido por lo menos un curso recientemente en esta modalidad. El diseño metodológico es cualitativo a partir de la técnica de estudio de caso que permite un abordaje en profundidad del historial del docente. Se han planteado cuatro fases: Formulación teórica (centrada en la Teoría socio-epistemológica), Trabajo de campo (recolección de las historias de vida y demás datos), identificación de patrones e informe final. A la fecha se ha avanzado en la fase uno y se está afinando el diseño metodológico para la fase dos.

Aspectos claves del póster

El poster es una presentación sucinta de la investigación, inicia con un Resumen que plantea el contexto, luego se presenta el propósito, establecer concepciones en torno al pensamiento variacional presentes en los docentes de educación media, para lo cual se requiere conocer la historia de vida de uno o algunos docentes e identificar aspectos relevantes al pensamiento variacional en el contexto de los colegios y las facultades de formación de los docentes.

Los principios de racionalidad contextualizada, normatividad de la practica social, resignificación progresiva, y relativismo epistemológico así como los conceptos de matemática, matemática educativa y matemática escolar son relevantes en la teoría socio-epistemológica que sirve como referente teórico principal y de los cuales en un diagrama se muestra como se articulan al contexto de la investigación y la técnica de estudio de caso. Finalmente se especifican las cuatro fases centrales la investigación: formulación teórica, trabajo de campo, identificación de patrones e informe final de las cuales se presenta un desglose básico de grandes tareas.

Referencias bibliográficas

Álvarez, C. y San Fabián, J. (2012). La elección del estudio de caso en investigación educativa. Gazeta de Antropología. 28(1)

Arzaluz, S. (2005). La utilización del estudio de caso en el análisis local. Región y sociedad. 17(32)

Cantoral, R. (2001). Matemática Educativa: Un estudio de la formación social de la analiticidad. México: Grupo Editorial Iberoamericana.

Cantoral, R. y Farfan, R. (2003). Matemática educativa: una visión de su evolución. Educación y pedagogía, 15(35), 201-214.

Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., & Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7(3), 91-116.

Cantoral, R. (2011). Fundamentos y Métodos de la Socioepistemología. 1er Simposio en Matemática Educativa, CICATA del IPN, Ciudad de México, D.F., México. Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=byHKKFnAq5Y

Camargo, E., Garzon, E. y Urrego, L. (2012). Articulación de la educación media y superior para Bogotá. Revista Visión Electrónica. 6(2). 160 – 171.

Caballero, M. y Cantoral, R. (2013). Dificultades en el desarrollo del pensamiento variacional en profesores de bachillerato. Memoria de la XVI Escuela de Invierno en Matemática Educativa. 274-281.

Ley N° 115. Diario Oficial de la República de Colombia, Bogotá, Colombia, 8 de Febrero de 1994.

Ley N° 30. Diario Oficial de la República de Colombia, Bogotá, Colombia, 28 de Diciembre de 1992.

Martínez, A. y Tabares, M. (2015). Hacia una aproximación a la comprensión del impacto del proyecto 891: “Educación media fortalecida y mayor acceso a la educación superior" una muestra de 30 colegios de Bogotá. (Trabajo de grado). Universidad Distrital francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN, Bogotá.

Vasco, C. (2003). El pensamiento variacional y la modelación matemática. Em Anais eletrônicos do CIAEM–Conferência Interamericana de Educação Matemática.

Desarrollo del pensamiento proporcional en el grado séptimo, una propuesta transversal

Roger Mayorga Quevedo
ramayorgaq@upn.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional, (Bogotá, Colombia)
Rafael Moreno León
rmorenol@upn.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional – SED, (Bogotá, Colombia)

Resumen

En el marco de la Maestría en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional cohorte 2016-01, se adelanta un trabajo de grado tipo innovación curricular; este estudio es del tipo acción–participación, de corte cualitativo; se adelanta en una Institución Educativa Distrital (IED) del sector oficial, el colegio se ubica en la zona octava de Bogotá; en este colegio se analiza el pensamiento de los estudiantes de un grado séptimo de la educación básica entorno a su comprensión de la razón y la proporción matemática. Para lo anterior, específicamente se indaga sobre el pensamiento proporcional de los niños, puesto a prueba al desarrollar una serie de actividades o tareas, diseñadas sobre contextos variados, ejercitando las diferentes competencias específicas del área, mostrando la proporcionalidad como un saber conectado y como preámbulo del futuro trabajo algebraico en años posteriores.

Aspectos claves del póster

En el póster se presentan avances del trabajo de grado mencionado, el cual se fundamenta en los principios de una enseñanza para la comprensión, bajo el enfoque de la resolución de problemas (MEN, 1998). Muchos temas de matemáticas se presentan de manera compartimentalizada, es decir sin unidad entre los mismos contenidos y sin conexiones hacia otros temas dentro y fuera de la matemática (Agudelo-Valderrama & Martínez, 2015, p. 3); esta fragmentación o desarticulación se da por variadas razones, pero en especial por no mostrar el área al enseñarla, como una herramienta útil y poderosa para comprender nuestro entorno, sino como una serie de algoritmos y procedimientos sin significación, ni relación (Skemp, 1976).

Concretamente el razonamiento proporcional está presente al nivel de aritmética, en muchos temas del currículo de los niños; el estudiante ha estudiado varios tipos de razones matemáticas sin saberlo, como: El precio por artículo, las fracciones, los porcentajes, la probabilidad, los problemas en el movimiento, la medición, la ampliación y la reducción de formas y figuras, y π como una relación entre la circunferencia de un círculo y su diámetro, son sólo algunos ejemplos de razones en el plan de estudios de matemáticas (Fernández & Llinares, 2012; Lamon, 1993; Silvestre & Da-Ponte, 2011; Singh, 2000). Posteriormente la razón está presente en la pendiente de la función lineal, sirve para resolver triángulos bajo los criterios de semejanza, es usada en la resolución de triángulos rectángulos en trigonometría y sirve de soporte a un importante tema del análisis de funciones, función derivada (Agudelo-Valderrama & Martínez, 2015; Godino & Batanero, 2002; Reyes-Gasperini, 2013).

Pensar proporcionalmente implica para el estudiante, no solo poner en juego procesos cuantitativos, sino también cualitativos al momento de intentar resolver una situación problema, tener un sentido de la comparación de magnitudes, para poder inferir y predecir resultados satisfactorios ante las condiciones de un contexto de trabajo escolar. ¿Por qué no presentar la razón matemática como un saber conectado a otros temas del currículo de la matemática en la educación escolar?

Referencias bibliográficas

Agudelo-Valderrama, C., & Martínez, D. (2015). En busca de una manera conectada de saber: el caso de una profesora de matemáticas. REICE: Revista Electrónica Iberoamericana Sobre Calidad, Eficacia Y Cambio En Educación, 13(3), 121–141.

Fernández, C., & Llinares, S. (2012). Características del desarrollo del razonamiento proporcional en la educación primaria y secundaria. Enseñanza de Las Ciencias, 30(1), 129–141. Retrieved from http://ensciencias.uab.es/article/view/596

Godino, J. D., & Batanero, C. (2002). Proporcionalidad y su didáctica para maestros, manual para el estudiante. Retrieved from http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/3_Proporcionalidad.pdf

Lamon, S. J. (1993). Ratio and proportion: Connecting content and children's thinking. Journal for Research in Mathematics Education, 24(1), 41–61.

MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Cooperativa Editorial Magisterio, 103.

MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Estándares Básicos de Competencias En Lenguaje, Matemáticas, Ciencias Y Cuidadanas, 46–95.

Reyes-Gasperini, D. (2013). La transversalidad de la proporcionalidad. (R. C. Uriza, Ed.) (Primera ed). México: Subsecretaría de Educación Media Superior.

Silvestre, A., & Da-Ponte, J. (2011). Una experiencia de enseñanza dirigida al desarrollo del razonamiento proporcional. Revista Educación Y Pedagogía, 23(59), 137–158.

Singh, P. (2000). Understanding the Concepts of Proportion and Ratio Constructed by Two Grade Six Students. Educational Studies in Mathematics, 43(3), 271–292.

Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. Revista Mathematics Teaching (Gran Bretaña), 1–12.

Un ova para la enseñanza de los poliedros

Yurani Andrea Muñoz Chacón
yurani_andrea1995@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

Resumen

Con este póster se pretende dar a conocer a la comunidad un Objeto Virtual de Aprendizaje creado en el espacio de formación Educación en Tecnología, el cual está diseñado para estudiantes de grado quinto (pero que puede ser aplicado en otros cursos) con el objetivo de que los estudiantes comprendan qué es un poliedro, una de sus clasificaciones y sus principales características y componentes por medio de actividades interactivas y de visualización realizadas utilizando recursos como: Educaplay, eXelearnig y Geogebra. De esta manera se busca que los asistentes al evento conozcan este trabajo y de esta forma observen las principales características de un OVA, se incentiven por realizar construcciones haciendo uso de las TIC´s y de ser posible lo utilicen en su práctica, teniendo en cuenta las ventajas que ofrece y su posibilidad de reutilización.

Aspectos claves del póster

Un OVA es "un conjunto de recursos digitales, que pueden ser utilizados en diversos contextos, con un propósito educativo y constituido por al menos tres componentes internos: contenidos, actividades de aprendizaje y elementos de contextualización." (Universidad pedagógica y tecnológica de Colombia, s.f, p.2) tomando como base esta definición, el póster intenta hacerla explícita por medio de la exposición de los principales componentes de un OVA específico, el cual a través de un diseño instruccional y por medio de diversos métodos de acercamiento al estudiante como: actividades dinámicas elaboradas en Educaplay, eXelearnig y Geogebra, el acompañamiento de personajes presentadores, lenguaje motivador y uso de recursos multimedia, se propone como objetivo contribuir a un grupo determinado de estudiantes (está propuesto para grado 5°) a comprender aspectos de los poliedros de manera que los puedan comparar y clasificar.

De igual manera se explicitan las ventajas que ofrece este tipo de material de aprendizaje: interactividad, reusabilidad, adaptabilidad, accesibilidad, autocontención conceptual, generatividad, entre otras posibles (Galeana, 2004), de forma que quienes tengan la oportunidad de observar este póster se incentiven por hacer uso de este tipo de instrumentos, adaptarlos y de ser posible crearlos con fines específicos dependiendo de las necesidades de sus estudiantes y divulgarlos para fortalecer la labor de otros educadores y favorecer el trabajo autónomo e independiente de personas que probablemente no cuenten con un docente guía, dada su capacidad de acceso remoto.

Por último, se da a conocer el nombre del programa (eXelearning) en el que fue creado este OVA, el cual es un software libre de muy sencillo manejo, así como algunas redes académicas donde se pueden encontrar y publicar estos objetos virtuales de aprendizaje, de modo que nuestra labor como docentes vaya poco a poco contribuyendo a una educación más abierta por medio del uso de las TIC´s y de esta manera se contribuya a la construcción de saberes a través de prácticas innovadoras.

Referencias bibliográficas

Galeana, L. (2004). Objetos de Aprendizaje. México: Universidad de Colima. Recuperado el 12 de junio de 2016 de http://www.cudi.edu.mx/primavera_2004/presentaciones/Lourdes_Galeana.pdf

Universidad pedagógica y tecnológica de Colombia. (s.f.). Unidad 5. Objetos virtuales de aprendizaje (OVAS) y propiedad intelectual. En TIC y ambientes de apredizaje (págs. 1-10). Recuperado el 5 de abril de 2016 de http://virtual.uptc.edu.co/drupal/files/unidad5_tic/contenido/unidad5_tics.pdf

La escuela como medio de educación, ¿a quién encerramos y por qué? (la escuela como lugar de encierro y control)

Luz Esperanza Navarro Torres
divi_luz@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá –Colombia)
Sol Daniela Rojas Quintana
solrojas.dq@hotmail.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá –Colombia)

Resumen

El presente poster está referido a diversos aspectos que muestran a la escuela como un lugar de encierro y que juega en función del control social que han puesto las clases de elite, también nos centraremos en la funciones que ha tenido la escuela, desde sus orígenes hasta el día de hoy, para mostrar más claramente que la implantación de ésta varía según las clases sociales, niveles económicos, regímenes políticos, etc. Así mismo las sociedades de disciplina que ejercen sobre el sujeto serán dependientes de esto, por ello se verán diversos modos de encierro y control, pudiendo ser estos de tipo moral o físico.

Tomando como referencia Foucault esta sociedad disciplinaria aplicada en la escuela, tiene como objetivo central, formar cuerpos dóciles y susceptibles a sufrir transformaciones a través de tres operaciones: la vigilancia continua y personalizada, mecanismos de control de castigo y de recompensa, la corrección como forma de modificación y transformación de acuerdo a las normas prefijadas.

Aspectos claves del póster

La escuela fue creada con una función formadora del hombre del mañana a partir de un modelo moral que será impartido a través de normas, conductas, valores y saberes que serán regulados y controlados desde el mismo espacio físico por esta razón, la arquitectura de la escuela es un patrón universal, ya que permite vigilar y controlar a los estudiantes desvinculándolos allí de su medio social y creando uno, donde debe cambiar su forma de pensar, actuar hasta llegar a la negación de sí mismo, de su propia identidad. Esto se ve desde el uso del uniforme hasta la imposición de "materias obligatorias" por ello se ve la escuela como una institución de encierro y control.

También la escuela encierra y controla de distintas maneras según la posición del sujeto en la pirámide social, encerrando moralmente a los ricos para triunfar, creando los nuevos gobernadores y a los pobres físicamente para reformar su crianza y crear súbditos sumisos y controlados, aportando la obra de mano barata.

Referencias bibliográficas

Ferrer (1995), Recuperado de: http://www.filosofia.net/materiales/articulos/a_48.html

Galván (2010), recuperado de: www.filosofia.net/materiales/articulos/a_48.hmtl

Bocanegra (2008), recuperado de: http://biblioteca.clacso.edu.ar/Colombia/alianza-cinde-umz/20130710073003/ArtElsaMariaBocanegraAcosta.pdf

Varela (1986) "Maquinaria escolar"

Aproximación a los grafos de Voronoi y diagramas de Delaunay

Yancel Orlando Soto
yancelk@hotmail.es
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)
Claudia Castro Cortés
mathclaudiacastro@yahoo.com
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, (Bogotá, Colombia)

Resumen

El desarrollo contemporáneo que se ha llevado a cabo en la teoría de grafos, gesta la necesidad de comunicar algunas potencialidades de los diagramas de Voronoi y la triangulación de Delaunay. Este trabajo tiene como propósito presentar algunas construcciones de estos grafos y la reflexión sobre la aplicación de los mismos en correspondencia con el pensamiento geométrico.

Aspectos claves del póster

La teoría de grafos surge en el siglo XVIII con el problema de los puentes de Königsberg, ciudad en la que era costumbre salir a pasear y recorrer las cuatro regiones de la ciudad que estaban conectadas por siete puentes, con el tiempo se planteó el siguiente problema: *determinar si una persona puede realizar un paseo por la ciudad, de tal forma que cruce cada uno de estos puentes una sola vez*. En 1736 Euler publica la solución al problema mostrando un modelo matemático en el que representa las regiones con puntos y los puentes con líneas (ver figura 1), la solución se redujo a construir el grafo sin levantar el lápiz (Combariza; 2003); de esta manera, se concibe una nueva teoría en el campo de la matemática discreta que está asociada a los grafos. Castro y Díaz (1997) afirman que un grafo es un conjunto de puntos (llamados vértices) unidos entre sí por líneas (aristas). Formalmente, un grafo es una terna $G=(V_G, A_G, f_G)$ donde V_G y A_G son conjuntos con $V_G \neq \phi$ y f_G es la función: $f_G : A_G \rightarrow p_2(V_G)$

$a \rightarrow f_G(a)$, donde $p_2(V_G)=\{B \subseteq V_G \, / \# B \in \{1,2\}\}$

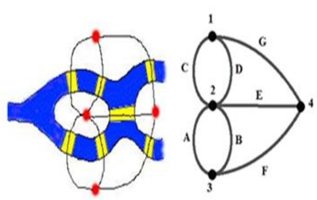
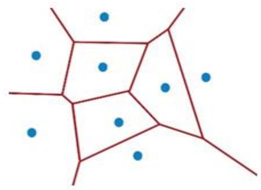
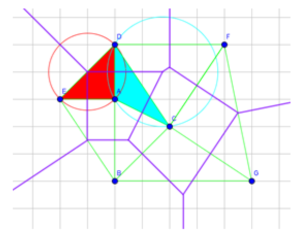
		

Figura 1. Puentes de Königsberg.	Figura 2. Grafo de Voronoi.	Figura 3. Triangulación de Delaunay.	Figura 4. Aplicación de los grafos presentados.

El grafo de Voronoi viene a ser un elemento de la teoría de grafos y está a disposición en el estudio de geometría computacional. Un grafo de Voronoi se define de la siguiente manera: *"Dado un conjunto de vértices V en el plano, el diagrama de Voronoi de V, es una descomposición en el plano en regiones relacionadas a cada uno de los V"* (Moreno & Ordóñez; 2009).

Interpretando el grafo de Voronoi, se evidencia una representación de proximidad de un conjunto de vértices (ver figura 2) en donde se descompone el plano en regiones poligonales convexas (Braicovich, Caro & Yobrán; 2016). Por otro lado, las aristas del diagrama de Voronoi son porciones de mediatrices de pares de puntos y pueden ser de 3 tipos; *rectas* cuando todos los puntos están alineados, *semirrectas* cuando los 2 puntos que determinan la arista son consecutivos en la envolvente convexa, (cuando los puntos están contenidos en el plano de Delaunay, figura 3) y *segmento* cuando uno de los puntos que conforma la arista es interior a la envolvente convexa como en el caso de *A* y *C*, (ver figura 3).

De acuerdo a Delaunay, se dice que esta es una red de conformación de triángulos que cumplen con las características de Delaunay, en donde dos puntos conforman una arista de Delaunay sí y solo sí existe un círculo vacío de vértices V cuya frontera o límite pasa por los puntos mencionados

(Moreno & Ordóñez; 2009) y que tres puntos conforman un triángulo de Delaunay sí y solo sí el círculo que define la figura está vacío de puntos.

En relación con las aplicaciones de los grafos presentados, se puede trabajar sobre situaciones como las siguientes:

Dificultades que se presentan en vuelos aéreos (toma de decisiones sobre la posibilidad de aterrizaje) y estudio de optimización de distancias para realizar escalas de acuerdo a las paradas en cada una de las ciudades capitales (ver figura 4).

Análisis de estrategias y tácticas en un partido de fútbol en las que se puede dinamizar el movimiento de los puntos (siendo cada punto un jugador), distancias y ocupación de las regiones en el campo para predecir acciones y resultados en el juego.

Referencias bibliográficas

Braicovich, T; Caro, P & Yobrán, N. (2016). Grafos con GeoGebra. Actas CUREM (6), pág. 133-137.

Castro, C & Diaz, L. (1997). Teoría de grafos:algunos conceptos básicos (tesis de pregrado). Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia.

Combariza, G. (2003). Una introducción a la teoría de grafos. Memorías XIV encuentro de geometría, pág; 565-591.

Moreno, J & Ordóñez, S (2009). Diagramas de Voronoi de alcance limitado (tesis de pregrado). Departamento de matemática aplicada, Barcelona, España.

Re-creando la matemática a partir de la teoría triádica

Clara Milena Rivera
claramilenarivera@gmail.com
Héctor Mauricio López
maochelop@hotmail.com
Claudia Medina
claussmed@gmail.com
Damaris Maciel Lugo Pabón
maciellugo@yahoo.es

Colegio Alfonso Reyes Echandía, (Bogotá, Colombia)

Resumen

El trabajo realizado en la institución va de la mano con el quehacer diario, a partir de la teoría tríadica, propuesta realizada por Gregorio Waldermar en la cual logra articular la visión del cerebro unitriádico con la dinámica del juego tríadico, éste afirma que el cerebro es un sistema compuesto por tres procesos mentales distintos, pero interligados, sinérgicos: cerebro central o reptílico, cerebro derecho o emocional e intuitivo, cerebro izquierdo o lógico (Velandia. 2006). A partir de la aplicación del revelador del cociente mental tríadico podemos medir la proporcionalidad de los tres cerebros de cada uno de los estudiantes y así lograr diseñar y plantear herramientas didácticas para el fortalecimiento de los procesos mentales, proponemos temas que permiten reflexionar en su utilidad y manejo de entornos, los trabajos colaborativos y la construcción de elementos para la clase, el análisis de las problemáticas de convivencia y la participación como parte de la solución a conflictos nos permiten llevar a cabo el proyecto que se amplía cada año según las necesidades de nuestro entorno escolar basándonos siempre en el desarrollo de la lógica matemática y construcción de seres integrales.

Los estudiantes de nuestra institución han desarrollado un sentido de pertenencia por la misma al presentar el proyecto a otras instituciones, en la participación se incluyen todos los ciclos, las charlas, consultas y diferentes actividades han dado pie para que los estudiantes compartan lo aprendido y aprendan de lo compartido con sus pares y se apropien del conocimiento matemático.

Aspectos claves del póster

Perspectiva metodológica, nuestro compromiso, palabras claves, cómo lo hacemos, qué hemos hecho, nuestras actividades.

Referencias bibliográficas

Velandia Mora C. (2006). Metodología interdisciplinaria centrada en equipo de aprendizajes (MICEA). ASIC_PRO

Ministerio de Educación. (2006). Estándares básicos de competencias en matemáticas.

Ortiz, L (2009). Desarrollo del pensamiento y las competencias básicas cognitivas y comunicativas. Litoral

Regresar al índice general

Encuentro Distrital de Educación Matemática EDEM

UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Facultad de Ciencias y Educación

Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas