ISSN: 2422-037X

Memorias del Encuentro Distrital de Educación Matemática

Número 7. Desde la mirada del profesor: ¿qué y cómo enseñamos matemáticas en el Distrito Capital?

Angélica Ocampo Yepes
Compiladora

Fernando Guerrero Recalde
Gabriel Mancera Ortiz
Editores

UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Memorias del Encuentro Distrital de Educación Matemática

Número 7. Desde la mirada del profesor: ¿qué y cómo enseñamos matemáticas en el Distrito Capital?

Memorias del Encuentro Distrital de Educación Matemática

Número 7. Desde la mirada del profesor: ¿qué y cómo enseñamos matemáticas en el Distrito Capital?

Angélica Ocampo Yepes
Compiladora

Fernando Guerrero Recalde
Gabriel Mancera Ortiz
Editores

UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

Periodicidad: anual
ISSN: 2422-037X

UD
Editorial

Líder Unidad de Publicaciones
Rubén Eliécer Carvajalino C.

Gestión editorial
Edwin Pardo Salazar
Rosa Isabel González Moreno

Corrección de estilo
PROCEDITOR LTDA.

Diagramación
Astrid Prieto Castillo

Editorial UD
Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Carrera 24 n.º 34-37 Bogotá, D. C., Colombia
Teléfono: 6013239300 ext. 6202
Correo electrónico: publicaciones@udistrital.edu.co

Contenido

Presentación

El Encuentro Distrital de Educación Matemática (EDEM) es un evento organizado por el proyecto curricular de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas que convoca a profesores de Matemáticas en distintos niveles de formación (básica, media y universitaria) y estudiantes en formación inicial, así como a profesores investigadores en Educación Matemática del Distrito Capital.

El evento EDEM es un espacio de comunicación, socialización y reflexión de las diversas experiencias educativas e investigativas en Educación Matemática, en el sentido en que las reconoce y valora por su contribución a la comunidad y a la consolidación de nuestra disciplina, la Educación Matemática, en el Distrito Capital.

En esta séptima versión del EDEM, se propuso como temática la conceptualización en torno a "¿qué y cómo enseñamos matemáticas en el Distrito Capital?", con el propósito de darle la voz al profesor de primaria, secundaria o universidad, bien sea por su carácter innovador en el aula, por la trascendencia en el plano pedagógico o su pertinencia curricular.

Consideramos que con el desarrollo del evento se logró un impacto relevante en la comunidad educativa del Distrito Capital, con la participación de más de quinientas personas entre estudiantes para profesores, profesores de primaria y secundaria, universidad e investigadores. De esta manera, se logró continuar con la consolidación del EDEM como el espacio científico y académico más importante de la Educación Matemática en el Distrito Capital.

Con relación a lo que nos dejó la realización del EDEM 7, particularmente este año, y en la coyuntura de la pandemia provocada por el COVID-19, resaltamos que dentro de los objetivos fue posible mirar la profesión docente en matemáticas desde el ámbito del profesor como un profesional reflexivo, transformador, crítico y capaz de formar ciudadanos y ciudadanas en la diversidad y la interculturalidad en Colombia, en especial en el Distrito Capital.

Tuvimos la participación de conferencistas, ponentes locales, nacionales e internacionales con un alto estándar de calidad en las presentaciones bajo cada una de las distintas modalidades y las modificaciones en la metodología incorporada para este año.

El comité organizador y científico reitera una vez el agradecimiento por engrandecer con su participación el EDEM 7, los invita a participar con sus contribuciones en nuestro próximo encuentro y los insta a seguir pensando en la renovación de nuestras prácticas de aula desde el pensar reflexivo y crítico del conocimiento matemático.

Agradecemos a todos los colaboradores en los distintos comités, así como a quienes hicieron parte de la logística del evento, que contribuyeron para que se realizaran con éxito todas las actividades. De manera particular, extendemos nuestra gratitud a Angélica Ocampo, gestora y artífice de toda la organización del EDEM 7, quien impregnó su esfuerzo y apasionamiento a cada etapa del evento.

Fernando Guerrero Recalde
Presidente comité organizador EDEM 7

¿Por qué y para qué jugar en la clase de matemáticas?

Curso

Elizabeth Torres Puentes*

Resumen

En las últimas décadas, con la entrada de la política pública en educación, en particular con la creación y puesta en marcha de los Lineamientos Curriculares, los Estándares Básicos de Competencias y los Derechos Básicos de Aprendizaje, se ha reconocido la importancia de usar material didáctico en el aula de matemáticas para potenciar la comprensión de conceptos y del desarrollo del pensamiento lógico matemático en general, pero ¿es lo mismo usar material que jugar? ¿Todo material didáctico implica jugar? ¿Para qué y porqué jugar en clase de matemáticas?

Este curso pretende conversar alrededor de las anteriores preguntas desde la experiencia con el juego, de los asistentes como estudiantes para profesores, o como profesores en ejercicio, en aras de motivar el juego como dispositivo didáctico en el aula de matemáticas. Se espera concretar herramientas teórico-prácticas para entender que el juego es una actividad humana, y que jugar en clase requiere, por parte del profesor, una comprensión dialógica del proceso de enseñanza- aprendizaje.

Palabras clave: juego, material didáctico, dispositivo didáctico.

* Universidad Pedagógica Nacional. Contacto: etorresp@pedagogica.edu.co

Temáticas

Este curso nace de la necesidad de reflexionar sobre las prácticas tradicionales en las clases de matemáticas, en contraste con clases en las que el juego potencia el aprendizaje de los distintos objetos matemáticos.

Diversas investigaciones, como la de Murillo, Hernández y Martínez (2016), han concluido que algunos profesores de matemáticas prefieren no proponer el juego en clase, porque podría perderse la rigurosidad necesaria en el aprendizaje de las matemáticas, y otros prefieren usarlos solo en determinados momentos de la clase, como muestran al aludir:

> Es infrecuente el uso de materiales educativos en el aula y, en los casos en que sí se incorpora material didáctico, éste queda generalmente relegado a un rol de manipulación o juego, desaprovechando su potencial de apoyo en la comprensión de conceptos, procedimientos y técnicas para afrontar situaciones diversas y estimular el desarrollo de capacidades y competencias. (s. p.)

Por su parte, otras investigaciones, como la adelantada por Fernández (2014), exponen algunas premisas sobre el juego en la clase de matemáticas:

> 1. Los juegos no sirven sólo para hacer "tragar" las matemáticas a los alumnos. Frecuentemente los profesores utilizan los juegos en clase como "premio" para el alumnado por haber aprendido los conceptos explicados o haberse portado bien. Sin embargo, los juegos pueden utilizarse en diversos momentos y con diversos fines.
>
>   Pueden ser útiles como presentación de nuevos contenidos para afianzar los ya aprendidos o a modo de evaluación. Además, pueden servir para alcanzar la motivación y despertar el interés del alumnado por las matemáticas, para desarrollar su creatividad o para desarrollar estrategias de resolución de problemas.
>
> 2. La segunda cuestión es plantearse que los juegos no sólo sirven para lograr el aprendizaje de contenidos conceptuales matemáticos, sino que donde más valor obtienen es en el desarrollo de los contenidos procedimentales y actitudinales. (pp. 13-14)

Este curso tiene el interés de reconocer que el juego, y no solo el uso frecuente de material didáctico debe habitar el aula de matemáticas, favoreciendo la relación entre los estudiantes y el conocimiento.

Objetivos

Reflexionar sobre la importancia del juego en el aula de matemáticas y brindar herramientas teórico-prácticas, entendiendo sus posibilidades para potenciar el conocimiento de distintos objetos matemáticos.

Referentes teóricos básicos

Alan Bishop (2005) propone que hay ciertas actividades fundamentales basadas en el entorno y que son necesarias para el desarrollo del conocimiento matemático, ellas son: contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar. El mismo autor reconoce que el juego es una actividad universal estructurada, pues sus reglas, contenidos, tiempos y objetivos involucran de manera equitativa a quienes participan de él y pueden vincular aspectos de su cultura en específico.

En relación con ello, Johan Huizinga (1938, citado en Brinnitzaer *et al*. 2015) publicó el primer estudio que aborda el juego como fenómeno cultural (*Homo ludens*), donde plantea que "el juego es más viejo que la cultura" y que tiene una función social, igualando su importancia a la del trabajo y la reflexión.

Por su parte, Roger Caillois (citado en Brinnitzaer *et al*, 2015), inspirado en el estudio de Huzinga, define el juego como una actividad libre, separada, incierta, improductiva, reglamentada y ficticia.

En el área de matemáticas, los juegos pueden lograr beneficios importantes porque exigen esfuerzo, atención, memoria y concentración, entre otras habilidades que favorecen la adquisición de conceptos y el desarrollo de competencias matemáticas. Así, De Guzmán (1984) propone que una pregunta que orienta la reflexión sobre la relación juego y matemáticas es:

> ¿Dónde termina el juego y dónde comienza la matemática seria? Una pregunta capciosa que admite múltiples respuestas. Para muchos de los que ven matemáticas desde fuera, ésta, mortalmente aburrida, nada tiene que ver con el juego. En cambio, para los más de entre los matemáticos nuca deja totalmente de ser un juego, además de ello pueda ser otras muchas cosas. (p. 5)

Alsina (2006) plantea, además, la importancia de tener claro el sentido del juego en las matemáticas, y propone el siguiente decálogo que establece la relación juego y matemáticas:

1. El juego es la parte de la vida más real de los niños. En tanto que recurso metodológico, traslada la realidad del niño a la escuela y muestra la necesidad y utilidad de aprender matemáticas.

2. Las actividades lúdicas son enormemente motivadoras. Los aprendices se implican mucho en ellas y las asumen con seriedad.

3. Trata diferentes tipos de conocimientos, habilidades y actitudes hacia las matemáticas.

4. Los aprendices pueden afrontar contenidos matemáticos nuevos sin miedo al fracaso inicial.

5. Permite aprender a partir del propio error y del error de los otros.

6. Respeta la diversidad. Todos quieren jugar y todos pueden hacerlo según sus capacidades.

7. Admite el desarrollo de capacidades psicológicas necesarias para el aprendizaje matemático, como la atención, la concentración, la percepción, la memoria, la búsqueda de estrategias, etc.

8. Facilita el proceso de socialización y, a su vez, la autonomía personal.

9. El currículo actual recomienda muy especialmente el aspecto lúdico de las matemáticas y la aproximación a la realidad de los niños.

10. Persigue y consigue en muchas ocasiones el aprendizaje significativo. (p. 14)

Sin embargo, para que se obtengan los beneficios descritos por los autores aquí referenciados, se requiere que en el contexto del aula de matemáticas el profesor oriente didácticamente la actividad y no se quede en el juego por el juego, de ahí que se entienda el juego como dispositivo didáctico. Así, Calderón y León (2016) sugieren que el juego es dispositivo didáctico cuando adquiere una intensión y estructura con fines educativos, no solo de diversión o esparcimiento. En ese sentido, el juego asume las condiciones de un diseño didáctico:

> Macroestructura: estas condiciones están relacionadas con la misma naturaleza del juego y su vínculo pedagógico y curricular.
>
> Microestructura: estas condiciones reconocen que al jugar hay "interacción natural entre estudiante-saber-profesor. (p.151)

Propuesta de actividades

El curso está organizado en dos sesiones (tabla 1).

Tabla 1. Temáticas y actividades de las sesiones

Sesiones	Temáticas	Actividades
Primer día	Reflexión sobre las siguientes preguntas: ¿qué entendemos por juego? ¿Cómo se vincula el juego en la enseñanza de la matemática? ¿Cómo podemos clasificar los juegos matemáticos?	Reconocimiento de las percepciones de los asistentes sobre el juego, sus alcances en la clase de matemáticas y sus tipos. Reconocer el juego como un dispositivo didáctico.
Segundo día	Construcción de repertorio de juegos	Identificar elementos necesarios para la construcción de un repertorio. Exploración de juegos en relación con algunos objetos matemáticos.

Fuente: elaboración propia.

Referencias

Alsina, A. (2006). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos*. Narcea.

Bishop. A. (2005). *Aproximación sociocultural a la educación matemática*. Universidad de Cali.

Brinnitzaer, E., Collado, E., Fernández, G., Gallego, F., Pérez, G. y Santamaría, F. (2015). *El juego en la enseñanza de la matemática*. Centro de Publicaciones Educativas y Material Didáctico.

Calderón, D. y León, O. (2016). "Dispositivos didácticos para el desarrollo de competencia comunicativa en matemáticas". En: *Elementos para una didáctica del lenguaje y las matemáticas en estudiantes sordos de niveles iniciales Investigaciones* (pp. 143-160). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

De Guzmán, M. (1984). "Juegos matemáticos en la enseñanza". En: *Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de matemáticas* (pp. 5-38). Santa Cruz de Tenerife.

Fernández, M. (2014). *El juego y las matemáticas*. Trabajo para obtener el grado de Educación Primaria. Universidad de la Rioja.

Murillo, F., Hernández-Castilla, J. y Martínez-Garrido, R. (2016). ¿Qué ocurre en las aulas donde los niños y niñas no aprenden? Estudio cualitativo de aulas ineficaces en Iberoamérica. *Perfiles educativos*, *38*(151).

Articulación de trayectorias hipotéticas de aprendizaje. Una estrategia didáctica para fomentar el aprendizaje de la aritmética en poblaciones diversas

Curso

Nancy Johanna Alonso Neira*
Elba Azucena Martínez Cárdenas**

Resumen

Las experiencias pedagógicas que se comparten en este taller se desarrollan bajo las características de diseños universales para el aprendizaje, teniendo en cuenta principios de accesibilidad que contribuyen a que no se margine ninguna población en los ambientes de aprendizaje, en particular en la enseñanza de las matemáticas escolares. Se pretende dar a conocer el proceso de articulación de trayectorias hipotéticas de aprendizaje, que se desarrolló en dos investigaciones paralelas, con el fin de propiciar el aprendizaje de la aritmética inicial en poblaciones en situación de discapacidad. Adicionalmente, se caracterizan como un sistema de actividades los diseños didácticos propuestos en correspondencia a la articulación de las trayectorias, resaltando el juego como promotor de múltiples experiencias matemáticas, organizadas de acuerdo con los niveles de desarrollo y con los indicadores de nivel. Con la estructuración de los componentes que se

* Colegio San Francisco IED, Colombia.
Contacto: johannaalonso1@gmail.com

** Colegio Tibabuyes Universal IED, Colombia.
Contacto: eamc.real.math@gmail.com

exponen, se pretende lograr un reconocimiento sobre la importancia de la flexibilización curricular, que responda a las características y particularidades de los estudiantes y de su proceso de aprendizaje natural de las matemáticas escolares, como eje fundamental de la planeación pedagógica.

Palabras clave: trayectorias hipotéticas de aprendizaje, diseño universal para el aprendizaje, dispositivos didácticos, matemáticas escolares accesibles, subitización.

Introducción

El aprendizaje en los seres humanos se desarrolla en trayectorias de aprendizaje que se dan a lo largo de toda la vida; no es exclusivo de la escuela, inicia cuando las personas nacen y finaliza cuando mueren. No obstante, las trayectorias hipotéticas de aprendizaje (THA) sí son inherentes a la escuela y consideran la experiencia de aprendizaje de los niños desde la infancia (León *et al.*, 2014). Según Clements y Sarama (2015), cuando los docentes construyen ambientes de aprendizaje de las matemáticas que responden a los procesos naturales de desarrollo en el aprendizaje de los niños, teniendo en cuenta cómo adquirieron ideas y habilidades matemáticas a su manera, permiten no solo que los niños desarrollen niveles de pensamiento cada vez más avanzados, sino que además responden a las necesidades y a la variedad de niveles de desarrollo de los niños en un grupo de clase.

Dado que la diversidad es una realidad de todo ambiente de aprendizaje y que las exigencias legales como las expuestas en el Decreto 1421 de 2017 nos llevan a atender a las necesidades de una educación inclusiva, es deber de la comunidad académica en educación matemática reconocer posibilidades de acción pertinentes para responder a dichas exigencias en el marco de la educación matemática escolar.

En respuesta a lo descrito, en este taller se caracteriza una estrategia didáctica que surge de dos investigaciones que atendieron a población sorda y en situación de discapacidad intelectual bajo el enfoque de THA que se encuentra en resonancia con las características del Diseño Universal de Aprendizaje (DUA). Las referidas investigaciones concluyen que todos los niños, desde sus diferencias, pueden aprender y describir los progresos en su aprendizaje.

Desde estos hallazgos se hace una propuesta de flexibilización curricular diseñada teniendo en cuenta, por un lado, niveles de desarrollo de procesos, indicadores de progreso y caracterizaciones de dispositivos didácticos como el juego, el taller y el proyecto de aula. Por otro lado, teniendo en cuenta los principios de accesibilidad y reflexión pedagógica que permiten hacer realidad la inclusión educativa en educación matemática.

Descripción de la propuesta

Este taller es de carácter teórico-práctico, por lo que parte de la descripción del enfoque de THA y las relaciones que entre THA de la aritmética inicial se establecen para tener como resultado una trayectoria que articula procesos de acuerdo a niveles de desarrollo y a una coherencia entre estos. Este proceso de caracterización se realiza con el fin de que los participantes reconozcan las relaciones naturales que se integraron en las trayectorias para tener como base en el diseño de ambientes de aprendizaje accesibles de la matemática escolar.

Durante el análisis colectivo de las THA y su articulación, se desarrollan algunas actividades implementadas con las poblaciones en la práctica, se presentan ejercicios de *subitización perceptual y conceptual*, considerando que este proceso es poco conocido por la comunidad académica y es fundamental para la construcción del currículo hacia unas matemáticas escolares accesibles.

Posteriormente se caracterizan dispositivos didácticos como el juego que permiten organizar y transformar el ambiente de aprendizaje hacia la accesibilidad. Se realizan actividades prácticas dando a conocer la escalera, el circuito cerrado y la mancalahoria, como juegos con alta estructura matemática en sus procesos de desarrollo que se articulan a la THA de la aritmética inicial y que han tenido adaptaciones para atender a la diversidad de poblaciones.

Finalmente, se gestionan conclusiones con el colectivo de participantes en torno a los indicadores de accesibilidad, al enfoque de THA, al aporte de los juegos en la implementación del enfoque descrito y al cómo desarrollar este tipo de estrategias en las prácticas de enseñanza, en particular, hacia soluciones pertinentes para atender a la diversidad, en estos tiempos de contingencia que se da a cuenta del COVID-19.

Objetivos

- Propiciar el reconocimiento de la articulación de THA de la aritmética como una estrategia didáctica que permite diseñar ambientes de aprendizaje accesibles.
- Dar a conocer indicadores de accesibilidad en diseños didácticos en relación a la atención de poblaciones diversas como la población sorda y población en situación de discapacidad intelectual.
- Promover el diseño de dispositivos didácticos accesibles en matemáticas para atender a la diversidad en cualquier ambiente de aprendizaje.

Metodología

El taller se desarrolla a través de dos estrategias: la primera es de tipo expositivo, para fundamentar teóricamente la experiencia; la segunda es de tipo lúdico, e involucra a los asistentes en el desarrollo de dinámicas de juego guiadas y en la construcción colectiva de las conclusiones que emergen del proceso. Las estrategias se llevan a cabo con el apoyo de presentaciones y videos, que aportan en la gestión de las dinámicas por efectuar y permiten dar a conocer el impacto de las actividades en la práctica con las poblaciones.

Las dos estrategias se realizan de forma alternada. Para el desarrollo de las actividades prácticas, se requiere que los asistentes cuenten con hojas en blanco, ⅛ de cartulina, ocho círculos de plastilina, del tamaño de una moneda (cuatro de un color y cuatro de otro color) u ocho tapas con las características de color sugeridas.

Finalmente, se comparten enlaces para desarrollar de forma virtual los juegos que se implementan en el taller y se ponen en consideración como complemento al trabajo presentado.

Referentes teóricos

Los fundamentos principales para el desarrollo del taller son: 1) trayectorias hipotéticas de aprendizaje; 2) procesos articulados en la THA de la aritmética inicial; 3) dispositivos didácticos y principios de accesibilidad en diseños; 4) los procesos de desarrollo del lenguaje.

Las THA como enfoque son rutas de aprendizaje que establece el profesor para la comprensión de algún aspecto de las matemáticas. Estas trayectorias se diseñan a partir de tres grandes componentes que proponen Clements y Sarama (2015): las metas matemáticas, las rutas del desarrollo del aprendizaje y el conjunto de actividades. De esta manera, las THA ayudan a generar procesos naturales de desarrollo en el aprendizaje de las grandes ideas de las matemáticas, compuestos por unos niveles de pensamiento, cada uno superior al anterior.

Las THA propuestas por Clements y Sarama (2015), que se vinculan en las investigaciones presentadas son: 1) subitización: caracterizada como la habilidad de reconocer la numerosidad de un conjunto sin realizar conteo; 2) conteo: descrito como la primera operación matemática, considerando que se realiza paso a paso y permite responder preguntas asociadas a cardinalidad; 3) comparación, orden y estimación: desarrolla tres procesos diferentes pero conectados, en los que se pueden determinar diferencias, igualdades y desde los que se estima la numerosidad de conjuntos; y 4) operaciones aditivas con estrategia de conteo, permite vincular diversos elementos de conteo y en particular lleva a los niños a establecer las relaciones naturales entre adición y sustracción.

Los dispositivos didácticos son sistemas de procesos y recursos utilizados para propiciar aprendizajes los cuales organizan y transforman el ambiente de enseñanza y aprendizaje, en las investigaciones se plantearon las actividades desde los dispositivos: Juego, Taller y Proyecto de aula. De acuerdo con León y otros (2014), las condiciones de accesibilidad a tener en cuenta en los diseños didácticos son la accesibilidad: 1) al manejo de la información de la situación, trabajando con diferentes registros; 2) a la situación por audición, visión, aspectos táctiles o por aspectos perceptuales de otros órdenes; 3) a las formas de representar y operar las relaciones y los objetos matemáticos; y 4) a las formas de comunicar y cooperar en el estudio de la información que propone la situación (p. 93).

Respecto a las condiciones de accesibilidad asociadas a las formas de comunicar y al trabajo desde diferentes registros de enunciación matemática, se tiene en cuenta el desarrollo del lenguaje partiendo de las funciones discursivas propuestas por Duval (1999), quien las define como "las funciones cognitivas que un sistema semiótico debe cumplir para que sea posible un discurso" (p. 84). Al respecto, se definen cuatro funciones discursivas necesarias para que sea considerado un sistema semiótico como lengua, estas son: la *referencial*, que es la designación de objetos; la *apofántica*, que permite enunciar algo sobre los objetos, dar una atribución; la de *expansión discursiva*, que se asocia con la articulación de enunciados completos y coherentes; y la *reflexividad discursiva*, asociada a la ubicación de un enunciado con relación a otros y la intención del locutor.

Resultados esperados

Generar interés reflexivo en la comunidad académica de educación matemática frente a la implementación del enfoque de THA y el diseño de dispositivos didácticos accesibles, como respuesta práctica a la atención de la diversidad en ambientes de aprendizaje de las matemáticas escolares, en los que se privilegia el proceso natural de aprendizaje del niño, y establecer la importancia de vincular la subitización en la construcción de los currículos escolares como un proceso articulador de las trayectorias de aprendizaje de la aritmética.

Referencias

Clements, D. y Sarama, J. (2015). *El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas a temprana edad: el enfoque de las trayectorias de aprendizaje*. Learning Tools LLC.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano*. Peter Lang S. A.

León, O., Bonilla, M., Romero, J., Gil, D., Correal, M., Ávila, C. Bacca, J., Cavanzo, G., Guevara, J., Saiz, B., Rojas, N., Peralta, M., Flores, W. y Márquez, H. (2014). *Referentes curriculares con incorporación de tecnologías para la formación del profesorado de matemáticas en y para la diversidad*. Universidad Pedagógica Nacional de México.

León, O., Díaz, F. y Guilombo, M. (junio-septiembre de 2014). Diseños didácticos y trayectorias de aprendizaje de la geometría de estudiantes sordos, en los primeros grados de escolaridad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *7*(2), 9-28.

Análisis ontosemiótico de contenido en tareas matemáticas

Taller

Wilson Gordillo Thiriat*

Resumen

En este taller se presenta el análisis de contenido de una tarea y su solución experta. El análisis se hace con una de las herramientas que proporciona el Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS), llamada análisis ontosemiótico. El fin es detallar análisis de contenido de la tarea y la solución experta (configuración epistémico) y caracterizar soluciones propuestas por estudiantes (configuración cognitiva). El ejemplo analizado da argumentos válidos para determinar que la tarea matemática es evaluadora de conocimiento y comprensión parcial de una noción matemática, lo que resulta vital a la hora de construir o diseñar tareas y cuestionarios.

Palabras clave: enfoque ontosemiótico, análisis de contenido, análisis ontosemiótico, diseño de tareas.

* Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.
Contacto: wgordillot@udistrital.edu.co

Introducción

En este taller se presenta un ejemplo de una situación-problema en torno a una noción matemática, se propone una solución experta. La tarea y su solución son analizadas con la herramienta configuración ontosemiótica (Pino-Fan y Font, 2015), proporcionada por el enfoque ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática. En este trabajo utilizaremos la herramienta para realizar detalladamente el análisis de los contenidos que se movilizan en las prácticas necesarias para resolver la tarea y para el análisis de las soluciones plausibles propuestas por el grupo de estudiantes a quienes se les aplicó la tarea. Se inicia con un ejemplo de una situación problema de cálculo (Gordillo y Pino-Fan, 2016).

Descripción de la propuesta

Se presentará al auditorio una exposición breve sobre el enfoque ontosemiótico de conocimiento y la instrucción matemática (EOS) (Godino *et al.*, 2007), y se enseñará a usar la herramienta teórica análisis ontosemiótico a través de un ejemplo de cálculo diferencial. Luego, los participantes tendrán la oportunidad de interactuar con varias tareas de matemáticas escolares para realizar el ejercicio de análisis que incluye: criterios para la selección de una tarea, análisis de contenido que evalúa la tarea, solución plausible por experto, desglose de objetos matemáticos primarios y dificultades para la resolución.

Objetivos

- Hacer análisis de contenido de tareas propuestas.
- Identificar objetos matemáticos primarios en tareas y soluciones plausibles.
- Manejar una herramienta teórica del enfoque ontosemiótico que potencie la educación matemática.

Metodología

En este trabajo utilizaremos la herramienta configuración ontosemiótica epistémica (Pino-Fan *et al.*, 2011). Esta noción es proporcionada por el marco teórico conocido como enfoque ontosemiótico, y se ha utilizado porque permite describir y caracterizar de manera sistemática los objetos matemáticos primarios (situaciones/problemas, elementos lingüísticos, procedimientos, conceptos/definiciones, proposiciones/propiedades y argumentos) que intervienen y emergen de la práctica matemática sobre nociones matemáticas.

Cada uno de los integrantes del taller podrá interactuar con la realización de un análisis de contenido de tareas matemáticas escolares, a través de diferentes tareas que se entregarán. La diversidad de respuestas que pueden emerger y los diferentes análisis propuestos por los participantes los iniciará en el proceso de teórico de la educación matemática.

Referentes teóricos

Existen diversas posturas para entender la comprensión. De acuerdo con Font (2001) y con Godino *et al.*, (2007), hay dos maneras básicas de concebirla: como proceso mental o como competencia. Según estos autores, los dos puntos de vista responden a concepciones epistemológicas que, como mínimo, son divergentes, por no decir que están claramente enfrentadas. Los enfoques cognitivos en la didáctica de las matemáticas, en el fondo, entienden la comprension como un proceso mental. Los posicionamientos pragmatistas del EOS, en cambio, llevan a entender la comprensión básicamente como una competencia. Es decir, se considera que un sujeto comprende un determinado objeto matemático cuando lo usa de manera competente en diferentes prácticas.

Esta manera pragmática de entender la comprensión hace que esta se conciba también como *conocimiento* y *aplicación de las normas* que regulan una practica. Se trata, pues, de un punto de vista que procura dilucidar la inteligibilidad de las acciones humanas, mediante la clarificación del pensamiento que las informa y situando a este en el contexto de las normas sociales y de las formas de vida dentro de las cuales aquellas ocurren. Es necesario aclarar que, dentro del EOS, enfoque teórico al que nos apegamos en este taller, el término *conocimiento* se utiliza en el sentido de "constructo epistémico-cognitivo general que incluye comprensión, competencia y disposición" (Pino-Fan, *et al.*, 2010, p. 209). La disposición o capacidad se relaciona con la noción de objeto matemático y didáctico personal, es decir, con aquello que posibilita la práctica. La competencia se relaciona con las prácticas matemáticas de los sujetos y con la activación, en dichas prácticas, de la *configuración ontosemiótica cognitiva adecuada*, que debería estar idóneamente acoplada a la configuración ontosemiótica epistémica de referencia (Pino-Fan *et al.*, 2011) y al contexto en el que se desarrolla la práctica. La comprensión, como lo afirma Pino-Fan (2014), tiene que ver con las relaciones —vistas desde la perspectiva de la congruencia matemática— que se deben establecer entre todos los elementos que intervienen en la configuración ontosemiótica cognitiva (o epistémica, en el caso de prácticas institucionales), y que activa el sujeto para resolver determinadas situaciones-problemas.

Criterios para la selección de las tareas

El diseño de cada una de las tareas busca que el objeto matemático se use de manera competente en diferentes situaciones. En el proceso de construcción de las tareas consideramos dos criterios para la selección de estas. El primer criterio estipula que los problemas o situaciones deben proporcionar información sobre el grado de ajuste del significado personal de los estudiantes respecto del significado global u holístico del objeto matemático (Gordillo y Pino-Fan, 2016). Para lograrlo, se incluyeron tareas que activan los diversos significados parciales de una noción matemática. El segundo criterio es que los ítems seleccionados, siguiendo la postura de investigaciones como las de Font (1999), Pino-Fan (2014) y Crisóstomo (2012), respondan a los diferentes tipos de representaciones para el objeto matemático.

Dada la complejidad que tiene el planteamiento de una sola tarea que satisfaga o evalúe ambos criterios al mismo tiempo, las tareas que se seleccionarán deben estar ligadas a la comprensión de los objetos matemáticos, dependiendo de cómo se originan estos y de sus motivaciones para el desarrollo.

Resultados esperados

En este taller, presentamos el análisis ontosemiótico de una tarea matemática para un objeto matemático. Este análisis nos permite evaluar y caracterizar el conocimiento y las prácticas matemáticas sobre el objeto.

Esta forma pragmática de entender el conocimiento, ha sido considerado en la selección de la tarea matemática, toda vez que para la resolución de una tarea se requieren de la movilización congruente tanto de los diversos registros de representación (Duval, 1995; 2006), como la diversidad de significados parciales de dicha noción matemática (Gordillo y Pino-Fan, 2016).

El análisis ontosemiótico (contenido), y las posibles dificultades en la resolución de la tarea; permite observar, describir y predecir la actividad matemática como un complejo conjunto de prácticas matemáticas al resolver una tarea propuesta, al rededor del objeto matemático. Práctica, donde se pueden identificar la configuración de objetos matemáticos primarios propuestos por el marco teórico del EOS, que se ha denominado análisis ontosemiótico.

De igual forma, el análisis ontosemiótico (cognitivo) permite organizar la práctica matemática a partir de similitudes, para caracterizar y cuantificar soluciones a una tarea.

Este análisis ontosemiótico se prevé como una herramienta potente para poder identificar, analizar y tener un buen grado de validez de contenido en tareas matemáticas. Así mismo, organizar la práctica matemática que interviene en la solución. Este análisis ontosemiótico es una herramienta teórico-metodológica del EOS, que es validada y utilizadas en diseños de cuestionarios (Pino-Fan y Font, 2015; Pino-Fan *et al.*, 2015).

Referencias

Crisóstomo, E. (2012). *Idoneidad de Procesos de estudio del cálculo integral en la formación de profesores de matemáticas: una aproximación desde la investigación en didáctica del cálculo y el conocimiento profesional*. (Tesis doctoral). Universidad de Granada.

Duval, R. (1995). *Sémiosisetpensée: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne, Switzerland: Peter Lang.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103-131.

Font, V. (1999). *Procediments per obtenir expressions simbòliques a partir de gràfiques. Aplicacions a la derivada*. (Tesis doctoral). Universidad de Barcelona.

Font, V. (2001). Processos mentals versus competència. *Biaix*, 19, 33-36.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The Onto-Semiotic Approach to Research in Mathematics Education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, *39*(1), 127-135.

Gordillo, W. y Pino-Fan, L. (2016). Una propuesta de reconstrucción del significado holístico de la antiderivada. *Bolema*, *30*(55), 535-558. https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a12

Pino-Fan, L. (2014). *Evaluación de la faceta epistémica del conocimiento didáctico matemático de futuros profesores de bachillerato sobre la derivada*. Granada: Universidad de Granada.

Pino-Fan, L. y Font, V. (2015). A methodologolgy for the Desing of Questionnaries to Explore Relevant Aspects of Didactic-Mathematical Knowledge of Teachers. In Beswick, K., Muir, T. y Wells, J. (Eds.), *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (Vol. 4, pp. 25-32). Hobart, Australia: PME.

Pino-Fan, L., Godino, J. D. y Font, V. (2011). Faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada. *Educação Matemática Pesquisa*, *13*(1), 141-178.

Pino-Fan, L., Godino, J. D. y Font, V. (2015). Una propuesta para el análisis de las prácticas matemáticas de futuros profesores sobre derivadas. *Bolema*, *29*(51), 60-89. https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a04

¿Emergen emociones políticas en contextos sociocríticos?

Taller

Judith Rocío Ángel Veloza*

Resumen

El trabajo de grado realizado en la maestría, relacionado con las emociones políticas propuestas por Nussbaum (2014) y la educación matemática, permitió concluir que esta relación, a nivel teórico, ha sido muy poco explorada. En ese sentido, fue fundamental encontrar una base desde la educación matemática que permitiera suscitar elementos relacionados a las emociones. Para esto, Barbosa (2004) propone que los ambientes de modelación matemática, inscritos en una perspectiva sociocrítica, pueden propiciar situaciones en las cuales el estudiante participe, cuestione y proponga. Esto llevó a construir un ambiente de modelación que girara en torno a los intereses de los estudiantes, pero que también pudiese permitir el surgimiento de las emociones políticas y un uso en contexto de las matemáticas. Así, en el presente taller se buscan dos elementos fundamentales, el primero es conocer la perspectiva de la comunidad académica sobre dicha relación a partir de diferentes situaciones y el segundo, es poner en discusión los hallazgos y conclusiones encontrados en el trabajo de grado.

Palabras clave: emociones políticas, ambientes de modelación matemática, actitud crítica, perspectiva sociocrítica de la educación matemática.

* Colegio Mayor de San Bartolomé, Bogotá, Colombia.
Contacto: rocio.ange.veloza@gmail.com

Introducción

Desde mis estudios de pregrado, he generado gran interés por comprender las emociones políticas, pues coincido con Nussbaum (2014), quien propone que, con una adecuada constitución de estas, se puede aspirar a una sociedad más justa. Siguiendo este interés, desarrollé un trabajo de grado titulado *Emociones que transforman contextos* (Ángel, 2017), en el cual busqué proponer estrategias para hacer emerger emociones políticas en niños, niñas y adolescentes asistentes a la fundación IMZA. Posteriormente, siendo estudiante de maestría, la motivación por indagar más sobre dicha perspectiva de las emociones se mantuvo y giró en torno a identificar un tipo de clase de matemáticas en el cual estas emociones pudiesen aparecer, siendo fundamental el uso de los ambientes de modelación matemática, los cuales se enmarcan en una perspectiva sociocrítica.

Como resultado, desarrollé el trabajo de grado titulado *El club de la resistencia: La clase de matemáticas como espacio de emociones políticas* (Ángel, 2020), donde se mostró el proceso de creación y desarrollo de un ambiente de modelación, el cual construimos con estudiantes del Colegio Mayor de San Bartolomé. Dicho trabajo permitió, por un lado, reconocer todo el proceso del surgimiento de las emociones, pero también poner en discusión diferentes situaciones sociales que movilizaban los intereses de los estudiantes.

Descripción de la propuesta

Tomando como referencia un ambiente de modelación desarrollado en el trabajo de grado de maestría, el presente taller dispone de las mismas bases teóricas.

Objetivo

- Socializar a la comunidad académica aspectos relacionados con la constitución de las emociones políticas en la clase de matemáticas.

Metodología

El desarrollo del taller se dará en cuatro momentos, como se explica en la siguiente tabla.

Tabla 1. Momentos para desarrollar en el taller

	Responsable	Actividad
Momento 1 Tiempo: 35 minutos	Participantes	**Trabajo por grupos** Cada grupo de trabajo discutirá una situación (ver anexo 1) a partir de la siguiente dinámica: 1. Reconocimiento de las personas pertenecientes al grupo y elección del líder del equipo. 2. Lectura de la situación. 3. Análisis y discusión a partir de las siguientes preguntas: • ¿La situación entregada genera en ustedes algún tipo de emoción? Si es así, por favor hacérselas saber a sus compañeros de grupo. • De la situación, ¿cuál fue ese elemento o detalle que más les llamó la atención? • En nuestra labor como docente, ¿alguna vez hemos vivenciado alguna situación similar?, ¿cuál ha sido la experiencia?
Momento 2 Tiempo: 20 minutos	Participantes y ponente	Socialización El líder de cada grupo de trabajo compartirá las respuestas, opiniones y elementos importantes de la discusión con el resto de los participantes del taller.
Momento 3 Tiempo: 30 minutos	Ponente	¿Qué sucedió en "El club de la resistencia"? Dar a conocer el proceso realizado en el ambiente de modelación, teniendo en cuenta su fundamentación teórica, los elementos metodológicos, hallazgos y análisis realizados por los estudiantes.
Momento 4 Tiempo: 10 minutos	Participantes y ponente	Ronda de intervenciones Conocer la opinión de los asistentes al taller, dando espacio para solucionar inquietudes frente al proceso realizado.
Momento 5 Tiempo: 5 minutos	Participantes y ponente	Evaluación colectiva Poner en discusión los elementos del taller, teniendo en cuenta los aciertos y desaciertos desde la perspectiva de los asistentes.

Fuente: elaboración propia.

Referentes teóricos

De manera general, los fundamentos teóricos se precisan en dos aspectos: emociones políticas y ambientes de modelación matemática desde la perspectiva sociocrítica, los cuales se profundizan a continuación.

Emociones políticas

Todas las sociedades hegemónicas están permeadas por emociones tales como "ira, miedo, simpatía, envidia, culpa, aflicción y múltiples formas de amor" (Nussbaum, 2014, p. 14). Estas pueden influir en dos sentidos a sus habitantes: el primero hace énfasis en cómo en el surgimiento de emociones se involucran en los objetivos que plantean los dirigentes para controlar la sociedad, ya que por medio de estas —las emociones— se consigue regular pensamientos, siendo un ejemplo muy común, el uso del miedo para silenciar y coartar. El segundo sentido —y siendo esto lo que se busca promover desde las clases de matemáticas— afirma que dichas emociones políticas pueden usarse para que en la sociedad se promueva "la igualdad, la inclusión, el fin de la esclavitud y la mitigación del sufrimiento" (Nussbaum, 2014, p. 14). Este hecho lleva a considerar lo que esta misma autora ha denominado *sociedad justa*, en la cual se promueven la constitución de emociones que contribuyen a pensar en comunidad desde la crítica, el reconocimiento a la diferencia y el desarrollo humano.

Ambientes de modelación matemática

Barbosa (2004) afirma que la modelación matemática incluye a todas aquellas actividades escolares en las cuales el estudiante está invitado a actuar, apoyado en las matemáticas para comprender una situación social, con la intención de comprender el papel sociocultural, en este caso, de las matemáticas. Así, se reconoce que la modelación matemática puede abrir posibilidades para potenciar el pensamiento crítico, ya que permite dar una mirada con "otros lentes" a las actividades que se realizan en la cotidianidad desde procesos matemáticos. Por lo anterior, es desde la modelación que se invita al estudiante a preguntarse y cuestionarse constantemente, llegando a la organización, selección, manipulación y reflexión de la información que se recoge para resolver dudas y cuestiones emergentes. Esto da paso a enfatizar que el centro de la modelación gira en torno a situaciones de otros campos, que al ser problematizadas permiten su análisis a partir del uso de algoritmos, conceptos e ideas matemáticas.

Siguiendo los planteamientos de la modelación matemática, Salazar *et al.* (2017) propusieron cinco etapas, las cuales posibilitan que los participantes del ambiente de modelación reconocieran el camino que se va trazando, creando una conciencia de lo que se espera y generando evidencias necesarias para examinar las responsabilidades de los participantes. Dichas etapas son:

- Escogencia del problema o tema a trabajar.
- Desarrollo de una investigación exploratoria.
- Levantamiento de los datos.
- Reinterpretación de la situación soportada en consideraciones matemáticas.

Resultados esperados

A partir del proceso realizado, se busca que los asistentes al taller reconozcan otras posibilidades de actuar en la clase de matemática y de ser necesario replantear la manera de realizar el proceso de enseñanza, todo esto relacionado con la utilización de las emociones políticas y siempre teniendo el uso de la perspectiva sociocrítica. Por otro lado, se busca dar a conocer la existencia de un marco teórico relacionado con las emociones políticas y la educación matemática.

Referencias

Ángel, R. (2020). *"El club de la resistencia": emociones políticas en una clase de matemática*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Barbosa, J. (2006). Mathematical modelling in classroom: A socio-critical and discursive perspective. *ZDM*, *38*(3), 293-301. http://link.springer.com/article/10.1007/BF02652812

Mancera-Ortiz, G., Camelo-Bustos, F. y Araújo, J. (2018). Reflexiones sobre metodología crítica en ambientes de modelación matemática: dos investigaciones en el contexto colombiano. *VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Foz do Iguaçu, Paraná, Brasil.

Nussbaum, M. (2014). *Emociones políticas. ¿Por qué el amor es importante para la justicia?* Planeta.

Salazar, C., Mancera, G., Camelo, F. y Perilla, W. (2017). Una propuesta para el desarrollo de prácticas pedagógicas de modelación matemática en la perspectiva socio crítica. Encuentro Distrital de Educación Matemática EDEM-4 "Cultura, sociedad y escuela en la educación matemática del Distrito capital". Encuentro Distrital de Educación Matemática, Bogotá.

Anexo

Situación 1

La siguiente situación hace referencia a una anécdota contaba por un compañero de la universidad:

"Con mis amigos de la universidad acostumbrábamos recorrer la universidad en los espacios entre clases, varias veces, observamos que en una clase pasaban varios vídeos de Julio Profe. A nosotros nos causó mucha curiosidad, pues pensamos que ese docente -quien daba clases en el pregrado de matemáticas- acostumbraba dar sus clases de esa manera".

Video de referencia

https://www.youtube.com/watch?v=h6d3zpUY86g&list=PL9CFCF756BE762E3D&index=12&ab_channel=julioprofenet

Situación 2

La siguiente historia fue contada por un compañero docente:

"A mi sobrina le gustan mucho las matemáticas, le gusta cuando en su clase le ponen problemas u operaciones en las que tiene que pensar mucho. Ella está en grado tercero y como es común ver en los cursos de primaria, los profesores suelen dar premios o puntos por ciertas actividades, para el caso de matemáticas su profesora acostumbra a darle una medallita a los cinco primeros estudiantes que terminan de manera correcta una actividad.

"Mi sobrina siempre ha querido esa medalla, sin embargo, tiene un ritmo de trabajo diferente al de sus compañeros y no alcanza a terminar la actividad rápido, lo cual genera que a veces llegue muy frustrada o molesta a la casa. Una vez, mostrándole a la profesora su inconformidad, le dijo que al igual que sus compañeros también terminaba, pero que se demoraba un poco más, y que cuando la profesora hacía la explicación en el tablero ella se daba cuenta que estaba bien, por eso, no le parecía justo que siempre 'ganaran' los que lo hacían más rápido, a lo que la profesora contestó: 'Pepita, tú sabes que a mí no me gustan las tortugas'".

Situación 3

La siguiente situación fue contada por una compañera docente:

"A mi ahijada en su clase de sociales le dejaron como tarea realizar alguna muestra artística de su tema favorito de la clase. Mi ahijada decidió representar los elementos que más la impactaron del documental *El testigo, de Jesús Abad Colorado*.

"Yo estuve con ella, colaborando en todo el proceso de creación y siempre me decía: 'Madrina, me gusta esta frase, pongámosla'. 'Esa canción quiero ponerla en mi vídeo'".

Acá está el resultado:

https://www.youtube.com/watch?v=uUpkGS63da4&feature=youtu.be&ab_channel=JuanaIsabellaMirandaGuio

Situación 4

Situación vivida en un seminario de la maestría.

En una clase de la maestría el profesor a cargo del seminario nos contó que en una de sus clases de matemáticas en otro espacio académico habían dialogado sobre los sucesos del país y la manera en que la fuerza pública abusaba de su poder en diferentes ocasiones. También nos contó que la conversación se centró en el uniforme del ESMAD y el gasto que eso representaba para el país, lo cual llevó a que los estudiantes se motivaran por ese tema y lo convirtieran en el proyecto de la asignatura. Para el profesor, fue muy gratificante, ya que no solo se dio la discusión sobre la situación del país, sino que se permitió darles otro significado a las matemáticas emergentes.

Algunos de las fuentes de información utilizadas fueron las siguientes:

https://twitter.com/contagioradio1/status/611207696092635136

https://www.publimetro.co/co/noticias/2018/11/30/cuanto-le-cuesta-al-pais-cada-miembro-del-esmad.html

Figura 1. Componentes del costo promedio de un estudiante y un agente del ESMAD

Fuente: Darío Alberto Rico Higuita. Oficina de planeación y estadísticas. Universidad Nacional, sede Medellín.

Álgebra ecológica

Experiencia de aula

Harold Leonardo Godoy Rocha*
Tiffany Vargas Ruda**

Resumen

El presente documento muestra una experiencia en el aula de un proyecto pedagógico de aula (PPA) pensado en trabajar el pensamiento variacional y sistemas algebraicos con estudiantes de grado octavo al crear la base de una huerta escolar con material no biodegradable. Esta se dio en el colegio San Bernardino IED ubicado en la localidad de Bosa, un sector caracterizado por la contaminación y el mal manejo de residuos sólidos, y se establece en el marco de un seminario de práctica de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Este PPA emerge teniendo en cuenta las necesidades del contexto de los estudiantes, considerando relevante abordar el tema del reciclaje con el pensamiento variacional, específicamente la transición aritmética álgebra. Esto se llevó a cabo en cuatro fases, donde cada una de estas desarrollaba una parte del proyecto y juntas constituían la intención de este. Las fases fueron diseñadas teniendo en cuenta la gestión docente, es decir, previendo la organización del aula, los recursos y dispositivos didácticos, las funciones del profesor y estudiantes, y los momentos que pudieron suceder en esta. Para finalizar, concluimos sobre qué matemáticas se utilizaron y cómo las enseñamos.

* Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.
Contacto: hlgodoyr@udistrital.edu.co

** Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.
Contacto: tvargasr@udistrital.edu.co

Palabras clave: proyecto pedagógico de aula, pensamiento variacional, transición aritmética álgebra, reciclaje, huerta escolar.

Introducción

Contaminación, drogadicción, desigualdad social, pobreza, abandono y hurto son algunas de las problemáticas que viven los habitantes de la localidad de Bosa al suroccidente de la ciudad (Secretaría de planeación, 2014). Específicamente en el barrio Bosa San Bernardino —ubicación del colegio donde se realizó la práctica (Colegio San Bernardino IED)—, se evidencia que el problema que más afecta al sector es el de la contaminación, encontrando en este calles sin pavimento, parqueaderos de buses urbanos, SITP e intermunicipales, falta de árboles y problemas sanitarios. Según Ortega, en 2014, el 42 % del total de la población, es decir, los niños y jóvenes de la localidad, son los más vulnerables a las problemáticas ambientales, ya que su índice de exposición a las basuras y al CO_2 es más alto a comparación de los niños y jóvenes de otras localidades.

Teniendo lo anterior, como docentes en formación, no podemos llegar al aula de clases a implantar una enseñanza tradicional cuando el estudiante atraviesa por un sinfín de problemas; si lo hacemos de este modo, caeríamos en el problema de que el estudiante le pierda el interés al aprendizaje de las matemáticas y, a su vez, aumentaremos la desigualdad social y la deserción escolar en la localidad, esto nos detuvo a pensar: ¿qué conceptos matemáticos deberíamos enseñar? y ¿cómo enseñarlos?

A este respecto, el presente texto mostrará un análisis y un desarrollo más profundo para dar solución a la problemática. Para dar respuesta a las inquietudes, se estableció un proyecto pedagógico de aula (PPA), puesto que este permite una participación más activa de los estudiantes, profesores y del contexto (Morales y García, 2015), del cual se establece democráticamente que es necesario el estudio del objeto matemático del álgebra, específicamente de la transición aritmética-álgebra, ya que los estudiantes reconocen que su nivel no es el más adecuado para trabajar los estándares del grado octavo; es por esto que se piensa que, más allá de cumplir los estándares básicos de competencias, la primera preocupación debe ser dirigida a las necesidades de los estudiantes. Con lo anterior, se decide buscar una manera de integrar los problemas ambientales que atraviesa el sector, debido a que se comparte la preocupación con los estudiantes de la falta de conciencia sobre la contaminación que afecta al sector y por el cuidado del medio ambiente; por esto, como finalidad del PPA, se construye la base de una huerta escolar, con ecoladrillos —botellas con relleno de material no biodegradable—, mediante cuatro fases diferentes donde se pone en relación el desarrollo del pensamiento variacional y sistemas algebraicos con la ecología.

Para realizar esto, se utilizó como modelo de referencia a la *teoría de la instrucción matemática significativa*, propuesta por Godino en 2004, que tiene como finalidad "la producción y la circulación de los saberes" (Brousseau, 1990, p. 260) mediante una trayectoria didáctica que hipotetiza desde cuatro trayectorias el proceso de instrucción, estas son: 1) la trayectoria epistémica, que ordena el sistema de prácticas implementadas; 2) la docente, donde se establece funciones al profesor; 3) la discente, que prevé de funciones al estudiante y 4) la mediacional, para acompañar al proceso de enseñanza-aprendizaje con recursos didácticos. De la mano de esta, se trabajó el marco didáctico-matemático para poder desarrollar la transición aritmética álgebra, el cual se instauró desde dos focos fundamentales: el primero, en torno a las representaciones matemáticas, ya que estas son las que permiten una "conversión" (Rojas, 2012, p. 4) entre los diferentes lenguajes, para este caso, entre la aritmética y el álgebra, de manera que para lograr esta conversión fue necesario estudiar los tipos y usos de la letra con el fin de lograr pasar del número al símbolo. Para el siguiente foco se trabajó la generalización matemática, puesto que "esta le permite al estudiante pensar en lo indeterminado" (Vergel, 2018) y, por lo tanto, estaría desarrollando su pensamiento variacional. El estudio de la generalización se realizó por medio de la secuenciación matemática.

Todo este trabajo de la transición aritmética-álgebra permitió el análisis, diseño y realización de los ecoladrillos y con estos la construcción de la base de la huerta escolar, que era la finalidad del PPA. A su vez, concientizó sobre la problemática ambiental que atraviesa la localidad y cambió los malos hábitos. Para finalizar, lo más importante que dejó esta experiencia fue enseñar matemáticas a partir de los problemas de la localidad y trabajar desde las necesidades de los estudiantes.

Descripción de la experiencia

El proyecto de aula que se realizó en el colegio San Bernardino IED, contó con la participación de 35 estudiantes de grado octavo, con el espacio otorgado de cuatro clases (cada una de ellas con un tiempo estimado de 85 min) donde se trabajó en torno a la transición aritmética-álgebra, puesto que fue una necesidad, ya que si no se hace dicho puente, en los cursos futuros podrían presentar problemas de entendimiento en términos del pensamiento variacional (Vergel, 2018). Esto nos hace reflexionar que, más allá de llenar al estudiante de conocimientos matemáticos, debemos detenernos a pensar si estos son necesarios y útiles para los estudiantes o pueden llegar a ser innecesarios y abstractos.

Con el fin de abordar el objeto de estudio, la investigación se estructuró en cuatro fases diferentes (iniciación, problematización, desarrollo y evaluación) cada una de las cuales contenía una serie de actividades secuenciales que desarrollaban el paso de lo aritmético a lo algebraico y que, a su vez, permitía estudiar, analizar y desarrollar una parte de la base de la huerta escolar. La tabla 1 muestra el desarrollo de cada una de las fases, la intención de estas, los objetos matemáticos movilizados y el avance del PPA.

Tabla 1. Desarrollo de las fases

Fase de iniciación: Conociéndonos	
Intención	La primera fase buscaba un primer acercamiento con los estudiantes, donde se estableciera la relación maestro-alumno y en el cual se realizará un reconocimiento mutuo. Este espacio sirvió para concientizar a los estudiantes sobre el problema ambiental por el cual atraviesa la localidad y con esto, motivarlo a actuar frente a dicha problemática. De otro modo, el espacio también nos permitió conocer qué concepciones tenían los estudiantes sobre algunos conceptos en torno a la aritmética y el álgebra.
Desarrollo	La fase tenía la finalidad de salir a los sectores aledaños al colegio y evidenciar los problemas sanitarios que afectan a la localidad. Sin embargo, más allá de reconocer que existía el problema, se actuó frente a este fenómeno y se recogió el material no biodegradable que se encontraba deshecho a los alrededores del colegio, pero por cuestiones del mal tiempo la actividad se vio interrumpida y se terminó dentro del colegio, es decir, recoger el mismo material que también se encontraba dentro de las instalaciones de la sede. Mientras se realizaba la actividad, se iba fomentando la relación maestro-alumno e intrínsecamente se realizaba un reconocimiento de los conocimientos que tenían y las dificultades que poseían en torno a la aritmética y el álgebra. Para finalizar, se limpió el material recolectado y se dividió para construir los ecoladrillos.
Fase de problematización: pensando variacionalmente	
Intención	Para esta segunda fase, se tomó como referencia lo evidenciado en la fase de reconocimiento. Esto nos permitió comenzar con la primera actividad, partiendo de lo que eran hechos para los estudiantes, de manera que se planteó una actividad con la intención de pasar del número a la letra, es decir, que el estudiante desarrollara su pensamiento estático a uno indeterminado (Vergel 2018). Por otro lado, este estudio, relacionándolo con la huerta, nos permitía estimar un relleno de los ecoladrillos y también la cantidad de ecoladrillos necesarios para construir la huerta.
Desarrollo	Para el desarrollo de la fase, se planteó una actividad que permitiera pasar del número a la letra y, a su vez, vincularla con el PPA. Esto nos llevó a utilizar la secuenciación matemática, razón por la cual propusimos la secuencia de “un ecoladrillo contiene un relleno de 3 kg”, “dos ecoladrillos contienen un relleno de 6 kg”, etc., de manera que pudiéramos preguntarle al estudiante ¿cuánto relleno tendrán 5 ecoladrillos para que encuentre la relación (escalar)? Y luego se complejiza preguntando ¿Cuánto tendrán 23 ecoladrillos? ¿100? ¿2000?

Desarrollo	Estas preguntas le permitieron al estudiante identificar una secuencia y con ello llegar a una expresión que le llevara a responder a la pregunta de ¿cuánto relleno tendrán n ecoladrillos? Cuando se llega a este punto, el estudiante intenta utilizar palabras para generalizar, como “3 por el ladrillo”, o algunos emplean símbolos propios para representar lo indeterminado. Küchemann en 1980 señaló que estos son los caminos por los que debe atravesar el niño para comprender el uso de la letra. Al llegar a este punto de la necesidad del símbolo, se realiza una exposición sobre los usos de la letra.
Fase de desarrollo: ¿dónde ubicamos la huerta?	
Intención	La intención de la fase de desarrollo tuvo dos focos. El primero se concentró en diferenciar tres usos de la letra, ya que, como se estaba haciendo la transición entre el número y la letra, se esperaba que el estudiante no recayera en concepciones de la letra como etiqueta o como objeto, sino que, por el contrario, la percibieran como incógnita, evaluada y generalizada. El segundo foco estaba dirigido a decidir en cuál espacio del colegio se podría realizar la huerta, en términos de optimización de espacio y materiales.
	Para el desarrollo de esta fase se plantearon dos sesiones: en la primera se problematizó la clase con la situación: ¿dónde se podría realizar la huerta pensando en términos de optimización de espacio y material?, del cual se propusieron diferentes opciones. A continuación, se muestran algunas de ellas: **Figura 1.** Ubicación de la huerta  **Fuente:** elaboración propia. Como se puede evidenciar, el primer recuadro de la figura representa un caso de la letra como incógnita específica, la segunda como evaluada y la última como generalizada. Se proponían estas situaciones para que el estudiante diferenciara los usos de la letra y que a su vez reflexionara sobre ¿cuál es la mejor manera de concebir la letra? La segunda actividad consistía en una situación de generalización mediante un juego “el salto de la rana”, con el fin de que los estudiantes pasaran del número a la letra, pero esta ya con una mejor percepción sobre su uso.

<table>
<tr><th colspan="2">Fase de evaluación: construcción</th></tr>
<tr><td>Intensión</td><td>La intención de la última fase tenía por objeto evaluar lo aprendido en las sesiones anteriores, donde se miraban más a fondo de los resultados, la manera como abordaban las situaciones, los usos de la letra, la percepción de esta y el paso del número a la letra; por otro lado, se construiría la base de la huerta.</td></tr>
<tr><td>Desarrollo</td><td>La evaluación planteada fue el problema del “doblez de la hoja”, ya que esta permite realizar un tratamiento entre la aritmética y el álgebra. En esta, los estudiantes mostraron las destrezas que desarrollaron mediante el aprendizaje de los conceptos nuevos, de tal manera que se logró realizar un cambio de lenguaje, con un buen desarrollo y una buena percepción y uso de la letra.

Figura 2. Huerta

Fuente: elaboración propia.

Para finalizar, en la siguiente sesión se dio paso a la construcción de la base de la huerta con los ecoladrillos.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Consideraciones de las fases</th></tr>
<tr><td>Objetos matemáticos movilizados en las fases</td><td>Usos de la letra, generalización matemática, matematización, indeterminancia numérica, recursividad, patrones, área, propiedades de las figuras, razón escalar y funcional, representaciones.</td></tr>
<tr><td>Evaluación</td><td>Los aspectos más importantes que se evaluaron fueron los siguientes:
• Como se cree que el conocimiento es una construcción social, las clases tenían la organización de trabajar en parejas, de lo cual se evaluaba el comportamiento, el trabajo en equipo, la participación y las produccio-nes realizadas.
• Las intenciones de las fases
• El camino por el que se dirigía el estudiante
• Los usos y el sentido de la letra
• Estrategias de la resolución de problemas
• La gestión docente
• El proyecto y compromiso con este</td></tr>
</table>

Rol docente	El rol que se tuvo como docentes en formación fue principalmente el de guiador, puesto que se piensa que si el estudiante por sí mismo puede llegar al conocimiento, va tener más significado e importancia para él; es por esto que el profesor siempre estuvo en función de problematizar al estudiante, motivar al alumno, resolver preguntas e inquietudes por medio de la mayéutica, brindarle caminos al estudiantes, generar ambiente de discusión, integrar a los estudiantes y, por último, relacionar el conocimiento con el saber.

Fuente: elaboración propia.

Conclusiones

Concluimos la experiencia con que el proyecto pedagógico de aula fue positivo, pues al elaborar las clases de una forma diferente permitió salir de lo tradicional, lo rutinario y para los estudiantes la clase dejó de ser el espacio común de trabajo, lo cual los motivó. Se considera, entonces, que "la motivación es un factor importante" (Morales y García, 2015, p. 10) a la hora de planear cualquier clase, pues esta nos permite generar interés en ellos. A su vez, las competencias desarrolladas en las diferentes fases, las estrategias que ellos proponen, el cumplimiento, compromiso de los estudiantes y su posición positiva frente al proyecto permitió desarrollar el objetivo inicial.

La experiencia nos mostró la importancia de generar PPA, puesto que este tiene la facilidad de relacionar la matemática con algún interés de los estudiantes, esto nos permitió reflexionar sobre ¿qué matemáticas se deberían enseñar?, ya que Morales y García (2015) dicen que el PPA no se rige tan a fondo seguir paso a paso los documentos legales, sino que invita a considerar entre todo lo que plasman estos documentos, cuáles son los contenidos más pertinentes y necesarios para el estudiante y cómo le sirven para desenlazarse en su contexto.

En este orden de ideas, las matemáticas que se deberían enseñar no convendrían ser las estipuladas en los documentos, sino las necesarias para los estudiantes en relación con su contexto, ya que de qué serviría dar un seminario de álgebra cuando no hay una concepción de la letra ni un sentido de estas. De tal modo, seguir esta perspectiva tradicional estaría bien vista legalmente, pero cultural y moralmente no, debido a que nos estaríamos dejando llevar por los objetivos que plantea el Estado; en cambio, si nos dirigimos a trabajar sobre las necesidades de los estudiantes, estaría "cultural, moral y legalmente bien visto" (Mockus, 1994), y nos encontraríamos respondiendo a los objetivos que demanda nuestra sociedad.

Por último, presentamos las conclusiones sobre ¿cómo enseñar matemáticas? A este respecto, cabe resaltar que el conocimiento de los estudiantes no puede ser "impersonal y descontextualizado" (Acosta y Fiallo, 2017, p. 48). Como estudiantes para profesor, se considera que es importante tener en cuenta el contexto de los alumnos, dado que en todos los lugares no se puede enseñar de la misma manera, pues el contexto social, cultural y familiar influye en el aprendizaje, por esto es necesario contextualizarse frente al lugar que se va a enseñar para que los estudiantes le "vean un sentido a la materia y que estos aprendizajes puedan aplicarlos en su vida cotidiana" (Morales y García, 2015, p. 4).

Referencias

Acosta, M. y Fiallo, J. (2017). *Enseñando geometría con tecnología digital: una propuesta desde la teoría de las situaciones didácticas*. https://www.researchgate.net/publication/318445667_Ensenando_geometria_con_tecnologia_digital_una_propuesta_desde_la_Teoria_de_las_Situaciones_Didacticas

Brousseau, G. (1990). ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la didáctica de las matemáticas? En *Enseñanza de las ciencias* (pp. 259-267) (L. Puig, Trad.). Universidad de Bordeaux, Francia. http://funes.uniandes.edu.co/21836/1/Brousseau1990Que.pdf

Godino, J. (2004). Hacia una teoría de la instrucción matemática significativa. En *Teoría de las funciones semióticas: Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática* (pp. 175-214) Universidad de Granada, España. https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/05_InstruccionMS.pdf

Mockus. A. (1994). Anfibios culturales y divorcio entre la ley, moral y cultura. *Análisis Político, 21*. https://revistas.unal.edu.co/index.php/anpol/article/view/75587

Morales, L. y García, O. (2015). Un aprendizaje basado en proyecto en matemática con alumnos de undécimo grado. *Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas*. http://www.sinewton.org/numeros/numeros/90/Articulos_02.pdf

Ortega, P. (2014). Jóvenes y violencia en Bogotá: análisis de una problemática focalizada, persistente, pero prevenible. En *Violencia juvenil en contextos Urbanos* (pp. 41-82). Centro de Recursos para el Análisis de Conflictos – Cerac. http://www.cerac.org.co/assets/pdf/Libro_Violencia_Juvenil_Capitulo3.pdf

Rojas, P. (2012). Sistemas de representación y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Digital Matemática, Educación e Internet*. https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/Secciones/Didactica_y_Software/P_Rojas_V12N1_2011/P_Rojas_V12N1_2011.pdf

Secretaría de Planeación. (2014). Bosa es la localidad más segregada de Bogotá y Teusaquillo tiene las mejores condiciones urbanas. *Boletín 071*. Alcaldía Mayor de Bogotá. http://www.sdp.gov.co/sites/default/files/071-bosa.pdf

Vergel, R. (9 de abril del 2018). 42 tareas que suscitan actividades matemáticas en torno al álgebra. [Video]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=2lSqtPMsB-w

Entropía Escuela de Matemáticas

Experiencia de aula

Rubén Felipe Morales Camargo*
Sindy Paola Joya Cruz**

Resumen

Desde 2015, la enseñanza de las matemáticas en el Colegio La Concepción IED ha confrontado dos concepciones respecto a la epistemología de las matemáticas, enmarcadas, por un lado, en la idea de las matemáticas como verdades inmutables preexistentes y determinadas en contenidos y, por otro lado, en prácticas sociales y productos culturales históricamente construidos. Esta dualidad ha permitido, sin embargo, hacer un abordaje de las matemáticas desde algunos proyectos, desde los cuales se ha vinculado el saber matemático y la idea de la consideración por el *otro*.

La coexistencia de estas dos formas de entender las matemáticas escolares se ha materializado en lo que en la institución se conoce como Entropía Escuela de Matemáticas - EEM, una propuesta de enseñanza de las matemáticas centrada en la idea de la comunicación como proceso de interacción donde lo desarrollado pasa por procesos de negociación de significados, diálogo, debate y consenso.

Palabras clave: matemáticas, enseñanza-aprendizaje, comunicación, escenarios, consideración por el otro.

* Colegio La Concepción IED, Grupo de Investigación Pandora IEM, Entropía Escuela De Matemáticas, Colombia.
Contacto: rfelipe.moralesc@gmail.com

** Colegio Isabel II IED, Grupo de Investigación Pandora IEM, Colombia.
Contacto: sindy.joya@gmail.com

De los orígenes de la propuesta

Entropía Escuela de Matemáticas (EEM) es una propuesta de trabajo que, lentamente y tras distintos momentos de resistencia a prácticas homogeneizantes en la clase de matemáticas, ha ido ganando un lugar en el Colegio La Concepción IED. Su historia inicia en 2015 con el desarrollo del escenario "Salones", documentado en Morales (2017) y posteriormente con la formalización del Grupo de Investigación Pandora IEM de la Corporación Escuela Pedagógica Experimental - CEPE, del cual hacen parte docentes de instituciones educativas distritales, entre ellos, los proponentes del presente artículo.

Desde sus inicios, EEM ha procurado el trabajo de escenarios teniendo como fundamento las investigaciones de García *et al*. (2009), Martínez (2014) y Morales (2017) en lo correspondiente al trabajo colaborativo y la idea de Consideración por el Otro, esta última entendida como la posibilidad de que los participantes de la clase de matemáticas se visibilicen desde el intercambio de ideas y la búsqueda de consenso, "sin incluir de manera tajante algún argumento que presuma un carácter de irrefutabilidad (como si fuera 'único' y 'verdadero') y que niegue la posibilidad del Otro de presentar un argumento distinto" (Morales, 2017, p. 33).

Durante los dos primeros años, el trabajo se desarrolló desde la clase, de acuerdo con la asignación de carga académica de uno de los proponentes del presente artículo; desde 2018 y tras la invitación a participar en el *VII Encuentro Juvenil de Matemáticas*[1], surge la necesidad de consolidar un grupo de estudiantes que, además de desarrollar el trabajo en la clase, participen como ponentes y asistentes en el evento y posteriormente relaten a sus compañeros la experiencia.

Dicha necesidad favoreció la aparición de EEM y la puesta en escena de la propuesta *Experiencias Matemáticas de Estudiantes*, la cual tomó mayor fuerza con la realización del *Primer Encuentro de PANDORA IEM: Experiencias Matemáticas de Estudiantes para Estudiantes*, desarrollado en octubre de 2018, en el Colegio Aníbal Fernández de Soto IED; donde tuvo lugar la presentación de propuestas escritas tipo comunicación breve y el encuentro con estudiantes de otras instituciones educativas, bajo la dirección de los docentes pertenecientes a Pandora IEM.

Cabe aclarar que la idea de "escuela de matemáticas" surge tras el ejercicio desarrollado por los estudiantes que en 2018 pertenecían al Grupo Entropía y quienes indicaron que una forma de promover el pensamiento matemático en sus compañeros era trabajar juntos en actividades matemáticas que vinculan a

1 El Encuentro Juvenil de Matemáticas es una propuesta de aprendizaje y discusión de las matemáticas organizado por los colegios Abraham Lincoln, Colegio Prospero Pinzón IED y Gimnasio Nuevo Modelia.

estudiantes de cursos inferiores; de este modo y bajo la idea de trabajo colaborativo se realizan sesiones de trabajo con estudiantes de diversos cursos, quienes, desde sus comprensiones de un tema en particular, proponen y ejercitan procedimientos matemáticos para dar cuenta de situaciones donde las matemáticas son un pretexto.

En 2019 se desarrolló un segundo *Encuentro de Pandora IEM: Experiencias Matemáticas de Estudiantes para Estudiantes*, en el Colegio San Bernardino IED, donde, además de participar como ponentes, los estudiantes asistieron a espacios de discusión y juego donde ampliaron, negociaron reglas y conocieron formas de proceder en juegos de mesa multijugador.

Al respecto de lo que se desarrolla actualmente en el Colegio La Concepción IED desde la asignatura escolar de matemáticas, precisamos que el trabajo con estudiantes se desarrolla desde una idea de colectividad entendida desde la perspectiva de Skovsmose y Valero (2012), como la conciencia de que cooperar en la toma de decisiones y la búsqueda de condiciones de vida favorables para todos es tan necesario como emprender acciones en pro de la aplicación de las decisiones tomadas; de tal modo, en los escenarios trabajados los estudiantes abordan las situaciones en pequeños grupos.

La conformación de grupos se realizó restringiendo la cantidad de estudiantes y asignando roles a los integrantes, de acuerdo con la propuesta de Verdín, Godwin y Ross (2018) respecto a los STEM Roles. Posteriormente y fundamentados en los datos emergentes de los ejercicios de consulta, análisis situacional y discusión, se procede a interpretar y actuar en la situación, entendiéndola como una situación social y política que ha sido estructurada por las matemáticas (Skovsmose, 2000, p. 4).

Se indica, además, que en cada grupo de estudiantes se debían apropiar tres roles: 1) *gerente*, encargado de gestionar el trabajo y de recopilar las propuestas de los demás miembros del grupo; 2) *subgerente*, cuya función es delimitar los espacios de discusión, las participaciones y los tiempos de estas; y 3) *operarios*, quienes deben mostrar lo desarrollado y defender las propuestas ante la clase. Cabe señalar que los roles fueron discutidos con los estudiantes y la decisión de dejar dos operarios obedeció a acuerdos establecidos en la clase, distanciándose así de los roles propuestos por Verdín *et al*. (2018).

Dos escenarios una sola idea

El montaje de un escenario se entiende como la "acción intencionada del profesor para construir una situación en la que el proceso educativo pueda encarnarse para dar significado a las acciones individuales y colectivas" (Skovsmose, 1999), teniendo en cuenta la naturaleza de la institución educativa[2] y que el trabajo tiene la intención de promover aprendizaje y desarrollo de los sujetos en el aula de clase de matemáticas, relataremos a continuación dos escenarios desarrollados, las posibilidades que desde ellos se han considerado a través de las matemáticas, su impacto para describir la realidad, cualificarla y cuantificarla, y la incidencia en la toma de decisiones sociales, económicas y políticas, entre otras.

Escenario Basuras: impactar mi casa, impactar el mundo

Sin duda, uno de los grandes problemas de las sociedades actuales se corresponde con el manejo adecuado de residuos sólidos y la disposición final de desechos en botaderos y centros de acopio de materiales reciclables; sin embargo, las comprensiones que en ocasiones se tiene de los desechos terminan una vez las personas sacan las bolsas de basura de sus casas; es decir, finalizan en el mismo lugar donde se produce.

En 2020, al indagar con los estudiantes de grado séptimo del Colegio La Concepción IED, quienes participaron en este escenario, al respecto de lo que sucede con la basura que sacamos de nuestras casas, muchos manifestaron total desconocimiento de la situación, incluso respecto a la idea de separar los desechos. Para muchos, la basura que sale de sus casas solo tiene que ver con lo que ya no sirve, independientemente de su composición, tamaño y usos.

Para otros, aquellos que tienen familiares dedicados al reciclaje, hijos de recolectores de basura o quienes viven en la esquina de la cuadra donde los vecinos suelen dejar su bolsa de basura en los días en que pasa el camión recolector, el problema de las basuras va más allá de la producción; por el contrario, se traduce en malos olores, presencia de roedores, mala utilización del espacio público, de los contenedores, inseguridad, problemas de salud y suciedad.

Teniendo en cuenta esto y con el objetivo de favorecer reflexiones en torno a las matemáticas asociadas con las basuras, nos dimos a la tarea de encontrar información respecto al problema, que nos permitiera identificar razones por las cuales es necesario clasificar, separar y dar un manejo adecuado a los desechos sólidos de nuestras casas.

2 El Colegio La Concepción IED es una institución de carácter público ubicada en la localidad de Bosa (Bogotá, Colombia), presta el servicio de educación básica y media a estudiantes de estratos 1 y 2 de barrios aledaños.

Ordenar las basuras

Sin duda, el primer referente es cada casa, hecho por el cual indagamos con los estudiantes sobre la cantidad de basura, en términos del número de bolsas que salen de cada casa en relación con la cantidad de personas que la habitan. Para ello hicimos un ejercicio sociodemográfico referido a la edad y actividad económica desarrollada. De modo similar, mediante una muestra fotográfica revisamos los espacios que las comunidades han considerado como puntos de colocación de bolsas para basura, recicladoras y espacios no adecuados para el desecho de residuos.

Posteriormente, con la intención de referirse a las basuras, los estudiantes comenzaron a evaluar posibilidades, considerando la idea de establecer mecanismos de separación de basuras y un modelo que permitiera cuantificar la cantidad de desechos que se produce por persona en la casa. Esto generó distintos posicionamientos a partir de las comprensiones que se tenían de la situación.

De un lado, surgieron las propuestas que indican la necesidad de establecer una unidad de medida aplicable a todas las canecas que se dispone en las casas; esta propuesta, a juicio de los integrantes de la clase, encierra la dificultad de controlar la producción de basuras, toda vez que los horarios en que cada miembro de la familia está en la casa es diferente, también porque la cantidad de personas no es la misma para cada unidad residencial y hay factores que diferencian las poblaciones, tales como la edad, la presencia de bebés en la casa y el tipo de alimentos o bebidas que se consume.

De otro lado, se dan las propuestas que indican establecer el tipo de residuos y la frecuencia con la que se producen basuras sin importar la unidad de medida. Estas propuestas enmarcaban dificultades asociadas a la forma de medir, a la variedad de residuos y el desconocimiento sobre cómo deben ser separados, a los usos que se da en cada casa a determinados productos, a la frecuencia de consumo de ciertos alimentos, como enlatados o bebidas gaseosas. Desde estos planteamientos, también se expuso la necesidad de usar la información presentada en los recibos de servicios públicos respecto al cobro de recolección de basuras.

Acciones propuestas

Posterior a un proceso de discusión que abarcó dos sesiones de clase, los diferentes grupos acordaron el abordaje desde datos que permitan comprender la cantidad de basura que se produce en Bogotá, toda vez que las características de cada familia y unidad residencial son diferentes. No obstante, dada la intervención de uno de los grupos de trabajo, se señala que no debe hacerse desde el recibo de servicios públicos, donde se cobra la recolección de basuras, toda vez que para algunos no es fácil acceder a esa información y porque, de acuerdo con el seguimiento hecho del cobro realizado a una de las unidades residenciales, el valor fluctúa en relación con variables de las cuales no se conoce suficiente.

Se optó, entonces, por la revisión de estadísticas presentadas por la Unidad Administrativa Especial de Servicios Públicos (UAESP) para aproximarnos a la producción de basuras en Bogotá y a la capacidad de los botaderos de basura, esto en relación con una unidad de medida pequeña (caneca con forma de cono truncado con capacidad de cincuenta litros); también elaboramos estimaciones respecto a la capacidad de los botaderos y elaboramos textos reflexivos en torno al problema de las basuras, las personas afectadas y las posibles acciones para mitigar el impacto de la producción de residuos sólidos.

La revisión de datos y la discusión sobre ellos posibilitó la reflexión sobre la necesidad de hacer una adecuada separación de residuos en las casas, fundamentada en la idea de reutilización de materiales reciclables y la posibilidad de disminuir los desechos. De modo paralelo, se desarrollaron reflexiones sobre las posibilidades, dificultades y utilidades de implementar estrategias de separación.

Escenario Calidad del aire, análisis de las mediciones

La propuesta enmarcada en la calidad del aire tiene sus bases en discusiones de maestros de ciencia y tecnología del Colegio La Concepción IED durante el segundo semestre de 2019; sin embargo, se implementa desde inicios de 2020 bajo el interrogante sobre la veracidad de las informaciones presentadas por los medios de comunicación, respecto a la alerta amarilla decretada por el Gobierno Distrital en febrero.

El abordaje del problema se realiza desde la discusión con estudiantes de grado noveno respecto a las restricciones dadas por el Gobierno Distrital mediante el Decreto 047 de 2020, la afectación que han tenido sus familiares cercanos, las consideraciones que algunos de ellos hacen sobre el uso de tapabocas y las recomendaciones referidas a la práctica de actividad física en zonas ubicadas en el sector suroccidental de la ciudad, de acuerdo con los resultados del Índice Bogotano de Calidad del Aire (Iboca).

Primer acercamiento. Asumir que todo es falso

Asumir que la información presentada en los medios de comunicación sobre las mediciones de calidad del aire no está suficientemente desarrollada, implicó el seguimiento a los reportes presentados por el Iboca, respecto a las zonas

Carvajal-Sevillana, Kennedy y Bosa, en horas de alto tránsito vehicular. De modo similar, se efectúa una revisión y análisis de gráficos aportados por la *Red de Monitoreo de Calidad del Aire de Bogotá – RMCAB* en relación con a la concentración de material particulado (PM10, PST, PM2.5), de gases contaminantes (SO2, NO2, CO, O3) y de las variables meteorológicas de precipitación, velocidad y dirección del viento.

Este acercamiento permitió a los estudiantes desarrollar interpretaciones acerca del comportamiento de variables y concluir relaciones entre los reportes de las instituciones encargadas del control de la calidad del aire y lo dado a conocer en los canales de televisión en los espacios informativos. De modo paralelo, permitió considerar que las fuentes de emisión de material contaminante, pese a tener relación con el problema de contaminación, no son el único aspecto asociado y sugieren la necesidad de encontrar formas de medir la contaminación producida por automotores y el grado de afectación en los sectores donde residimos.

Segundo acercamiento. Asumir que todo es cierto

Asumir que todo lo presentado en los medios de comunicación es cierto, permitió considerar las implicaciones que tiene el seguimiento preciso de lo indicado en el Decreto 047 de 2020. Establecer hipótesis respecto a la contaminación del aire y reflexionar sobre los factores climáticos medioambientales asociados al problema. De modo paralelo, permitió indicar cómo actúan diferentes variables en el comportamiento de una medición específica, en este caso, de la calidad del aire, respecto a la escala de medición dada por el IBOCA.

Los estudiantes que desarrollaron la propuesta desde esta postura consideraron la importancia de medir y comparar la incidencia de factores climáticos en la variación de los reportes dados por el Iboca, realizaron la construcción de un instrumento para analizar la incidencia del calor en la variación del volumen de un gas y tejieron hipótesis acerca del comportamiento de materiales particulados y gases según el clima.

Entropía y posibilidades que quedan abiertas

Teniendo en cuenta que EEM surge desde la discusión sobre la consideración por el Otro en la clase de matemáticas, queda abierta la investigación en términos de las relaciones sociopolíticas que enmarca la clase y de cómo las ideas sobre la asignatura escolar posibilitan acercamientos o distanciamientos entre los sujetos de la clase.

Se reafirma la posición planteada en Morales (2017, p. 106) acerca de la importancia de hacer seguimiento a la forma como se impactan las percepciones que los estudiantes tienen de las matemáticas, al desarrollar escenarios de aprendizaje como los descritos y sobre las reflexiones que se tejen cuando lo trabajado en la clase no es asunto "exclusivo" de las matemáticas.

Destacamos que hemos percibido mayor aceptación frente a lo trabajado en la clase cuando el abordaje se hace desde contextos que les permite a los estudiantes dotar de sentido lo matemático. Con lo anterior es importante señalar que la clase de matemáticas vista desde espacios de discusión, comunicación y consenso modifica radicalmente lo que los planes de estudio tradicionales disponen para el desarrollo de la asignatura escolar y que eso genera tensiones con la comunidad académica, que desde sus narrativas defiende unas matemáticas formales y consecutivas basada en preconceptos.

Referencias

García, G., Valero, P. y Camelo, F. (2013). Escenarios y ambientes educativos de aprendizaje de las matemáticas. Constitución de subjetividades en educación matemática elemental. En G. García, P. Valero, C. Salazar, G. Mancera y J. Romero (Eds.), *Procesos de inclusión/exclusión, subjetividades en educación matemática* (pp. 46-76). Universidad Pedagógica Nacional; Universidad de Aalborg; Universidad Distrital Francisco José de Caldas; Colciencias.

García, G., Valero, P., Camelo, F., Mancera, G., Romero, J., Peñaloza, G. y Samacá, S. (2009). *Escenarios de aprendizaje de las matemáticas: un estudio desde la perspectiva de la educación matemática crítica*. Universidad Pedagógica Nacional.

Martínez, E. (2014). *Estudio del aprendizaje de las matemáticas basada en proyectos. Tensiones educativas de su implementación en una escuela de estudiantes en posición de frontera.* (Tesis de Maestría Educación Énfasis en Educación Matemática). Universidad del Valle.

Morales, R. (2017). *La consideración por el Otro en la clase de matemáticas. Un estudio desde la perspectiva de la educación matemática crítica*. (Tesis de Maestría Educación Énfasis en Educación Matemática). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática*. Una Empresa Docente.

Skovsmose, O. y Valero, P. (2012). Rompimiento de la neutralidad política: el compromiso crítico de la educación matemática con la democracia. En P.

Valero y O. Skovsmose (Eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 1-23). Una Empresa Docente.

Verdín, D., Godwin, A. y Ross, M. (2018). STEM Roles: How Students' Ontological Perspectives Facilitate STEM Identities. *Jounal of Pre-College Engineering Education Research* (J-EER), *8*(2), Article 4. https://doi.org/10.7771/2157-9288.1167

¿Cómo enseño matemáticas desde una mirada socioepistemológica?

Experiencia de aula

Paola Alejandra Balda Álvarez*

Resumen

El propósito de esta difusión es dar a conocer la fundamentación teórica y las mediaciones prácticas que se presentaron durante el proceso de planeación e implementación de una experiencia de aula desarrollada bajo los principios de la visión socioepistemológica. Las clases se desarrollaron durante un trimestre escolar con los estudiantes de grado once de la Institución Educativa General Santander del Municipio de Soacha en el marco de un curso de cálculo y tuvieron como objetivo aportar al desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional y sus fundamentos. Para la planeación de cada clase se plantearon cuatro momentos. Los resultados de la experiencia muestran cómo este tipo de propuestas de aula contribuyen a consolidar una mirada de las matemáticas en donde su funcionalidad y usos son base en las resignificaciones continuas del saber.

Palabras clave: pensamiento abductivo, socioepistemología, pensamiento y lenguaje variacional.

* Institución Educativa General Santander, Colombia.
Contacto: pbalda20@hotmail.com

Introducción

La preocupación de la comunidad de matemáticos educativos por proponer estrategias que permitan visibilizar diferentes formas de enseñanza de las matemáticas ha ido creciendo, de ahí que se reconozca la necesidad de que escenarios como el Encuentro Distrital de Educación Matemática propongan como eje central de sus discusiones qué matemáticas se enseñan y cómo se enseñan las matemáticas en nuestro distrito y sus alrededores. Este interés no es ajeno para la autora de este escrito. Por ello, planteó una propuesta de trabajo en el aula, desde una mirada reflexiva, fundamentada bajo los principios de un marco socioepistemológico con el objetivo de transformar la manera como se conciben las matemáticas a enseñar y las formas como estas llegarán al aula. Las situaciones se implementaron en estudiantes de grado once de la Institución Educativa General Santander, ubicada en el municipio de Soacha.

Descripción de la propuesta

Para llevar a cabo la experiencia, se partió del análisis de una fundamentación teórica que tuviese como propuesta el desarrollo de formas de razonamiento abductivo. Fue allí donde apareció el enfoque socioepistemológico como herramienta clave para el desarrollo de la experiencia. Se hicieron revisiones de experiencias de aula fundamentadas bajo los principios de la teoría socioepistemológica de la matemática educativa y se dio paso a la construcción de todo el bagaje de actividades que conformaron la unidad. Los análisis de la implementación se realizaron partiendo de la observación de las acciones de los estudiantes y la reflexión en torno a su implementación, lo cual sirvió como base para una nuevas planificaciones y readaptaciones de la propuesta.

La práctica de aula se estructuró en cuatro fases. En la primera fase, se construyó toda la fundamentación teórica, la detección de un contexto de interés para los estudiantes y la construcción de la macroestructura de la unidad. En la segunda fase, que correspondió al diseño del plan de acción, se diseñaron las situaciones de aprendizaje, cada una compuesta por cuatro momentos: exploración, procedimental, de consolidación y de autoevaluación. La tercera fase concernió a la implementación de la práctica y el análisis de la información. La última fase fue la evaluación del plan y mejora de la acción, en la cual se hicieron reflexiones y análisis de los procesos llevados a cabo.

Fase I. Fundamentación de la propuesta

La secuencia de situaciones de aprendizaje se constituyó como parte de un curso de Cálculo para estudiantes de grado once y se planeó a partir de un contexto de interés para los estudiantes que permitiera el desarrollo de una serie de situaciones que aportarán a alcanzar los desempeños propuestos en las mallas curriculares en este nivel. El ejercicio de proponer formas alternativas de trabajar el cálculo permitió identificar escenarios de transversalidad vertical (con las matemáticas mismas) y horizontal (con otras áreas del conocimiento) enmarcadas en un contexto de significación para la matemática en juego; esto posibilitó la selección de un contexto motivador y de gran interés para los estudiantes.

Una vez seleccionado el contexto (la cocina), se procedió a la indagación de estudios concernientes al cálculo desde diversas posturas didácticas. El enfoque con mayor número de convergencias con los ideales y principios de la propuesta fue el enfoque socioepistemológico, el cual pone en consideración propuestas que vayan más allá de lo cognitivo y que incorporen lo didáctico, lo epistemológico y lo social en el hacer del aula, lo cual favorece la resignificación de los objetos matemáticos propios del cálculo en escenarios más allá de lo escolar. Los fundamentos de la propuesta socioepistemológica se basan en una serie de investigaciones que buscan erradicar problemáticas como la referida por Cantoral (2019, p. 81), quien afirma que "los estudiantes de bachillerato e incluso a nivel universitario, muestran que después de cursar una o más asignaturas relativas al cálculo diferencial e Integral, no logran una comprensión satisfactoria de los conceptos e ideas más relevantes".

Desde mi postura como docente y mis años de experiencia en el aula me atrevo a conjeturar que esto quizá obedezca a que la enseñanza en bachillerato tiene poca relación con escenarios de la vida cotidiana que precisan del estudio del cambio y está determinada por un discurso matemático escolar tradicional en el cual predominan las matemáticas utilitarias, carentes de marcos de referencia y lineales. Por tanto, reconocer cómo el pensamiento variacional es y ha sido fundamental en el desarrollo del conocimiento científico, entender sus mecanismos y efectos en diversos fenómenos, se constituye en base fundamental de sus significados y propuestas renovadas para el aula. Es por ello que, la experiencia de aula se consolidó a través de diversos principios de la variación mencionados por Cantoral, Caballero, y Moreno (2016), Cantoral y Farfán (1998), los cuales consideran el cambio como una modificación de estado y la variación como la cuantificación de dicho cambio; así, la construcción del concepto de variación demanda:

> [...] la integración de distintos campos simbólicos, numéricos, algebraicos, analíticos, visuales, gráficos y geométricos, así como una adecuada comprensión de procesos matemáticos específicos, como: número, variable, constante, parámetro, función, límite, continuidad, derivada, integral, convergencia, representación e infinito para tener una adecuada construcción de las nociones de cambio y la variación. (p. 45)

De este modo, se consideró que los diferentes conceptos matemáticos de la propuesta de aula no era necesario objetivarlos, sino constituirlos y asumirlos como herramientas y argumentos para significar el cambio y la variación: analizarlo, *numerizarlo*, modelarlo, *algebrizarlo*, como objetivos propios de la actividad que realiza el ser humano al hacer matemáticas (Buendía y Cordero, 2005).

Por lo anterior, las situaciones de aprendizaje buscaron, a través del empleo y desarrollo de herramientas matemáticas, aportar a la comprensión y construcción del cambio y la variación, centrando su interés en dar respuesta a preguntas como: qué cambia, cómo y cuánto, respecto a qué cambia, a través de una lógica de razonamiento abductivo que buscó partir de la "descripción de un fenómeno, para llegar a la conjetura o hipótesis de la que extrae las razones plausibles y que aporta al desarrollo de la creatividad, la intuición y la invención" (Cantoral, 2019, p. 86).

Fase II. Diseño de situaciones de aprendizaje

Tal y como se mencionó en el apartado anterior, la experiencia partió de considerar a la abducción como uno de los diferentes tipos de razonamientos existentes y que va en coherencia con la evolución pragmática en la construcción de conceptos matemáticos propuesta por Cantoral (2013), la cual aportó a la edificación de formas alternativas de pensar y la construcción de escenarios de aprendizaje fundamentados bajo los principios de la teoría socioepistemológica.

En una primera etapa, se seleccionaron situaciones cercanas y llamativas a los estudiantes, que se constituyeran en contextos para la creación de la propuesta. Luego se buscaron textos, videos, podcast, historias o noticias que situaran a los estudiantes en el contexto. Esta fase implicó, además, la construcción de preguntas que condujeran a los niños a un proceso de organización de información, elaboración de hipótesis y verificación de estas. En la segunda etapa se realizó la implementación de las situaciones de aprendizaje, en un periodo de tres meses repartidos en dos clases semanales de dos horas cada una. Paralelo a la implementación se llevó a cabo la observación de los efectos de la acción. Una vez finalizada la implementación tuvo lugar la reflexión. En este artículo se presentan los resultados de la observación y la reflexión de la implementación de una de las situaciones de aprendizaje que configuran la unidad.

Tabla 1. Situación de aprendizaje sobre la función lineal I

Tema: Función lineal

Para esta clase debes traer:

- limón
- agua
- azúcar
- vaso reutilizable

a. **Fase exploratoria**

Realiza la siguiente lectura sobre la historia de la limonada tomada de: https://culturacolectiva.com/historia/la-historia-de-la-limonada

Según el historiador Clifford A. Wrigt el agua de limón, mejor conocida como limonada, nació en el Antiguo Egipto. Algunos papiros encontrados en El Cairo dan indicio que desde el siglo X ya se comercializaba una bebida a base de jugo de limón y azúcar. También existen libros de cocina árabes del siglo XIII en los que se encuentran recetas para bebidas a base de jarabe de limón. Se pueden encontrar algunas variaciones en la costa del Mediterráneo y Mongolia que convertían a la limonada en una bebida ligeramente embriagante.

En la España medieval, durante la celebración de la Pascua, la única bebida permitida era el vino tinto rebajado con limonada, la sangría. Por ser lo único que los cristianos ortodoxos consumían —sobre todo en la provincia de León— la limonada se relaciona con la expresión "matar judíos", refiriéndose, también, al decreto del rey Felipe IV de Navarra para la expulsión de los mismos en 1306: "Limonada que trasiego, judío que pulverizo".

Por otro lado, durante el siglo XVII en Francia se podían encontrar vendedores ambulantes, "limonadiers", que comerciaban tarros de limonada a bajo precio. Remoto antecedente a la costumbre estadounidense en que los niños pequeños venden limonada en puestos afuera de sus casas. Sin embargo, fue hasta el siglo dieciocho que esta bebida llegó a América. Aquí, las recetas se multiplicaron encontrando versiones con leche, canela, soda, esencia de jazmín o rosas, huevo o incluso gotas de ácido sulfúrico. La limonada era una bebida de recreación pero, también, una bebida medicinal; mezclada con semilla de linaza, fue considerada un tónico útil para el resfrío, y combinada con leche de magnesia se volvía un efectivo purgante.

En 1870, la primera dama Lucy Ware Webb Hayes persuadió al presidente Hayes a prohibir el consumo de alcohol dentro de la Casa Blanca, dando como alternativa la limonada, ganándose así el sobrenombre de "Lemonade Lucy". Gracias a esto, la limonada se volvió una bebida de élite consumida en reuniones y días de campo. La popularidad de esta bebida propició la invención de extractores de jugo y otros gadgets que facilitaran su preparación, e incitó, también, a diseñar contenedores especiales para su consumo.

Apropiada para todo público y para cualquier ocasión, desde el siglo XX la limonada se ha vuelto una bebida obligada en fuentes de sodas, restaurantes e, incluso, bares y tabernas. A pesar de que ahora hay versiones instantáneas en polvo o embotellados con saborizantes y colorantes artificiales, el agua de limón natural sigue siendo favorita de grandes y chicos.

Fuente: elaboración propia.

A continuación, se presenta una de las situaciones en torno a la función lineal.

Tabla 2. Situación de aprendizaje sobre la función lineal II

¡A trabajar! • Elabora con tus compañeros la limonada ideal teniendo en cuenta los ingredientes que usaste (cantidad). • Describe los ingredientes y la cantidad de ingredientes empleados. ¿Qué le aporta cada ingrediente a la limonada? ¿Por qué cada ingrediente es importante? • ¿En tu casa consumen limonada? ¿Cómo la hacen? ¿Por qué crees que la limonada es un refresco mundial?
b. Fase procedimental • Prueba la limonada de otros grupos. ¿En qué se diferencian con la tuya? Argumenta tu respuesta. • Haz una tabla comparativa d ellos ingredientes que empleaste para tu limonada y aquellos empleados por otro grupo de compañeros. • Representa gráficamente las relaciones que se establecen entre los ingredientes de la limonada ejemplo: limón y azúcar o agua y azúcar ¿qué observas? • Si quieres vender la receta de tu limonada a otro grupo cómo la escribirías de forma que ellos pudieran usarla para hacer dos vasos, tres vasos, cuatro vasos, n-vasos.
c. Fase de consolidación • Describe la gráfica que representa la relación entre los ingredientes. ¿Cómo es la gráfica? ¿Qué representa? • ¿Qué características tienen las relaciones que se establecen en la gráfica? • ¿En qué otras situaciones de la vida real se evidencian ese tipo de relaciones?

Fuente: elaboración propia.

Fase III. Implementación de las situaciones de aprendizaje

La implementación de las situaciones de aprendizaje condujo a un trabajo reflexivo en torno al quehacer, en el cual los estudiantes cimentaron ideas propias respecto a la variación, construyeron modelos, hicieron descripciones de modelos, dieron significados a conceptos matemáticos, asociaron conceptos matemáticos a situaciones de la vida real, propusieron conjeturas y las comprobaron. A continuación, se presentan evidencias de cada una de las acciones.

Ideas de variación. Las ideas de variación y relación entre variables pusieron en manifiesto diversas formas de razonamiento proporcional, tanto aditivo como multiplicativo. Al respecto, los niños manifestaron:

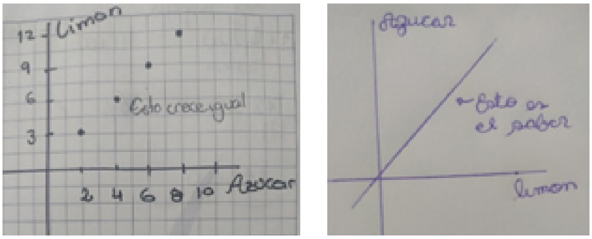
"Acá vemos que entre más azúcar, necesitamos más limones, pero no es solo más, es como una cantidad igual". (Razonamiento aditivo)

"Si aumento el doble de azúcar, aumento el doble de limón, *y así con el triple y con todo"*. (Razonamiento multiplicativo-intra)

"Yo veo como que depende una cosa de la otra". (Razonamiento multiplicativo inter)

Construcción de modelo. Los estudiantes representaron en ejes cartesianos las relaciones entre ingredientes y además dieron una interpretación a la pendiente.

Figura 1. Modelos construidos por estudiantes



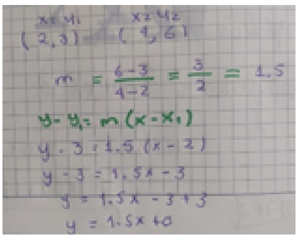
Fuente: fotografía de un cuaderno de un estudiante (Andrés).

Descripción de modelos. Los niños consultaron y asociaron estos nuevos conocimientos con conocimiento previos para hacer descripciones precisas y argumentadas.

"Profe, eso me acuerda a lo que vimos el año pasado de la recta".

"O sea que esa limonada tiene una fórmula".

Figura 2. Descripción de modelos usando conocimientos matemáticos



Fuente: fotografía de un cuaderno de un estudiante (Darly).

Significados a conceptos matemáticos. Los niños dan un significado a los objetos matemáticos, en este caso, la pendiente significa el sabor.

"Profe, en la gráfica esa inclinación es diferente en cada grupo. Mire que en el grupo de Darly la línea est*á* como más hacia abajo y la limonada es como más dulce, mientras que en el en grupo de Lina la línea va más arriba y es como más ácida".

"Profe eso es como el sabor". (Acá la pendiente es asociada al sabor)

Asociación de conceptos matemáticos a situaciones de la vida real. Los niños buscan y exponen otros escenarios con comportamientos similares al expuesto.

"Profe, eso también pasa cuando uno hace problemas de la regla de tres".

"S*í*, digamos en el precio de cosas también da una recta cuando se relacionan el precio y el producto".

Conjeturas y comprobación. Los niños caracterizan los resultados.

"O sea que las relaciones de este tipo son líneas rectas; s*í,* son líneas rectas siempre".

Fase IV. Consideraciones finales

El propósito de la fase exploratoria es plantearles a los estudiantes una situación problema contextualizada. En este caso, se partió de una lectura que permitiera acercarlos a la situación y generar algunos procesos reflexivos. Además, se formularon interrogantes que los lleven a la recolección y organización reflexiva de la información. Una organización que se prevé que sea, en primera instancia, un proceso intuitivo carente de razonamientos profundos y del uso de herramientas lógicas.

La segunda fase, la fase procedimental, conduce a los estudiantes a un ejercicio reflexivo y comparativo. En este punto, las argumentaciones no solo deben ser intuitivas, sino argumentaciones fundamentadas en razonamientos lógicos, procesos matemáticos y herramientas de diverso tipo. Esta fase en fundamental guiarla de manera que el estudiante sienta la necesidad de indagar información útil y necesaria para resolver la situación. En este apartado, las matemáticas adquieren un valor funcional y se significan a través de ese uso.

En la fase de consolidación se propone a los estudiantes tareas que permitan aplicar los aprendizajes consolidados en las fases anteriores, a través de un proceso que demanda la aceptación de los procesos en el grupo. Es una fase de validación del saber, de reconocimiento de la extensión de un saber en diversos contextos. En ella se pone en juego, además, la confianza y asertividad de los aprendizajes construidos y el uso de las matemáticas.

Referencias

Balda, P. (2018). *Una epistemología de usos de los proporcional. Un estudio socioepistemológico en el contexto de la huerta escolar*. (Tesis doctoral). Universidad Santo Tomás.

Buendía, G. y Cordero, F. (2005). Prediction and the periodic aspect as generators of knowledge in a social practice framework. A socioepistemological study. *Educational Studies in Mathematics*, *58*(3), 299-333.

Cantoral, R. (2013). *Teoría socioepistemológica de la matemática educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. Gedisa.

Cantoral, R. (2019). *Caminos del saber*. España: Gedisa.

Cantoral, R. Caballero, M. y Moreno, G. (2016). El desarrollo de argumentos visuales. *Perfiles Educativos*, *XXXVIII* [número especial].

Cantoral, R. y Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilón*, *42*, 353-369.

McKnight, C., Magid, A., Murphy, T. y McKnigt, M. (2000). *Mathematics Education Research: A Guide for the Research Mathematician*. American Mathematical Society.

Clases personalizadas: un espacio para la resolución de problemas, el desarrollo del lenguaje matemático y la reflexión profesional

Experiencia de aula

Brandon Ayala García*

Resumen

Este trabajo presenta el análisis de la resolución de una estudiante al enfrentarse a un problema de fracciones, en el marco de una clase personalizada. El objetivo principal que se propone es determinar cómo las interacciones dadas entre docente-estudiante dan lugar a algunos registros y representaciones semióticas y congruencia entre ellos. Se encontró que la práctica docente se fundamentaba en aspectos de la resolución de problemas como metodología de enseñanza-aprendizaje y que estos a su vez propiciaban el tratamiento, dominio y congruencia entre representaciones semióticas gráficas y simbólicas, lo cual se asocia con un desarrollo del lenguaje matemático incipiente pero significativo. Además, se reflexiona sobre las potencialidades de estas prácticas en la labor docente, en torno a la toma de decisiones y orientación de procesos de resolución en el aula de clase.

Palabras clave: resolución de problemas, lenguaje matemático, semiótica, clases personalizadas.

* Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.
Contacto: beag_05@hotmail.com

Introducción

Es innegable que la profesión docente cuenta con un amplio campo de acción, esto ha hecho que desde diversas actividades se contribuya, en mayor o menor medida, a la educación matemática; así, las clases personalizadas pueden considerarse parte de dicho campo de acción, teniendo a su vez dinámicas, interacciones, y relaciones particulares, de cuyo análisis pueden obtenerse resultados interesantes, que favorezcan y aporten a la práctica del docente de matemáticas en otros ámbitos como el aula de clase.

No obstante, el estudio de estas prácticas no suele ser común en las investigaciones de educación matemática. Se puede reconocer con facilidad la predominancia de estudiar grupos estudiantiles enmarcados en un contexto de educación formal o realizar estudios de caso con una persona en particular, pero siendo el investigador quien establece y define los objetivos a alcanzar con el estudiante. Con ello, no se quiere decir que en las clases personalizadas el docente no establezca objetivos de aprendizaje, sino que, por lo general, estos son relativos a la formación que recibe el estudiante en su proceso escolar y, consecuentemente, el docente debe adaptarse incluso a métodos y formas de enseñanza distintos con el fin de evitar obstáculos o dificultades en el aprendizaje.

Esta reflexión llevó a centrar la atención en esta actividad, pues se considera que su naturaleza puede proveer de elementos y experiencias al docente, que en otros espacios tal vez no, en especial, por los procesos de comunicación y relación con el estudiante, enriqueciendo su conocimiento didáctico y pedagógico, mejorando así su práctica profesional. En este orden de ideas, se estudió el proceso de resolución de una estudiante cuando se enfrentaba a un problema de fracciones, en el marco de una clase personalizada, con el objetivo de determinar cómo las relaciones e interacciones generadas entre docente-estudiante dan lugar al uso y tratamiento de algunos registros y representaciones semióticas, que contribuyen, *más que a la resolución del problema*, a una mejor comprensión del objeto matemático en cuestión, lo cual puede establecerse en términos de un avance o desarrollo en el lenguaje matemático de la estudiante.

De esta manera se estructuró un marco conceptual, que aborda algunos conceptos de la resolución de problemas como enfoque metodológico, haciendo hincapié en aspectos relacionados con la comunicación, interacción y relación con los estudiantes; además, el análisis se desarrolló a partir de los planteamientos de Duval (1999), en relación con los registros y representaciones semióticas, los cambios y tratamiento con ellos y, en consecuencia, la congruencia entre estos.

Como primera medida, conviene mencionar algunas ideas que ayudan a visualizar lo que se está entendiendo por resolución de problemas. Al respecto, Shoenfeld (1985, citado en Parra y Breda, 2017) lo define como el uso de problemas o proyectos cuya solución no se da de forma inmediata y por medio de los cuales los estudiantes aprenden a pensar matemáticamente. Según Parra y Breda (2017), esta propuesta "es un proceso que involucra aspectos, sociales, culturales, afectivos, sistemas de creencias y procesos metacognitivos, donde los estudiantes deben, por sí mismos, hacer el plan, el control y el monitoreo cuando están resolviendo un determinado problema".

Estos planteamientos no se alejan de las ideas de Lesh y Zawojewski (2007, citados en Santos 2008) en cuanto definen la resolución de problemas como:

> […] el proceso de interpretar una situación matemáticamente, la cual involucra varios ciclos interactivos de expresar, probar y revisar interpretaciones —y de ordenar, integrar, modificar, revisar o redefinir grupos de conceptos matemáticos desde varios tópicos dentro y más allá de las matemáticas. (p. 3)

Una definición que, según Santos (2008), posee como rasgo relevante el que "la comprensión o el desarrollo de las ideas matemáticas conlleven a un proceso de reflexión donde el estudiante constantemente refine o transforme sus ideas y formas de pensar como resultado de participar activamente en una comunidad de práctica o aprendizaje". Esto desde este autor, lleva a identificar la resolución de problemas:

> […] como una forma de pensar donde una comunidad de aprendizaje (los estudiantes y el profesor) buscan diversas maneras de resolver la situación y reconocen la relevancia de justificar sus respuestas con distintos tipos de argumentos. Es decir, la meta no es solamente reportar una respuesta, sino identificar y contrastar diversas maneras de representar, explorar y resolver el problema. (p. 4)

Vale la pena recalcar el hecho que en una clase personalizada la comunidad de práctica se reduce al docente y a un estudiante, lo cual condiciona las dinámicas y las interacciones que se dan en la resolución del problema de una manera distinta a las que se pueden dar en un aula de clase.

Ahora bien, el desarrollo de una propuesta desde la resolución de problemas implica entonces, como lo establece Fernández (2006), que "la función del profesor no sea la de transmitir la información que posee, sino la de provocar su realización" y que "cuando se pretende orientar la mente del alumno a situaciones cuya solución depende de operaciones matemáticas, se parte de situaciones capaces de generar ideas de distinción y comprensión de cada una de tales operaciones".

Dicho esto, y teniendo en cuenta que el análisis de la resolución del problema está basado en los registros y representaciones semióticas, se hace necesario definir estos conceptos, para posteriormente comprender su repercusión en el aprendizaje de las matemáticas. De esta manera, para Duval (2004) un sistema de representación se convierte en un registro semiótico si posibilita tres actividades cognitivas vinculadas con la semiosis: 1) existencia de una representación identificable; 2) tratamiento, cambio de representaciones en un mismo registro; y 3) conversión, cambio de representaciones cada una en registros distinto.

Con esto se hace necesario hablar de la congruencia entre representaciones, es decir, que las unidades significantes de cada representación se correspondan y sean coherentes entre sí, estén en un mismo registro o no. Para ello, Duval (1999, citado en Oviedo, *et al.*, 2012) establece tres criterios fundamentales, por lo que si alguno de ellos no se cumple no puede hablarse de una congruencia entre representaciones:

i. *Univocidad semiótica terminal*: existe una correspondencia uno a uno entre las unidades significantes elementales tanto de la representación de partida como la de llegada.
ii. *Correspondencia semiótica*: cada unidad significante elemental de una representación puede asociarse con otra del mismo registro.
iii. *Conservación de orden*: la organización de las unidades significantes elementales de las representaciones nombradas, conduce a aprehender las unidades en correspondencia semántica, según el mismo orden.

Lo anterior toma sentido cuando se entiende como lo plantea el mismo autor, es decir, que el aprendizaje de un objeto matemático, dado su carácter abstracto, solo se consigue por medio de sus representaciones, sin que alguna agote o abarque totalmente dicho objeto. Por lo tanto, el desarrollo del lenguaje matemático estará definido por la diversidad y por el correcto tratamiento que se den de las representaciones de determinado objeto, lo cual es sinónimo de su comprensión.

Descripción de la experiencia

Para este trabajo se tomó en consideración una de las clases personalizadas desarrolladas con una niña de grado sexto de un colegio privado de Bogotá. Para la sesión de clase en cuestión, se le solicitó al docente apoyar y orientar la realización de un taller de fracciones, propuesto en el libro de texto del instituto educativo, sin que existiera conocimiento previo de este, es decir, no hubo una planeación de la sesión, lo cual es un factor por tener en cuenta en el análisis y resulta determinante en las interacciones entre docente-estudiante.

Del taller, se debía resolver el siguiente problema: "¿En cuántos dieciseisavos excede $\frac{1}{3}$ de $\frac{9}{4}$ a $\frac{1}{4}$ de $\frac{3}{4}$?". La clase fue grabada en video para su posterior análisis y se evidencia en la siguiente tabla. Para la trascripción de las conversaciones, se utilizará la notación D (docente) y E (Estudiante) (tabla 1).

Tabla 1. Descripción de la clase y criterios de análisis

Descripción	**Análisis** **En relación con la resolución de problemas**	**En relación a registros y representaciones semióticas**
Se inicia el proceso de resolución con la lectura del problema; el docente le sugiere a la estudiante seccionar el enunciado e ir comprendiendo cada parte por separado. Así, se inicia estudiando la última parte, ¼ de ¾: **D**: ¿Qué significa ese "de"? **E**: ¿Qué hay que multiplicar?... **D**: Multipliquemos —se realiza la operación y se registra el resultado: 3/16-, pero ¿por qué multiplicar? **E:** No, no sé.	En esta parte de la resolución se identifica la interpretación inicial de la situación (Lesh y Zawojewski, 2007). Aquí el docente es quien sugiere una forma de abordar el problema, lo cual determina y condiciona la estrategia que pondrá en juego la estudiante más adelante. El docente realiza cuestiones que conllevan a justificar el porqué de un procedimiento, es decir, no solo se aprueba la respuesta de la estudiante, sino se conduce a reflexionar más allá.	Se evidencia el tratamiento del enunciado planteado en dos representaciones diferentes, cada una en dos registros distintos, a saber, lengua natural y simbólico. Se divide el enunciado en composiciones de unidades significantes y se estudia una de ellas (1/4 de 3/4) tratando de comprender la interpretación matemática de la palabra "de", dado el contexto en el que se formula. La estudiante conoce la operación que está vinculada, y el procedimiento que debe llevar a cabo con las representaciones simbólicas, *más no el porqué*.
El docente le propone retomar la misma parte del enunciado, pero relacionándolo con un contexto cotidiano, entonces: **D**: 3/4 de torta, ¿cómo se representa? La estudiante realiza la representación gráfica, mientras la dibuja, cuenta en voz alta y colorea las 3 partes correspondientes, de las 4 en las que divide la unidad "1 torta".	A partir de la necesidad de justificar el procedimiento utilizado y comprender mejor el problema (Santos, 2008), se da origen al uso de situaciones cotidianas, esto es, expresar, probar y revisar otras interpretaciones (Lesh y Zawojewski, 2007). Las preguntas llevan a la estudiante a poner en juego sus conocimientos previos y usa como estrategia representaciones ya conocidas.	Se da lugar a una nueva representación y con ella un nuevo registro semiótico: el gráfico se evidencia que cumple los criterios de congruencia con la representación simbólica. Aquí existen expresiones verbales que contribuyen a la estudiante a plantear una representación gráfica correcta de los ¾ de "torta".

<table>
<tr><th rowspan="2">Descripción</th><th>Análisis</th><th rowspan="2">En relación a registros y representaciones semióticas</th></tr>
<tr><th>En relación con la resolución de problemas</th></tr>
<tr><td>Entonces se le sugiere,
D: Supón que te dicen “tráigame un cuarto de torta”: ¿cuánto le llevarías?
La estudiante realiza la representación gráfica y la compara con la representación simbólica explicando cómo se corresponden.
Se le sugiere que “haga lo mismo”, pero ahora en los ¾. Luego de varios intentos y reflexiones, la estudiante divide los ¾ nuevamente en 4 y toma una parte, consiguiendo así la representación correcta de ¼ de los ¾.</td><td>El docente continúa utilizando situaciones que permiten a la estudiante relacionarlo con su experiencia y conocimientos previos. Las interacciones entre estudiante y docente son continúas y recíprocas; las preguntas y sugerencias propuestas por el docente son un elemento clave en el proceso de resolución, pues al cuestionar las acciones realizadas por la estudiante la orienta y la lleva a ser consciente de las relaciones que encuentra entre la situación hipotética y el problema.</td><td>Aquí hay un tratamiento de representaciones gráficas cuya congruencia con la representación simbólica es expresada por la estudiante, quien muestra dominio en el uso y cambio de representaciones de este tipo. Más adelante trabaja netamente con las representaciones gráficas, estableciendo relaciones para razonar y determinar estrategias, con lo cual obtiene un resultado parcial a una parte del problema planteado.</td></tr>
<tr><td>Se le pide que establezca la fracción obtenida, pero en relación a toda la torta: la estudiante realiza varios intentos, dibuja, borra y expresa sus ideas; vuelve a dibujar los ¾ y divide una de sus partes, tratando de representar nuevamente ¼ de ¾. El docente la cuestiona sobre si todas las partes son iguales y ella dice que no por lo que se le ocurre dividirlo en más partes, divide cada parte en 2, quedan 12, y para establecer la fracción solicitada divide también la unidad de la misma manera, con lo cual quedan 16 partes iguales.</td><td>En este momento, se busca identificar y contrastar diversas maneras de representar, explorar y resolver el problema, (Santos, 2008). Se pretende que la estudiante extienda su razonamiento más allá de una respuesta aceptable. Aquí se presenta confusión del estudiante, pero se logran sobreponer, las preguntas realizadas por el docente hacen que la estrategia de resolución se base en el manejo de las representaciones, dividirlas, marcarlas con otro color, etc.</td><td>Las representaciones gráficas utilizadas siguen siendo las mismas que se han venido utilizando; sin embargo, la falta de precisión en estas —divisiones a mano alzada, y no proporcionales— hace que la estudiante corrija y realice nuevas representaciones; aunque adquiriere mayor agilidad en la construcción de estas representaciones conforme avanza en el proceso de resolución.
Existen señalamientos con el marcador y expresiones verbales tanto por el docente como por la estudiante, que llevan a reforzar la congruencia entre representaciones.</td></tr>
</table>

Descripción	Análisis En relación con la resolución de problemas	En relación a registros y representaciones semióticas
Se trabaja sobre la representación de la unidad, pero considerando siempre la representación de los 3/4 y objetivo de dividirlo en 4 partes iguales. Se plantean situaciones cotidianas de reparto, que llevan a la estudiante a dividir gráficamente los ¾ a partir de las 16 partes en que estaba dividida la unidad, así logra encontrar que ¼ de ¾ corresponde a 3/16 de la torta completa, esto es, de la unidad. El docente continuamente está retroalimentando lo conseguido hasta el momento y los objetivos parciales a los que se deben llegar, haciendo relaciones y señalamientos entre las representaciones gráficas y las simbólicas.	La orientación del docente parte de situaciones capaces de generar ideas de distinción y comprensión de cada una de las operaciones relacionadas en el problema (Fernández, 2006). Con esto, la estudiante se apropia de una forma de proceder para resolver el problema desde el uso de representaciones gráficas de objetos y en contextos conocidos, pero sin dejar de lado el problema inicial. Esto fomenta una forma de pensar donde una comunidad de aprendizaje (los estudiantes y el profesor) busca diversas maneras de resolver la situación. (Santos, 2008).	En este punto de la resolución, a pesar que el tipo de registro y representación semiótica son pocos, se evidencia una mejor comprensión y manejo de estas. Así, de una misma representación la estudiante distingue y omite partes de ella convenientemente. Luego es capaz de asociar los resultados que obtiene con la respuesta a la parte del problema estudiado, lo cual surge de las indicaciones o intervenciones verbales del docente.
Se concluye que el resultado es el mismo que al multiplicar, por lo que la estudiante menciona: **E:** ¿y no resultaba más fácil operar que hacer todo ese procedimiento tan largo? **D:** *Sí pero ese procedimiento, no lo vas hacer siempre, es para que entiendas por qué se debe multiplicar.*	Se hace importante reflexionar en torno a la actividad matemática que se ha realizado y su relevancia para el aprendizaje de las matemáticas. El docente juega un papel fundamental en dicha reflexión, pues es quien encamina y posibilita comprender la importancia de entender que no es suficiente con saber qué operación realizar, sino además el por qué se debe realizar.	En este momento de la resolución las representaciones gráficas elaboradas en todo el proceso son utilizadas para extender el conocimiento sobre las fracciones. De esta manera, se le plantea a la estudiante determinar qué fracción de "torta" es más grande ¼ o 1/16 escribiendo simbólicamente estas fracciones.

Descripción	Análisis En relación con la resolución de problemas	En relación a registros y representaciones semióticas
También se reflexiona en torno a cómo las representaciones simbólicas de los fraccionarios pueden ser confusas a la hora de establecer una fracción mayor que otra.	Igualmente, se logra vincular con otros aspectos del mismo objeto matemático, como lo es el determinar cuándo una fracción es mayor que otra, siendo las representaciones gráficas fundamentales para lograr tal fin.	La estudiante realiza una comparación entre las representaciones, que se encuentran además en registros diferentes, y finalmente logra justificar a partir de la representación gráfica que ¼ sea más grande que 1/16.
Posterior a este proceso, la siguiente parte del enunciado, 1/3 de 9/4, se halla realizando la multiplicación. Se analiza el término "excede", que no resultaba del todo claro para la estudiante, y se entiende que para dar respuesta al problema deben restarse los resultados obtenidos parcialmente. La estudiante lo realiza y simplifica el resultado final para que fueran dieciseisavos. Esta parte de la resolución se dio en varias fases; sin embargo, para el presente trabajo no se consideraron.	La estudiante utiliza la estrategia más rápida —la multiplicación—, aunque habiendo abstraído en gran medida el proceso que lo justifica. Además, se aplican algoritmos y procedimientos que ya eran conocidos por la estudiante, pero que carecían de sentido práctico, es decir, era un conocimiento aislado y puramente teórico. Cambiando de cierta manera el sistema de creencias de la estudiante (Shoenfeld, 1992) en relación con el objeto matemático	El proceso de resolución llevado a cabo puede considerarse parte de un proceso de abstracción en el que un tipo de registro y representación más visual permite a la estudiante la comprensión de representaciones más abstractas llevando a un tipo de tratamiento distinto de estos objetos y ampliando la visión respecto al objeto matemático abordado.

Fuente: elaboración propia.

Conclusiones

El análisis desarrollado permitió dar cuenta de que las acciones propias del docente estaban fundamentadas en los planteamientos de la resolución de problemas, pues se corresponden con elementos descritos por Santos (2008), Shoenfeld, (1992), Lesh y Zawojewski (2007) y Fernández (2006) al respecto de dicha metodología. En la práctica, estos dieron lugar a dos tipos de registros semióticos predominantes: el gráfico y el simbólico, cada uno con una representación identificable; así mismo, se evidencia que a pesar de que no haya una gran diversidad en los registros y representaciones, el dominio de la estudiante en los que utiliza es suficiente para comprender y resolver problemas similares al planteado inicialmente, y más aún relacionar el objeto matemático con situaciones de su contexto, siendo esto un indicador de un desarrollo del lenguaje matemático incipiente pero significativo.

Cabe resaltar que la comunicación es un elemento particular y característico del tipo de práctica desarrollada y se considera un aspecto incidente en el proceso de resolución y, por ende, en la construcción de representaciones, en al menos dos tipos de registros semióticos, pues durante el tiempo de la sesión —una hora y media aproximadamente— hubo una interacción constante, lo cual no ocurre en el aula de clase, y esto permitió mayor confianza con la estudiante, potenciando la exploración de varios caminos de resolución sin "miedo" a fallar, tratando aquí aspectos socioafectivos relevantes también para el aprendizaje de las matemáticas.

Un aspecto indispensable que se mencionó inicialmente es el hecho de no haber planeado la sesión de clase, pues esto hizo que las intervenciones y orientaciones fueran espontáneas y, en consecuencia, condicionadas por cada momento de la resolución: las preguntas y formulaciones, así como las posibles sugerencias, se mediaban a partir de variables como el problema ya establecido, la experiencia del profesor, el contexto de la estudiante, sus intervenciones y producciones intelectuales. Así, la reflexión de este tipo de prácticas fortalece la comunicación eficaz y el mejoramiento de la toma de decisiones ante posibles situaciones emergentes en el aula que pueden no ser previstas por el docente en la planeación de sus clases.

Referencias

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (Myriam Vega, trad.). Universidad del Valle.

Fernández, J. A. (2006). Algo sobre resolución de problemas matemáticos en educación primaria. *Sigma*, (29), 29-42.

Parra, Y. y Breda, A. (2017). La enseñanza de o desde la resolución de problemas matemáticos: concepciones de profesores de matemática en formación. *Revista de encino de ciências e matemática*, *19*(2). http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/2957

Santos, L, M. (2008). *La resolución de problemas matemáticos: avances y perspectivas en, la construcción de una agenda de investigación y práctica*. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. Blanco (Coords.), *Investigación en Educación Matemática XII* (pp. 159-187). Badajoz: Sociedad Extremeña de Educación Matemática-SEIEM.

Oviedo, L., Kanashiro, A. M., Bnzaquen, M. y Gorrochategui, M. (2012). Los registros semióticos de representación en matemática. *Revista Aula Universitaria*, 13, 29-36.

El cálculo en contra de la intuición

Experiencia de aula

Andrés Mauricio Martínez Novoa*
Junior Raid Yebara Gutiérrez**
Juan Camilo Cobos Caicedo**

Resumen

El presente trabajo tiene como finalidad exponer algunas estrategias para introducir la noción de límite por medio de problemas de tipo geométrico como experiencia de aula. Se ha pensado en el sentido de que existan conexiones entre los conceptos que se aprecian visualmente y los que pueden llegar a considerarse de manera analítica. La idea es establecer registros que conduzcan a la idea de límite de modo inicial. Existen posibilidades de formalizar estas ideas, pero no es el espíritu de esta experiencia de aula que los estudiantes lleguen a formalizar, solo lo que ellos experimentaron a través de su interacción con las situaciones.

Palabras clave: límites, continuidad, Geogebra, registros visuales.

* Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. Contacto: andres.martinez9411@gmail.com

** Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. Contacto: junior_yebara814@hotmail.com

*** Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. Contacto: camilo.cobos91@gmail.com

Introducción

Para la didáctica de las matemáticas, el proceso de enseñanza-aprendizaje del concepto de límite siempre ha sido un foco de atención, debido al interés sobre las interpretaciones que ofrecen los estudiantes y las posibles estrategias que presentan a la hora de enfrentarse a tareas en diferentes contextos de continuidad y aproximación. Como defienden Tall y Vinner (1981), por lo general, se evidencia la existencia de una desconexión entre las imágenes conceptuales provocadas por los alumnos y la propia definición del concepto. Este distanciamiento puede ser promovido por la consolidación de una idea inicial, según Cornu (1981), quien identifica nociones en alumnos, más cercanas a comprender el límite desde una vista gráfica, como si se tratara de una frontera, cargada de un sentido inalcanzable y desprovista de razonamientos acerca de la variación, el movimiento o el cambio, esto apoyado, de igual forma, en el lenguaje y el uso cotidiano de expresiones como "tiende a" o "el límite es".

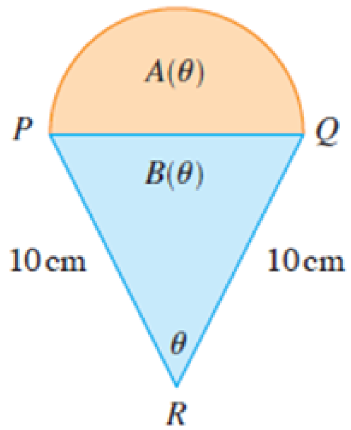
Por consecuente, la presente experiencia nace a partir de la tensión recién expuesta para proponer situaciones problema, las cuales, inciten el correcto desarrollo del concepto de límite, a partir de las ideas generadas por Hitt (1998) sobre la habilidad de la visualización, como medio para la conversión entre registros y la emergencia de concepciones y nociones. Tales situaciones fueron diseñadas desde la adaptación de problemas de cálculo, al *software* Geogebra, con la finalidad de propiciar la evocación de imágenes sobre el límite dentro del entorno virtual para estimular la manipulación de los objetos. Como destacan Rodríguez, Fiallo y Parada (2018), el uso de un recurso digital favorece la actividad matemática del estudiante.

Descripción de la propuesta

La siguiente propuesta está encaminada a movilizar el pensamiento variacional mediante la resolución de dos situaciones-problema orientadas hacia el trabajo con límites. Las situaciones hacen parte de los ejercicios propuestos por el libro de Stewart *Cálculo de una Variable. Trascendente tempranas* (2012).

Situación 1: un semicírculo con diámetro descansa sobre un tríangulo isósceles para configurar una región en forma de cono para helados, como el que se ilustra en la figura 1. Si es el área del semicírculo y es el área del triángulo, halle.

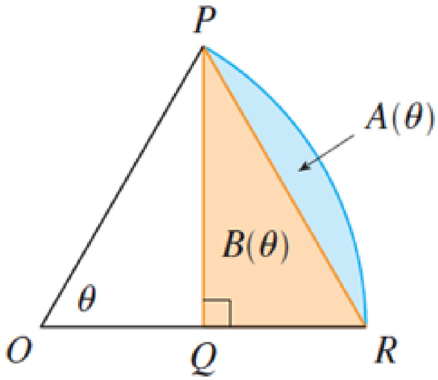
Figura 1. Representación del problema



Fuente: Stewart (2012).

Situación 2: la siguiente figura muestra un sector de un círculo con ángulo central θ. Sea A(θ) el área del segmento entre la cuerda *PR* y el arco *PR*. Sea B(θ) el área del triángulo *PQR*, encuentre el $\lim_{\theta \to 0^+} \frac{A(\theta)}{B(\theta)}$.

Figura 2. Representación del problema



Fuente: Stewart (2012).

Con estos problemas se pretende poner a prueba la intuición apoyados en el desarrollo matemático, para evaluar aspectos relacionados con la emergencia de la noción de límite.

Objetivos

- Provocar la emergencia de nociones sobre límite a partir de situaciones geométricas y analíticas.
- Agilizar procesos del pensamiento variacional a través de la interacción con el software Geogebra.
- Incentivar la construcción del concepto de límite por medio del desarrollo de tareas propuestas sobre contextos dinámicos.

Metodología

Para el desarrollo de esta experiencia, se proponen dos situaciones que están dirigidas a desarrollar procesos de visualización y análisis a partir de la interacción con el *software* de geometría dinámica Geogebra, con la finalidad de que los estudiantes confrontarán su concepción inicial sobre la idea de límite.

La metodología de trabajo está basada en la teoría de las situaciones didácticas (Brousseau, 2007). Para esto, en la propuesta inicial se busca que las situaciones planteadas sean estáticas y se orienten a partir de las siguientes pregunta: ¿cuál considera que es el valor al qué se acerca el cociente entre las áreas, conforme el ángulo θ toma valores próximos a 0 por derecha?

Después, para la situación 1 y 2 se propone como mecanismo interactuar con las situaciones modeladas en el *software*, de manera que los procesos de visualización estén dados por las retroacciones didácticas que el programa provee a los participantes al momento de manipular, deslizar, aproximar y demás acciones que llevan a utilizar la noción de límite creada por el razonamiento del usuario.

En un segundo momento, la consolidación de las percepciones generales de los participantes se utilizarán como insumo en la conceptualización sobre la idea inicial de límite, ya que la interacción a través del Geogebra para la situación 2 provee a cada individuo información intuitiva sobre la solución a la pregunta ¿cuál crees que es el valor al que se aproxima el cociente de las áreas cuando el ángulo θ se acerca a 0 por derecha?

Dentro de la secuencia didáctica creada para el desarrollo del taller, planteamos alrededor de la conformación del conocimiento la metacognición, haciendo referencia a la postura que tienen los individuos de reflexionar sobre sus propios procesos de aprendizaje en el concepto de límite.

Referentes teóricos

En la formulación de problemas adecuados para provocar el significado del concepto de límite, Duval (1995) propone que un estudiante podrá comprender un objeto matemático cuando pueda simbolizarlo en diferentes representaciones o registros. Desde esta perspectiva, Hitt (1998) plantea a la visualización como un proceso por el cual un alumno puede buscar la solución a una situación problema, haciendo uso de imágenes (o cualquier forma de diagrama), las cuales evoquen nociones matemáticas y le permitan conjeturar relaciones entre diferentes registros.

Respecto al proceso de visualización, Zimmermann y Cunningham (1991, p. 3) proponen que esta habilidad está caracterizada por permitirle al estudiante plantear vínculos entre figuras e ideas matemáticas, suscitando sus representaciones para lograr el entendimiento de una situación, apoyado en aportes como el de Macías (2007) y Mosquera y Vivas (2017), quien destaca la valía de la semiótica y el proceso de visualización en la enseñanza de objetos matemáticos, como un recurso para optimizar la comprensión de conceptos abstractos como el de límite, y cómo el trabajo desde un ambiente virtual promueve un proceso más ágil y eficaz.

Por lo tanto, desde este marco puede entenderse a la visualización como un recurso importante en la conversión de sistemas de representación, tales conversiones son relevantes en la comprensión de cualquier concepto, como destaca Kapput (1987), puesto que, desde observaciones hechas por Hitt (1998), el estudio sobre las representaciones le permite al estudiante generar con mayor ductilidad transformaciones entre los registros. Sin embargo, el autor también resalta la importancia de crear contextos adecuados, pues no solo basta con acudir a representaciones geométricas para llegar a la resolución de un problema, sino que el planteamiento de aquella situación debe cumplir con un organizador genérico, así designado por Tall (1987, p. 39), el cual está conformado por un ambiente (o micromundo) que le autoriza al estudiante maniobrar con ejemplos y contraejemplos de un concepto matemático determinado, o bien de un sistema relativo de conceptos.

Enfocando el marco planteado, respecto a la enseñanza del concepto de límite, la visualización puede ser evocada en el trabajo con situaciones geométricas y potenciar sus procesos en el uso de una herramienta tecnológica como Geogebra, generando acercamientos necesarios como los propuestos por Pons (2014), quien reconoce el trabajo sobre las imágenes de tendencia, la coordinación de aproximaciones, la concepción óptima y dinámica de límite, además del uso sobre las diversas formas de representar una función, o en término de registros (gráficos, algebraicos y tabulares), como los pilares fundamentales en la construcción de este ente matemático.

Resultados esperados

Potenciar la intuición que hay detrás del concepto de límite, mediante el desarrollo de las situaciones propuestas con el uso de un *software* de geometría dinámica (Geogebra).

En el desarrollo del taller, se espera generar y reconocer algunas estrategias en el proceso de visualización e interpretación de situaciones geométricas donde emerja la relación entre cambio y variación para comprender la idea inicial del concepto de límite a través del abordaje del desarrollo a las situaciones con el uso de Geogebra.

Dentro de los resultados, también se abre la posibilidad de definir unas estrategias categorizadas en cuatro niveles de abstracción, que es el aporte de este trabajo, basados en la experiencia y desarrollo investigativo sobre las propuestas teóricas encontradas.

Tabla 1. Niveles de asimilación de la actividad

Nivel 1	El participante no reconoce ningún tipo de relación y de variación en las situaciones expuestas.
Nivel 2	Se le dificulta plantear conexiones de cambio en la situación cuando pasan de ser estáticas a variables.
Nivel 3	El participante realiza aproximaciones a la noción de límite; sin embargo, no se le facilita la manipulación de las expresiones analíticas que aparecen en las situaciones.
Nivel 4	El participante realiza aproximaciones al concepto de límite y utiliza las expresiones analíticas para resolver las situaciones.

Fuente: elaboración propia.

Como último resultado esperado, se pretende potenciar la intuición que hay detrás del concepto de límite mediante el desarrollo de las situaciones propuestas con el uso de un *software* de geometría dinámica (Geogebra).

Referencias

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Libros de Zorzal.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissage intellectuels*. Peter Lang.

Cornu, B. (1981). Apprentissage de la notion de límite: modèles spontanés et modèles propres. En *Actes du Cinquième Colloque du Groupe Internationale PME* (pp. 322-326).

Hitt, F. (1998). Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y curriculum. *Educación Matemática*, *10*(2), 23-45.

Hitt, F. (2002). *Representations and Mathematics Visualization*. International Group for the Psychology of Mathematics Education North American.

Kaput, J. (1987). Representation Systems and Mathematics. En C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates.

Macías, D. (2007). Las nuevas tecnologías y el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 1-17. http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:IFeZE7Mu5uAJ:rieoei.org/deloslectores/1517Macias.pdf+&cd=1&hl=es&ct=clnk&gl=co

Mosquera Ríos, M. A. y Vivas Idrobo, S. J. (2017). Análisis comparativo de *software* matemático para la formación de competencias de aprendizaje en cálculo diferencial. *Planilla Educativa*, 98-113. Universidad de Manizales.

Pons, J. (2014). Análisis de la comprensión en estudiantes de bachillerato del concepto de límite de una función en un punto. (Tesis doctoral). Universidad de Alicante.

Rodríguez, C., Fiallo, J. y Parada, S. E. (2018). Habilidades Cognitivas en los niveles de Razonamiento Covariacional para el estudio de la derivada como razón de cambio. *RECME-Revista Colombiana de Matemática Educativa*, *3*(1), 34-36.

Tall, D. y Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational studies in mathematics*, *12*(2), 151-169.

Tall, D. (1987). Whither calculus? *Mathematics Teaching*, *117*, 50-4.

Stewart, J. (2012). *Cálculo de varias variables: trascendentes tempranas* (n.º 517 S84Y 2008). Cengage Learning.

Zimmermann, W. y Cunningham, S. (1991). Editor's introduction: What is mathematical visualization. *Visualization in teaching and learning mathematics*, *1*(8).

El reto de enseñar matemáticas a estudiantes en condición de discapacidad visual en tiempos de COVID-19

Experiencia de aula

María Angélica Velosa Carranza*
Sonia Alexandra Ángel Guerrero**

Resumen

Este artículo presenta la experiencia de aula ocurrida en el marco del espacio académico Práctica Intensiva de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, desarrollada en la institución educativa pública OEA en el periodo académico 2020-1 con la participación de estudiantes en condición de discapacidad visual. La situación de confinamiento a causa del COVID-19 nos llevó a hacer educación virtual y por tal motivo todas las intervenciones se efectuaron por este medio, haciendo necesario realizar diferentes adaptaciones de recursos con el fin de trabajar de manera más clara y eficiente los conceptos matemáticos teniendo en cuenta tanto el curso para el que iba dirigido dicho material como el tipo de condición visual del estudiante (baja visión o invidente). Lo anterior permitió generar seguridad e interés de los estudiantes en relación con el desarrollo de las actividades propuestas.

Palabras clave: recursos, discapacidad visual, adaptación, estudiante.

* Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.
Contacto: mavelosac@correo.udistrital.edu.co

** Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.
Contacto: saangelg@correo.udistrital.edu.co

Justificación

La experiencia de aula nace en la Facultad de Ciencias y Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, específicamente en el espacio académico "Práctica intensiva" del proyecto académico Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas (LEBEM) que se desarrolla en último año del programa académico. Esta práctica se llevó a cabo en el colegio OEA IED, institución de carácter público ubicada en la localidad de Kennedy y que cuenta con un programa de educación inclusiva para estudiantes en condición de discapacidad visual que son acompañados por un equipo de tiflología.

En este contexto, y debido a la emergencia sanitaria en la que se vio inmerso el país y el mundo por el COVID-19, nació la necesidad de realizar los procesos educativos de forma no presencial, lo que implicó generar un proceso de acompañamiento individual para la clase de matemáticas a estudiantes en condición de discapacidad visual (ciegos y baja visión) como ejercicio para la práctica pedagógica. Esto nos lleva a considerar el Decreto 1421 del 2017 del Ministerio de Educación Nacional (MEN), en el que considera la educación inclusiva como:

> Un proceso permanente que reconoce, valora y responde de manera pertinente a la diversidad de características, intereses, posibilidades y expectativas de los niñas, niños, adolescentes, jóvenes y adultos, cuyo objetivo es promover su desarrollo, aprendizaje y participación, con pares de su misma edad, en un ambiente de aprendizaje común, sin discriminación o exclusión alguna, y que garantiza, en el marco de los derechos humanos, los apoyos y los ajustes razonables requeridos en su proceso educativo, a través de prácticas, políticas y culturas que eliminan las barreras existentes en el entorno educativo.

Por lo anterior, los procesos de enseñanza de los estudiantes en condición de discapacidad visual implican realizar y desarrollar diferentes estrategias con el fin de garantizar una educación de calidad, teniendo en cuenta la diversidad social, cultural y los procesos de aprendizaje, brindando así la oportunidad de participar activa y equitativamente en cada una de las actividades durante el proceso de aprendizaje.

Objetivo

Esta experiencia tiene como objetivo la implementación de una propuesta para la enseñanza y aprendizaje en el área de matemáticas dirigida a población en condición de discapacidad visual, mostrando las adaptaciones realizadas a algunos de los recursos matemáticos y según el concepto abordado, y que buscó generar en los estudiantes seguridad ante el cambio del proceso educativo de la presencialidad a la virtualidad, e interés en las actividades propuestas.

Contextualización

Para dar inicio al desarrollo de la práctica con estudiantes en condición de discapacidad se contaba con ocho horas semanales por parte de las dos docentes practicantes, dentro de las cuales (y según el avance de los estudiantes) se realizaba una o dos reuniones de manera virtual, cada una de cuarenta minutos aproximadamente, y se desarrollaron a través de WhatsApp y Zoom mediante mensajes o videollamada.

En relación con esta situación, el Equipo Estatal de Educación de Plena Inclusión (2020, p. 6) dice que "las familias que asumen el apoyo a sus hijos/as con discapacidad intelectual o del desarrollo desde sus hogares en estos momentos de confinamiento, están sometidas a grandes cargas". En este caso, en las diferentes intervenciones que se realizaron con los estudiantes se debía contar con la presencia de un familiar adulto del estudiante, con el fin de generar apoyo en las distintas actividades planteadas por parte de las docentes practicantes y el acompañamiento en las adaptaciones de los recursos; además de esto, se debía realizar la grabación del encuentro por temas de seguridad. Es así como en el proceso académico se ven involucrados principalmente el padre de familia, el estudiante y el docente, como se puede evidenciar en la figura 1.

Figura 1. Participación en el proceso académico

Fuente: elaboración propia.

Martín (2010) refiere sobre los niños en condición de discapacidad visual, para lo cual menciona que:

> Cuando un niño tiene baja visión o es ciego, resultará vital para su crecimiento la utilización del resto de los sentidos para poder captar el mundo que le rodea y evolucionar con el mínimo de diferencias y retrasos respecto al niño con vista. (p. 16)

Según el autor, es de vital importancia que dentro del proceso que se desarrolle con los niños se tenga presente el uso de los demás sentidos para generar una mejor comprensión de lo trabajado en las sesiones de clase, generando así un ambiente de comodidad y confianza entre estudiante-docente.

La planeación de las reuniones se realizaba según el plan de estudios que la docente titular seguía para sus clases y el tema de las guías que los estudiantes debían solucionar. En el caso de los estudiantes con baja visión se podían realizar, como apoyo, diapositivas en Power-Point en fondo blanco con letra en color negro y un tamaño grande (aproximadamente, 164) para que ellos en el computador pudieran observar los ejercicios y las actividades planteadas por las docentes practicantes.

Así mismo, teniendo en cuenta lo que menciona Martín (2010):

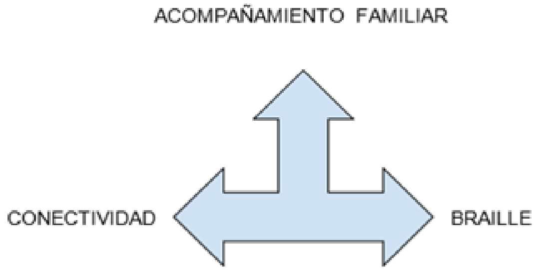
> Hay que tener en cuenta que la entrada de información le va a llegar principalmente por vía auditiva y táctil. Por tanto, la percepción resultará limitada y fragmentada; hay una falta de perspectiva global y no se tiene la riqueza y pluralidad que de la realidad nos ofrece la visión. (p. 15)

Por lo anterior, en el caso de los estudiantes invidentes se realizaron adaptaciones a los recursos planteados que permitieran palpar e identificar comportamientos, logrando así obtener un aprendizaje del concepto matemático por medio de la construcción y de la experimentación con este. Estos recursos jugaban un papel fundamental al llevar a cabo las intervenciones junto con las diferentes directrices dadas por las docentes practicantes.

Es importante aclarar que para las adaptaciones se realizaba un video por parte de las docentes practicantes en el cual se mostraba el paso a paso de la construcción de los recursos. Este se enviaba previamente a los padres de familia para que pudieran tenerlo listo al momento de la reunión.

Ahora, el Equipo Estatal de Educación de Plena Inclusión (2020, p. 13) comenta que "esta situación [la cuarentena] ha puesto de manifiesto la enorme dificultad que supone el acceso a las tecnologías y entornos web en el ámbito educativo para el alumnado con necesidades educativas especiales", lo que se corrobora, ya que durante el proceso se identificaron dificultades como las siguientes (figura 2).

Figura 2. Dificultades del proceso



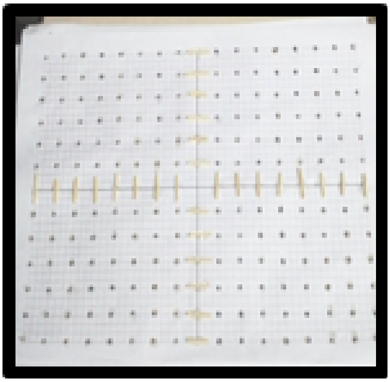
Fuente: elaboración propia.

- Conectividad: cuando los estudiantes no contaban con internet o luz, evitaba llevar a cabo la respectiva reunión.
- Acompañamiento familiar: en algunos casos temas laborales de los padres de familia dificultaba que no se tuviera la adaptación o el acompañamiento con el estudiante que se necesitaba.
- Braille: la lectura y escritura eran un obstáculo con el que contaban las docentes practicantes, pues no tenían el conocimiento necesario y generaba temor en ellas, por lo cual se requirió formación de manera autónoma en este tema con ayuda de la filóloga de la institución y de la directora de práctica.

En el marco general del desarrollo de la práctica se esperaba resolver e interiorizar los temas de manera clara, trabajando las dificultades que se presentaran en los estudiantes dentro del área de matemáticas, al igual que realizar correctamente las adaptaciones de los distintos recursos para lograr así que el estudiante estuviera cómodo y seguro en el proceso, teniendo en cuenta la virtualidad con la que se debía trabajar. Así mismo, se esperaba generar con el estudiante un ambiente constructivista en el que por medio de una experimentación se fuese generando el conocimiento, y además tuviera la tranquilidad de realizar las preguntas que creía necesarias para la completa comprensión del tema. Cabe aclarar que esta experiencia tuvo una duración de nueve semanas aproximadamente en donde se realizaron dos adaptaciones principales.

Inicialmente se desarrolló trabajo sobre función lineal y reglas de signos en números enteros. La adaptación del plano cartesiano, como se puede evidenciar en la figura 3, fue fundamental y se llevó a cabo con algunos de los materiales que se tienen en casa, tales como cartón paja, marcadores y silicona. Para esto se utilizó el video de Ángel (2020) *Plano cartesiano adaptado para estudiante en condición de discapacidad visual*, en el cual se evidencia el paso a paso de la construcción del recurso, este debía realizarse con anterioridad por parte de los padres de familia o la persona que estuviese en el acompañamiento del estudiante.

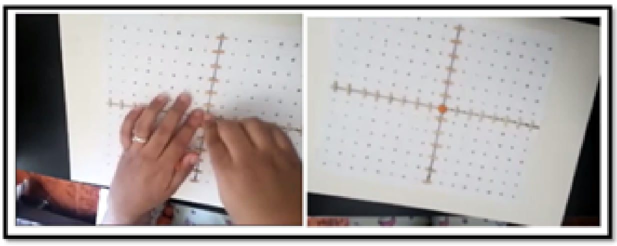
Figura 3. Adaptación del plano cartesiano



Fuente: elaboración propia.

Este material le permitió al estudiante ubicar los ejes del plano cartesiano y las diferentes coordenadas palpando los puntos (que han sido realzados por puntos de silicona). En el trabajo desarrollado con la gráfica de funciones lineales, inicialmente se realizó un reconocimiento del recurso y cómo ubicar diferentes puntos en el mismo. Para esto, la estudiante utilizaba como referencia el punto de origen, el cual lo resaltó con un poco de plastilina para mayor facilidad; ella mencionó que de esta forma no se confunde y se ubica mucho más fácil, como se puede evidenciar en la figura 4.

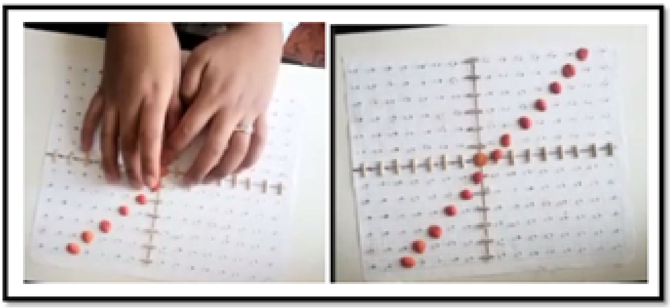
Figura 4. Plano cartesiano



Fuente: elaboración propia.

Luego de esto se trabajó desde una función lineal sencilla hasta una con mayor dificultad con el fin que la estudiante comprendiera con claridad que los valores se ubican tanto en el eje x como en el eje, logrando así la ubicación de los diferentes puntos que se observan en la figura 5. Cabe aclarar que, aunque se ve de manera discontinua, por el palpo se hacía continua.

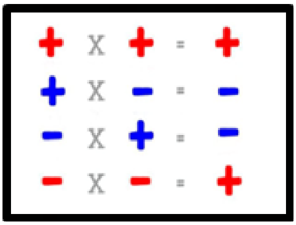
Figura 5. Función lineal



Fuente: elaboración propia.

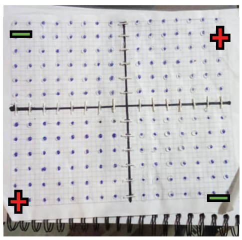
En cuanto a la regla de signos (figura 6), se trabajó por medio de los ejes del plano cartesiano; el primer cuadrante positivo, el segundo negativo, el tercero positivo y el cuarto negativo (figura 7).

Figura 6. Ley de signos



Fuente: elaboración propia.

Figura 7. Ley de signos en el plano cartesiano

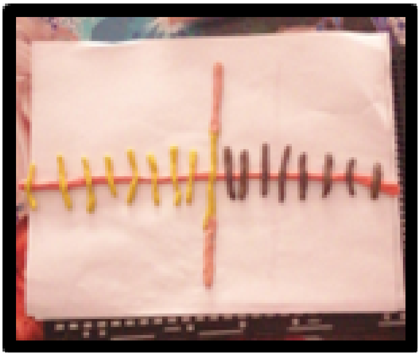


Fuente: elaboración propia.

Para el trabajo de operación de números enteros y el valor absoluto fue parte fundamental la adaptación de la recta numérica, la cual se realizó con los estudiantes durante la clase, basándose en el video enviado anteriormente y realizado por Velosa (2020) *Construcción de recta numérica para niños con discapacidad visual*, compuesta con diferentes materiales y donde la plastilina permite un mayor realce y facilita el manejo para los estudiantes con discapacidad visual.

Los estudiantes realizaban una tira larga para el eje horizontal y otra más corta para el punto de inicio, lo que les permitía que lo reconocieran al tacto, y otros mucho más cortos e iguales para los puntos de referencia a distancia, dejando entre cada uno de ellos un dedo de ancho (figura 8). Esta fue trabajada en tres temas principalmente: ubicación de números enteros, operaciones de números enteros y valor absoluto.

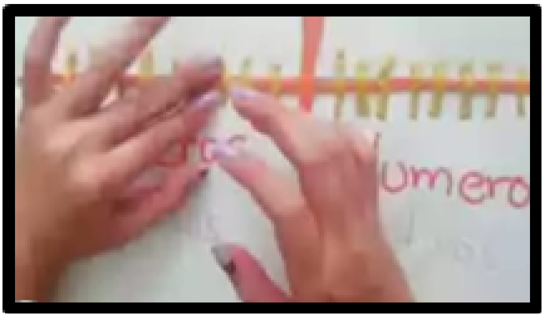
Figura 8. Construcción de la recta numérica



Fuente: elaboración propia.

Para la ubicación de números enteros en la recta numérica se inició con el reconocimiento de los números enteros negativos a mano izquierda y a mano derecha los números enteros positivos; luego de esto las operaciones por medio de movimientos, según indicaba el número. La estudiante evidenció grandes avances y disposición, puesto que el proceso lo realizó en voz alta, y al comprender ella misma se exige de manera sorprendente (figura 9).

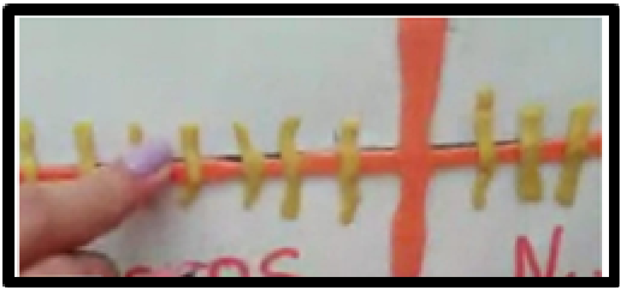
Figura 9. Estudiante ubicando y operando números enteros en la recta numérica



Fuente: elaboración propia.

En el caso del valor absoluto, en los números enteros se empezó trabajando con los números enteros negativos para que se evidenciara con claridad lo que sucedía. La estudiante ubicó de manera correcta los números indicados y luego evidenciaba cuál era la distancia de dicho número al cero (figura 10). Todo este proceso lo realizó en voz alta para mayor facilidad, y así mismo se trabajó con los números enteros positivos.

Figura 10. Valor absoluto en la recta numérica



Fuente: elaboración propia.

Conclusiones

Teniendo en cuenta la población a la cual fue dirigida esta experiencia, resulta de gran importancia tener presente la condición visual de cada uno de los estudiantes y cómo esto influye en el proceso académico, antes de realizar cualquier tipo de trabajo académico con ellos. Así mismo, al tener la caracterización, se debía pensar qué factores fomentan su aprendizaje orientando con ello qué herramientas y recursos se podrían asociar a las condiciones de los niños teniendo en cuenta que dichas intervenciones no se iban a realizar de forma presencial; es allí donde se pone en juego el papel del docente, pues este debe desarrollar una transformación pedagógica que origine adaptaciones acertadas, según las necesidades y el contexto en el cual se aplicará.

Se puede incluir que en cualquier tipo de intervención que se realice con dicha población es de vital importancia el acompañamiento constante del padre de familia, pues se pudo evidenciar que al no tener presencia de ellos no se genera de forma adecuada y continua el aprendizaje de los diferentes temas en el área de matemáticas debido a la falta de materia y recursos requeridos.

Referencias

Ángel, S. (2020). *Plano cartesiano adaptado para estudiante en condición de discapacidad visual*. https://www.youtube.com/watch?v=f2JoyQdh3Q0&feature=emb_logo

Equipo Estatal de Educación de Plena Inclusión. (2020). *El derecho a la educación durante el COVID 19*. Plena Inclusión.

Martín, P. (2010). *Desafíos de la diferencia en la escuela. Guía de orientación para la inclusión de alumnos con necesidades educativas especiales en el aula ordinaria*. Escuelas Católicas.

Ministerio de Educación Nacional. (2017). Decreto 1421 de 2017. Por el cual se reglamenta en el marco de la educación inclusiva la atención educativa a la población con discapacidad.

Velosa, M. (2020). *Construcción de recta numérica para niños con discapacidad visual*. https://www.youtube.com/watch?v=C2JAFrhWJlc

Laboratorio virtual de matemáticas, un proyecto a partir del confinamiento

Experiencia de aula

Luz Ángela Beltrán Guerrero*
Olga Janneth Herrera Rojas**
Blanca Isabel Sandoval Gómez***
Britany Johana Salazar****

Resumen

El presente artículo refleja los pasos seguidos en la construcción de un laboratorio virtual de matemáticas, teniendo como base las TIC y el aprendizaje autónomo. Esta propuesta busca favorecer el proceso de enseñanza para el aprendizaje a distancia de los estudiantes del nivel de educación primaria de la Fundación Colegio Mayor de San Bartolomé y poner a disposición de los docentes de las instituciones educativas del país las actividades diseñadas. Se describen las fases de la ejecución consideradas, a saber: la sistematización de todo el material de estudio construido en el área de matemáticas, la consolidación de fichas que permiten orientar y acercar al lector a la clase de material que se presenta y

* Fundación-Colegio Mayor de San Bartolomé, Colombia.
Contacto: luz.beltran@sanbartolome.edu.co

** Fundación-Colegio Mayor de San Bartolomé, Colombia.
Contacto: olgajanneth.herrera@sanbartolome.edu.co

*** Fundación-Colegio Mayor de San Bartolomé, Colombia.
Contacto: blancaisabel.sandoval@sanbartolome.edu.co

**** Fundación-Colegio Mayor de San Bartolomé, Colombia.
Contacto: britany.johana@sanbartolome.edu.co

la creación de un blog para publicar de manera clara y organizada el material realizado por un equipo de docentes de cada grado en el año 2020. En la implementación de las actividades de aprendizaje, se evidenció motivación, disposición al trabajo, alto desempeño en las estrategias evaluativas y avance en habilidades de los estudiantes en el uso de las TIC.

Palabras clave: laboratorio virtual de matemáticas, TIC, habilidades, aprendizaje autónomo, aprendizaje a distancia.

Introducción

El proyecto de laboratorio virtual de matemáticas, que se está implementando en el presente año (2022), en la sede infantiles de la Fundación Colegio Mayor de San Bartolomé (F-CMSB), consiste en sistematizar el material creado por las docentes del área de matemáticas para dinamizar las clases a distancia mediadas por las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), en las cuales se incluyen videos, prácticas interactivas y el uso de *software* matemático.

La experiencia en la creación del laboratorio tiene como base el uso de las TIC y el aprendizaje autónomo para un buen desarrollo del aprendizaje a distancia, activado por la emergencia sanitaria decretada por el Gobierno Nacional el 12 de marzo de 2020. Dado que en algunas ocasiones los estudiantes no tienen la posibilidad de conectarse a las clases sincrónicas, el material creado tiene un lenguaje sencillo, descriptivo y acorde a las diferentes etapas evolutivas de los estudiantes. Los pasos que se siguieron para la sistematización de las experiencias fueron: primero, identificación de la propuesta con relación al Plan Integrado de Área (PIA); segundo, construcción del material; tercero, recolección en la unidad compartida de Matemáticas Primaria 2020 dispuesta en Google Drive; cuarto, fichas de descripción; y, quinto, creación de un blog en Wix.

Se espera que diferentes actores educativos, tanto internos y externos a la comunidad bartolina, puedan hacer uso de este material por medio de un blog, con el fin de explorar, analizar y participar de las actividades que se proponen, y que además les permita afianzar y potenciar conceptos y procedimientos lógico-matemáticos mediante los subprocesos establecidos en el PIA: formulación y resolución, comunicación, modelación y razonamiento matemático. En este blog, se abre la posibilidad para que los usuarios hagan un reflejo crítico con el ánimo de hacer mejoras al material construido.

Cabe resaltar la importancia de la evaluación en el proceso de enseñanza para el aprendizaje a distancia, en la cual se movilicen las competencias: interpretativa, argumentativa y propositiva, por medio de la planificación, seguimiento y retroalimentación de las actividades propuestas, buscando vincular las habilidades y destrezas matemáticas.

Descripción de la experiencia

El área de matemáticas de la F-CMSB en la sede Primaria definió como proyecto para el año 2020 la creación de un laboratorio de matemáticas basado en el uso de material concreto (físico), con el fin de favorecer el aprendizaje y afianzar conceptos y procedimientos lógico-matemáticos mediante los subprocesos establecidos en el PIA. Dada la emergencia sanitaria decretada en el marco de la pandemia por el COVID-19, dicho proyecto ha sido pospuesto, porque no se dispone con el recurso humano, ni con el presupuesto para la adquisición del material concreto. Por las anteriores razones, y reconociendo los cambios necesarios en la didáctica de las matemáticas para el aprendizaje a distancia, se asumió el reto de la construcción del material de enseñanza, mediado por las TIC, en el cual se incluyen videos, prácticas interactivas, uso de *software* matemático y construcción de material hecho en casa, entre otros.

De acuerdo con lo expuesto, las docentes que hacen parte del equipo del área de matemáticas, de la sede primaria, propusieron la sistematización de todo el material creado para dinamizar las clases a distancia con el fin de apoyar los procesos establecidos inicialmente. Es por esto que se plantea la posibilidad de diseñar un laboratorio virtual de matemáticas, el cual sirva de insumo para la planeación de clases futuras, que apoye el proceso de enseñanza y que se ponga al servicio de los actores educativos de la comunidad bartolina.

Según lo expuesto por Rodríguez, Romero y Vergara (2017), la didáctica de las matemáticas utiliza el mundo digital con el objetivo de ofrecer a los docentes una manera de dar profundidad en esta área del conocimiento, y las TIC aportan a la mejora de las competencias que hacen parte de la labor docente.

Adicionalmente, estos autores afirman que las TIC se pueden emplear para fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje, puesto que posibilitan: crear, procesar, desarrollar y difundir los datos para la generación y adquisición del conocimiento, ayudando al desarrollo de habilidades y destrezas comunicativas entre maestros y estudiantes.

Para Rodríguez, Romero y Vergara (2017), las TIC son herramientas con las que hoy en día se pueden obtener los siguientes beneficios:

- Permite acceder a una variedad de información presentada a nivel global.
- Brinda diferentes posibilidades exclusivas para la educación, la investigación, la ciencia y la innovación.
- Facilita el acceso a otros medios, a tan solo un clic de distancia, como laboratorios virtuales, *applets*, *software*, instrumentos remotos (microscopios, telescopios y equipos de medición), entre otros.

Teniendo en cuenta lo anterior y complementando con lo escrito por Morales y Enríquez (2016), con ayuda de las TIC se favorecen en los estudiantes destrezas para buscar información, permitiendo establecer el trabajo autónomo de estos actores para que cuenten con el desarrollo de habilidades, como analizar, sintetizar, razonar, argumentar y solucionar problemas. El aprendizaje autónomo tiene como objetivo propiciar la participación y conciencia del educando, no solo de lo que se aprende, sino del proceso de aprender; estos procesos permiten que los estudiantes planifiquen y monitoreen sus acciones, además de autoevaluar lo adecuado de los procedimientos matemáticos vinculados en la resolución de problemas.

Jiménez (2019) manifiesta que las TIC predominan en las aulas de matemáticas y han servido de apoyo para que los docentes puedan desarrollar las clases de forma dinámica e interactiva; estas no son la solución para las dificultades existentes en los procesos de enseñanza y aprendizaje, pero sí cambia la manera como se enseña.

La experiencia de enseñanza y aprendizaje a distancia ha permitido que las docentes exploren los diferentes recursos digitales y que se autocapaciten en el uso de las herramientas tecnológicas, para lograr los objetivos propuestos en el PIA, encontrando así diversidad de opciones que han puesto a prueba la labor docente. La elaboración del material para los estudiantes se ha hecho con el propósito de que sea descriptivo, sencillo, con un lenguaje acorde a las diferentes etapas de los estudiantes, sin perder la rigurosidad en la enseñanza del edificio teórico de las matemáticas.

El equipo de docentes construyó diferentes tipos de materiales de acuerdo con los referentes y competencias establecidas para cada uno de los grados según el PIA. A continuación, se describen los pasos que se siguieron en la sistematización de dicho material para el laboratorio virtual de matemáticas.

Pasos para la sistematización del laboratorio virtual de matemáticas

Paso 1. Identificación de la propuesta con relación al PIA

Cada docente se remitió al documento del PIA para identificar los referentes y las competencias descritas en cada uno de los grados.

Paso 2. Construcción del material

Atendiendo a los requerimientos dispuestos para el aprendizaje a distancia y a cada una de las etapas evolutivas de los estudiantes, se realizó la construcción del material con ayuda de recursos digitales, como guías paso a paso, presentaciones animadas en Power-Point, videos, juegos interactivos, *applets*, *software* matemático, trabajo articulado con otras áreas, entre otros.

Paso 3. Recolección del material en el Google drive

El ejercicio de recolección del material se realizó por grados y referentes temáticos, se organizó mediante carpetas con el fin de tener un orden y secuencia de acuerdo con lo establecido en el PIA. Dentro del proceso mencionado, es importante recolectar y sistematizar todo el material diseñado por las docentes, dado que permite hacer un análisis y evaluación de esta, con el fin de establecer la pertinencia, eficacia y mejoras de la propuesta. Cabe resaltar que se tienen apoyos de diferentes fuentes bibliográficas.

Paso 4. Fichas para la sistematización del material

El ejercicio de elaborar las fichas consiste en describir el tipo de material y el propósito para el cual está diseñado, mediante un proceso ordenado y secuencial que permite orientar a las personas que deseen hacer uso de este.

A continuación, se describen las características que se encuentran en las fichas:

1. *Orden de las fichas*: cada ficha está numerada de acuerdo con el orden de los referentes según el PIA, basados en las habilidades que los estudiantes van adquiriendo en el desarrollo del pensamiento matemático.
2. *Grado*: se tiene en cuenta la edad, según los estadios de desarrollo evolutivo establecidos por Piaget con respecto a lo propuesto.
3. *Nombre del material*: se menciona el nombre del referente teórico que se quiere abordar.
4. *Clase de material*: se describe el tipo de material propuesto para dinamizar el referente teórico.
5. *Edad recomendada*: define la edad promedio en la que se encuentran los estudiantes en cada ciclo escolar.
6. *Número de participantes*: cada ficha establece el número de participantes que se quiere abordar con el fin de identificar y definir la metodología y didáctica a utilizar.
7. *Saberes previos*: información que los estudiantes han construido a través de sus experiencias académicas.
8. *Objetivos*: describe los propósitos en el aprendizaje que se espera que los estudiantes alcancen.

9. *Habilidad o destreza que desarrolla el material*: se mencionan las habilidades matemáticas descritas en el PIA y destrezas que se desarrollan en los estudiantes con el uso del material virtual.
10. *Instrucciones*: explica el paso a paso para orientar el trabajo y de esta manera facilitar el uso y ejecución del material virtual propuesto.

Paso 5. Creación del blog

La creación del blog surge como idea para presentar de manera interactiva el trabajo anteriormente expuesto, con el fin de sistematizar la información debidamente categorizada y organizada. Además, permite poner al servicio de los actores educativos de la F-CMSB las actividades desarrolladas y sus avances para el proceso de enseñanza, y también a las personas externas que requieran hacer uso de este blog.

La estructura del Blog consta de un inicio donde se presenta el objetivo y su justificación. Luego se visualizan cinco espacios para la publicación del material por grados, partiendo del grado primero progresivamente hasta llegar a quinto grado. El blog se puede acceder desde el enlace https://matematicasprimari2.wixsite.com/math12345.

Continuando con la descripción de cada grado, se crearon cuatro espacios explicados a continuación:

- *Bienvenida*: cada grado invita a visitar su sección con un escrito acorde a la edad de los estudiantes y haciendo una contextualización de lo que encontrarán en esta experiencia.
- *Vamos a explorar*: el material que encontraremos busca fortalecer y recrear los aprendizajes mediante los videos propuestos.
- *Diviértete aprendiendo*: espacio para compartir las presentaciones en PowerPoint trabajadas en las unidades de aprendizaje que orientan el desarrollo de los referentes conceptuales propuestos en el PIA.
- *Bartolino constructor*: espacio para compartir los anexos, talleres y juegos interactivos que realimentan los procesos de los estudiantes.

Proceso de evaluación de los aprendizajes

Según lo mencionado por Jiménez (2019), existen dificultades en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, que son detectadas en el análisis de las pruebas externas e internas y se presentan como consecuencia de la forma tradicional de enseñar y evaluar, puesto que la evaluación no debe ser vista como un instrumento de medición, sino como un instrumento de mejora continua y permanente.

Morgan (2014), por su parte, plantea la necesidad de considerar al menos dos discursos sobre los propósitos de dicha evaluación: *el discurso psicológico y el discurso curricular*.

El *discurso psicológico*, que se encuentra inscrito ya sea, en un marco Piagetano o Vygotskiano, desde el cual se reclama que para los procesos evaluativos es fundamental reconocer y medir de manera integrada algunos atributos básicos, tales como las habilidades, el grado de conocimiento y el grado de comprensión para la resolución de una situación presentada; asociados al aprendizaje individual de cada estudiante. Lo anterior, debido a que la evaluación de los aprendizajes está basada en el uso de pruebas que tienen definido un límite de tiempo, en donde se busca responder a una instrucción asociada con un atributo del conocimiento matemático, de forma correcta y rápida.

Por otra parte, se presenta el *discurso curricular*, en la cual existe una relación entre los objetivos de enseñanza y para el aprendizaje, que se encuentra en el currículo de matemáticas y deben ser parte esencial de los procesos e instrumentos de evaluación.

Fue por las anteriores razones que, en la creación de la presente propuesta, ha sido fundamental preguntarse por la evaluación de los aprendizajes, involucrando la motivación en un modelo de formación a distancia mediada por las TIC.

En esta propuesta se puede evidenciar la presencia de los dos discursos anteriormente tratados, en la medida que se considera el cumplimiento de los objetivos de aprendizaje y el desarrollo de habilidades expuestos en el PIA, a través de las diversas actividades con los parámetros y cronogramas establecidos en el aula. Adicionalmente, se estiman algunos elementos del discurso psicológico, puesto que se realizan pruebas evaluativas con las cuales se busca responder a una instrucción asociada con un atributo del conocimiento matemático, por medio de una revisión y retroalimentación de guías de avance, las cuales se soportan con los materiales construidos digitalmente.

Teniendo en cuenta lo anterior, en el enlace https://youtu.be/KlqFm1xCjKM, se accede a un video que muestra una evidencia, donde se da a conocer una guía de trabajo, el material de apoyo para la consolidación de los referentes, algunos trabajos enviados por los estudiantes, su respectiva retroalimentación y los resultados de las pruebas evaluativas.

Conclusiones

El confinamiento llevó a redescubrir y hacer uso de los recursos tecnológicos teniendo en cuenta que afrontar la situación actual supone un reto para todos aquellos que forman y enseñan; es así como cobra sentido que en la F-CMSB, para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la primaria, se fomente el desarrollo de habilidades y destrezas con ayuda de las TIC, basados en experiencias de enseñanza que involucren: los juegos, material lúdico y actividades interactivas aquí propuestas.

Los beneficios que ofrecen la incorporación de las herramientas tecnológicas, en la enseñanza y el aprendizaje, aporta y transforma la perspectiva de estas. Las docentes del área de matemáticas se propusieron poner al servicio el material creado con ayuda de las TIC con el fin de apoyar a la comunidad académica.

Las conclusiones de esta propuesta que justifican la necesidad de sistematizarla como experiencia significativa, para la F-CMSB y para la comunidad académica, se sustentan en:

- la experiencia se basó en la pertinencia de los recursos utilizados con los estudiantes de primaria y se evidenció un impacto positivo en ellos, el cual se vio reflejado a través de los encuentros y resultados en sus trabajos y pruebas;
- existió motivación para aprender jugando y los estudiantes disfrutaron del material elaborado con la colaboración de sus familias;
- los docentes de matemáticas del nivel primaria se implicaron en la autocapacitación, disposición y compromiso conjunto, fortaleciendo el trabajo en equipo;
- se logró un acompañamiento más personalizado a los estudiantes, lo cual le da sentido a los propósitos de la evaluación, puesto que se puede realizar un seguimiento más riguroso al proceso de aprendizaje;
- el material, las retroalimentaciones y las evaluaciones se encuentran organizadas y dispuestas en un solo lugar, con acceso a los diferentes actores educativos de forma inmediata y flexible.

Referencias

Jiménez, D. (2019). *Herramientas para la enseñanza de las matemáticas en la educación básica*. Universidad Cooperativa de Colombia.

Morales, F. y Enríquez, L. (2016). Propuesta de material digital de matemáticas, basado en el aprendizaje autónomo. *Revista Acción Pedagógica*, 25, 60-72.

Morgan, C. (2014). *Discourses of Assessment. Discourses of Mathematics*. Institute of Education, University of London.

Rodríguez, J, Romero, J. y Vergara, G. (2017). Importancia de las TIC en enseñanza de las matemáticas. *Revista Matua*, 4, 41-49.

Las matemáticas para el desarrollo de la competencia democrática con estudiantes de noveno grado: azúcar, dulce enemigo

Experiencia de aula

Yolanda Ivette Amaya Benavides*
María Camila Espinosa Cuartas**

Resumen

Esta experiencia de aula hace parte de la tesis de maestría que se encuentra en proceso de culminación bajo la orientación del profesor Francisco Camelo. El objetivo del trabajo de investigación fue analizar el desarrollo de la competencia democrática en clase de matemáticas con estudiantes de 9°, en el marco de la Educación Matemática y Ciudadanía. Se desarrollaron ambientes de aprendizaje enfocados en el consumo del azúcar y los riesgos que implican sus excesos en la salud. Las matemáticas se constituyen en una herramienta para la interpretación y comprensión de la problemática social y, en consecuencia, para la toma de decisiones. La competencia democrática es el núcleo principal para el análisis y en esta gran categoría se analiza la alfabetización matemática y las nociones características de la democracia. Posterior a la ejecución de los ambientes de aprendizaje, encontramos categorías emergentes, dadas las condiciones de virtualidad en que se realizan los ambientes, por la situación de salud pública que vivimos en la actualidad. En consecuencia, retos y desafíos que como profesores nos impone esta situación de

* Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.
Contacto: yiamayab@upn.edu.co

** Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.
Contacto: mcespinosac@upn.edu.co

emergencia sanitaria, y con ella, un abanico de posibilidades para repensar la educación matemática desde cualquier escenario.

Palabras clave: competencia democrática, ambientes de aprendizaje, alfabetización matemática, marco socio-político de la educación matemática.

Introducción

En los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas se le otorga una responsabilidad especial a la educación matemática, en su contribución a la formación de ciudadanos y ciudadanas con las competencias necesarias para el ejercicio de sus derechos y deberes democráticos (MEN, 2006, p. 46). Lo anterior suscita una nueva reflexión sobre ¿qué es y cómo debemos interpretar la ciudadanía? Nos acogemos a la definición de Herrera (2006), cuando argumenta que la ciudadanía es un estatus jurídico en el que los individuos son poseedores de derechos y deberes, que poseen una identidad, pertenencia y requerimientos sociales y culturales para participar en su sociedad y condiciones de igualdad.

Herrera (2006) nos muestra cómo la idea de ciudadanía se ha asociado con la democracia. Skovsmose y Valero (2012), en esta misma línea, nos ofrecen argumentos para considerar la democracia en la esfera de la educación, posibilitando el fortalecimiento de valores democráticos y virtudes cívicas para una formación en los individuos encaminada hacia el ejercicio de la ciudadanía. Por tanto, reconocemos que la educación matemática tiene una responsabilidad en la formación de sujetos críticos que tomen decisiones para el bien colectivo, en donde las matemáticas se transformen en una herramienta que les permite el cuestionamiento, comprensión e interpretación de la información para la toma de decisiones. En nuestro caso particular, que los estudiantes ejerzan como ciudadanos el derecho de la salud y el deber en el cuidado de su cuerpo, como el primer territorio en el que tenemos responsabilidad.

Planteamiento del problema

Consideramos pertinente describir tres aspectos clave que dan cuenta de la problemática por investigar. En el primer aspecto, nos referimos al contexto de las prácticas académicas que se dan en el Colegio Germán Arciniegas I. E. D.[1]. Al ser atribuida a la educación matemática la responsabilidad de formar ciudadanos críticos, fue necesario indagar si en las prácticas institucionales se refleja el cumplimiento de este objetivo. Al abordar el PEI del colegio, consolidado en la frase "Trascendencia social con calidad humana hacia la excelencia", se evidencia el

1 Colegio Distrital ubicado en la localidad de Bosa, en los barrios Porvenir y Brasil, correspondiente a estrato socioeconómico 2.

compromiso en esta misma línea. Sin embargo, al analizar el plan de estudios del área de matemáticas fundamentado en modelo de enseñanza para la comprensión, se reconoció que este se caracteriza por el uso de las matemáticas como un "objeto" y no como una herramienta (Callejo, 2000) —como se esperaría desde este enfoque—, y los indicadores de desempeño hacen referencia a acciones individuales que difieren de las acciones propias de las interacciones democráticas —como lo son la coflexión, colectividad, deliberación y transformación (Skovsmose y Valero, 2012).

Además, observando las prácticas educativas que se dan dentro del aula de matemáticas, reconocimos que se asocian a lo que Paulo Freire (1985) llama "educación bancaria", en tanto el maestro es el principal sujeto de la educación y sus estudiantes son sujetos pasivos y receptores de los contenidos, quienes deben poner en juego su capacidad de memorizar. Esto, dado que las condiciones de promoción de ciclo —básica secundaria— y la cantidad de temáticas a trabajar en el plan de estudios lleva a que una de nosotras como docente de este ciclo exponga a los estudiantes constantemente a nuevas temáticas, ejercitación mecanizada y evaluación de la retentiva de ese proceso.

El segundo aspecto hace referencia a la problemática del consumo excesivo de productos azucarados que se reconoció mediante la observación y diálogo con los estudiantes, asunto que además se encuentra naturalizado y se desconocen sus consecuencias. Finalmente, el tercer aspecto identificado se enmarca en que esta problemática de salud por el consumo excesivo de azúcar no solo es un asunto local, sino a nivel nacional e inclusive internacional.

Objetivos

Objetivo general

Estudiar, en el marco de la relación educación matemática y ciudadanía, el desarrollo de la participación democrática en la clase de matemáticas, a partir de la ejecución de un ambiente de aprendizaje con estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Germán Arciniegas.

Objetivos específicos

Identificar las intenciones e intereses de los estudiantes en el marco de la situación social dispuesta a estudiar para la construcción y ejecución del ambiente de aprendizaje.

Interpretar a partir de las unidades de análisis la manera en que el ambiente de aprendizaje posibilita el desarrollo de la participación democrática en torno a las nociones que caracterizan la democracia en la educación matemática, a saber, coflexión, deliberación, transformación y colectividad.

Identificar las contribuciones de la propuesta de investigación en torno a la participación en la formación ciudadana desde la clase de matemáticas.

Referentes teóricos

En el marco de la *educación matemática crítica*, Skovsmose (2000) hace una categorización de seis tipos de ambientes de aprendizaje dados en la educación matemática, sus notables diferencias y las oportunidades que ofrecen algunos de esos ambientes, tal vez poco explorados en las prácticas de los maestros, así como las posibilidades para el fortalecimiento de la alfabetización matemática. Dichos ambientes de aprendizaje se constituyen en un espacio propicio para el desarrollo de competencias ciudadanas desde la educación matemática.

En el caso particular de nuestro trabajo de investigación, y desde una *perspectiva sociopolítica de la educación matemática* en términos de Valero (2012), hacemos alusión al viraje hacia lo social citado por la autora para reconocer en la educación matemática un espacio donde confluyen interacciones sociales entre sujetos y en donde las matemáticas pueden dotar a los individuos de conocimiento para el desempeño de su función social como ciudadanos. Esto presupone una nueva perspectiva de la educación matemática en la que el conocimiento matemático curricular puede contribuir no solo al logro de competencias en los individuos, sino también a situaciones de orden social en las que están inmersos al ser parte de una sociedad.

La *competencia democrática*, como núcleo teórico fundamental en nuestro trabajo, según Skovsmose (1997) se convierte en una condición para el desarrollo de la participación democrática. A su vez, es la *alfabetización matemática* la que se convierte como condición para el desarrollo de la competencia democrática, pues permite usar las matemáticas de manera crítica para tomar decisiones frente a fenómenos sociales a través del conocimiento reflexivo.

Fundamentación metodológica

Desde un enfoque metodológico cualitativo e interpretativo, se pretende analizar las discusiones generadas en torno al marco de referencia que se ha dispuesto estudiar, la comprensión de la manera en que experimentan las situaciones los participantes, el intercambio de ideas y cuestionamientos frente a la problemática social, la criticidad de las participaciones de los estudiantes y la construcción de iniciativas en torno al ambientes de aprendizaje. Desde este trabajo, se emplea la investigación etnográfica para la comprensión de la manera en cómo se vive la problemática social desde la perspectiva de los implicados. Desde la metodología de investigación crítica que aquí abordaremos, se resalta el papel de las matemáticas y el poder que conceden en la comprensión de las estructuras sociales, políticas y culturales, abriendo posibilidades para cuestionar, criticar, transformar y crear nuevas realidades. Hemos considerado como instrumentos de recolección de información la observación participante, las entrevistas, los videos, y las producciones de los estudiantes.

Contextualización de la práctica

La actual emergencia sanitaria como consecuencia de la pandemia del COVID-19 trajo consigo desestabilización económica mundial, colapso de los sistemas de salud y cambios de los ritmos de vida, en especial, en la forma como se llevan a cabo los procesos de educación, ahora mediados por el internet. Esta situación de contingencia nos condujo a desarrollar los ambientes de aprendizaje propuestos por medio de plataformas virtuales. Sin embargo, dadas las condiciones socioeconómicas de nuestros estudiantes, no todos cuentan con conexión a internet. Es así que para el desarrollo del trabajo de investigación se decidió conformar un grupo reducido de estudiantes que presentarán las condiciones de conectividad, la disposición y el interés por el trabajo propuesto. Se convocó, por tanto, un grupo de doce estudiantes de grado noveno del Colegio Germán Arciniegas I. E. D, sede B, jornada tarde.

Descripción de la experiencia

Los ambientes de aprendizaje se desarrollaron en seis sesiones. Cada sesión tuvo una duración aproximada de 1 hora y 50 minutos. *La primera sesión* fue una fase de sensibilización y aproximación a la problemática, en donde se presenta un marco general sobre los efectos adversos en la salud por el consumo excesivo de productos azucarados. Los estudiantes deciden sobre qué temáticas profundizar su investigación. En *la segunda sesión*, estos presentan los reportes de sus investigaciones y se hace una actividad experimental con productos que ellos tienen dispuestos para la clase, y observan de manera visual la cantidad de azúcar real contenida en cada paquete. En la *tercera sesión*, los estudiantes calculan las calorías y cantidad de azúcar en gramos de su propia dieta de un día (llevan a la sesión un registro de desayuno, almuerzo y cena) con el fin de comparar su consumo en gramos de un día con el dato de la OMS en relación con el máximo consumo diario recomendado. En la *cuarta sesión*, exploran las fórmulas de la tasa de metabolismo basal, índice de cintura cadera, e índice de masa corporal, y por grupos trabajan en el diseño de una dieta para sugerir a poblaciones de diversas características (talla, peso, sexo, actividad física, edad). Tras conocer los resultados de una encuesta, ven la necesidad de recomendar a sus compañeros de noveno, una dieta saludable. En la *quinta sesión*, cada grupo socializa el trabajo realizado en la sesión anterior. En la *sexta sesión* presentan las producciones que cada estudiante hizo para impactar a su comunidad más cercana tras el reconocimiento y comprensión de la problemática.

Las investigadoras participamos como observadores participantes y orientamos el trabajo realizado. Posterior a la aplicación usamos herramientas tecnológicas para la transcripción de las grabaciones. Este ejercicio permitió realizar un preanálisis que nos evocó algunas categorías de análisis relacionadas con los retos y desafíos que implicó esta condición de virtualidad y asociadas con la competencia democrática.

La ejecución de los ambientes de aprendizaje mediante la virtualidad nos hizo enfrentar a retos y desafíos que hemos categorizado como: vulnerabilidad tecnológica; el hogar: un nuevo escenario para la educación; y evaluación *vs*. virtualidad: un reto para conjugar todos sus verbos en la tercera persona del plural. Dentro de la vulnerabilidad tecnológica, analizamos algunas subcategorías que describimos como conectividad y acceso y disponibilidad de equipos en casa.

Como lo hemos dicho, estos retos y desafíos son categorías emergentes dadas las condiciones de virtualidad; sin embargo, procuramos que aún con las circunstancias que se presentaron, se pudiese dar lugar al desarrollo de la competencia democrática, categoría en la cual se pretende el análisis de la participación y la alfabetización matemática. Emerge una última categoría desde el análisis del enfoque multimodal, pues, dadas las condiciones de virtualidad, se hace necesaria la interpretación dentro de un lenguaje social semiótico en el que la comunicación incluye todos los modos, es decir, habla, escritura, gestos e imágenes.

De otro lado, cabe mencionar que varias de las dificultades que presentamos en la ejecución de los ambientes de aprendizaje están relacionadas con los retos y desafíos mencionados antes; sin embargo, a pesar de las vicisitudes, la experiencia nos dejó ver el abanico de posibilidades inexploradas que tenemos los profesores para los procesos educativos, y, antes que una limitación, debemos ahondar por las formas de enfrentar los retos que van surgiendo.

Síntesis de los resultados y conclusiones

Desde la categoría *competencia democrática* y subcategoría *participación*, la ejecución de los ambientes de aprendizaje permitió desarrollar las nociones características de la democracia, un involucramiento por parte de los estudiantes en la realización y propuesta de actividades, iniciativa y muestra de una subjetividad a través de su comprensión para dar cuenta a otros de la relevancia de la problemática; también como docentes pudimos observar cómo la interdisciplinariedad posibilitó una mayor participación de estudiantes poco participativos en una clase de matemáticas usual. Así mismo, pudimos valorar las iniciativas de los estudiantes para comunicar y argumentar sus comprensiones a través de sus propias iniciativas y la manera en que implícitamente resultan haciendo matemáticas en ese proceso de comunicación. Los estudiantes en sus interacciones manifiestan la importancia del conocimiento matemático para afrontar la circunstancia de vulnerabilidad en la que creen encontrarse y lo susceptibles que se sienten frente a las determinaciones de un estado político desigual que favorece amplia e irónicamente a los de mayor poder adquisitivo.

Desde la subcategoría *alfabetización matemática* se evidenció en el desarrollo de los ambientes de aprendizaje una *red de interacciones* correspondientes a los tres conoceres que la caracterizan. Reconocimos que se dio a un *conocer matemático* cuando los estudiantes lograron estimar y comparar cantidades —población enferma vs población total—; mostrar nociones de proporcionalidad, cuando pesaron la cantidad de azúcar que consumen con un Speed Max en un día, una semana y un mes; usar registros semióticos —tabla de cantidad de azúcar consumida *vs*. número de días—; leer datos estadísticos, para reconocer la problemática del consumo de azúcar; establecer equivalencias —gramos *vs*. número de cucharadas de azúcar de un producto—; hacer conversiones, de calorías a gramos de azúcar; y hacer cálculos aritméticos, cuando hallaron la TMB, el índice de cintura-cadera y el índice de masa corporal. Se evidenció igualmente un c*onocer tecnológico* cuando los estudiantes planean qué hacer para *sugerir a sus compañeros una dieta saludable*, e hicieron uso de una fórmula matemática, una calculadora y una gramera para hallar y mostrar resultados. Finalmente, el *conocer reflexivo* que se dio cuando los estudiantes lograron interpretar, analizar, criticar y argumentar respecto a la situación problemática estudiada.

Desde la categoría emergente *vulnerabilidad* y subcategorías *conectividad* y *acceso y disponibilidad de buenos equipos*, resulta ser un reto y desafío lograr que se den las condiciones necesarias para llevar a cabo ambientes educativos, que implican entre otras cosas el establecimiento de políticas de gobierno que den garantías e inclusive una alfabetización tecnológica. Esto dado que en el desarrollo de los ambientes de aprendizaje se notaron dificultades en la calidad de la red, la inasistencia e irrupción de las actividades en las sesiones por no tener equipo o tener que entregarlo a algún familiar, el conectarse desde otra casa, el uso de celulares obsoletos o cantidad reducida de datos, entre otros.

Desde las categorías emergentes, el *hogar un nuevo escenario para la educación* y *evaluación vs virtualidad*, el contexto socioeconómico fue un desafío que impidió, en muchos de los casos, la posibilidad de contar con las cámaras activas debido a ambientes hostiles, ruidos externos, etc., lo cual tuvo influencia en la posibilidad de realizar una evaluación y acompañamiento eficaz para evaluar no solo un resultado, sino también el proceso. Fue un reto que nos ha permitido reflexionar en la manera en que debemos repensar nuestra práctica para explorar todos los verbos de la evaluación en la tercera persona del plural.

En términos generales, nuestros estudiantes se apropiaron del conocimiento matemático para la comprensión e interpretación de la problemática social, y tras su entendimiento pudieron participar colectivamente para pensar en alternativas de solución, tras procesos de coflexión y deliberación. La experiencia nos ha suscitado algunas reflexiones: a caso en el sistema educacional influido por el currículo tradicional nos hemos llegado a preguntar como maestros, ¿qué tan vulnerables se sienten nuestros estudiantes en la sociedad para la cual se supone que los estamos preparando? ¿De qué manera lo que enseñamos los prepara para su participación democrática como ciudadanos? ¿Cómo es que su vida académica los prepara, por ejemplo, para enfrentar mecanismos aparentemente imperceptibles de opresión que prevalecen en una sociedad poco democratizadora? ¿Qué significado pueden darle nuestros estudiantes a las matemáticas que les enseñamos? y ¿qué tan significativas resultan para el desarrollo de competencias que los prepare como ciudadanos íntegros?

Referencias

Callejo, M. L. (2000). *Educación matemática y ciudadanía: propuesta desde los derechos Humanos*. Centro Latinoamericano de Ciencias Sociales. Clasco. Serie Cuadernos de Sociedad y Educación, n.º 12. Centro Cultural Poveda: Santo Domingo.

Freire, P. (1985). *Pedagogía del oprimido*. Siglo XXI Editores.

Herrera, M. (2006). Ciudadanía social y cultural: perspectiva histórica y retos del aprendizaje ciudadano del siglo XXI. *Procesos. Revista Ecuatoriana de Historia*, 23, 97-113.

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. En *Estándares b*ásicos de *competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanía* (pp. 46-94). MEN.

Skovsmose, O. (1997). Competencia democrática y conocimiento reflexivo en matemáticas. *Revista EMA*, *2*(3), 191-216.

Valero, P. y Skovsmose, O. (2012). Rompimiento de la neutralidad política: el compromiso crítico de la educación matemática con la democracia. En O. Skovsmose y V. Paola (Eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 1-23). Ediciones Uniandes.

Fracciones en la cocina: una experiencia virtual de aprendizaje con estudiantes de grado cuarto

Experiencia de aula

Cristian Alejandro Guzmán Ruiz*

Resumen

Como consecuencia del Estado de emergencia decretado por el Gobierno Nacional a causa de la pandemia COVID-19, se vieron afectados de manera considerable los procesos de enseñanza y aprendizaje en las instituciones educativas del país. Para nadie es un secreto que los profesores de matemáticas nos vimos en la necesidad de develar el currículo oculto de nuestros cursos, la dinámica de enseñanza de los objetos matemáticos y, por supuesto, las herramientas tecnológicas para propiciar situaciones didácticas significativas. Por ello, en esta experiencia de aula se pretende describir metodológicamente la relación entre un objeto matemático (fracciones como relación parte-todo) y la realidad del niño, por medio de la elaboración de una receta culinaria que involucraba la manipulación y el descubrimiento que tiene el estudiante en un entorno virtual de aprendizaje, aplicando nociones básicas de la fracción como relación parte-todo.

En esta experiencia, se reconoce la importancia y la necesidad de implementar acciones y actividades que involucren la manipulación de objetos tangibles o reales por parte del estudiante, permitiendo así un aprendizaje significativo que se aleja por completo de la educación tradicional y de esa ruptura entre las relaciones docente-estudiante-objeto causada por la virtualidad.

* Colegio de Nuestra Señora del Pilar, Sur de Colombia.
Contacto: crisalegur@gmail.com

Palabras clave: matemática realista, fracciones, enseñanza experimental, aprendizaje virtual.

Introducción

En muchos estudios se han presentado las dificultades que tienen los niños al momento de abordar situaciones que involucran el uso de fracciones, y esa complejidad ocupa un lugar importante en la educación básica primaria (Unesco, 2009). A pesar de que estos estudios han profundizado en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las fracciones, se evidencia que los estudiantes aún continúan presentando dificultades al reconocer la parte de un todo, representar una fracción e incluso identificar los atributos de una fracción (Llinares y Sánchez, 1997; Rojas y Ariza, 2018; Freudenthal, 1983; Obando, 2003).

Dos referentes oficiales que tenemos los docentes de matemáticas son los *Lineamientos Curriculares para el Área de Matemáticas* (MEN, 1998), y posterior a ellos los *Estándares Básicos para Competencias en Matemáticas* (MEN, 2006), los cuales consideran una organización del currículo en el área: conocimientos básicos, procesos generales y los contextos. Esta organización tiene tres componentes que están relacionados entre sí, lo que lleva a pensar que las fracciones como objeto didáctico cortan transversalmente cada uno de estos componentes por las siguientes razones:

- Las fracciones, desde que el niño las descubre, movilizan conocimientos básicos durante el proceso de aprendizaje en la escuela. Cabe resaltar que el trabajo con la fracción permite la construcción del objeto matemático "número racional".
- El trabajo con las fracciones posibilita el desarrollo de diversos procesos como la validación, la comunicación, la resolución de problemas, entre otros, por medio de situaciones problema donde el docente es un guía y direcciona el aprendizaje a través de preguntas orientadoras.
- Los contextos están asociados a las dinámicas que el docente proponga en clase; por esta razón, hay movilidad entre las diversas representaciones de fracciones y sus respectivas interpretaciones hechas por los estudiantes mismos.

Así mismo, el MEN (2006) reconoce la importancia de trabajar la fracción no solo desde el pensamiento numérico, sino también involucrando los otros pensamientos de conocimiento matemático, de ahí la coherencia horizontal de una competencia trabajada:

> El paso del concepto de número natural al concepto de número racional necesita una reconceptualización de la unidad y del proceso mismo de medir,

> así como una extensión del concepto de número. El paso del número natural al número racional implica la comprensión de las medidas en situaciones en donde la unidad de medida no está contenida un número exacto de veces en la cantidad que se desea medir o en las que es necesario expresar una magnitud en relación con otras magnitudes. (p. 59)

Desde la literatura en didáctica de las matemáticas, se hace una gran crítica a aquellos procesos de enseñanza que limitan al estudiante a trabajar las fracciones de manera algorítmica y que no permiten el uso de diferentes representaciones, lo que ocasiona poca comprensión de dicho objeto (Llinares y Sánchez, 1997). Por otro lado, las fracciones se comportan de manera diferente al conjunto de los números naturales, y desde la experiencia docente es posible evidenciar dificultades, tales como al sumar fracciones, los estudiantes suman horizontalmente cada término; al representar una fracción propia, los estudiante pierden o desconocen la noción de unidad propiciando la mala escritura y lectura de la fracción; también es normal encontrar representaciones de fracciones en contextos continuos sin que los estudiantes se percaten de la congruencia entre las partes.

De acuerdo con lo anterior, no es una insinuación que las dificultades se manifiestan únicamente por las estrategias de enseñanza, también son un hecho epistemológico las dificultades del propio objeto didáctico "fracción". En palabras de Perera y Váldemoros (2008), los alumnos construyen su conocimiento a partir de las situaciones de su cotidianidad, efectuando diversas actividades que les permiten realizar de manera correcta repartos equitativos y exhaustivos de un todo; es posible que bajo esta estrategia los estudiantes manifiesten expresiones simbólicas de la fracción para nombrar las partes de un todo.

Siguiendo con la idea de la coherencia horizontal (conexión de competencias en diferentes pensamientos), se tienen en cuenta los estándares básicos para competencias matemáticas y se hace una relación entre el estándar para el grado 4° de básica primaria que compone el abordaje de la fracción en los pensamientos seleccionados (tabla 1).

Por último, la propuesta está pensada desde la teoría de la educación matemática realista (EMR), porque se entiende como una herramienta que permite organizar la realidad (Bressan *et al*., 2016); además, la construcción de un objeto mental requiere que el estudiante reconozca diferentes fenómenos donde su conocimiento es un puente o medio organizador (Freudenthal, 1983). La decisión de abordar una situación con elementos de la EMR nace, ya que este tipo de actividades potencian el rol del estudiante, permitiendo que este reinvente un conjunto de herramientas para matematizar la realidad, y la labor del docente es guiar dicho proceso.

Tabla 1. Relación horizontal y vertical entre los estándares a trabajar con la fracción en el ciclo 4°-5°

Pensamiento numérico	Pensamiento espacial	Pensamiento métrico	Pensamiento variacional
Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.	Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.	Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos).	Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.

Fuente: elaboración propia.

Cabe resaltar que en la EMR la actividad principal del estudiante es matematizar y construir sus propios modelos, además, esta teoría reconoce que el tránsito entre el conocimiento informal al formal es un proceso progresivo en el que existen unos niveles de comprensión. Tanto Llinares y Sánchez (1999) como Freudenthal (1983) coinciden en que el objeto mental fracción como relación parte todo debe ser el inicio para la construcción de otras interpretaciones de la fracción, pero propuesto desde contextos realistas.

Descripción de la experiencia

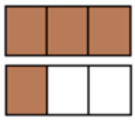
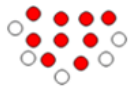
La propuesta fue llevaba a cabo en el Colegio de Nuestra Señora del Pilar-Sur (femenino) ubicado en la localidad San Cristóbal de la ciudad de Bogotá, el cual pertenece al sector privado y está adscrito a Conaced, con las estudiantes de grado cuarto que oscilan entre los ocho y diez *años de edad. El área de matemáticas cuenta con una intensidad horaria de seis periodos de clase semanales de 45 minutos cada uno.*

Por consecuencia de la emergencia sanitaria que decretó el Gobierno Nacional y a la estrategia "Aprendo en casa", los docentes Jair Castro, Sofía Cubides y Cristian Guzmán (licenciados titulares para los cursos 403, 402, 401, respetivamente) se vieron en la necesidad de reestructurar las dinámicas del modelo de enseñanza presencial y basado en la resolución de problemas a un modelo de enseñanza virtual, en el que los objetivos generales de aprendizaje para este periodo eran "determinar la estructura de la fracción, como una parte de algo (unidad), sus componentes y su aplicabilidad en la vida cotidiana por medio del planteamiento y solución de situaciones problemas; reconocer y aplicar las operaciones básicas en fracciones".

Pensar la educación virtual implica de inmediato la aparición de barreras en la construcción de situaciones en las que el estudiante sea el mayor protagonista y en donde el objeto matemático sea el puente para construir competencias en los niños. Sin embargo, se propuso hacer una actividad "concurso" donde las estudiantes mostraban su habilidad en la elaboración de una receta culinaria (ensalada de frutas), pero también su habilidad al reconocer, construir y operar fracciones propias e impropias (homogéneas), esto con el fin de apoyarnos en la teoría de la EMR.

Previo a la aplicación de esta actividad que fue considera como un proyecto de aula, se trabajó con las estudiantes la identificación de fracciones, la representación en contextos continuos y discretos, la lectura de fracciones y las trasformaciones entre sus representaciones (lenguaje común, pictórico, aritmético); para estas últimas se permitió el uso de símbolos que no representaban una categoría propia, es decir, aceptar expresiones como "3 medios" o "tres de cinco" que puedan acercar a una abstracción del objeto. De esta manera, las actividades virtuales propuestas consistían en que las estudiantes representaran de todas las maneras posibles una fracción (tabla 2).

Tabla 2. Ejemplo de actividad preparatoria (trasnformación de representaciones de una misma fracción)

Actividad: Completa la tabla de acuerdo a la información suministrada			
Como se lee	**Como se escribe**	**Gráfica**	**Elementos**
Cinco séptimos			
	5/6		
			
			

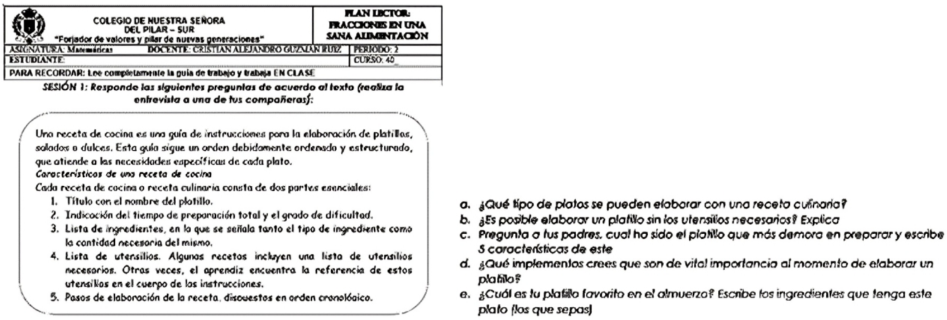
Fuente: elaboración propia.

La propuesta que se pensó tenía como nombre "Cooking Master". Inicialmente era un concurso opcional y luego se modificó para que todas las estudiantes fueran partícipes. A continuación, se muestran las fases en la que fue aplicada la actividad.

Fase preparatoria: para este momento, los docentes por medio de actividades virtuales, intervención de las estudiantes y juegos en línea, prepararon a las estudiantes para leer fracciones, interpretarlas, escribirlas, graficarlas e identificar sus atributos como relación parte todo (tabla 2). Para esta fase, se utilizó un total de 18 sesiones de clase donde se iban reconociendo algunas dificultades mencionadas desde los aspectos teóricos (no congruencia en área de las partes, desconocimiento de la unidad en fracciones impropias, mala ubicación de los términos) y a medida que pasaba el tiempo las niñas iban superando dichos obstáculos, ya que los profesores utilizaron material concreto en sus actividades (dobleces de hojas, regletas, entre otros). Para estudiantes de estas edades, es importante aún el uso de material concreto, ya que permite una organización matemática de los fenómenos (susceptibles a ser modificados y creados por los estudiantes).

Fase teórica: en esta fase se realizó un trabajo transversal con el área de educación física, donde se discutían con las niñas aspectos como la importancia de una sana alimentación, porciones, utensilios necesarios para preparar un platillo; el tiempo asignado para ellos fue de dos sesiones de clase, y el trabajo en equipo fue importante, ya que las niñas debían comunicarse con una de sus compañeras y hacer un tipo de "entrevista" para tener conocimiento de dichos aspectos (figura 1)

Figura 1. Actividad de lectura crítica llamada fracciones en una sana alimentación



COLEGIO DE NUESTRA SEÑORA DEL PILAR – SUR "Forjador de valores y pilar de nuevas generaciones"		PLAN LECTOR: FRACCIONES EN UNA SANA ALIMENTACIÓN
ASIGNATURA: Matemáticas	DOCENTE: CRISTIAN ALEJANDRO GUZMAN RUIZ	PERIODO: 2
ESTUDIANTE:		CURSO: 40
PARA RECORDAR: Lee completamente la guía de trabajo y trabaja EN CLASE		

SESIÓN 1: Responde las siguientes preguntas de acuerdo al texto (realiza la entrevista a una de tus compañeras):

Una receta de cocina es una guía de instrucciones para la elaboración de platillos, salados o dulces. Esta guía sigue un orden debidamente ordenado y estructurado, que atiende a las necesidades específicas de cada plato.

Características de una receta de cocina

Cada receta de cocina o receta culinaria consta de dos partes esenciales:

1. Título con el nombre del platillo.
2. Indicación del tiempo de preparación total y el grado de dificultad.
3. Lista de ingredientes, en la que se señala tanto el tipo de ingrediente como la cantidad necesaria del mismo.
4. Lista de utensilios. Algunas recetas incluyen una lista de utensilios necesarios. Otras veces, el aprendiz encuentra la referencia de estos utensilios en el cuerpo de las instrucciones.
5. Pasos de elaboración de la receta, dispuestos en orden cronológico.

a. ¿Qué tipo de platos se pueden elaborar con una receta culinaria?
b. ¿Es posible elaborar un platillo sin los utensilios necesarios? Explica
c. Pregunta a tus padres, cual ha sido el platillo que más demora en preparar y escribe 5 características de este
d. ¿Qué implementos crees que son de vital importancia al momento de elaborar un platillo?
e. ¿Cuál es tu platillo favorito en el almuerzo? Escribe los ingredientes que tenga este plato (los que sepas)

Fuente: Colegio Nuestra Señora del Pilar.

Fase práctica. Esta sesión estuvo divida en dos partes, la primera parte correspondió a la separación de los ingredientes usando las fracciones y mantenido la condición para que fuera una relación parte todo (el todo era la unidad o fruta y las partes eran aquellas divisiones que se hacía en las frutas); es decir, las niñas iban dividendo cada fruta en partes iguales según lo indicara el docente (figura 2). En esta sección, las estudiantes debían hacer uso de la congruencia entre cada una de las partes de la unidad, ya que de ello dependía la elegancia y la preparación de su ensalada de frutas[1].

El segundo momento consistía en que el docente iba nombrando fracción por fracción de cada fruta para ser preparada la ensalada, es decir, que las estudiantes debían reconocer la cantidad de fruta agregada a su recipiente. Un ejemplo de este momento se daba cuando el docente decía a sus estudiantes "agregamos al recipiente diez cuartos de fresa"; para este caso, las niñas entendían que cada una de las fresas se dividen en cuatro partes iguales, de las cuales diez trozos van a estar en el recipiente. Por cada fracción mencionada, los docentes hacían preguntas a las estudiantes como ¿cuántas fresas hemos agregado en este caso? ¿Qué tipo de fracción es diez cuartos? De la misma manera, se realizó con las demás frutas de la ensalada (mencionando cada porción como fracción).

1 Cabe resaltar que todas las estudiantes tenían un rol específico el cual era ser chef profesional con su atuendo y sus implementos de aseo respectivos.

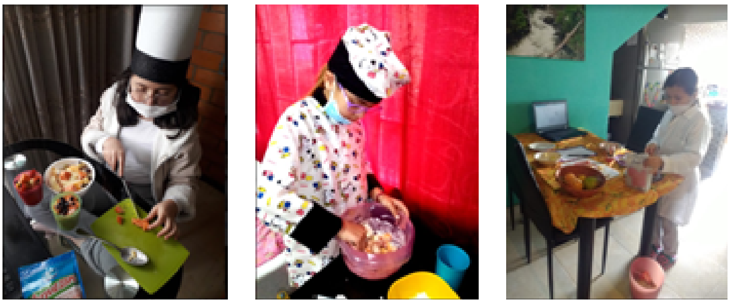
Las preguntas orientadoras se plantearon a las estudiantes para hacer el diagnóstico sobre números mixtos y el reconocimiento de fracciones impropias como la composición de un entero junto con una fracción. Algunas de las estudiantes respondían la misma fracción, otras decían "casi tres fresas", "dos fresas y un poquito" o también "dos fresas y media", lo cual era muy positivo en la actividad, ya que cumplía o iba más allá del objetivo plateado, porque las estudiantes estaban haciendo conversión dentro de una misma categoría, es decir, hacían la equivalencia $\frac{10}{4} = 2\frac{2}{4}$ o $2\frac{1}{2}$.

Figura 2. Estudiantes fraccionando cada una de las frutas previo a la preparación

Fuente: elaboración propia.

Por otro lado, las estudiantes estaban en continuo contacto visual con el docente de matemáticas, ya que algunas acomodaron su lugar de estudio en prácticamente una cocina (figura 3); esto hacía una experiencia mucho más significativa para la estudiante, porque era ella misma protagonista de la clase, de la actividad y quién llevaba el ritmo.

Figura 3. Estudiantes agregando las porciones dadas en fracciones al recipiente



Fuente: elaboración propia.

Al terminar la primera ensalada de frutas y siguiendo con el desarrollo de la dimensión individual y afectiva estipulada en el PEI de la institución, las estudiantes debían dar un mensaje de agradecimiento o de amor a un ser querido (aprovechando el mes del padre o el de la madre), de modo tal que la familia fue partícipe indirecto de esta actividad. De esta manera, la estudiante juega un papel importante en la actividad, ya que construye sus propias representaciones y aparte se convierte en un sujeto participativo en su núcleo familiar (figura 4). Para finalizar la actividad, las estudiantes debían construir sin instrucciones y bajo su criterio, otro plato de ensalada de frutas mencionando cada una de las porciones de frutas agregadas como fracciones; luego diligenciar la guía de trabajo constituida por unas preguntas sobre el proceso hecho (orientado a la fracción).

Figura 4. Desarrollo de la dimensión afectiva en las estudiantes

Fuente: elaboración propia.

Conclusiones

Dado a que fue una actividad experimental donde el objeto *fracción como relación parte todo*, sirvió como medio para corregir algunas dificultades presentadas por las estudiantes y además hubo una cercanía entre el conocimiento matemático, el conocimiento para la vida y el contexto, se reconoce la importancia de trabajar con los estudiantes situaciones que involucren la construcción propia de representaciones y la aplicación de conceptos a la realidad del niño. Además, no hay duda que actividades de este estilo tejen relaciones más consistentes del estudiante-objeto-profesor-contexto (figura 4) y posibilitaron que las niñas identificaran la relación entre la parte y el todo, la representaran en lengua natural y otro registro, lo cual es un aspecto positivo ya que las estudiantes participaron activamente (fueron protagonistas siendo felices) y, además, reconocieron en ese momento atributos básicos de las fracciones.

Referencias

Bressan, A., Gallego, M., Pérez, S. y Zolkower, B. (2016). *Educación matemática realista*. GPDM.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Reidel.

Llinares, S. y Sánchez, M. (1997). *Fracciones: la relación parte-todo*. Síntesis.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia [MEN] (1998). *Lineamientos curriculares para matemáticas*. Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia [MEN] (2006). *Estándares b*ásicos para las *competencias matemáticas*. Magisterio.

Obando, G. (2003). La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. *Revista EMA*, *8*(2),157-182.

http://funes.uniandes.edu.co/1521/1/99_Obando2003La_RevEMA.pdf

Perera, P. y Váldemoros, M. (2008). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. *Investigación en educación matemática XI (209-218)*. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Rojas, A. y Ariza, A. (2018). *Los niños y las fracciones: reporte de una experiencia en grado tercero (8-9 años)* (Tesis de maestría). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Unesco. (2009). *Aportes para la enseñanza de las matemáticas*.

Multiplicación de polinomios en una versión geométrica

Experiencia de aula

Nini Johanna Bustos Yara*
Sergio Andrés Moreno López**

Resumen

La experiencia de aula planteada tiene como objetivo mostrar y plantear la reflexión de cómo a través de una representación geométrica, donde se analizan y se establecen relaciones entre sus figuras alrededor del área y el perímetro, se puede deducir la multiplicación de polinomios. La propuesta fue implementada con estudiantes de grado octavo y del programa de aceleración volver a la escuela, donde se contó con la mediación del *software* Geogebra para las construcciones geométricas. Los estudiantes debieron representar cuadrados y rectángulos y analizar el área y perímetro de estas figuras para lograr deducir la multiplicación de polinomios. En la propuesta se evidenció por parte de los estudiantes la importancia del uso de varios sistemas de representación, porque a partir de estos sistemas podían observar elementos que variaban y que permanecían constantes, como las longitudes o áreas de las figuras y la forma respectivamente.

Palabras clave: álgebra, suma, producto, áreas, perímetros.

* Colegio Restrepo Millán IED, Colombia.
Contacto: nibu116@hotmail.com

** Colegio Gustavo Morales Morales IED, Colombia.
Contacto: sa.morenol1@uniandes.edu.co

Introducción

Esta experiencia muestra un trabajo desde conceptos aparentemente básicos de geometría que quieren ser llevados a una continuidad con el álgebra, dando lógica y razón de ser a la relación que existe entre conceptos y la conexión entre representaciones dando sentido y significado al trabajo de la matemática para los estudiantes que ven los temas como aislados y memorizados.

Planteamiento del problema

Un problema recurrente en el aula de clase de matemáticas es que los estudiantes doten de significado los conceptos, especialmente en el álgebra. Específicamente, una de las dificultades en el álgebra escolar es que los estudiantes se han acostumbrado, por una parte, a memorizar algoritmos donde solo siguen reglas de procedimientos; esto implica usualmente no asocian ningún significado y mucho menos alguna aplicación al álgebra. Otra dificultad en el aprendizaje del algebra es que los estudiantes no cuentan con un sistema de representación diferente al algorítmico, donde puedan manipular con cierta libertad para poder explorar conjeturas y otras relaciones. Entonces el problema particular que observamos en el aprendizaje de los estudiantes es, por un lado, la creencia de ellos sobre el álgebra y, por otro, la imposibilidad de exploración en otras relaciones entre sistemas de representación como por ejemplo el álgebra geométrica, que doten de significado operaciones entre polinomios como la suma y el producto.

Justificación

Nuestro interés didáctico como educadores matemáticos sobre cómo propiciar espacios en el aula para la comprensión significativa de nuestros estudiantes, especialmente con las operaciones de suma y producto entre polinomios, nos condujo a la exploración de que aplicaciones y representaciones posibles tendrían estos conceptos en la historia del algebra; la revisión histórica sobre el álgebra en la Antigüedad nos permitió reconocer que sus representaciones eran principalmente geométricas. En particular, nos llamó la atención la manera como en la antigüedad se analizaban las relaciones geométricas que había en las representaciones con algunas figuras básicas como cuadrados y rectángulos, como magistralmente se muestra, por ejemplo, en el libro II de *Los elementos*, de Euclides. De allí tomamos algunas ideas en cuanto a perímetro y área que nos permitieron plantear una propuesta a través del uso de Geogebra que permitió a nuestros estudiantes una exploración más significativa sobre la suma y el producto de polinomios, donde la representación de diferentes relaciones geométricas fue el eje mediador.

Objetivos

General

Propiciar a través de la discusión de los estudiantes diferentes formas de representar áreas y perímetros de cuadrados y rectángulos con ayuda del *software* Geogebra para interpretar geométricamente la multiplicación de polinomios

Específicos

1. Representar el área y el perímetro de cuadrados y rectángulos a través del *software* Geogebra.
2. Establecer una coherencia entre la representación algebraica y geométrica de la multiplicación de polinomios.

Referentes teóricos

La propuesta se basó principalmente en la exploración de fuentes como el libro II de *Los elementos*, de Euclides, e *Historia de la matemática*, de Carl Boyer, para conocer desde la parte histórica cómo se dio el proceso del desarrollo del álgebra, y fundamentalmente para explorar relaciones de tipo geométrico que pudieran plantearse para explicar una multiplicación de polinomios. También, se tuvieron en cuenta los lineamientos curriculares de matemáticas y los estándares básicos de competencias que plantean, por ejemplo, el uso de representaciones geométricas para resolver problemas en matemáticas y otras disciplinas, además del currículo de nuestros colegios, que establece el desarrollo de estas temáticas en el álgebra de grado octavo.

Fundamentación metodológica

La población en donde se implementó la propuesta estuvo conformada por dos grupos de estudiantes, uno de ellos era un grado octavo de aula regular y el otro un grupo del programa de aceleración "volver a la escuela"; los estudiantes oscilaban entre los 12 y los 16 años en dos colegios distritales diferentes de la ciudad de Bogotá.

Los estudiantes trabajaron en grupos de tres o cuatro personas, y lo que se planteó fundamentalmente en todas las sesiones era que pudieran asociar las representaciones geométricas a expresiones algebraicas de polinomios.

Durante las sesiones se registraban aquellos aspectos que eran determinantes para los estudiantes cuando manifestaban o explicaban cómo asociaban las representaciones geométricas y algebraicas como, por ejemplo, el uso común de colores y su correspondencia entre figuras geométricas y expresiones algebraicas.

Contextualización de la práctica

La práctica se desarrolló con estudiantes en dos espacios alternadamente, el salón de clases y el aula de sistemas. En el aula de sistemas, se colocaba ponía a construir con Geogebra, por ejemplo, un cuadrado y un rectángulo, señalando su perímetro, las cualidades de sus lados y su área, y en salón de clase se realimentaba dicha representación realizada por el *software* asociando, entre otros, la medida de los lados de las figuras geométricas a polinomios de primer grado. Y se pedía representar a los estudiantes dichas relaciones geométricas en su cuaderno.

Claro está que esta parte de la práctica fue el resultado de un proceso previo de representar polinomios de primer grado en una dimensión usando segmentos linealmente unos detrás de otros, polinomios de segundo grado en dos dimensiones usando áreas de cuadrados, y polinomios de tercer grado utilizando volúmenes de hexaedros regulares.

Resultados esperados

Dentro de los muchos resultados esperados se logró que los estudiantes, al reducir términos semejantes, pudieran clasificar los términos y operarlos adecuadamente. Además, los estudiantes, en su gran mayoría, podían representar una suma de polinomios, clasificando los términos de acuerdo con el grado de sus polinomios. También se logró que los estudiantes realizaran una multiplicación de polinomios desde su representación geométrica sin tener que recurrir a procedimientos algebraicos. Y, lo más importante, se dotó de significado la suma y producto de polinomios desde la representación geométrica.

Descripción de la experiencia

Una de las actividades desarrollada en dos semanas tenía las siguientes características:

En la primera semana, se trazó como propósito y forma de la clase una discusión de un taller de multiplicación de polinomios en clase estableciendo acuerdos con los estudiantes; al comienzo, se realizó una pequeña introducción retomando las clases anteriores y en las siguientes sesiones se discuten y se hacen preguntas sobre el taller.

Las preguntas orientadoras de la primera sesión fueron las siguientes:

1. ¿Qué sé sobre los cuadrados y los rectángulos?

Aquí los estudiantes escribieron y luego hablaron sobre lo que ellos sabían y recordaban de las clases anteriores sobre estas figuras geométricas, haciendo especial referencia a las características de sus lados y su forma (ángulos rectos).

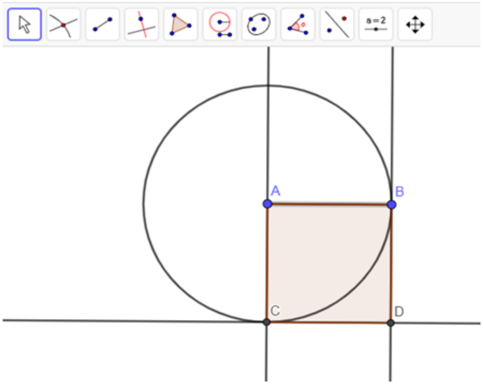
2. ¿En qué lugares del salón observo cuadrados y rectángulos?

Esta pregunta tenía como objetivo que los estudiantes empezaran a mirar los cuadrados y rectángulos en el entorno del salón para que, entre otras cosas, vieran que estas dos figuras geométricas están en muchos lugares del salón, que no son ajenas ni extrañas y, por el contrario, son muy comunes en el ambiente.

3. ¿Qué recordamos de la clase anterior?

En esta parte también se les ponía a los estudiantes a representar cuadrados en Geogebra, como se muestra en la figura 1.

Figura 1. Cuadrado construido con Geogebra

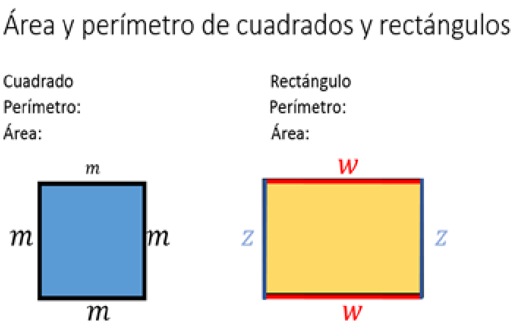


Fuente: elaboración propia.

4. Explicación de área y perímetro de cuadrados (idea fundamental).

En esta parte se les muestra a los estudiantes una gráfica donde deben construir y completar la información solicitada, como se observa en la figura 2.

Figura 2. Gráfica para completar

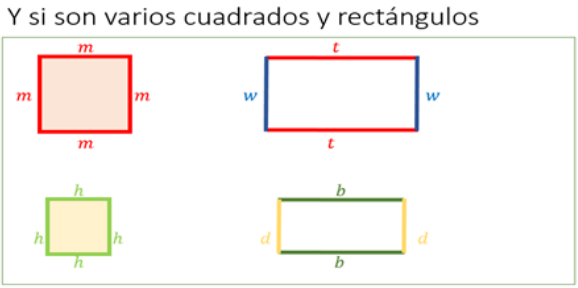


Fuente: elaboración propia.

5. Ejemplos de aplicación de área y perímetro de cuadrados y rectángulos (ejercicios).

Esta parte se realiza en una sesión posterior con los estudiantes y aquí se retoma lo planteado anteriormente y se ponen más ejemplos, como se observa en la figura 3.

Figura 3. Varios cuadrados y rectángulos

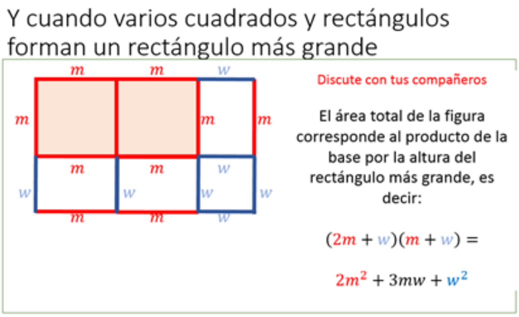


Fuente: elaboración propia.

6. Figuras juntas (multiplicación de polinomios) calcular el área total de la figura.

Finalmente, en esta parte los estudiantes deben calcular el área de toda la figura para deducir la multiplicación de polinomios, según se muestra en la figura 4. Como se mencionó en el apartado de los resultados esperados, a los estudiantes se les aportó actividades de representación de polinomios de segundo grado a través de áreas de rectángulos y cuadrados donde asociaron los colores y la forma de la figura a los términos algebraicos.

Figura 4. Multiplicación de polinomios



Fuente: elaboración propia.

7. Preguntas y conclusiones de área, perímetro, multiplicación de polinomios.

Conclusiones

El resultado más significativo de la exploración de relaciones geométricas entre el área y el perímetro de figuras propició una serie de reflexiones entre los estudiantes acerca de lo que puede representar un polinomio, de cómo a través de una representación geométrica se pueden multiplicar polinomios sin tener que recurrir a algoritmos y, finalmente, que es fundamental explorar representaciones que permitan al estudiante la comprensión y representación algebraica de aquellas cosas que varían, como las longitudes o áreas de las figuras, y aquello que permanece constante, como lo es su forma.

Referencias

Boyer, C. B. (1974). *Historia de la matemática. Alianza*.

Euclides. (1999). *Elementos* (*Libros I-VI*). Planeta De Agostini.

¿Y qué tal si vemos las matemáticas como un juego?

Experiencia de aula

Catalina del Pilar Murcia Flórez*
Jairo Nelson Pulido Gómez**

Resumen

Esta experiencia de aula reúne elementos curriculares, metodológicos y didácticos que se han tenido en cuenta en la configuración de la clase de matemáticas de dos colegios públicos de Bogotá. Tiene como finalidad dar a conocer los elementos que intervienen a diario en las aulas de matemáticas, con el fin de generar reflexiones que motiven a la transformación de las prácticas pedagógicas. En este sentido, la experiencia recoge algunas consideraciones propias de los autores, en las cuales se evidencian percepciones, sentires y propuestas que están en construcción, pero que han permitido no solo modificar aspectos propios del área, sino también generar espacios transdisciplinares, promoviendo una cultura sistémica en las instituciones donde laboran. Una invitación a cambiar la visión que se tiene de las matemáticas escolares, a alejarse de las ideas tradicionales, que las ven como un área apartada, aburrida y, muchas veces, sin sentido, para verla como un espacio que desarrolla la creatividad y el ingenio.

Palabras clave: competencias matemáticas, currículo, didáctica, juego, motivación.

* Colegio Nuevo Chile I. E. D., Colombia.
Contacto: cdmurcia@educacionbogota.edu.co

** Colegio Campestre Monteverde I. E. D., Colombia.
Contacto: jnpulido@educacionbogota.edu.co

Introducción

La estrategia que se evidencia en este escrito surge por los múltiples interrogantes que se generaron en los autores en torno a la planeación, diseño, ejecución y evaluación de sus prácticas educativas. En particular, estos cuestionamientos estuvieron orientados, entre muchos otros aspectos, a la forma como enseñan su asignatura y al rol que desempeñan como docentes en el aula, a la percepción y actitudes que los estudiantes y la comunidad educativa reflejan hacia las matemáticas, y a su aplicabilidad en otras áreas e incluso en la vida misma del estudiante. Estos interrogantes generan ciertas tensiones, que llevan a repensar las prácticas y plantear una serie de estrategias que, además, invitan a la reflexión, a una revisión curricular, a una incorporación del juego como parte de la propuesta y a una discusión de las experiencias y perspectivas del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

Lo anterior promueve el desarrollo del rol investigador del maestro, cuya responsabilidad es la de aportar al campo de la educación y de la pedagogía para enfrentar los retos del siglo XXI. Algunas de las estrategias que han permitido evidenciar las iniciativas de los maestros y ganar una posición en el campo investigativo y la comunidad académica son la socialización, comunicación, sistematización y publicación de experiencias, los espacios de encuentro como congresos y coloquios, la conformación de redes y colectivos, entre otras; allí se pueden visualizar esos nexos entre lo teórico y lo práctico desde diferentes contextos y realidades.

Dichos nexos, enmarcados en propuestas investigativas, son los que permiten realizar mejoras, transformaciones y cambios de perspectiva en los procesos dentro y fuera del aula. En ese sentido, la experiencia descrita en este documento responde al objetivo de desarrollar prácticas matemáticas significativas que motiven a los estudiantes y faciliten la adquisición de competencias, tomando el juego como estrategia de enseñanza y de aprendizaje. Es así como, a través de la *investigación-acción* (Pérez, 1998; Colmenares y Piñero, 2008; Martínez, 2000), se explorarán los procesos realizados en el aula para identificar y comprender una problemática, así como proponer una estrategia que permita mejorar y modificar tal situación, registrando y sistematizando los cambios que se produzca con el desarrollo de esta.

Para el desarrollo de competencias se ve la necesidad de integrar procesos de razonamiento y de pensamiento (MEN, 1998), los cuales tienen una estrecha relación con el juego, pues desde algunas perspectivas (Bishop, 1998; Chamoso, Durán, García, Martín y Rodríguez, 2004; Tamayo, 2008) este es la base y esencia de las matemáticas. Entonces, ¿por qué no incorporarlo en la enseñanza y, aún más, en el aprendizaje? Según Salvador (2013, citado por Lovatto, Municoy, Alaniz y Huespe, 2016), un juego bien elegido permite introducir un tema, comprender o afianzar conceptos y procesos nuevos o existentes, conseguir destreza en algún algoritmo y desarrollar habilidades. El juego despierta en los estudiantes la necesidad de preguntar, plantear estrategias y deducciones de forma estimulante, intrigante, divertida y gratificante. Así mismo, desarrolla atención, memoria, rigor y capacidades cognitivas en los tres niveles de representación: enactivo, icónico y simbólico (Alsina, 2001).

Adicionalmente, el juego abre espacios de aprendizaje integral,

> hace que se estimule el desarrollo social y se ven favorecidas las relaciones con sus compañeros de aula, la empatía, la cooperación y el trabajo en equipo, la aceptación y seguimiento de normas y la discusión de ideas. Los alumnos deben hablar, compartir, para después comprobar y explicar. (Lovatto, Municoy, Alaniz y Huespe, 2016, p. 339)

De la mano de estos procesos de desarrollo social y personal, hay un aspecto fundamental en el aprendizaje de las matemáticas y es la motivación. Lovatto, Municoy, Alaniz y Huespe (2016) afirman que en muchas prácticas educativas las matemáticas que se enseñan difieren en varios aspectos de las que se utilizan en la vida cotidiana, se aprenden de forma descontextualizada, sin relacionar hechos o situaciones concretas. Respecto a la motivación, Font (1994) indica que el aprendizaje de las matemáticas influye

> si el estudiante tiene un patrón motivacional positivo o negativo […] Si el patrón es positivo, el estudiante, frente a una dificultad reaccionará analizándola, buscará una nueva estrategia, preguntará al profesor, etc.; [...] si el estudiante presenta un patrón motivacional negativo, frente a una dificultad, aumentará su ansiedad y hasta se angustiará pensando que la causa de la dificultad es su incapacidad y, por tanto, adoptará una actitud defensiva. (p. 14)

Todas estas son razones fundamentales para pensar que el juego debe hacer parte del currículo en matemáticas, y por eso la presente experiencia lo involucra como estrategia fundamental en la clase; donde todos son actores están involucrados. Con esto se indica que no basta con que los estudiantes se diviertan, también es necesario que el profesor disfrute cada clase, que se sienta motivado de ver a sus estudiantes dispuestos, comprometidos y, sobre todo, animados por aportar en cada sesión y por construir nuevos conocimientos.

Descripción de la experiencia

La estrategia se planteó con el fin de involucrar el juego en las planeaciones diarias de las clases de matemáticas de los grados 6.°, 8.° y 11.°, por lo tanto, no se querían modificar los lineamientos institucionales acordados en el área, sino complementar los procesos con el uso de una herramienta que facilitara el desarrollo de las clases de forma lúdica y diferente. Esto se pensó por la falta de motivación, de sentido y de apropiación evidente en los estudiantes con la clase y los conceptos allí abordados.

Planear la estrategia consideró dos momentos: 1) determinar los conceptos y competencias por desarrollar; 2) indagar y seleccionar los aspectos relacionados con la didáctica, la metodología y la lúdica. Respecto a la primera parte, se decidió que se respetarían las planeaciones tanto de asignatura como de área que comprendían las orientaciones del Ministerio de Educación Nacional (1998), pero que, de acuerdo con el interés de los estudiantes, podría modificarse, ya sea agregando, quitando o cambiando elementos y estructuras.

Esto no tomó mayor tiempo en la planeación de la estrategia, pues las modificaciones al currículo se harían en la ejecución de esta. Para la segunda parte, se tuvo en cuenta la población a la que se aplicaría la estrategia, se caracterizaron los estudiantes y cursos a partir de una descripción general que hicieron los docentes involucrados en la propuesta. Con esta caracterización, se determinó el tipo de juegos que se podían involucrar y el nivel de dificultad, así se inició un estudio para evidenciar cómo conectar cada uno con las competencias y componentes del área con los cursos.

Los juegos que se seleccionaron se describen en la tabla 1, haciendo su respectiva relación con las competencias y componentes de matemáticas, los aprendizajes de los estudiantes y las dificultades en el proceso.

Tabla 1. Descripción de los juegos usados en las clases de matemáticas

Juego	Competencias desarrolladas	Pensamientos abordados	¿En qué consiste el juego?	Aprendizajes alcanzados por los estudiantes	Dificultades de los estudiantes en el proceso
Picas y fijas (Poveda, 2013)	Formulación y ejecución	Numérico-variacional	Por equipos, adivinar un número de varias cifras que no tenga dígito repetido por medio de la formulación de hipótesis por verificar. Picas: aciertos del dígito en posición incorrecta. Fijas: aciertos del dígito y posición correcta.	Habilidades en los tipos de razonamiento, en particular el abductivo. Diseño de estrategia. Sistematización de la información y su uso para la formulación de hipótesis. Cálculo de probabilidades. Trabajo en equipo. Creatividad. Comunicación asertiva.	Al principio no interpretaban el enunciado del problema. No siempre tenían en cuenta los datos suministrados en el proceso para hacer conjeturas y formular hipótesis que permitieran descubrir el número. Algunas veces se dedicaban a adivinar.
	Argumentación	Aleatorio			
	Interpretación y comunicación				

Juego	Competencias desarrolladas	Pensamientos abordados	¿En qué consiste el juego?	Aprendizajes alcanzados por los estudiantes	Dificultades de los estudiantes en el proceso
La carrera al 20 (Barrera y Reyes, 2018)	Formulación y ejecución	Numérico-variacional	Dos jugadores. Un jugador comienza diciendo un número, 1, 2 o 3, y el contrincante debe sumarle 1, 2 o 3 unidades al número que dio el primer jugador. Luego, el primero debe sumar 1, 2 o 3 al resultado que acaba de decir su adversario y así sucesivamente. Ganará el jugador que logre decir primero el número 20.	Potenciación de destrezas en cálculo mental. Formas de razonamiento deductivas, inductivas y abductivas. Argumentación de conjeturas. Formulación de expresiones textuales, simbólicas u orales que describen patrones y aspectos de generalización. Cálculo de probabilidades. Concentración.	Inicialmente, decían los números sin plantear una estrategia. Aunque describían aspectos de las regularidades, les costó llegar a las generalizaciones de las estrategias.
	Argumentación	Aleatorio			

Juego	Competencias desarrolladas	Pensamientos abordados	¿En qué consiste el juego?	Aprendizajes alcanzados por los estudiantes	Dificultades de los estudiantes en el proceso
Salto de la rana (Rupérez y García, 2006)	Formulación y ejecución	Numérico-variacional	Es un juego individual. Consiste en intercambiar la posición de dos grupos de fichas ubicadas en un tablero. Esto se hace bajo unas reglas específicas. Luego de jugar varias veces los estudiantes sistematizaron sus movimientos haciendo uso de parejas ordenadas y representándolas en el plano cartesiano. En este último ejercicio encontraron, desde la geometría, propiedades del juego en términos del número de fichas o de los movimientos realizados.	Planteamiento de estrategias. Seguimiento de instrucciones. Formulación de expresiones textuales, simbólicas u orales que describen patrones y aspectos de generalización. Ubicación de puntos en el plano cartesiano. Cambios de representación. Uso de algoritmos.	El seguimiento de las reglas fue un proceso demorado dentro del juego. A veces movían las fichas en el sentido incorrecto. Las generalizaciones y regularidades que hallaron en las figuras del plano cartesiano fueron menos precisas que las halladas directamente en el tablero del juego. Se les dificulta más generalizar procesos geométricos que numéricos.
	Argumentación				
	Interpretación y comunicación	Geométrico-métrico			

Juego	Competencias desarrolladas	Pensamientos abordados	¿En qué consiste el juego?	Aprendizajes alcanzados por los estudiantes	Dificultades de los estudiantes en el proceso
Acertijo de MU (Gómez y Gómez, 1999)	Formulación y ejecución Argumentación Interpretación y comunicación	Numérico-variacional	En un sistema formal y estableciendo un lenguaje común, partir de la palabra MI para llegar a otras palabras con un número impar de íes, utilizando una serie de reglas y definiciones. Finalmente, partiendo de MI se debe obtener la palabra MU.	Desarrollo de razonamiento inductivo (demostraciones por inducción). Manejo de axiomas, reglas, propiedades y definiciones. Uso de algoritmos.	El seguimiento de las reglas generó mucha dificultad. En ocasiones usaban más de una regla en cada línea. La rigurosidad de especificar la regla usada en cada renglón fue algo que causó mucha dificultad. Al final se logró.

Fuente: elaboración propia.

Conclusiones

La experiencia que se viene adelantando desde hace varios años de forma intermitente, y en los años 2019 y 2020 de manera sistemática, arrojó como resultado un mayor compromiso de los estudiantes con las actividades planteadas en la clase de matemáticas; el desarrollo de hábitos frente a acciones de diálogo, consenso y seguimiento de normas, gracias a la estructura de los juegos; un avance significativo en el desarrollo de la formulación, la interpretación y la argumentación como competencias matemáticas; un evidente protagonismo en los roles de liderazgo y organización por parte de los estudiantes; una aparente autonomía y autorregulación personal y colectiva; buen manejo de la información que los llevaron a mejorar su capacidad de organizar y sistematizar de modo fluido y coherente estrategias; y, también, una resignificación de la clase de matemáticas, que tradicionalmente consistía en memorizar y mecanizar operaciones, a verlas de una forma divertida, útil e interesante.

Las competencias de formulación, interpretación y argumentación aparecieron de forma transversal, mediadas por el razonamiento, en el desarrollo de las actividades propuestas. Se caracterizaron y reorganizaron los pensamientos numérico-variacional, geométrico-métrico y aleatorio, de acuerdo con los aprendizajes y las dificultades presentadas por los estudiantes, como se observa en la tabla 1. Esta caracterización permitió, además, ver la relación entre los componentes y competencias en el desarrollo de un juego, porque en muchas ocasiones sucedía que los estudiantes jugaban, tal vez aprendían, pero no era explícita la relación entre los aprendizajes del estudiante, el juego y los conceptos que en este intervenían. También se apreció que el juego, visto como estrategia en el proceso de enseñanza-aprendizaje, posibilitó descubrir y potenciar dichas competencias en un contexto diferente, asimilar las clases de matemáticas con mayor disposición y hacer que su aprendizaje fuera significativo y propio.

Referencias

Alsina, Á. (2001). *La intervención de la memoria de trabajo en el aprendizaje del cálculo aritmético* (Tesis doctoral). Universitat Atónoma de Barcelona. Bellaterra: Servei de Publicacions UAB.

Barrera, F. y Reyes, A. (2018). Situaciones didácticas en educación matemática. *Pädi Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías del ICBI*, *5*(10).

Bishop, A. (1998). El papel de los juegos en educación matemática. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, *18*, 9-19.

Chamoso, J., Durán, J., García, F., Martín, J. y Rodríguez, M. (2004). Análisis y experimentación de juegos como instrumento para enseñar matemáticas. *Suma*, *47*, 47-58.

De Guzmán, M. (2007). Enseñanza de las ciencias y la matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, *43*, 19-58.

Font, V. (1994). Motivación y dificultades de aprendizaje en matemáticas. *Suma*, *17*(1), 10-16.

Gómez, P. y Gómez, C. (1999). *Sistemas formales informalmente. ¿Por qué intentaron formalizar a la matemática si era tan buena muchacha*. Universidad de los Andes.

Hunter, M. y Kieran, E. (1995). *La narrativa en la enseñanza, el aprendizaje y la investigación*. Teachers College Press, Columbia University.

Lovatto, M., Municoy, M., Alaniz, B. y Huespe, A. (2016). Juego, ingenio y emoción: otra forma. + *E: Revista de Extensión Universitaria*, (6), 336-343.

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (1998). *Lineamientos curriculares*. MEN.

Poveda, J. (2013). *Estrategias para el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Eugenio Díaz Castro*. (Tesis de Maestría). Bogotá, Colombia: Universidad de la Sabana.

Rupérez, J. y García, D. (2006). Graduación de la dificultad en juegos de intercambio de posiciones: un ejemplo con el salto de la rana. *Números*, 21-25.

Tamayo, C. (2008). El juego: un pretexto para el aprendizaje de las matemáticas. *Encuentro Colombiano de Matemática Eduativa*.

La astronomía: una ciencia interdisciplinar

Reporte de investigación

Adriana Paola Patiño Chiguasuque*
Leidy Disney Rojas Romero**
Helbert Gustavo Arenas Hernández***

Resumen

Este proyecto busca favorecer la transformación de las prácticas académicas y administrativas vigentes del Instituto Campestre Senderos (ICS) a partir de la necesidad de mejorar e innovar la calidad de la educación, desde una perspectiva de currículo interdisciplinar y el diseño de Ambientes Virtuales de Aprendizaje (AVA). Para ello, se requirió la formulación y desarrollo de un proyecto que parte del diagnóstico de la Gestión Académica del ICS en cuanto a sus planes de estudio, resaltando dentro de ellos los aspectos que permitieron evidenciar si existían procesos en este tipo de gestión que propiciaran la interdisciplinariedad. De esta forma, se hace uso de unidades didácticas (macroambientes) basadas en astronomía como fuente teórica, pedagógica y didáctica del AVA que permita implementar una posible estrategia de gestión para fortalecer los lineamientos académicos, curriculares y pedagógicos.

Palabras clave: interdisciplinariedad, astronomía, gestión académica, macroambiente, AVA.

* Colegio Giovanni Antonio Farina, Colombia.
Contacto: adrianapaoapat@gmail.com

** Colegio Parroquial San Carlos, Colombia.
Contacto: leidyrr21.lr@gmail.com

*** IE- San Antonio de Prado, Colombia.
Contacto: gustavoarenaslicbiologia@gmail.com

Introducción

En Colombia, la calidad educativa depende de diversos factores, especialmente radica en la enseñanza-aprendizaje, siendo una "posibilidad de trabajar en la transformación del sistema cognitivo en niños y jóvenes, en la idea de que el aprendizaje también es transformación" (Chona, 1998, p. 3). Es así como, en busca de la calidad escolar, las instituciones educativas realizan una autoevaluación a través de las diferentes gestiones, las cuales permiten hacer un balance general de esta. Una de ellas es la gestión académica, la cual tiene como objetivo buscar elementos estratégicos que integren diversos procesos y den cuenta de la enseñanza-aprendizaje de los actores educativos de manera innovadora, dependiendo del contexto cultural en donde se desarrolle (Unesco, 2011).

Por ende, es necesario que desde la gestión académica se desarrollen proyectos que permitan el aprendizaje propio de los estudiantes de manera innovadora contribuyendo así a la formación integral, donde las TIC pueden lograr ese objetivo, siendo mediadoras en los procesos académicos dentro y fuera de las aulas, mejorando así la calidad de educación (Mikropoulos y Natsis, 2011). En consecuencia, se hizo necesario plantear la siguiente pregunta que guio la investigación: ¿cómo fortalecer la gestión académica desde el plan de estudios del Instituto Campestre Senderos mediante una propuesta interdisciplinar sobre astronomía para el grado octavo de la educación básica secundaría? Fortalecer la gestión académica desde el plan de estudios del Instituto Campestre Senderos mediante una propuesta interdisciplinar sobre astronomía para el grado octavo a través del siguiente objetivo: fortalecer la Gestión académica desde el plan de estudios del Instituto Campestre Senderos a través de una propuesta interdisciplinar sobre astronomía para el grado octavo.

La investigación se llevó a cabo con veinte estudiantes del grado octavo (8-B) en las áreas de matemáticas, biología, tecnología y artes, en el Instituto Campestre Senderos (ICS). Esta institución fue conformada en 2005 a partir de la inquietud de María González, Carlos Moreno y Nelson Torres, quienes buscaban crear una institución generosa en espacios y excelente en formación. Está institución es de carácter privado calendario A y jornada única, y atiende a estudiantes de preescolar, básica y media; enfocados en el área comercial, los estudiantes oscilan entre el estrato 2 y 3, este último en muy baja proporción.

Fue importante realizar esta investigación, dado que la educación de nuestro país necesita calidad e innovación, siendo elementos fundamentales para que cada sujeto logre descubrir y desarrollar sus capacidades, pues se cuenta con una historia de tradicionalismo y atomización del conocimiento que no han arrojado los mejores resultados en pruebas que miden competencias básicas.

Lo anterior nos invita a repensar la educación y las estrategias para potenciar sus elementos en los diferentes ámbitos de la sociedad, especialmente desde la gestión académica. Así mismo, de acuerdo con las transformaciones del contexto, se debe renovar el modo de enseñar y de aprender en los distintos espacios de socialización; para tal fin, se hace necesario brindar ambientes de aprendizajes significativos a través de la interdisciplinariedad, donde el ambiente escolar de relación y transformación se da de acuerdo con un trabajo en equipo, desde un contexto donde lo académico se aplica en todo y para todos los campos del conocimiento en la vida cotidiana con base en unos mismos propósitos educativos.

Fundamentos teóricos

Dentro del marco conceptual es necesario definir algunos conceptos claves en la investigación que permiten orientar y dar una mirada más clara a la misma. En este marco se presentan las siguientes categorías o palabras clave: gestión académica, interdisciplinariedad, modos de producción del conocimiento, modelo de indagación, las TIC en la educación, ambientes virtuales de aprendizaje, macroambiente y astronomía. Al respecto, es de suma importancia trabajar mediante estas categorías teniendo como base la pertinencia y suficiencia de estas durante el proyecto de investigación.

Según Ander-Egg (1999), la interdisciplinariedad puede dar luces para lograr ver a la educación como un complejo de realidad social:

> La educación requiere una transformación de lo disciplinar a una visión y decisiones desde lo interdisciplinar, conllevando a la necesidad de aspectos operativos que sean ejecutados a través del trabajo en equipo y el aprendizaje cooperativo. Además, en lo actitudinal exige de los que participan disposición al diálogo y desarrollo de pensamiento complementario.

El Ministerio de Educación Nacional (1998) indica que:

> Las nuevas tecnologías amplían el campo de indagación sobre el cual actúan las estructuras cognitivas que se tienen, enriquecen el currículo con las nuevas pragmáticas asociadas y lo llevan a evolucionar. El uso efectivo de las nuevas tecnologías aplicadas a la educación es un campo que requiere investigación, desarrollo y formación por parte de los docentes. (p. 18)

De acuerdo con el Instituto Nacional de Técnica Aeroespacial "Esteban Terradas", la astronomía es:

> La ciencia natural del universo, en su concepto más general. La astronomía se dedica a estudiar las posiciones, distancias, movimientos, estructura y

> evolución de los astros y para ello se basa casi exclusivamente en la información contenida en la radiación electromagnética o de partículas que alcanza al observador. (p. 17)

Es así como esta ciencia permite articular otras áreas de conocimiento para resolver problemáticas situadas donde es necesario la investigación de los sujetos en diversos campos y liderar las posibles soluciones a la problemática planteada.

De este modo, Morín (2019) considera que:

> La astronomía permite generar interdisciplinariedad, lo que hace al cosmos, que era presa de disciplinas parcelarias, y regresa triunfalmente después del desarrollo de la astrofísica, después de las observaciones de Hubble sobre la dispersión de las galaxias en 1930, el descubrimiento de las irradiaciones isotrópicas en 1965, y la integración de los conocimientos micro físicos de laboratorio para concebir la formación de la materia y la vida de los astros.

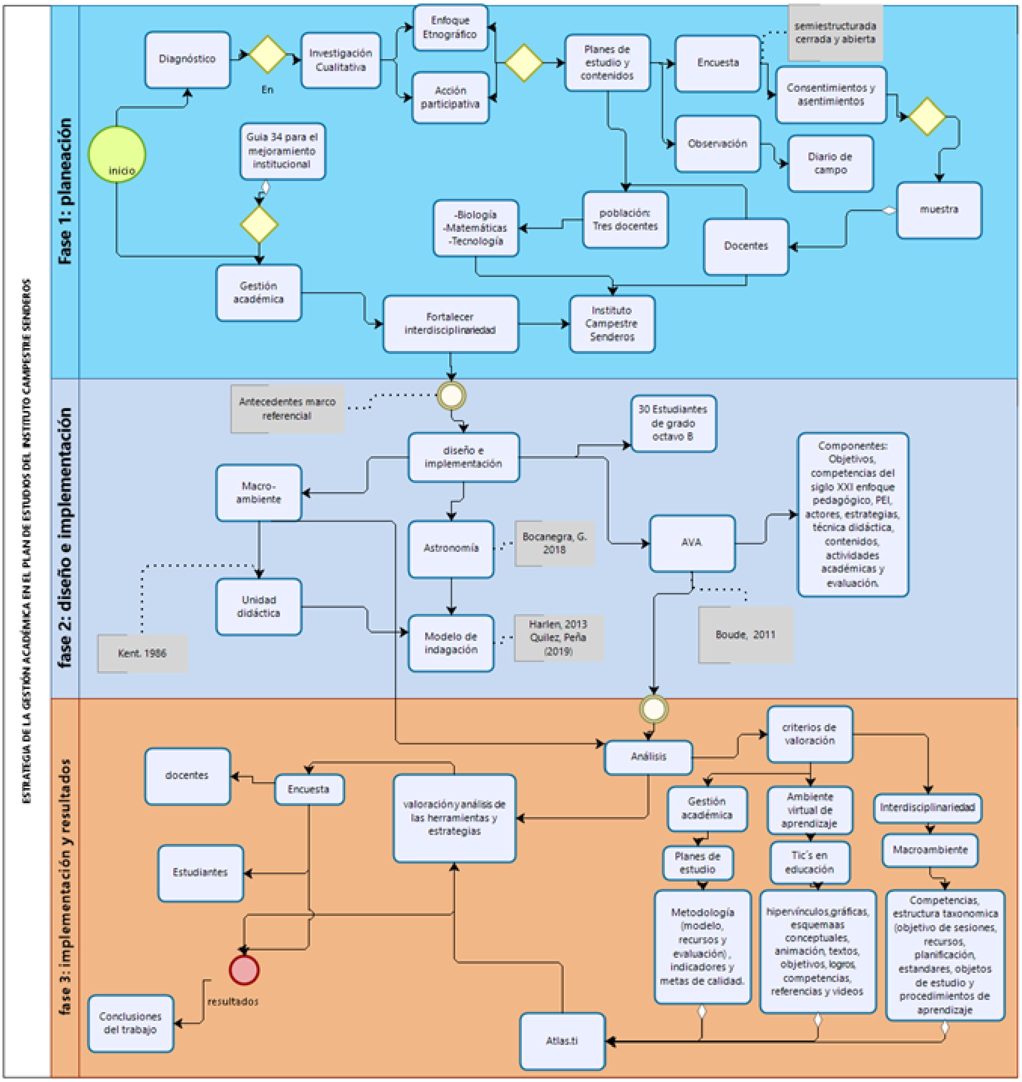
En el año 2008 el Ministerio de Educación Nacional dio a conocer la Guía n. 34 en la que se propone un paso a paso para la Autoevaluación al Plan de Mejoramiento Institucional, allí se aclaran los procesos que debe seguir cada gestión en la institución educativa correspondiente para llegar a la excelencia y brindar en los contenidos alta calidad escolar. El Ministerio de Educación Nacional (2008) en la Guía n.º 34 hace explícito que:

> la Gestión Académica debe enfocar sus acciones para que los estudiantes desarrollen las capacidades y competencias necesarias para su desempeño personal, social y profesional; entre ellas está definir y orientar los diferentes componentes curriculares que apoyan las prácticas pedagógicas permitiendo construir el perfil deseable del estudiante. (p. 28)

Es así como el plan de estudios es fundamental para la investigación, puesto que la propuesta interdisciplinar reúne elementos que lo cimientan. Además, está mediado por las TIC en pro de una nueva manera de enseñanza-aprendizaje, en la que estudiantes y docentes principalmente son los protagonistas de sus aprendizajes mediante la relación directa y experiencial con lo digital, cuyo soporte es la astronomía, la cual es esencial para el desarrollo de la ciencia y la tecnología; conjuntamente, consiente el diálogo de saberes facilitando la formación de sujetos críticos de su realidad de manera global y no fragmentada favoreciendo la calidad escolar. Claro está, a través del modelo didáctico por indagación, que acerca a los docentes y estudiantes a una nueva perspectiva interdisciplinar y de integración de la pedagogía, el currículo y la comunicación.

Metodología

Figura 1. Estrategia de la gestión académica en el plan de estudios del Instituto Campestre Senderos

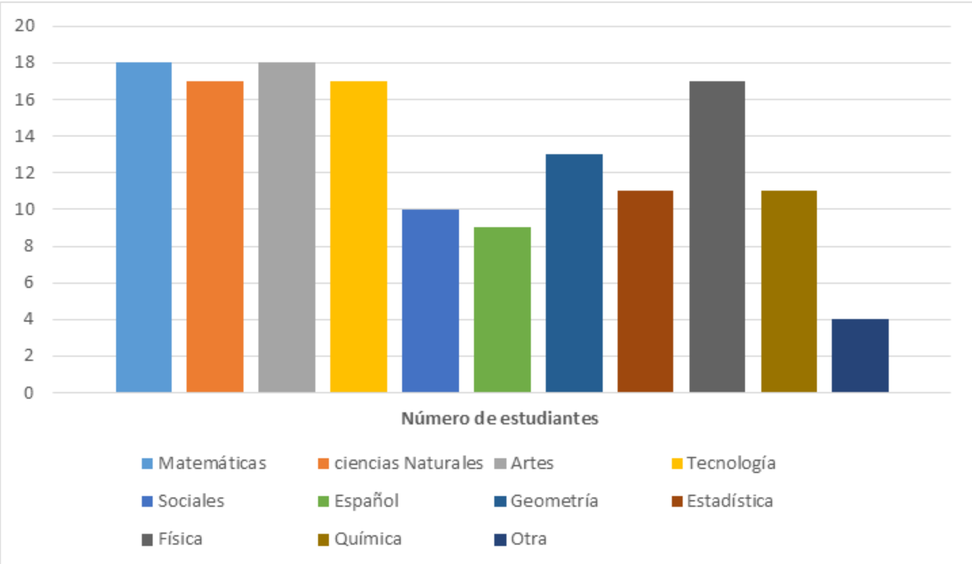


Fuente: elaboración propia con base en Bizagi (2019).

Análisis y resultados

Este resultado dispone un panorama bastante amplio en cuanto a las posibilidades de generar reflexiones y acciones respecto a la incorporación de otras áreas del conocimiento dentro de la propuesta, las cuales requieren de mayor tiempo de elaboración y ejecución, lo cual consideramos es posible bajo diferentes estrategias, recursos y herramientas se permitan articular y dinamizar problemáticas a partir del requerimiento y la necesidad de espacios interdisciplinarios. Esta valoración de los estudiantes requiere de todo un proceso de reflexión en cuanto a la esencia articuladora de la macro unidad, y la sensación de seguir generando cambios y estrategias diferentes desde fenómenos y modelos del universo.

Figura 2. Asignaturas que estuvieron inmersas en el proyecto de astronomía según la percepción de los estudiantes



Fuente: elaboración propia.

También se puede analizar que trabajar desde los estándares de las diferentes áreas correspondientes al ciclo IV, en el cual se encuentran los estudiantes, permite generar vinculación con otras áreas y no, por el contrario, limitar y retrasar los contenidos de las otras áreas, sino brindar desde una propuesta herramientas que fortalecen otras tareas y quehaceres desde las otras disciplinas.

Conclusiones y reflexiones

El proyecto permitió, a través de su realización dentro del Instituto Campestre Senderos, fortalecer la Gestión Académica desde el plan de estudios mediante una propuesta interdisciplinar sobre astronomía para el grado octavo. Desde esta perspectiva, se señala que la interdisciplinariedad como principio básico contribuyó a la formación académica, laboral e investigativa, dada por los nexos o vínculos de interrelación, con las áreas abordadas en los macroambientes. En consecuencia, la interdisciplinariedad y el AVA fueron la vía idónea en esta enseñanza en función de potenciar la formación académica, laboral e investigativa de los estudiantes y docentes, debido a que no solo desarrollaron conocimientos, sino que se ayudó a integrarlos, que es en definitiva lo que se pone de manifiesto en cualquier esfera de la producción o los servicios y, en especial, en la práctica de la vida (Morin, 2019).

Se consideró a la astronomía como un recurso pedagógico que se desarrolló en correspondencia con objetivos generales asociados a determinados conocimientos, habilidades y modos de actuación profesional que son esenciales en su formación y que desde la óptica de una sola disciplina o asignatura académica no es posible lograrlos con la debida profundidad, ni siquiera con planes de estudio parcialmente integrados (figura 2), por consiguiente, la participación de varias asignaturas y, en ocasiones, de todos los planes de estudio (Castellanos, 2017).

Referencias

Ander, E. (1999). *Interdisciplinariedad en la educación*. Magisterio de Río de Plata.

Castellanos, M. (2017). *Estrategia de gestión académica para favorecer prácticas pedagógicas encaminadas al desarrollo del pensamiento científico*. (Tesis de maestría). Universidad Libre.

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2008). *Guía n.º 34. Guía para el Mejoramiento Institucional. De la Autoevaluación al Plan de Mejoramiento*. http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles177745_archivo_pdf.pdf

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2013). *Competencias TIC para el desarrollo profesional docente*. Centro Administrativo Nacional, CAN.

Morin, E. (2019). *Sobre la interdisciplinariedad: comunidad de pensamiento complejo*. http://www.pensamientocomplejo.org/docs/files/morin_sobre_la_interdisciplinaridad.pdf

Antecedentes y aportes metodológicos de una investigación en curso: sobre la incursión de la era digital en la educación matemática. Reflexiones de profesores de matemáticas

Reporte de investigación

Bryan Eduardo Rodríguez Díaz*

Resumen

Este reporte de investigación pretende dar cuenta de la revisión bibliográfica consultada para la construcción de los antecedentes de una investigación en curso para optar por el título de Magíster en Comunicación-Educación. De la misma forma, propone algunos aportes y elementos metodológicos con base en el paradigma cualitativo: el estudio narrativo. Es necesario escuchar y documentar las reflexiones de los profesores, para esta investigación, los educadores de matemáticas. Hay un problema el cual está referido a que la incursión de las tecnologías de la información y las comunicaciones en la educación matemática no puede darse solo en un plano instrumental. La incorporación de las TIC o herramientas digitales significan reflexiones que hacen los profesores de matemáticas en sus prácticas docentes y que deben sustentarse para la construcción de conocimiento con metodologías alternativas.

Palabras clave: profesores de matemáticas, educación matemática, era digital, estudio narrativo.

* Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.
Contacto: brianrodriguezd@gmail.com

Introducción

La incursión de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en la educación han generado cambios sustanciales en las relaciones de los sujetos del territorio educativo (estudiantes y profesores) y el conocimiento, lo cual Tobón (2015) denomina como la *tríada educativa*. Estos cambios han sido tanto retadores como problemáticos para los profesores. Teniendo en cuenta lo anterior, la pregunta de investigación está centrada en dar cuenta de las reflexiones que hacen los profesores de matemáticas acerca de la incursión de la era digital en la educación en sus prácticas docentes.

En concordancia con lo establecido, el objetivo remite en estudiar, documentar y analizar las reflexiones que hacen los profesores de matemáticas en lo que ha significado la incursión de la era digital en la educación en sus prácticas docentes. Este reporte de investigación tiene como primer momento mostrar la documentación sobre algunos estudios que se han desarrollado alrededor de esta temática. Es decir, la revisión bibliográfica de investigaciones, artículos de investigación, tesis de maestría y doctorales que guardan relación en torno a la incursión de la era digital en educación en consonancia con las prácticas de los profesores de matemáticas. Esta revisión permitió observar tres tendencias claras de los investigadores. La primera, con planteamientos dirigidos a la utilización de las herramientas digitales en educación y en educación matemática. La segunda, con las necesidades que implica esta incursión en la escuela y su nuevo sentido. Y la última tendencia, dirigida a las argumentaciones sobre las prácticas, los profesores y los estudiantes en la era digital.

Un segundo momento busca dar cuenta de la elección del diseño metodológico. Allí se sustenta por qué la metodología escogida es la de estudio narrativo en el marco del paradigma de la investigación cualitativa. Este trabajo de investigación contará con la colaboración de profesores de matemáticas en ejercicio vinculados a un colegio privado del municipio de Madrid, Cundinamarca. Dicho colegio presenta estudiantes cuyas familias se encuentran en estrato sociocultural 2, 3 y 4 (recordando que, en Colombia, la población se clasifica en estratos según las condiciones de la vivienda o entorno, siendo 1 el más bajo, y 6 el alto). Brinda educación en los tres niveles (preescolar, primaria y bachillerato) en la modalidad de bachillerato académico. Los cinco profesores tienen un rango de edad entre los 22 y 26 años.

Fundamentos teóricos

Los intereses de algunos investigadores sobre la incursión de la era digital en la educación han provocado estudios dirigidos hacia diversos puntos de vista.

La documentación de estas investigaciones da cuenta de tres tendencias que se señalan a continuación.

Herramientas digitales en educación y en educación matemática

La incorporación de las TIC en la educación representa beneficios para el sistema educativo en su conjunto, compuesto por profesores, estudiantes y demás miembros de la comunidad (Tobón, 2015). Es impensable que estas no se incorporen a la educación y tengan una presencia significativa en las aulas. Por ejemplo, Rubio (2016) ha desarrollado un trabajo centrado en explicar que la aparición de las tecnologías digitales en el panorama mundial revolucionó a la humanidad y cambió la manera en que se articula la sociedad, se entiende la educación y se modifica el aula de matemáticas. En este sentido, aprender en una era digital posee características particulares que la definen y diferencian. Para el caso de la educación matemática, Sacristán (2017) lleva más de treinta años investigando sobre la incursión de las tecnologías digitales en educación matemática. Su interés se ha centrado en una visión pionera surgida hace casi cincuenta años sobre el paradigma del construccionismo, donde se parte de la idea y el objetivo de considerar que los estudiantes son quienes construyen las matemáticas, más que propiamente aprender acerca de ellas.

Necesidades y sentido de la escuela

La utilización de herramientas digitales o TIC no es suficiente, ahora el trabajo es saber usarlas y, al mismo tiempo, incorporarlas en la educación. Dicho esto, López (2007) demostró en sus estudios que se requieren cambios profundos en la estructura académica. Siguiendo la misma línea, Pérez (2012) sustentó que es una era que exige retos ineludibles a los sistemas educativos, a las escuelas, al currículo y, por supuesto, a los docentes. A este respecto, Tobón (2015) manifiesta que es urgente repensar las formas en las que se ha diseñado la educación, debido a que las tecnologías permiten el acceso instantáneo a la información y genera nuevas dinámicas que no se tuvieron en cuenta y siguen sin tenerse en consideración.

En suma, los autores sugieren que esta urgencia debe propender la actualización de los currículos haciéndolos diversos, flexibles, modernos y diseñados por las necesidades individuales y sociales, antes que por los requerimientos formales. En definitiva, es necesario hablar de cambiar la mirada, adaptar la escuela y reinventar la educación con lo que le significa a la educación matemática. De la misma forma como las TIC incursionaron en la educación matemática, también resulta innegable que estas tecnologías cambiaron los procesos básicos en la educación referidos a la comunicación y la interacción. Ahora, la base de esta reconceptualización de la educación debe darse desde sus principales protagonistas: los profesores. López (2007) argumenta que los docentes tendrán que modificar sus prácticas, si no quieren verse rebasados por una generación de estudiantes cambiante.

Prácticas, profesores y estudiantes en la era digital

Las prácticas pedagógicas deben ir más allá del simple hecho de la dotación de equipos en el aula de clase y de la inserción y la integración de las TIC (Tobón, 2015). Se requiere, entonces, de nuevas metodologías, cambios en las formas de interacción entre profesor-estudiante-conocimiento, y las implicaciones que conlleva para cada miembro de la tríada educativa. Por tanto, los roles deben ser susceptibles de análisis y reconsideraciones. Alrededor de este tema, Rodríguez (2017) propone una nueva concepción de roles, tanto para docentes como para estudiantes, considerando que es fundamental que los docentes asuman el papel de recuperar, producir y reproducir experiencias irrepetibles. En este sentido, Pérez (2012) también coincide con estos planteamientos al mencionar que las máquinas hacen las tareas más rápido que los humanos y que, en ese orden de ideas, las tareas propuestas por los profesores deben ir dirigidas a la toma de decisiones, solución de problemas y creación de escenarios y situaciones alternativas, puesto que las tareas rutinarias, algorítmicas y de carácter reproductivo serán hechas por las máquinas.

Metodología

Este trabajo de investigación parte de entender que la población 'los profesores de matemáticas' no son una muestra y, por ende, no se manipulan numéricamente ni tiene como objetivo medir algo. De entrada, es una investigación que busca alejarse de un planteamiento positivista. Todo lo contrario, se centra en dar cuenta de las reflexiones que genera en los profesores de matemáticas la era digital.

La metodología escogida para desarrollar este trabajo de investigación es el estudio o análisis narrativo. Ahora, se escoge esta metodología porque, como lo refieren Landín y Sánchez (2019) es un método que brinda la oportunidad de ir a la verdadera esencia de la educación: las complejas interacciones que las personas hacen día a día, en tiempo y espacio, configurando su identidad individual y social, construyendo y reconstruyendo historias personales y sociales (Connelly y Clandinin, 1995). Así pues, en el campo de la educación la narrativa es una estrategia para que algunos profesores cuenten cómo han sido sus experiencias desde sus prácticas y que, al mismo tiempo, se socialicen escenarios que han sido más o menos satisfactorios.

En el caso de las reflexiones que les genera la era digital a los profesores de matemáticas en sus prácticas docentes, corresponde, entonces, a un ejercicio reflexivo que, de acuerdo con Fernández (2004), ofrece al profesor la oportunidad de reconstruir de manera narrativa su experiencia pasada, de contrastarla con la situación actual y de anticipar la evolución futura. Son sus reflexiones, y los retos y desafíos que predice. Esta investigación no sugiere un método o instrumento de recolección de datos, sino que, dotado de sentido por lo que algunos investigadores, como Arias y Alvarado (2015), refieren cómo métodos o técnicas de construcción de datos, se hará uso de la entrevista narrativa. Para entender este planteamiento discursivo, Rorty (1995, citado por Botero, 2006) menciona que "al entender la verdad como construcción, como actuación y como *performance*, se asume la conversación como forma de llegar a compromisos y trascender los desacuerdos" (p. 41).

Análisis y resultados

La revisión bibliográfica realizada permite precisar que no solo debe analizarse el papel instrumental de la incursión de la era digital en la educación matemática, sino que se debe ampliar su discusión en torno a las metodologías de comprensión y construcción de conocimiento, los roles de los profesores y los estudiantes y la reconceptualización del currículo y la política educativa. Lo anterior, considerando los aportes de los profesores de matemáticas y sus narraciones en el marco del diseño metodológico.

En lo referido a los aportes metodológicos, en primera medida se resalta que la revisión bibliográfica (construcción de los antecedentes) es una herramienta que potencia los procesos que se han desarrollado en torno al tema, los alcances y resultados obtenidos de las investigaciones. De la misma forma, la adopción del estudio narrativo como metodología permite resaltar el papel de los protagonistas del territorio educativo: los profesores. Y con base en sus relatos se conforman narrativas como formas alternativas de construcción de conocimiento.

Conclusiones y reflexiones

Narrar es contar una historia. Es relatar sobre una o diversas situaciones que tienen un sentido para quien lo hace y es relevante para quien lo escucha o lo lee. La acción de narrar, en su punto de vista personal, invita a la reflexión de mencionar todas aquellas experiencias vividas que conforman la narración y que, al mismo tiempo, devela todos aquellos significados en la vida de la persona, por ello narrar va más allá de hablar. Es al narrar que los sujetos dan cuenta de la relación que establecen con el mundo y lo que esta significa para ellos. Narrar sería, entonces, abrir el alma y relatar sobre la vida. Cuestión que, lejos de ser poca cosa, implica una interacción íntima con la persona, pues es un pasaje a la memoria en el tiempo y espacio.

La apuesta metodológica para la investigación representa una forma sobre la cual las reflexiones de los profesores de matemáticas se resaltan en medio de la coyuntura mundial actual donde las TIC han incursionado con más fuerza en sus prácticas y, por ende, en la escuela. Al entender esto, los aportes del diseño metodológico propuesto permiten identificar en las narrativas de los profesores de matemáticas cómo los procesos de la era digital, en lo relacionado con las TIC, han impactado en sus prácticas docentes y lo que ello ha significado.

Referencias

Arias, A. y Alvarado, S. (2015). Investigación narrativa: apuesta metodológica para la construcción social de conocimientos científicos. *Revista CES Psicología*, *8(2)*.

Botero, P. (2006). *Niñez, política y cotidianidad. Reglas de juego y representaciones de lo público en niños y niñas que habitan contexto márgenes o de la periferia*. (Tesis de doctorado). Universidad de Manizales.

Connelly, M. y Clandinin, J. (1995). *Relatos de experiencia e investigación narrativa*. En Larrosa (Ed.), *Déjame que te cuente: ensayos sobre narrativa y educación* (pp. 11-60). Barcelona, España: Laertes.

Fernández Cruz, M. (2004). El desarrollo docente en los escenarios del currículum y la organización. *Revista de Currículum y Formación del Profesorado,8*(1), 20. https://revistaseug.ugr.es/index.php/profesorado/article/view/19376

Landín, M. y Sánchez, S. (2019). El método biográfico narrativo. Una herramienta para la investigación educativa. *Educación*, *28*(54), 227-242. https://doi.org/10.18800/educacion.201901.011

López, M. (2007). Uso de las TIC en la educación superior de México. Un estudio de caso. *Apertura*, *7*, 63-81.

Pérez, A. (2012). *La era digital: nuevos desafíos educativos*. Ediciones Morata.

Rodríguez, Y. (2017). *Reconceptualización de la educación en la era digital*. (Tesis de doctorado). Universidad Nacional de Educación a Distancia.

Rubio, S. (2016). Aprender matemáticas en la era digital: geometría dinámica. https://www.researchgate.net/publication/320161728_Aprender_matematica_en_la_era_digital_geometria_dinamica_Presentacion

Sacristán, A. (2017). Aprender matemáticas en la era digital. *Revista de Divulgación Cinvestav*. http://ayp.cinvestav.mx/Publicaciones/ArtMID/4126/ArticleID/1166/Aprender-matem225ticas-en-la-era-digital

Tobón, Y. (2015). La nueva era digital en la educación. *Ventana Informática*, *32,* 29-45. Universidad de Manizales. https://doi.org/10.30554/ventanainform.32.1095.2015

La clase de matemáticas como práctica social: una oportunidad de desarrollar competencias ciudadanas a través de un ambiente de modelación en torno al consumo responsable en época de COVID-19

Reporte de investigación

Kelly Johana Duque Gutiérrez*
Brandon Alexander Suárez Reyes**
María Nubia Soler Álvarez***

Resumen

En el desarrollo de la Maestría en Docencia de las Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, estudiamos la relación educación, matemática y ciudadanía; en nuestro caso particular, escogimos el consumismo como problemática social. Por ello, desarrollamos un ambiente de modelación sociocrítico (Kaiser y

* Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.
Contacto: kjduqueg@upn.edu.co

** Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.
Contacto: basuarezr@upn.edu.co

*** Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.
Contacto: nsoler@pedagogica.edu.co

Sriraman, 2006) que busca mostrar oportunidades de transformación en el aula de matemáticas cuando cambia la geometrización de la clase (Veiga-Neto, 2002) y se busca que esta sea una práctica social (Miguel y Miorim, 2004). Dicho ambiente se llevó a cabo en el colegio Nueva Inglaterra, ubicado al norte de Bogotá, en el curso 7C y consta de seis sesiones de clase, que buscaban desarrollar competencias ciudadanas relacionadas con el consumismo y el impacto que este tiene en los otros y lo otro. La información recolectada ha permitido evidenciar que es posible regeometrizar la clase de matemáticas, de manera que el currículo no esté centrado en los contenidos, se permita la entrada de otras ciencias al aula, se cambien los roles tanto de profesor como de los estudiantes y se logre su participación legítima en relación con la ética del consumo, el conocer matemático, el reflexivo y el tecnológico.

Palabras clave: ciudadanía, educación matemática, práctica social, escenario de investigación, consumismo.

Introducción

Con los años se ha construido en nosotros la idea de que un indicador de progreso está directamente relacionado con el crecimiento económico, por lo que hemos terminado creyendo que la comodidad, la felicidad y el vivir bien están ligados al poder adquisitivo de bienes y servicios. Sin embargo, el vivir bien también puede verse como lo han planteado los pueblos latinoamericanos originarios, es decir, como una relación armoniosa del "hombre con la naturaleza [...] la historia, la sociedad y la democracia" (Quiceno, 2013).

El consumo tiene una estrecha relación con la idea de ciudadano, en tanto "los consumidores son ciudadanos, y ser ciudadano tiene implicaciones económicas, no sólo políticas. Ser ciudadano compromete a implicarse activamente en orientar el consumo y la producción" (Martínez, 2009). Por esta razón, la educación debe propender por formar ciudadanos en una ética del consumo igualitaria, que se preocupen por el medio ambiente, y debe permitir diferenciar entre lo necesario, ligeramente necesario y deseado.

La situación actual de aislamiento, generada por el nuevo coronavirus y que ha obligado a muchas personas, entre ellas a los estudiantes, a evidenciar que algunas prácticas de consumo, como ir a cine, a parques de diversión o de compras, no son fundamentales para la vida, mientras que otras, como compartir en familia, realizar actividad física o tener espacios de tranquilidad sí lo son. Este escenario social se ha convertido en una oportunidad, desde la perspectiva de este trabajo de grado, para generar espacios de discusión con los estudiantes en la clase de matemáticas, en donde ellos puedan aportar desde la realidad que viven reflexiones sobre lo que realmente es necesario consumir para vivir bien.

La educación para el consumo no puede reducirse al manejo del dinero, sino que debe convertirse en una herramienta poderosa para cuestionar el modelo económico existente, comprender el significado del dinero y optimizar su uso en aras de vivir bien. Esta educación debe garantizar el derecho a "saber elaborar estrategias óptimas de compra en función de las necesidades o conveniencias, utilizando criterios racionales, solidarios y cuantificables para analizar las relaciones calidad-precio de las ofertas de consumo" (Callejo, 2000).

La educación matemática tiene la responsabilidad de formar ciudadanos que puedan ejercer sus derechos y deberes (MEN, 2006), dentro de los cuales está el derecho a vivir bien (Herrera, (2006)), entendiendo como la satisfacción de necesidades básicas fisiológicas o psicológicas. Estas necesidades básicas se ven alteradas por el mercado y la publicidad, que incitan a las personas a desear bienes y servicios que en realidad no necesitan. Allí es donde el vivir bien se deforma en buena vida al satisfacer caprichos o gustos (necesidades instrumentales) relacionados únicamente con entretenimiento, los cuales se han visto limitados por la pandemia que estamos afrontando, lo que permite volverlos objeto de la crítica al hacer evidente que, además de no ser necesarios, perjudican en algunos casos el medio ambiente.

Fundamentos teóricos

Una *práctica social*, desde la perspectiva de Miguel y Miorim (2004), hace referencia a una actividad valorizada, o, en palabras de Monteiro (2011), "legitimada por los participantes", que tiene definidos un propósito, un tiempo y un espacio y se hace con regularidad; esta perspectiva está en concordancia con lo que queremos que sea nuestra clase de matemáticas. Usualmente el libro de texto se convierte en una autoridad sin que haya legitimación y en ocasiones no todos los participantes identifican propósitos claros para las sesiones de clase. Por esta razón, nos propusimos crear un ambiente de aprendizaje que transforme la clase de matemáticas en una práctica social. Dicho ambiente de aprendizaje se enmarca en el escenario de investigación (Skovsmose, 2000) que se desarrolla con los estudiantes, donde se espera que los ambientes se muevan entre las matemáticas y situaciones de semirrealidad.

Los *escenarios de investigación* buscan potenciar la indagación y empoderamiento de los estudiantes para estar al mando en la solución de diversas situaciones problema (Skovsmose, 2000). Esta perspectiva implica *regeometrizar* el aula, en la cual no hay tiempos y espacios preestablecidos para abordar un listado de contenidos estáticos (Veiga-Neto, 2002).

La indagación, como otro elemento de los escenarios de investigación, genera la necesidad de desarrollar diferentes habilidades de pensamiento en los estudiantes, en especial, un *conocer reflexivo* que permita, más que hacer cálculos y memorizar conceptos, reflexionar utilizando las matemáticas para entender y ser críticos ante el mundo (Skovsmose, 1999).

Es fundamental, en una práctica social, que haya *participación* de todos los miembros de la comunidad para lograr legitimación. Por esta razón, en el escenario que se construye se analiza la participación de los estudiantes en términos de los diálogos que se logren entre ellos y el profesor, las iniciativas que se tomen y los significados que se cimenten en el aula (Burgos, 2006).

Metodología

Para construir el escenario de aprendizaje y en el contexto educativo generado por la emergencia del COVID-19, logramos unos diálogos con los estudiantes, a través de los cuales identificamos algunas de sus características como consumidores, el acceso que tienen al dinero y aspectos relativos a su contexto. Estas características nos permitieron pensar el escenario de investigación en torno a las siguientes preguntas:

- Sesión 1: ¿Qué situación afecta actualmente a la ciudadanía mundial?
- Sesión 2: ¿Qué es una necesidad en estos días?
- Sesión 3: ¿Qué implicaciones tienen en el mundo el consumo en esta época?
- Sesión 4: ¿Cómo va el consumo en tu casa?
- Sesión 5: ¿En qué ha afectado el consumo de combustible?

Para desarrollar este escenario de aprendizaje debimos ubicar en el currículo establecido un espacio que les permitiera a los estudiantes realizar un ejercicio de indagación propia. El espacio que se logró fue el "proyecto de grado", en el cual la institución espera que los estudiantes de grado séptimo relacionen lo aprendido en matemáticas con una situación de la vida real.

Debido al escenario de confinamiento generado por la pandemia del COVID-19, las sesiones de clase se desarrollaron a través de Google Meet. Este aplicativo permite obtener grabaciones de audio y video. Posteriormente, los estudiantes tomaron fotografías de sus producciones y uno de ellos realizó un acta de clase en la que relató con palabras propias lo que sucedió.

La investigación se realizó utilizando métodos cualitativos para observar las prácticas que se desarrollan en una clase de matemáticas diseñada para transformar prácticas de consumo y que se da en el marco del confinamiento por la emergencia del COVID-19. Dicha investigación se enmarca en una perspectiva fenomenológica, ya que se quiere realizar un análisis descriptivo del ambiente de aprendizaje en el que participan los estudiantes (Lambert, 2006). El foco de este análisis, más que los contenidos o aspectos cognitivos, serán las características de práctica social que emerjan del ambiente y cómo estas permiten desarrollar una ética del consumo, la geometrización que se logre y los distintos usos de las matemáticas (matemático, tecnológico o reflexivo) (Skovsmose, 1999). Nuestro objeto de estudio es la experiencia de los individuos frente a un fenómeno, en este caso, el escenario de investigación que presentamos en torno al consumismo.

A la fecha, se han desarrollado dos sesiones de clase. Para analizar las prácticas que se dieron en estas, inicialmente se definieron cuatro categorías que emergieron del marco de referencia diseñado: práctica social, geometrización, competencias ciudadanas y uso de las matemáticas, cada una de las cuales está dividida por subcategorías (tabla 1).

Tabla 1. Categorías iniciales.

<table>
<tr><td colspan="7">1. Práctica social</td><td colspan="4">2. Competencias ciudadanas</td><td colspan="2">3. Geometrización</td><td colspan="3">4. Uso de las matemáticas</td></tr>
<tr><td colspan="5">Legitimación</td><td colspan="2">Significados y formas de comprensión propios</td><td colspan="4">Ética del consumo</td><td rowspan="3">Interdisciplina-riedad (Inter)</td><td rowspan="3">Tiempo y espacio (TiEsp)</td><td rowspan="3">Conocer matemático (Mat)</td><td rowspan="3">Conocer tecnológico (Tec)</td><td rowspan="3">Conocer reflexivo (Ref)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Participa (Par)</td><td colspan="2">No participa</td><td rowspan="2">Palabras de la clase (PCla)</td><td rowspan="2">Modos de trabajo en clase (Tra)</td><td rowspan="2">Biocéntrico (Bio)</td><td rowspan="2">Necesario (Nece)</td><td rowspan="2">Importante (Imp)</td><td rowspan="2">Deseo (Des)</td></tr>
<tr><td>Periférica (Perí)</td><td>Media (Med)</td><td>Plena (Plen)</td><td>Escucha (Escu)</td><td>No se involucra (Ninv)</td></tr>
</table>

Fuente: elaboración propia.

Con el fin de caracterizar la clase de matemáticas como una práctica social, establecimos las subcategorías: "participación oral" (Part), "participación escrita" (Escu) y "no se involucra" (Ninv), que creemos nos permiten determinar cuándo se legitiman las prácticas de aula (Monteiro, 2011). Del mismo modo, consideramos que las subcategorías "palabras de la clase" (PCla) y "modos de trabajo" (Tra) caracterizan los significados y formas de comprensión propios (Miguel y Miorim, 2004).

Otro aspecto por observar en la clase son los cambios de tiempo y espacio (TiEsp) que se dan en nuestro escenario de investigación al igual que los momentos en los que las matemáticas se articulan con otros saberes (Inter). Dichos elementos hacen parte de la geometrización del aula que deseamos transformar (Veiga-Neto, 2002).

Las subcategorías necesario (Nece), ligeramente necesario (LigN) y deseo (Des) permiten observar cuando los estudiantes están construyendo una ética del consumo (Cortina, 2002). Sin embargo, es importante considerar los impactos ambientales de las decisiones que se toman al consumir, por ello planteamos la subcategoría "biocéntrico" (Bio). Así, lo anterior se constituye en la competencia de los estudiantes para consumir de manera responsable.

Finalmente, con el fin de caracterizar el uso de las matemáticas en el aula establecimos las subcategorías "conocer matemático" (Mat), "conocer tecnológico" (Tec) y "conocer reflexivo" (Ref), tomando como referencia los planteamientos de Skovsmose (1999).

Una vez establecidas las categorías, se hizo una transcripción de los videos y utilizando los códigos de cada una de las categorías (tabla 1) se identificaron los momentos en los que se evidenciaban las categorías y subcategorías preestablecidas. Se construyó una matriz de análisis, donde se registraron las intervenciones de los estudiantes, separadas por el medio en el que fueron encontradas (transcripción, acta o trabajo en clase) y asociadas a las categorías identificadas (gama de verde: práctica social, gama azul: competencias ciudadanas, gama roja: geometrización y gama gris: uso de las matemáticas). A algunas intervenciones se les asigna un color de texto adicional, mostrando así la relación que existe entre las diferentes categorías establecidas.

Análisis y resultados

En las sesiones de clase desarrolladas los estudiantes se mostraron interesados por compartir sus opiniones en la clase, todos tienen algo para decir, desde noticias hasta imágenes burlescas. Por lo anterior, observamos que el tema de esta pandemia es posible de describir en términos no matemáticos, pertenece al entorno de los niños y se puede abordar desde distintos niveles. Esto atiende a algunas características de un enfoque temático (Skovsmose, 1999), lo que permitirá desarrollar nuestro escenario de investigación (Skovsmose, 2000).

La categoría que se presenta con mayor frecuencia en las clases analizadas es la participación y está estrechamente vinculada con la ética del consumo, el conocer matemático, reflexivo y tecnológico. Hasta el momento, se han logrado discusiones en torno a las subcategorías necesario, ligeramente necesario y deseo. Del mismo modo, los estudiantes han realizado aportes donde se evidencian conceptos (conocer matemático), procedimientos y algoritmos (conocer tecnológico), así como reflexiones que se ajustan al contexto en que se trabaja (conocer reflexivo).

Conclusiones y reflexiones

Las sesiones desarrolladas y planeadas hasta el momento evidencian que efectivamente es posible desarrollar una clase de matemáticas donde el currículo no esté centrado en los contenidos, se permita la entrada de otras ciencias al aula y cambien los roles tanto de profesor como de los estudiantes, es decir, se ha visto una oportunidad para regoemetrizar el aula de matemáticas.

Las participaciones de los estudiantes muestran la manera en la que legitiman a los otros, sus producciones escritas muestran términos usados por sus compañeros, lo que da a la clase una característica de práctica social: palabras de la clase, las cuales tienen un significado propio en el contexto del aula de 7C. El análisis de la participación en el aula nos ha permitido ver cómo se identifican los estudiantes en este escenario de investigación. Pedro es un niño que en las clases presenciales y centradas en algoritmos tiene buenos resultados, pero no participa; sin embargo, en la discusión en torno a lo que es una necesidad (sesión 2) se mostró bastante interesado e hizo aportes que sus compañeros consideraron relevantes, ya que lo incluían en sus producciones escritas, razón por la que la clase logró un acercamiento a la construcción de una ética del consumo. Por otro lado, María responde a las preguntas del profesor de manera forzosa, sin que se genere un diálogo, lo que hace que este tipo de intervenciones no sean categorizadas como participación.

Durante el desarrollo de este escenario de investigación hemos identificado cómo se modifican las creencias del docente en relación con lo que debe ser el trabajo escolar con las matemáticas, pero hacer un análisis de este aspecto desborda nuestros objetivos, por lo que consideramos que este podría ser un futuro objeto de estudio que muestre cómo el rol del docente también es un elemento que puede regeometrizar el aula.

Referencias

Burgos, S., Domínguez, M., Rojas, F. J., Planas, N., Vilella, X. y Goñi, J. M. (2006). *La participación en el aula de matemáticas. Matemáticas e interculturalidad*, 49-62 Editorial GRAÓ, Barcelona. .Callejo, M. L. (2000). *Educación matemática y ciudadanía: propuestas desde los derechos humanos*. Centro Cultural Poveda.

Cortina, A. (2002). *Por una ética del consumo*. Santillana. http://ibdigital.uib.es/greenstone/collect/cd2/index/assoc/consumca.dir/consumcat0001.pdf

Herrera, M. C. (2006). Ciudadanía social y cultural: perspectiva histórica y retos del aprendizaje ciudadano en el siglo XXI. Procesos. *Revista Ecuatoriana de Historia*, 97-113.

Kaiser, G. y Sriraman, B. (2006). A Global Survey of International Perspectives on Modelling in Mathematics Education. *ZDM*, 38, 302-310.

Lambert, C. (2006). *Edmund Husserl: la idea de la fenomenología*. Teología y Vida.

Martínez, E. (2009). La alfabetización socioeconómica y financiera y la educación para el consumo sostenible en México: algunas reflexiones desde la psicología y la educación. *Revista de Investigación Educativa*, 8, 79-93.

Miguel, A. y Miorim, M. (2004). *História na Educação Matemática*. Autêntica.

Quiceno, G. R. (2013). Índice de felicidad y buen vivir. Instituto internacional del saber. Cali

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica* (1.ª ed.). (P. Valero, trad.) Una Empreza Docente. Universidad de los Andes.

Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *EMA*, *6*(1), 3-26.

Veiga-Neto, A. (2002). De geometrias, currículo e diferenças. *Educação & Sociedade, Rio de Janeiro*, 79, 163-186.

Educación matemática y valores democráticos: propuesta en cárcel de seguridad media

Reporte de investigación

Cristian Augusto Ospina Hincapié*

Resumen

El diseño e implementación de un ambiente de aprendizaje en un contexto de encierro puede aportar significativamente al proceso de resocialización de los internos. Así mismo, el poco sentido que los reclusos encuentran a las clases de matemáticas, excepto por la rebaja de pena que implican, por lo tanto, la intención es lograr que los sujetos descubran otro sentido a las prácticas matemáticas vinculadas a proyectos de aula como herramienta fundamental trasformadora, que les permita reincorporarse a la sociedad. Tales actividades integran los valores democráticos y las matemáticas, generando percepciones que modifiquen al aula y que trasciendan a espacios exteriores. Estos encuentros se realizaron de manera virtual sincrónica e implican actividades cercanas a ellos.

Palabras clave: educación matemática, valores democráticos, cárcel.

Introducción

La cárcel de Fusagasugá es de seguridad media, con una tasa de reincidencia del 30% (Ospina, 2019). Por ello los programas educativos deben apuntar a superar este flagelo. Además, la poca conexión que los internos hallan a las clases

* Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.
Contacto: ospina771@hotmail.com

de matemáticas y su significado debilita el proceso resocializador. Este trabajo analiza una opción del proyecto de aula en un contexto de encierro enmarcado en el aula de matemáticas, desarrollando dos actividades cercanas a los sujetos y cómo pueden aportar en generar valores democráticos[1]. A este respecto, el aula debe buscar alternativas para reincorporar una población que ha perdido muchos derechos ciudadanos. Es así que surge la siguiente pregunta de investigación: ¿cómo en el aula de matemáticas un escenario de aprendizaje aporta al proceso de resocialización enmarcado en los ideales democráticos a internos penitenciarios de seguridad media? Todo lo anterior encuadra posibilidades que redundan en formular objetivos que acotan la propuesta investigativa.

Objetivos

General

Diseñar e implementar un ambiente de aprendizaje para los estudiantes de ciclo 2 del programa educación para adultos sede INPEC del Instituto Técnico Industrial en el que las prácticas con las matemáticas contribuyan en su formación para la ciudadanía en valores democráticos.

Específicos

- Caracterizar las nociones que los estudiantes tienen sobre los valores democráticos de ciclo 2 de la sede INPEC.
- Identificar la cultura habitual del aula de matemáticas en condiciones de encierro.
- Revisar la implementación de un proyecto de aula desde las matemáticas en el que el componente matemático permita el desarrollo de habilidades y procesos matemáticos con el fin de fomentar un proceso resocialización más eficiente.
- Propiciar espacios para el fortalecimiento de valores democráticos a partir de actividades matemáticas universales (contar, medir, localizar, jugar, diseñar y explicar).

1 Investigación realizada en el marco de la Maestría en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN) en el periodo 2019-2020, llamada "Educación matemática y valores democráticos: propuesta en cárcel de seguridad media".

Fundamentos teóricos

Algunas definiciones de ciudadanía la entienden como la capacidad que tiene el individuo de asumir con responsabilidad sus derechos y deberes, fomentando la práctica del respeto a principios y valores ciudadanos como la justicia, equidad, autonomía y tolerancia. Respecto de ello. Montoya (2010) la identifica como:

> "convivir en sociedad dentro de un marco democrático de estado de derecho y de respeto a los derechos en su sentido más pleno" y en relación con los valores "la justicia y la equidad; la autonomía, entendida como antítesis del autoritarismo; la tolerancia, el respeto y el aprecio de la diversidad". (p. 3)

La ciudadanía, vista desde una perspectiva responsable, tiene que ver con la capacidad de los individuos de tomar decisiones que aporten al bienestar de la comunidad. Como menciona Callejo (2012), es importante que las sociedades cuenten con "ciudadanos con capacidad de decisión y de control en la sociedad" (p. 1). Por lo anterior, es necesario acotar la ciudadanía en el marco de unos valores democráticos que centran la propuesta, categorizados por Valero y Skovsmose (2012, p. 14) tal como se muestra en la tabla 1.

Tabla 1. Valores democráticos por Valero y Skovsmose

Colectividad	Transformación	Deliberación	Coflexión
El carácter social inherente al ser humano permite diferentes interacciones en determinado grupo, cuestión que en términos democráticos necesita que los individuos compartan una conciencia social y colectiva que redunde en la cooperación para tomar decisiones y generar mejores condiciones de vida para todos.	Se refiere a las acciones colectivas que transforman y mejoran las condiciones de vida de los sujetos, siendo la justicia un elemento importante en modificar algunas condiciones adversas que beneficien a toda la comunidad.	Un proceso comunicativo enmarcado en tres aspectos: las razones u opiniones, los pros y contras de las decisiones y las cualidades o debilidades de las acciones. Todo este proceso de diálogo social supone al individuo en una actitud para formular y resolver problemas de manera colectiva.	La reflexión que cada individuo realiza se enmarca en un proceso consciente hacia su propio pensamiento, acciones o experiencias. No obstante, el proceso de reflexión colectiva con conciencia con una especial atención al pensamiento y acciones de otras personas además de una posición crítica hacia su actividad se denomina coflexión.

Fuente: Rompimiento de la neutralidad política: el compromiso crítico de la educación matemática con la democracia (pp. 14-16).

Por lo anterior, las matemáticas se constituyen en instrumento que ayuda a comprender los fenómenos sociales en diferentes contextos, por ende, sirven como saber que contribuye a ser un mejor ciudadano. Como menciona Vanegas (2013), contribuyen a construir "una ciudadanía democrática mediante prácticas matemáticas participativas solidarias" (p. 29). Aunque es cierto que los currículos tienen un componente estructurado, se hace necesario examinar los diferentes contenidos y explorarlos de manera que faciliten diversas actividades e investigaciones que ayuden a disminuir la brecha educacional que existe por el poder que tienen las matemáticas: "el desafío de construcción de una ciudadanía incluyente, que dé cabida a las voces de todos y todas, pasa por la formación de una conciencia crítica que implica comprometerse en proyectos alternativos a favor de las mayorías excluidas" (Callejo, 2000, p. 2).

Hay matemáticas que no son fáciles de usar, modelar o aplicar en la cotidianidad, en consecuencia, es vital examinar cuáles podemos usar y de qué manera las podríamos aplicar. Esto significa examinar dichas prácticas en detalle, encarrilándolas en algún tipo de red inmersa o lo que llamaríamos *escenarios de aprendizaje*: "la educación matemática como una red compleja de practica social constituida por diferentes dimensiones interrelacionadas" (García, Navarrete y Samboní, 2018, p. 213).

Diseño metodológico

Se desarrolla un enfoque cualitativo en el que se recogen perspectivas de los sujetos y se procede a un análisis cualitativo en el que develando los interrogantes en el proceso a un producto final. El diseño metodológico que más se ajusta a la propuesta es la etnografía, aun cuando en condiciones de encierro las dinámicas sociales emergentes son bastante complejas. Como indica Blazich (2007):

> La educación en contextos de encierro conforma un escenario altamente complejo. Los establecimientos educativos que funcionan en instituciones penitenciarias desarrollan sus actividades en un campo de tensiones permanentes, generadas no solo por la particularidad de su alumnado sino por un difícil contexto de funcionamiento en el que priman las cuestiones de seguridad. (p. 1)

Población

La población seleccionada para la investigación son los internos de la cárcel de seguridad media de Fusagasugá, que pertenecen al programa de educación para adultos. El nivel educativo correspondiente a los sujetos es el nivel de ciclo 2 del programa educativo (grados 4.° o 5.°), con 45 participantes.

Momentos de las acciones

Mediante un proceso preliminar de encuestas, entrevistas y observación general, se infieren concepciones sobre matemáticas y valores democráticos, profundizando en las prácticas habituales y explorándolas desde la perspectiva de los participantes. Esto generó afirmaciones como:

- Los estudiantes venían con una concepción muy marcada en lo que era la escuela (tradicional) y su rol dentro de la sociedad, como educadora y forjadora de valores. Pero solo como indicadora de reglas y obediencia más que como un proceso de aprendizaje o como forjadora de saberes.
- Entendían la importancia de la escuela, aunque no encontraban la cercanía con la realidad, pues consideraban que el proceso de aprendizaje era una causa individual, que cada quien aprendía cómo y cuando quiera de acuerdo con su interés. Pero era poco considerado que los procesos mentales y capacidades de cada uno son diferentes y que, en pequeña o gran medida, podían aportar a sus compañeros. Por ello en una etapa preliminar sus objetivos siempre eran individuales y motivados solo por el descuento de la pena que se les da por estudiar, de manera que hacían de la clase algo rutinario que se basaba simplemente en asistir.
- El acoso escolar era habitual, puesto que algunos compañeros hacían preguntas muy triviales para otros, lo que llevaba a que quienes tenían inquietudes no las indagaran por miedo a la burla de los demás. Esta situación hacía que el aula no certificara ser un territorio de paz o el lugar donde se dé cabida a la voz de todos.
- La opinión de otros no era tenida en cuenta, porque el nivel académico de algunos no era el esperado por los "aventajados", lo que hacía que el aula de clase sea un ambiente no propicio para el desarrollo del aprendizaje y libre desarrollo de personalidad, y tornaba difícil que prosperaran valores y capacidades inherentes a cada individuo, reforzando aún más la idea de que no pueden aprender nada más por su connotación de delincuentes.

Posteriormente se desarrollaron las actividades mediante guías, según se muestra a continuación.

Tabla 2. Actividades propuestas para desarrollar valores democráticos

Act.	Descripción	Objetivos
Juegos de mesa de estrategia	Todos los juegos fueron realizados por los internos en grupos distribuidos por sorteo, fomentando la socialización e interacción. Cada grupo realizó un juego distinto que diseñó, estructuró y aprendió a jugar, para luego explicarlo a sus compañeros en unas estaciones rotativas por juegos (ajedrez, dominó, damas, damas en estrella, *backgammon*, batalla naval, mancala y Póker Texas Hold'Em).	-Analizar una actividad grupal donde se pueda identificar algunos valores democráticos. -Examinar cómo la actividad aporta a su formación en valores democráticos, matemáticas, y educación matemática. -Evaluar la pertinencia del trabajo guiado por instrucciones y su desempeño en la resolución de problemas que puedan encontrar.
Rap	Los sujetos luego de un conocimiento básico de sílabas, métrica, rima y ritmo dispusieron de su interacción y potencialidades para escribir y 'mostrar' el desarrollo de componer canciones con rima, coherencia; posibilitando, secuencialmente, el desarrollo de sus habilidades de comprensión, creatividad y trasformación.	-Analizar una actividad individual y grupal de composición de canciones que den cuenta de la construcción de algunos valores democráticos. -Identificar el significado transformador en las prácticas habituales que tiene la composición de música rap en relación con los valores democráticos y matemáticas.

Fuente: elaboración propia.

Sobre el final se realiza la recolección y análisis de la información para dar cuenta y sustentar su pertinencia e interrogantes encontrados en la propuesta. Y se concluye con una socialización.

Análisis y resultados

Resultado de lo desarrollado, tenemos:

- El trabajo y la autogestión grupal fue consistente y dinámico, con roles bien definidos generando una buena comunicación. Esto llevó a reflexiones grupales positivas, transformando la clase en algo significativo que da sentido a lo que están haciendo.
- Deliberan y cooperan constantemente entre sí, estableciendo conexiones eficaces con otros.
- Este aprendizaje brinda la posibilidad de réplica en otros entornos, desarrollando habilidades matemáticas universales como "contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar" (Bishop, 2005).

- Se aprende más con el otro, a escuchar sus opiniones. Aunque no tengan las mismas destrezas particulares, esto puede ser positivo, pues todos aportan de alguna manera a su formación, con un trabajo en equipo que edifica en valores como la tolerancia y el respeto.
- Identificaron cualidades como la creatividad, ignorada por ellos mismos y por otros, explotando de manera satisfactoria e impactando en sus percepciones futuras sobres ellos y los demás.
- Solicitan unánimemente la planeación de proyectos de aula similares y grupales que salgan de la cotidianidad del aula. Esto en razón a que, de diversas maneras, afectan positiva e inmediatamente el 'patio' porque hay más espacios para recrearse, aprender y menos para discutir y pelear.
- Mejora y transforma los procesos comunicativos, comprensión lectora, interacción social, coherencia, cohesión y, en especial, el papel inspirador de escuchar las ideas de otros.

Conclusiones y reflexiones

La concepción del aula se transformó de "era de un lugar de orden, disciplina y forjadora de valores" a "un espacio de construcción de conocimiento y un entorno propicio para desarrollar valores democráticos gracias a proyectos de aula diferentes a lo habitual".

La cultura habitual del aula se basaba en una política dominante donde opinaban unos pocos y la voz de otros no era importante por miedo a la estigmatización de una ignorancia latente que repercutía en disminuir las capacidades de aquellos relegados. Sin embargo, las actividades enmarcadas en torno a un ambiente participativo posibilitaron conquistar con éxito unos logros académicos y sociales. Empoderando y brindando herramientas para construir su conocimiento y habilidades.

La implementación de un proyecto de aula en el que la matemática permite el desarrollo de habilidades que fomenten un proceso resocialización más eficiente es posible en un contexto de encierro si podemos dejar de lado las concepciones tradicionales y la visión de los conceptos matemáticos como objeto, transformándolos en una red de prácticas sociales enmarcadas al fortalecimiento de los valores democráticos que impacta positivamente en el entorno del individuo y transciende el aula, complementado un poco a su proceso de resocialización.

El aprendizaje de conceptos que desarrollen habilidades matemáticas universales se hace posible en algunas actividades, como la creación de juegos de mesa y la composición de canciones estructuradas en el rap, ya que contar, medir, localizar, jugar, diseñar y explicar pueden visualizarse en las actividades propuestas generándose de una manera espontánea, constante y progresiva.

Es factible diseñar e implementar un ambiente de aprendizaje para estudiantes del programa en el INPEC (Fusagasugá) en el que las prácticas con las matemáticas contribuyan en su formación para la ciudadanía en valores democráticos por su connotación de trasformación en el aula a partir de los proyectos planteados, sirviendo de excusa para inducir unas prácticas sociales democráticas eficientes y forjadoras de coflexión, trasformación, deliberación y colectividad.

Referencias

Bishop, A. (2005). *Aproximación sociocultural a la educación matemática*. Universidad de Valle.

Blazich, G. (2007). La educación en contextos de encierro. *Revista Iberoamericana de Educación*, 44. 53-60.

Callejo, M. (2000). Educación matemática y ciudadanía: propuestas desde los derechos humanos. *Cuadernos de Sociedad y Educación*, 12, 33-90.

García, G., Navarrete, E. y Samboní, T. (2018). Valores democráticos en escenarios de aprendizaje de las matemáticas: conexiones entre la diversidad y la cultura juvenil. *Tecné, Episteme y Didaxis*: *TED*, 43, 207-221.

Montoya, L. (2010). Ética, estética y ciudadanía. *Implementación y abordaje de los programas de estudio de Educación Cívica, Artes Plásticas y Educación Musical*. Fundamentación teórica (resumen). Ministerio de Educación Pública.

Ospina, C. (2019). *Estudio de reincidencia en la cárcel de Fusagasugá*. Estudio realizado en el centro penitenciario de Fusagasugá por el investigador. Educación Matemática y Valores Democráticos.

Valero, P. y Skosmove, O. (2012). Rompimiento de la neutralidad política: el compromiso crítico de la educación matemática con la democracia. En P. Valero y O. Skovsmose, (Eds.), *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 1-23). Bogotá: Una Empresa Docente.

Vanegas, Y. (2013). *Competencias ciudadanas y desarrollo profesional en matemáticas*.

Números racionales positivos, relaciones de orden y densidad: procesos de matematización de estudiantes del grado octavo

Reporte de investigación

Juan David Díaz López*

Resumen

Esta propuesta investigativa está orientada a desarrollar un tratamiento cualitativo respecto de la enseñanza-aprendizaje del orden y la densidad de los números racionales positivos. Autores como Broitman *et al*. (2003) arguyen que no hay variadas investigaciones sobre esta materia, ni tampoco es un objeto matemático visibilizado en las aulas de esta asignatura. En la indagación teórica, se reconoció que la mayoría de investigaciones centraban su mirada en la sinonimia de las fracciones y el problema ambivalente de la notación (fracción-decimal), por ello, se propone indagar sobre las matematizaciones gestionadas y los niveles de matematización alcanzados por los estudiantes del grado octavo, con el propósito de reconocer cuál es el medio de organización más óptimo para la enseñanza-aprendizaje de la densidad racional.

Palabras clave: orden, densidad, matematización, niveles, racionales, fracción, decimal.

* Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.
Contacto: lightwarrior1989@hotmail.com

Introducción

Maza (1999) expresa que en la educación tradicional acerca de las fracciones y los números racionales positivos se prioriza la equivalencia sobre las propiedades de orden y densidad de los racionales positivos; no obstante, la denotación de número del racional positivo también está dada por la posibilidad de ser ordenados. Como lo manifiestan Broitman, Itzcovich y Quaranta (2003), dicha propiedad es uno de esos conceptos poco trabajados en la escuela, y según Gairín (1998), es un elemento diferenciador al respecto de los naturales y enteros.

De la poca bibliografía a disposición, se pudo reconocer que el orden entre números racionales positivos y su densidad está estrechamente relacionado, pues cuando se pregunta a un estudiante ¿cuántos números hay entre 1/2 y 1/4? la respuesta inmediata será 1/3, y aunque la respuesta no es del todo incorrecta, es limitada, pues como sabemos, entre 1/2 y 1/4 hay infinitos racionales positivos debido a su densidad. Esta respuesta inmediata deviene, como lo expresan Fandiño (2009), Panizza y Álvarez (1990) y Broitman, Itzcovich y Quaranta (2003), de una extrapolación de las propiedades de orden entre números naturales al conjunto de los racionales positivos, bajo la idea de siguiente o sucesivo de un número generado por el conteo con números naturales y enteros.

Se identifica, a su vez, la importancia que tiene la notación utilizada en la enseñanza-aprendizaje de la densidad racional, como también, el que no hay variadas investigaciones que aborden esta problemática de las representaciones. Por lo anterior, se pretende en este trabajo contribuir a esta particularidad, al tratar de responder la siguiente pregunta: ¿qué matematizaciones gestionan los estudiantes del grado octavo al abordar situaciones de orden entre fracciones orientadas a construir la propiedad de densidad de los racionales positivos?

De la pregunta que guía este texto, se tienen como objetivos: 1) Documentar los niveles de matematización alcanzados por los estudiantes; 2) Identificar elementos didácticos al respecto del orden y la densidad haciendo uso del análisis fenomenológico expuesto por Puig (1997) para la construcción de un cuestionario abierto; y 3) Clasificar los registros semióticos y representaciones dentro de estos, que gestionaron los estudiantes al abordar situaciones de orden entre fracciones orientadas a construir la propiedad de densidad de los racionales positivos.

Fundamentos teóricos

Dado que el propósito de esta investigación es documentar los niveles de matematización alcanzados por los estudiantes del grado octavo, se tomará como referente teórico los principios de la educación matemática realista (EMR), los cuales retoman la apuesta teórica de Freudenthal como su fundamento. La EMR es una línea didáctica fundada por Hans Freudenthal, que surge como oposición al movimiento de la matemática moderna de los años setenta y al enfoque mecanicista generalizado en las escuelas holandesas de esa época (Bressan, 2004). La EMR se basa en cinco principios que se encuentran estrechamente conectados.

Tabla 1. Principios fundamentales de la EMR

Principio de realidad	Para enseñar a matematizar, se debe involucrar a los estudiantes a la organización de situaciones problema en contextos realistas que promuevan el uso de sus conocimientos informales. En ese sentido, se entiende como realidad todo aquello que sea imaginable, representable o que tenga sentido para los estudiantes.
Principio de reinvención guiada	La enseñanza de la matemática debe darse bajo la forma de reinvención guiada de ideas y herramientas matemáticas, lo que implica procesos similares a los que realizan los matemáticos.
Principio de niveles	Las estrategias informales (observación, prueba y error, analogías, etc.) y las nociones intuitivas o anteriormente aprendidas, puestas en juego por los alumnos en la resolución de situaciones en contextos realistas, deben avanzar hacia niveles de mayor formalización y esquematización en un proceso denominado de matematización progresiva. El proceso de matematización se divide en dos: matematización horizontal y matematización vertical. La primera sucede cuando un estudiante pasa de la situación a modelarla de alguna manera; mientras que la segunda ocurre cuando sobre la situación modelada los estudiantes empiezan a complejizar las estrategias y representaciones a partir del principio de interacción. Conforme a ello, la matematización (comprensión) pasa por distintos niveles: nivel situacional, referencial, general y formal, estos niveles no son jerárquicos ni insumos para evaluar como correcta o incorrecta la gestión de los estudiantes, por el contrario, son herramientas que posibilitan la reflexión y la reinvención guiada.
Principio de interacción	Las interacciones verticales (docente-alumno) y horizontales (entre alumnos) tienen un lugar central en el aula, en tanto posibilitan la reflexión que ayuda a los alumnos a alcanzar mayores niveles de comprensión matemática.
Principio de interconexión	A partir del uso de contextos ricos, surge la necesidad de integrar distintos ejes de la matemática, evitando el tratamiento aislado de los temas, y promoviendo el uso de un amplio y variado rango de comprensiones y herramientas matemáticas.

Fuente: elaboración propia basada en Bressan *et al*. (2004).

Así mismo, teniendo en cuenta que para documentar los niveles de matematización alcanzados por los estudiantes, es necesario analizar interpretaciones, representaciones, estrategias, errores, etc. Bressan *et al*. (2016), retomaron las apuestas teóricas de Fandiño (2009) y Centeno (1997), quienes, dependiendo de la notación del número racional positivo, exponen unos errores, misconcepciones y obstáculos epistemológicos al respecto de la fracción y de la notación decimal. Dentro de los obstáculos recurrentes evidenciados en las gestiones de los estudiantes al respecto de la fracción se tienen: trasladar propiedades de los números naturales y enteros a los racionales, la gestión de figuras no estándar, dificultad en reconocer la unidad generadora de una fracción, el infinito en matemática y dificultad por modelos construidos prontamente.

Por su parte, dentro de las dificultades recurrentes en las gestiones de los estudiantes frente a la notación decimal se encuentran: el obstáculo del cero, el infinito actual en números periódicos y dificultades en el orden entre números decimales debido a la extrapolación de propiedades de los números naturales y enteros al conjunto de los racionales. Cabe aclarar que, debido al espacio con el que se cuenta, no se puede hacer un mayor énfasis en explicar cada uno de estos obstáculos, errores o misconcepciones; sin embargo, se mencionan, pues con ellos se realizó el primer análisis de la información.

Además de lo anterior, frente a las representaciones se retomó la apuesta teórica de Duval (1999), ya que en la EMR no se toma una posición al respecto que aclare cómo realizar un análisis de las representaciones en procesos investigativos. En ese sentido, según Duval (1999), las representaciones semióticas son externas y cumplen distintas funciones, que no solo se limitan a la función de comunicación sino también a una función de objetivación; no obstante, esta función de objetivación no es algo que se dé espontáneamente porque no son claras las reglas generales que la facilitan, por ello, se debe procurar gestionar las tres actividades de las representaciones semióticas, a saber:

1. **Formación de representaciones semióticas:** formar una representación es recurrir a un(os) signo(s) para actualizar o sustituir la visión de un objeto; dichos signos pertenecen a un sistema semiótico ya construido y utilizado por otros.
2. **Transformación de tratamiento:** un tratamiento es la trasformación de una representación semiótica al interior de un mismo registro de representación semiótica o de un sistema.
3. **Transformación de conversión:** la conversión es la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información dada en un registro de representación semiótica, en una representación de este mismo objeto; esta misma situación o información en otro registro de representación semiótica distinta a la primera.

Aunque el anterior resumen no le hace justicia a la teoría de Duval, se expone con el propósito de indicar que se utilizó para realizar el segundo análisis al respecto de las representaciones gestionadas por los estudiantes al resolver el cuestionario abierto, que junto con el primero permitieron documentar el nivel de matematización alcanzado por los estudiantes del grado octavo.

Metodología

El presente proyecto se enmarca dentro de un paradigma cualitativo de investigación, debido a que no pretende la generalización, la abstracción ni la objetividad propias del paradigma positivista (Gonzales, 2006), por el contrario, se resalta el papel de la subjetividad como dispositivo de interpretación y construcción de conocimiento. Dentro de todas las posibilidades que nos ofrece el paradigma cualitativo, se seleccionó el estudio de caso, puesto que este es apropiado para temas que se consideran nuevos (Yin, 1989 citado en Martínez, 2006).

De la misma manera, porque la investigación empírica tiene los siguientes rasgos distintivos: el primero, es que examina o indaga sobre un fenómeno contemporáneo en su entorno real; el segundo, argumenta que las fronteras entre el fenómeno y su contexto no son claramente evidentes; el tercero, expresa que se pueden utilizar múltiples fuentes de datos; y el cuarto, sostiene que puede estudiarse tanto un caso único como múltiples casos.

Ahora bien, este estudio de caso integra las siguientes etapas: la etapa uno tiene que ver con enunciar los objetivos de la investigación, indicando cuál es la unidad de estudio, el caso y qué características, relaciones y procesos se van a observar; en la etapa dos, se debe señalar cómo se selecciona el caso y qué técnicas de observación van a ser utilizadas; en la etapa tres, se recogen los datos; en la etapa cuatro, se organizan los datos de alguna forma coherente que reconstruya la unidad que se estudia; y en la etapa cinco, se informan los resultados y discuten su significación en función de los objetivos propuestos al iniciar el estudio (Tamayo, 1999).

En ese sentido, la etapa uno se expuso con anterioridad, pues se indicaron los objetivos; el problema de investigación; la unidad, que sería el orden-densidad de los racionales positivos; y el caso, que serían los estudiantes de grado octavo.

Ahora bien, al respecto de la etapa dos, se tiene que debido a la condición de pandemia que atraviesa el país, correspondió cambiar la cantidad de la población que se tenía considerada, ya que las instituciones educativas entraron en proceso de enseñanza virtual. En consecuencia, se seleccionaron cinco estudiantes del grado octavo, ya que Gairín (1998) expresa que los estudiantes en estos cursos por lo común ya han adquirido preferencias notacionales y experticia con los números racionales positivos, lo que contribuye a esta investigación para determinar cuál es el medio de organización más óptimo para el aprendizaje de la densidad. A su vez, se utilizarán como instrumentos de recolección de la información el cuestionario abierto de Kemmis y Mctaggart (1992), construido a partir de los elementos didácticos identificados en la realización del análisis fenomenológico propuesto por Puig (1997), grabación de audio y video (Gallardo y Moreno, 1999) y la entrevista no estandarizada (Gallardo y Moreno, 1999). Por su parte, como técnicas se tienen las producciones de los estudiantes, la transcripción del audio y video y la entrevista no estandarizada en casos particulares en los que la interpretación del investigador no llegara a clarificar algún aspecto gestionado en las producciones de los estudiantes.

El proceso realizado con estos instrumentos y técnicas fue el siguiente: a través de WhatsApp se le enviaba a los estudiantes la situación realista, y estos por el mismo medio hacían llegar las imágenes de sus producciones y la grabación de audio y video explicando cada una de las preguntas orientadoras de cada situación; así mismo, cuando las respuestas de los estudiantes sobrepasaban el poder de interpretación del investigador, a través de Meet se realizaron sesiones en las que ellos intentaban aclarar sus razonamientos. Ahora bien, las producciones de los estudiantes se contrastaron con las transcripciones de audio y video con el objetivo de analizar interpretaciones, errores, estrategias, entre otros, y que hacen parte del primer análisis. Por otra parte, la entrevista no estandarizada fue utilizada y transcrita con ayuda de dos estudiantes, quienes tenían una forma particular de operar e interpretar las fracciones y las relaciones de orden; estas fueron transcritas y se contrastaron con las grabaciones existentes.

Análisis y resultados

Para el análisis de la información, cabe resaltar que, como lo indica Martínez (2006), se ejecutó un proceso inductivo. Un primer ejercicio de análisis fue interpretar pregunta a pregunta, cada una de las situaciones realistas junto con el registro semiótico y de representaciones gestionadas por los estudiantes, en contraste con el marco teórico; posteriormente, se identificaron elementos recurrentes en ese análisis pregunta a pregunta. Esta información se sincopó en un análisis por cada situación realista, en donde se describían e identificaban las interpretaciones, las estrategias, los errores, etc. Por otro lado, se realizó un segundo análisis, en el cual se hizo algo semejante, pero examinando los registros semióticos, las representaciones y las interacciones entre dichos registros (Duval, 1999). Por último, se tomaron estos dos insumos para determinar en qué nivel de matematización se encuentran los estudiantes del grado octavo. Los resultados producto de esta investigación, se presentan a continuación.

Del análisis realizado, se puede inferir que tres de los cinco estudiantes que participaron en este estudio alcanzaron niveles de matematización que oscilan entre el referencial, general y formal, ya que en ellos se reconocieron transformaciones de conversión y tratamiento (Duval, 1999); además, tuvieron menores dificultades asociadas con las notaciones gestionadas, como el esquema figural y el lenguaje aritmético, esto indica que han gestionado modelos para razonar matemáticamente al respecto del orden y la densidad de los racionales positivos.

Por su parte, los otros dos estudiantes alcanzaron niveles de matematización que oscilan entre el situacional, referencial y general, primando el primer nivel; esto indica que constantemente recurren a su intuición y a su marco de referencia, el cual son los números naturales y enteros para abordar el orden y la densidad de los números racionales positivos. Lo anterior indica que los estudiantes no han podido superar el *modelo de* o desprenderse del contexto para complejizar, ampliar y enriquecer sus concepciones, interpretaciones y representaciones, puesto que se reconoció incoordinación entre registros semióticos y pocas actividades semióticas en sus producciones (Duval, 1999).

Al respecto de la identificación de elementos didácticos, se pudo reconocer que la conexión más fuerte entre la densidad y el orden entre racionales positivos tiene que ver con la comparación de magnitudes. En las producciones de los estudiantes se pudo identificar que a través de las situaciones realizaban procesos de comparación, ya sea de las partes y el todo en un esquema figural, o por el contrario, la comparación de número, sobre todo en notación decimal, pues en la notación fracción solo realizaban comparación cuando las fracciones eran homogéneas.

Por último, frente a las representaciones semióticas gestionadas por los estudiantes, se identificó que la notación fracción por lo común se utilizaba como referencia para realizar un cociente, pero no se trataba como números definidos con relaciones y operaciones. A su vez, se pudo reconocer que al respecto del orden y la densidad, la notación decimal facilita a los estudiantes su comprensión en contraste con la notación fracción, así mismo, se vislumbró que aquellos estudiantes que tenían una comprensión de la relación parte-todo gestionaban de manera correcta representaciones en esquema figural.

Además, al centrar la mirada en la situación 6, que consistía en hallar números racionales dentro de un intervalo (densidad), se pudo reconocer que la totalidad de los estudiantes gestionaron el lenguaje aritmético y la notación decimal. Ellos puntualizaron que, así como la fracción es el medio de organización del número racional, el número decimal es el medio de organización del orden y la densidad de los números racionales positivos.

Referencias

Bressan, A., Zolkower, B. y Gallego, F. (2004). Los principios de la educación matemática realista. En H. Alagia (Comp.), *Reflexiones Teóricas para la Educación Matemática*. Editorial Libros del Zorzal.

Bressan, A., Gallego, M. y Pérez, S. (2016). *Educación matemática realista. Bases teóricas*. https://documen.site/download/educacion-matematica-realista-bases-teoricas_pdf#:~:text=La%20Educaci%C3%B3n%20Matem%C3%A1tica%20Realista&text=Esta%20corriente%20did%C3%A1ctica%20nace%20en,moderna%E2%80%9D%20o%20%E2%80%9Cconjuntista%E2%80%9D.

Broitman, C., Itzcovich, H. y Quaranta, M. (marzo de 2003). La enseñanza de los números decimales: el análisis del valor posicional y una aproximación a la densidad. *Relime*, *6*(1), 5-27.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (trad. M. Vega Restrepo). Artes Gráficas Univalle.

Fandiño, M. (2009). *Las fracciones: aspectos conceptuales y didácticos*. Magisterio.

Gairín, J. M. (1998). Números racionales positivos. Reflexiones sobre la instrucción. *Revista Aula*, *10*, 41-64.

Gallardo, Y. y Moreno, A., (1999). *Análisis de la información*. Santa Fe de Bogotá, Colombia: Icfes.

Kemmis, J. y R. McTaggart (1992). *Cómo planifica la investigación-acción*. Barcelona: Alertes.

Martínez, C. (2006). El método de estudio de caso. Estrategia metodológica científica. *Pensamiento y Gestión*, *20*, 165-193.

Maza, C. (1999). Equivalencia y orden: la enseñanza de la comparación de fracciones. *Suma*, 87-95.

Panizza, M. y Álvarez, J. (1990). La propiedad de densidad, características desde su aprendizaje y conclusiones para la enseñanza. *Revista Educación Matemática*, *2*, 15-21.

Puig, L. (1997). Análisis fenomenológico. En L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 61-94). Horsori.

Tamayo, M. (1999). *Aprende a investigar: módulo 2. La investigación*. Icfes.

Anexo 1. Cuestionario abierto basado en los elementos didácticos identificados en el análisis fenomenológico propuesto por Puig (1997)

Elemento didáctico 1 y 2	Problema	Preguntas orientadoras	Categorías de matematización
Relaciones de orden en el conjunto de los números racionales, como lo son mayor que, menor que e igual que. Reconocimiento de la noción de intervalo y cuando un número está entre otros dos.	Cuatro amigas: Johana, Camila, Maricela y Gloria. Cada una compró una pizza personal rebanada en nueve porciones iguales en tamaño, las cuales se comieron de la siguiente manera: Camila se comió cuatro novenos de la pizza; Gloria se comió seis novenos de la pizza; Johana se comió cuatro novenos de la pizza; y Maricela se comió dos novenos de la pizza. De acuerdo con lo anterior, responde:	¿Quién comió más pizza, Camila o Gloria? Explica con matemáticas tu respuesta.	Situacional: otorga una respuesta en lenguaje verbal indicando cuál de las dos amigas comió más.
			Referencial: utiliza representaciones geométricas o algún esquema y a partir de ahí responder cuál de las dos amigas comió más.
			General: utiliza representaciones numéricas en combinación con descripciones verbales para responder cuál de las dos amigas comió más.
			Formal: utiliza representaciones numéricas y operadores de orden (< , >) para indicar cuál de las dos amigas comió más.
		¿Quién comió menos pizza, Camila o Johana? Explica con matemáticas tu respuesta.	Situacional: otorga una respuesta en lenguaje verbal indicando cuál de las dos amigas comió menos.
			Referencial: utiliza representaciones geométricas o algún esquema y a partir de ahí responder cuál de las dos amigas comió menos.
			General: utiliza representaciones numéricas en combinación con descripciones verbales para responder cuál de las dos amigas comió menos.
			Formal: utiliza representaciones numéricas y operadores de orden (< , >) para indicar cuál de las dos amigas comió menos.

Elemento didáctico 1 y 2	Problema	Preguntas orientadoras	Categorías de matematización
		¿Cómo quedarían organizadas las amigas de mayor a menor de acuerdo con la cantidad de pizza que se comieron? Explica con matemáticas tu respuesta.	Situacional: otorga una respuesta verbal a la pregunta presentando los nombres de las amigas de la situación en algún orden entre las cantidades.
			Referencial: utiliza representaciones geométricas y signos como flechas junto con descripciones verbales de los nombres para indicar algún orden entre las cantidades.
			General: utiliza representaciones numéricas y signos como flechas para indicar algún orden entre las cantidades.
			Formal: utiliza representaciones numéricas y operadores (< , >) para indicar algún orden y responder a la pregunta.
		Si una quinta amiga se comiera ocho novenos de pizza: ¿comería mayor o menor cantidad de pizza que Johana, Camila, Maricela y Gloria? Explica con matemáticas tu respuesta.	Situacional: otorga una respuesta en lenguaje verbal explicando su elección sobre mayor o menor cantidad que, entre las cantidades puestas en la situación.
			Referencial: utiliza representaciones geométricas como apoyo a sus razonamientos para seleccionar quién comió mayor o menor cantidad que.
			General: utiliza representaciones numéricas junto con descripciones verbales para explicar su elección mayor o menor cantidad que.
			Formal: utiliza representaciones numéricas y operadores (< , >) para indicar algún orden y responder a la pregunta.

Elemento didáctico 1 y 2	Problema	Preguntas orientadoras	Categorías de matematización
		Si todas las amigas rebanaron las pizzas en las mismas nueve partes semejantes en tamaño: ¿por qué algunas comieron mayor cantidad de pizza que otras? Explica con matemáticas tu respuesta.	Situacional: otorga una respuesta en lenguaje verbal explicando por qué comen más o comen menos trozos que otras amigas.
			Referencial: utiliza representaciones geométricas para apoyar sus razonamientos y de esta manera argumentarlos, es decir, pueden utilizar representaciones como la pizza para responder la pregunta.
			General: utiliza representaciones numéricas junto con descripciones verbales para explicar el por qué comen unas más que otras amigas.
			Formal: utiliza representaciones numéricas y operadores (< , >) para indicar qué porciones son mayores o menores.

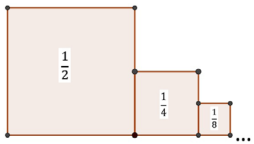
Elemento didáctico 1 y 2	Problema	Preguntas orientadoras	Categorías de matematización
1. Relaciones de orden en el conjunto de los números racionales, como lo son mayor que, menor que e igual que.	Javier, Karen y Daniela tienen una chocolatina y la quieren compartir entre los tres, sin embargo, no a todos les gusta, por tal razón la cortan de la siguiente forma:	¿Cuál de los tres amigos comió la mayor cantidad de chocolatina? Explica con matemáticas tu respuesta.	Situacional: otorga una respuesta en lenguaje verbal, pero sin explicación de cómo puede ser que Javier comió la mayor cantidad de chocolatina.
			Referencial: utiliza representaciones geométricas o algún esquema como apoyo a sus razonamientos.
			General: utiliza representaciones numéricas en combinación con descripciones verbales para sustentar sus argumentos.
			Formal: utiliza representaciones numéricas y operadores de orden (< , >) para responder a la pregunta.

Elemento didáctico 1 y 2	Problema	Preguntas orientadoras	Categorías de matematización
2. Reconocimiento de la noción de intervalo y cuando un número está entre otros dos.	Javier corta un octavo de la chocolatina y se la come; Daniela corta un medio de la chocolatina y se la come; y Karen corta un cuarto y se la come. Teniendo en cuenta la situación anterior responde:	¿Cuál de los tres amigos comió la menor cantidad de chocolatina? Explica con matemáticas tu respuesta.	Situacional: otorga una respuesta en lenguaje verbal, pero sin explicación de cómo puede ser que Karen comió la menor cantidad de chocolatina.
			Referencial: utiliza representaciones geométricas o algún esquema y a partir de allí otorga una respuesta a la pregunta.
			General: utiliza representaciones numéricas en combinación con descripciones verbales para sustentar sus argumentos.
			Formal: utiliza representaciones numéricas y operadores (< , >) para sustentar sus argumentos.
		¿Cómo quedarían organizados los amigos de menor a mayor de acuerdo con la cantidad de chocolatina que se comieron? Explica con matemáticas tu respuesta.	Situacional: otorga una respuesta verbal a la pregunta presentando los nombres de los amigos de la situación en algún orden entre las cantidades.
			Referencial: utiliza representaciones geométricas y signos como flechas junto con descripciones verbales de los nombres para indicar algún orden entre las cantidades.
			General: utiliza representaciones numéricas y signos como flechas para indicar algún orden entre las cantidades.
			Formal: utiliza representaciones numéricas y operadores (< , >) para indicar algún orden y responder a la pregunta.

Elemento didáctico 1 y 2	Problema	Preguntas orientadoras	Categorías de matematización
		Si otro amigo se come un dieciseisavo de la chocolatina: ¿come mayor o menor cantidad que Daniela? Explica con matemáticas tu respuesta.	Situacional: otorga una respuesta en lenguaje verbal explicando su elección sobre mayor o menor cantidad entre las cantidades puestas en la situación.
			Referencial: utiliza representaciones geométricas como apoyo a sus razonamientos para responder a la pregunta.
			General: utiliza representaciones numéricas junto con descripciones verbales para explicar su elección sobre mayor o menor cantidad que.
			Formal: utiliza representaciones numéricas y operadores (< , >) para indicar algún orden y responder a la pregunta.
		¿Qué pasa con los tamaños de los trozos de chocolatina cuando se dividen en más partes? Explica con matemáticas tu8 respuesta.	Situacional: responde en lenguaje verbal que los trozos se hacen más grandes o más pequeños conforme aumenta el número de partes.
			Referencial: utiliza representaciones geométricas para sustentar sus argumentos.
			General: utiliza representaciones numéricas y geométricas para sustentar sus argumentos.
			Formal: utiliza representaciones numéricas y operadores de orden (< , >) para responder a la pregunta.

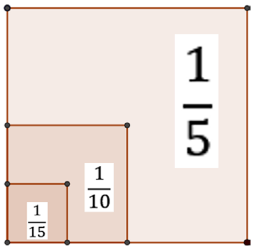
Elemento didáctico 3	Problema	Preguntas orientadoras	Categorías de matematización
Dadas dos fracciones no equivalentes, construir una fracción menor que una y mayor que la otra.	Tres amigos compraron una gaseosa de un litro, de la cual se tomaron lo siguiente: el amigo 1 se tomó un tercio de la gaseosa y el amigo 3 se tomó un quinto. Si el amigo 2 quiere tomar más de un quinto de gaseosa y menos de un tercio de gaseosa, responde:	¿Qué porción de la gaseosa es menor, la que se toma el amigo 1, la que se toma el amigo 2 o la que se puede tomar el amigo 3? Explica con matemáticas tu respuesta.	Situacional: utiliza una descripción verbal para presentar su respuesta haciendo uso de su intuición, sin tener en cuenta las cantidades puestas en juego.
			Referencial: utiliza representaciones geométricas o icónicas para seleccionar una respuesta.
			General: utiliza representaciones numéricas junto con lenguaje verbal para expresar su respuesta.
			Formal: utiliza representaciones numéricas y operaciones de orden (< , >) para expresar su respuesta.
		¿Qué porción o porciones de gaseosa se puede tomar el amigo 2? Explica con matemáticas cómo hiciste para hallar la porción de gaseosa o las porciones que se puede tomar el amigo 2.	Situacional: expresa su respuesta haciendo uso de lenguaje verbal y de su intuición respondiendo que muchas o solo una opción, sin mayor explicación.
			Referencial: hace uso de representaciones geométricas o icónicas para expresar su respuesta.
			General: utiliza representaciones numéricas junto con lenguaje verbal para expresar su respuesta.
			Formal: utiliza representaciones numéricas y operaciones de orden (< , >) para expresar su respuesta.

Elemento didáctico 3	Problema	Preguntas orientadoras	Categorías de matematización
		Si un amigo 4 quiere tomar más de un quinto de la gaseosa, pero menos que un cuarto: ¿qué porción podrá tomar? Explica con matemáticas cómo hiciste para hallar la porción de gaseosa que se puede tomar el amigo 4.	Situacional: expresa su respuesta haciendo uso de lenguaje verbal.
			Referencial: hace uso de representaciones geométricas o icónicas para expresar su respuesta.
			General: utiliza representaciones numéricas junto con lenguaje verbal para expresar su respuesta.
			Formal: utiliza representaciones numéricas y operadores de orden (< , >) para expresar su respuesta.
		¿Hay una o varias cantidades de gaseosa que se puede tomar el amigo 4? Explica con matemáticas tu respuesta.	Situacional: expresa su respuesta haciendo uso de lenguaje verbal e indicando que hay muchas o ninguna sin más argumentación.
			Referencial: hace uso de representaciones geométricas o icónicas para expresar su respuesta.
			General: utiliza representaciones numéricas junto con lenguaje verbal para tratar de explicar la infinitud o finitud de la situación.
			Formal: utiliza representaciones numéricas y operadores (< , >) para tratar de ejemplificar la finitud o infinitud de la situación.

Elemento didáctico 4	Problema	Preguntas orientadoras	Categorías de matematización
Acercamiento por derecha o por izquierda a un número racional dado.	A continuación, encontrarás una gráfica que muestra sucesivas áreas de cuadrados.  De acuerdo con la gráfica responde:	Si continúa el proceso: ¿cuáles serán las tres áreas de los cuadrados que siguen? Explica con matemáticas tu respuesta.	Situacional: utiliza lenguaje verbal para expresar las áreas de los tres cuadrados siguientes.
			Referencial: utiliza representaciones geométricas de los cuadrados para continuar la secuencia como apoyo.
			General: utiliza representaciones numéricas sin tener en cuenta la secuencialidad.
			Formal: utiliza la representación como sucesión haciendo uso de representaciones numéricas para responder al problema.
		Si sumas las seis áreas de los cuadrados que llevas hasta el momento: ¿a qué números se van aproximando? Explica con matemáticas tu respuesta.	Situacional: expresa su respuesta haciendo uso de lenguaje verbal indicando el número al cual se acerca la suma de las áreas.
			Referencial: presenta la suma haciendo uso de la representación como fracción y el resultado lo representa como fracción, pero no logra aproximar el resultado a 1.
			General: presenta la suma haciendo uso de la representación como numérica, pero el resultado lo representa como decimal y luego lo aproxima al número 1.
			Formal: utiliza la notación de sumatoria, límite y representaciones simbólicas para responder a la situación.

Elemento didáctico 4	Problema	Preguntas orientadoras	Categorías de matematización
		¿Cuántas áreas de cuadrados siguiendo la secuencia deberías sumar para que su resultado llegue a ser el número que encontraste en la pregunta anterior? Explica con matemáticas tu respuesta.	Situacional: expresa que hay infinitas o finitas áreas haciendo uso del lenguaje verbal.
			Referencial: expresa su respuesta haciendo uso de lenguaje verbal, indicando que hay finitas o infinitas áreas que sumar con apoyo de representaciones geométricas.
			General: expresa que hay infinitas áreas y presenta un ejemplo explicativo haciendo uso de representaciones numéricas.
			Formal: utiliza la notación de sumatoria, límite y representaciones simbólicas para responder a la situación.

Elemento didáctico 4	Problema	Preguntas orientadoras	Categorías de matematización
Acercamiento por derecha o por izquierda a un número racional dado.	En la parte de abajo se visualizan áreas de cuadrados. El área del cuadrado grande es un quinto, el área del siguiente es un décimo y el área del tercero es un quinceavo. De acuerdo con esta información responde:	Si continúa el proceso: ¿cuáles serán las tres áreas de los cuadrados que siguen? Explica con matemáticas tu respuesta.	Situacional: utiliza lenguaje verbal para expresar una respuesta.
			Referencial: utiliza representaciones geométricas de los cuadrados para continuar la secuencia como apoyo a sus argumentos.
			General: utiliza representaciones numéricas para expresar su respuesta sin apoyo de representaciones geométricas.
			Formal: utiliza la representación como sucesión haciendo uso de representaciones numéricas para responder a la situación.

Elemento didáctico 4	Problema	Preguntas orientadoras	Categorías de matematización
		Si siguen disminuyendo las áreas: ¿a qué número se van acercando? Explica con matemáticas tu respuesta.	Situacional: expresa su respuesta haciendo uso de lenguaje verbal indicando el número al cual se acerca la sucesión de manera intuitiva.
			Referencial: continúa la secuencia haciendo uso de las representaciones numéricas y geométricas para determinar el número al que tiende la sucesión.
			General: determina una estrategia para hallar sucesivas áreas con el fin de describir de manera general cómo se encuentran. Emplea lenguaje verbal para argumentar la infinitud del proceso.
			Formal: utiliza la notación de sucesión, la de límite y el lenguaje algebraico para demostrar que la sucesión tiende a cero.
		¿Cuántas áreas de cuadrados siguiendo la secuencia deberías hallar para que tu resultado llegue a ser el número que encontraste en la pregunta anterior? Explica con matemáticas tu respuesta.	Situacional: expresa su respuesta haciendo uso de lenguaje verbal, indicando que hay muchas áreas que hallar o en su defecto expresa que es imposible después de cierto punto encontrar más áreas.
			Referencial: expresa que hay infinitas áreas o que es imposible hallar más áreas después de cierto punto haciendo uso del lenguaje verbal junto con representaciones geométricas para complementar sus argumentos a manera de ejemplo.
			General: expresa que hay infinitas áreas o que es imposible hallar más áreas después de cierto punto haciendo uso del lenguaje verbal junto con representaciones geométricas para complementar sus argumentos a manera de ejemplo.
			Formal: utiliza la notación de sucesión, la de límite y el lenguaje algebraico para demostrar que la sucesión tiende a cero.

Elemento didáctico 5	Problema	Preguntas orientadoras	Categorías de matematización
Aplicar lo descubierto a la ampliación de la línea numérica (aclaración: en este fenómeno no se hará uso de la recta numérica sino de la posibilidad de encontrar entre dos racionales otro).	En la clase de matemáticas a los estudiantes les piden que encuentren números entre el 1 y el 2, para ello:	Encuentra algunos números entre los números 1 y 2; explica con matemáticas cómo hiciste para hallarlos.	Situacional: expresa haciendo uso de lenguaje verbal que no hay números entre 1 y 2.
			Referencial: determina al menos un número haciendo uso de representaciones numéricas, pero sin hacer uso de operaciones matemáticas.
			General: determina más de dos números haciendo uso de representaciones numéricas sin una estrategia o algoritmo específico.
			Formal: utiliza el algoritmo para hallar promedios y determina más de dos números en el intervalo .
		¿Cuántos números hay entre 1 y 2? Trata de explicar con matemáticas tu respuesta.	Situacional: expresa haciendo uso de lenguaje verbal que hay infinitud, finitud o es imposible que haya números entre 1 y 2.
			Referencial: utiliza representaciones geométricas para ejemplificar la finitud o infinitud del proceso de hallar números entre 1 y 2.
			General: utiliza representaciones numéricas para ejemplificar la infinitud del proceso de hallar números entre 1 y 2.
			Formal: utiliza representaciones simbólicas y el algoritmo para hallar promedios con el fin de responder a la pregunta.

Dispositivos móviles para la formación de ingenieros: un acercamiento a la noción geométrica de derivada con la "Calculadora gráfica" de GeoGebra

Reporte de investigación

Óscar Iván Rodríguez Cardoso*
Vladimir Alfonso Ballesteros**
Adriana Patricia Gallego Torres***

Resumen

Con el avance de las tecnologías digitales, el uso de teléfonos inteligentes y otros dispositivos móviles para la automatización y asistencia de tareas cotidianas, se ha convertido en una tendencia creciente que sugiere nuevas posibilidades para el desarrollo de procesos de aprendizaje en múltiples contextos. En este reporte se resumen los resultados cuantitativos obtenidos de un proyecto de investigación desarrollado con una muestra de estudiantes de ingeniería, cuyo objetivo principal fue determinar los efectos de aplicar una secuencia didáctica, diseñada

* Fundación Universitaria Los Libertadores, Colombia.
Contacto: oscar.rodriguez@libertadores.edu.co

** Fundación Universitaria Los Libertadores, Colombia.
Contacto: vladimir.ballesteros@libertadores.edu.co

*** Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.
Contacto: adpgallegot@udistrital.edu.co

para aproximar procesos de aprendizaje de la noción geométrica de derivada con dispositivos móviles, mediada por la aplicación "Calculadora Gráfica" de GeoGebra, sobre el rendimiento académico de los sujetos que aprenden durante un curso de cálculo diferencial. Se desarrolló un diseño experimental de cuatro grupos de Solomon para comparar el rendimiento académico de los grupos tratados. Se aplicaron dos secuencias didácticas; una, vinculando la aplicación móvil "Calculadora Gráfica" de GeoGebra y otra, con recursos didácticos tradicionales. Los resultados cuantitativos observados en el test de salida sugieren que existe mayor comprensión de la noción del concepto matemático en cuestión por parte de los grupos experimentales. En conclusión, la secuencia didáctica es un aporte al diseño instructivo que enfrenta el aprendizaje móvil.

Palabras clave: aprendizaje móvil, dispositivos móviles, formación de ingenieros, GeoGebra, noción geométrica de derivada.

Introducción

Desde su definición primaria, el aprendizaje móvil puede verse como aquel que tiene lugar cuando se vinculan al proceso educativo dispositivos móviles como teléfonos inteligentes, tabletas o IPads (Quinn, 2000). Con el avance de la tecnología moderna, el uso de teléfonos inteligentes y otros dispositivos móviles para la automatización y asistencia de tareas cotidianas se ha convertido en una tendencia creciente. En consecuencia, la sociedad se está transformado en una "sociedad móvil" (Chung *et al.*, 2015). En 2018, el Pew Research Center reportó que el 59 % de los adultos de todo el mundo poseen un teléfono inteligente y el Educause Center for Analysis and Research indicó que el 95 % de los estudiantes universitarios poseen teléfonos inteligentes (Alexander *et al.*, 2019). No obstante, como lo advierten Alhunaiyyan, Alhajri y Al-Sharhan (2016), debe tenerse en cuenta que un proyecto de implementación de aprendizaje móvil puede enfrentar múltiples desafíos.

En el contexto del Distrito Capital, en la ciudad de Bogotá se han adelantado investigaciones que proporcionan estrategias para la integración de dispositivos móviles a los procesos de aprendizaje del cálculo en la formación de ingenieros, vinculando la app "Calculadora Gráfica" de GeoGebra (en adelante, GGAC), entre ellas, se encuentran el trabajo de Ballesteros, Lozano y Rodríguez (2020), que trata la noción de aproximación del área bajo la curva, y Ballesteros *et al.*, (2020), con sus aportes a la enseñanza de la noción de límite, evidenciando un efecto estadísticamente favorable para los grupos que incluyeron dispositivos móviles sobre el rendimiento académico de estudiantes de programas de ingeniería aeronáutica, de sistemas y mecánica, frente a otros grupos que trabajaron con herramientas tradicionales.

El objetivo principal de esta investigación fue determinar los efectos de aplicar una secuencia didáctica que incluya interacción con la GGAC sobre la aprehensión de la noción geométrica de derivada por parte de una muestra de estudiantes de la Facultad de Ingeniería y Ciencias Básicas de la Fundación Universitaria Los Libertadores (FULL), y de esta manera aportar evidencia empírica que contribuya al desafío de diseño señalado por Alhunaiyyan *et al*. (2016) integrando dispositivos móviles al desarrollo del espacio académico cálculo diferencial.

Fundamentos teóricos

Desde el punto de vista teórico, se entiende el desafío de diseño que enfrenta el aprendizaje móvil desde tres tipos diferentes: el diseño instructivo, el diseño de la interfaz y el diseño de la pantalla, que es el diseño de los gráficos y la visualización.

En particular, esta investigación aporta al desafío que enfrenta el aprendizaje móvil en cuanto al diseño instruccional entendido como un proceso sistemático para crear materiales digitales de aprendizaje (Suni y Ross, 1997). En este sentido, es esencial que los diseñadores instruccionales produzcan material de aprendizaje electrónico (que bien pueden ser secuencias didácticas) que incluyan los dispositivos móviles eficazmente (Goel, 2014).

Metodología

Durante la investigación, se desarrolló un experimento de cuatro grupos de Solomon (Solomon, 1949), que permitió analizar cuantitativamente los efectos de vincular dispositivos móviles a través de una secuencia didáctica diseñada para el aprendizaje de la noción geométrica de derivada en una muestra de 106 estudiantes de ingeniería de la FULL seleccionados mediante un muestreo aleatorio simple. En la investigación se consideró como variable independiente el tratamiento con dispositivos móviles y la variable dependiente el rendimiento académico entendido como la cantidad de respuestas correctas en una prueba de salida compuesta de veinte preguntas de opción múltiple con única respuesta correcta.

La diferencia metodológica radica en que la primera secuencia didáctica se aplicó a los grupos experimentales con base en la interacción con la GGAC desde dispositivos móviles buscando construir conocimiento a partir de la visualización gráfica y las ventajas que ofrece la geometría dinámica, mientras que la segunda se aplicó a los grupos de control vinculando herramientas tradicionales como lápiz, papel y una calculadora *Casio fx-350MS* en el ambiente de una clase tradicional.

En la tabla 1 se muestra la cantidad de estudiantes de cada grupo del experimento, así como las fases del proyecto de investigación.

Tabla 1. Fases de la investigación y tamaño de la muestra

Grupo	Cantidad de estudiantes	Realizó pretest	Tratamiento con la GGAC	Tratamiento tradicional	Realizó Postest
1	26	Sí	Sí	No	Sí
2	24	Sí	No	Sí	Sí
3	27	No	Sí	No	Sí
4	29	No	No	Sí	Sí
Total	106				

Fuente: elaboración propia.

Luego de las intervenciones se hizo un análisis estadístico de los datos recogidos del experimento de cuatro grupos de Solomon con base en la sugerencia de Braver y Braver (1988), considerando como variable de salida la cantidad de respuestas correctas en el postest.

Análisis y resultados

La distribución de las calificaciones obtenidas por los cuatro grupos de Solomon muestra que el grupo 3 (caracterizado por la no inclusión de una prueba de entrada y la presencia de la GGAC) presenta un mejor desempeño en comparación con los otros grupos. De igual forma, el grupo caracterizado por una intervención mediada con la GGAC que presentó pretest muestra una mejoría relativa comparado con el grupo que tuvo la intervención mediada por la metodología tradicional de enseñanza, el cual también tuvo una prueba de entrada.

De igual forma, el grupo caracterizado por una intervención mediada con la GGAC que presentó pretest muestra una mejoría relativa comparado con el grupo que tuvo la intervención mediada por la metodología tradicional de enseñanza, el cual también tuvo una prueba de entrada.

Conclusiones y reflexiones

De la misma manera que lo describen Takači *et al*. (2015) y en coherencia con Bano *et al*. (2018), la secuencia didáctica diseñada en este proyecto para vincular la aplicación móvil de GeoGebra permitió a los estudiantes de ingeniería de la FULL obtener una variedad de experiencias relacionadas con las funciones y la interpretación geométrica de su derivada. Esto significa que el paquete GeoGebra permite un rico entorno de aprendizaje para exploración y construcción. Al usar la GGAC, los estudiantes pasaron más tiempo analizando conexiones entre funciones y su razón de cambio promedio e instantánea con la visualización geométrica de la derivada como pendiente de la recta tangente que haciendo cálculos.

Se puede afirmar que estudios como este impulsan el diseño y desarrollo de secuencias didácticas mediadas por el uso de aplicaciones como la GGAC vinculando dispositivos móviles después de décadas de tradiciones conductistas que dominan estos esfuerzos. Sin embargo, a pesar de la existencia de evidencias que sugieren efectos beneficiosos del aprendizaje móvil sobre los procesos de aprendizaje del cálculo (Ballesteros *et al*., 2020), es importante tener una comprensión profunda de la efectividad del uso de dispositivos móviles en contextos de aprendizaje frente a los desafíos propuestos por Alhunaiyyan *et al*. (2016), antes de implementar su uso en las políticas y prácticas educativas. Consecuentemente, la comunidad de investigadores del aprendizaje móvil tiene la responsabilidad de realizar estudios de alta calidad para proporcionar evidencia de la confianza en éstas pedagogías disruptivas.

Referencias

Alexander, B., Ashford-Rowe, K., Barajas-Murph, N., Dobbin, G., Knott, J., McCormack, M., Pomerantz, J., Seilhamer, R. y Weber, N. (2019). *Horizon Report 2019 Higher Education Edition*. *EDU19*. https://www.learntechlib.org/p/208644/

Alhunaiyyan, A., Alhajri, R. A. y Al-Sharhan, S. (2016). Prospects and Challenges of Mobile Learning Implementation: A Case Study on Kuwait Higher Education. *Journal of King Saud University. Computer and Information Sciences*. https://doi.org/10.1016/j.jksuci.2016.12.001

Bano, M., Zowghi, D., Kearney, M., Schuck, S. y Aubusson, P. (2018). Mobile Learning for Science and Mathematics School Education: A Systematic Review of Empirical Evidence. *Computers & Education*, 121, 30-58. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.02.006

Ballesteros, V., Lozano, S. y Rodríguez, Ó. (2020). Noción de aproximación del área bajo la curva utilizando la aplicación Calculadora Gráfica de GeoGebra. *Praxis & Saber*, *11*(26). https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.9989

Ballesteros, V. A., Rodríguez-Cardaso, O. I., Lozano-Forero, S. y Nisperuza-Toledo, J. L. (2020). El aprendizaje móvil en educación superior: una experiencia desde la formación de ingenieros. *Revista Científica*, *38*(2). https://doi.org/10.14483/23448350.15214

Braver, M. W. y Braver, S. L. (1988). Statistical treatment of the Solomon four-group design: A meta-analytic approach. *Psychological Bulletin*, *104*(1), 150.

Chung, H.-H. Chen, S.-C. y Kuo, M.-H. (2015). A Study of EFL College Students' Acceptance of Mobile Learning. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 176, 333-339. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.01.479

Goel, N. (2014). *Design Considerations for Mobile Learning*. http://blog.commlabindia.com/elearning-development/design-considerations-for-mobilelearning.

Quinn, C. (2000). MLearning: Mobile, Wireless, in-your-Pocket Learning. *LiNE Zine*, 1-2.

Solomon, R. L. (1949). An extension of control group design. *Psychological Bulletin*, 46, 137-150.

Suni, I. y Ross, S., (1997). Iterative Design and Usability Assessment of a Materials Science Hypermedia Documents. *Journal of Educational Multimedia and Hypermedia*, 6(2), 188-199.

Takači, D., Stankov, G. y Milanovic, I. (2015). Efficiency of Learning Environment Using GeoGebra when Calculus Contents are Learned in Collaborative Groups. *Computers & Education*, 82, 421-431. https://doi:10.1016/j.compedu.2014.12.002

Normas que regulan el paso de la conjetura al teorema: gestión de un profesor en un curso de geometría 3D*

Reporte de investigación

Óscar Javier Molina Jaime**

Resumen

Nos preguntamos: ¿cómo el profesor promueve la instalación de normas que regularon el proceso mediante el cual una "conjetura se convierte en teorema" en un curso de geometría llevado a cabo en un aula de indagación basada en la argumentación? Mediante un estudio de caso, y usando herramientas del enfoque onto-semiótico y el modelo de Toulmin para la argumentación, analizamos sesiones de clase de un curso de geometría 3D de un programa de formación de profesores, en las que estudiantes abordaron problemas de conjeturación y demostraron conjeturas, y el profesor dirigió puestas en común. Describimos acciones y procedimientos recurrentes que implican el uso de argumentos abductivos o analógicos, y que apuntan a la generación y cumplimiento de normas que regulan el proceso en el que ciertas conjeturas se convierten en teoremas. Describimos también acciones de gestión del profesor para promover tales acciones y procedimientos. Con ello, destacamos la importancia de piezas del conocimiento didáctico-matemático y competencias del profesor claves para favorecer dicho proceso.

* Reporte asociado al proyecto de investigación DMA-518-20 financiado por el Centro de Investigaciones de la Universidad Pedagógica Nacional (CIUP).

** Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.
Contacto: ojmolina@pedagogica.edu.co

Palabras clave: normas, procedimientos y acciones que involucran argumentos informales, acciones de gestión, proceso "conjetura se convierte en teorema", geometría 3D.

Introducción

En nuestro estudio, grupos de estudiantes abordan problemas de conjeturación en los que deben usar un entorno de la geometría dinámica (EGD). Este tipo de problemas pide explícitamente establecer una conjetura que exprese las relaciones de dependencia entre los elementos o propiedades de los objetos involucrados en la situación luego de realizar exploraciones (Baccaglini-Frank y Mariotti, 2010). El desarrollo de prácticas en aulas con estas características requiere que la actividad se focalice en la producción de los estudiantes y que profesores y estudiantes construyan colectivamente normas (sociales y sociomatemáticas) que regulen y apoyen estas prácticas (Yackel y Cobb, 1996).

Son varios los estudios que dan cuenta de tales normas y su desarrollo (Makar *et al.*, 2015; Assis *et al.*, 2012; Partanen y Kaasila, 2014). Son menos usuales estudios sobre la gestión que ejecuta un profesor para promover la instalación de normas. En sus estudios, Yackel y colegas precisan que la gestión del profesor consiste en guiar o redirigir las conversaciones entre los estudiantes con preguntas que susciten argumentos y proporcionar elementos de un argumento que se omiten o están implícitos —datos o garantías— (Yackel y Cobb, 1996; Yackel, 2002). Makar *et al.*, (2015) son más precisos, al indicar que las estrategias del profesor incluyen usar carteles mostrando expectativas, recordar las normas frecuentemente, resaltar acciones ejemplares de los estudiantes, modelar expectativas con sus actos, y proveer tarea que promuevan prácticas que deben ser reguladas por las normas.

Aunque varios estudios sobre aulas de este tipo coinciden en ciertas normas, no hay muchos estudios que ilustren prácticas o procedimientos específicos que un profesor se propone instalar durante el proceso en que una conjetura se convierte en teorema en cursos de geometría 3D, más aún en contextos de formación de profesores (Stylianides, *et al.*, 2017). La información recogida para el estudio permite inferir que: 1) existen prácticas y procedimientos concretos que apuntan al establecimiento de normas, 2) la profesora lleva a cabo acciones deliberadas de gestión para promoverlas, y 3) argumentos no deductivos (analógicos o abductivos) están relacionados con estos aspectos.

En consecuencia, la pregunta de investigación que guía el estudio es ¿cómo el profesor promueve la instalación de normas que regularon el proceso mediante el cual una "conjetura se convierte en teorema" en un curso de geometría llevado a cabo en un aula de indagación basada en la argumentación de un programa de formación de profesores? Consideramos que la instalación de una norma se promueve si se especifican y ejecutan con frecuencia algunas prácticas y procedimientos destinados al cumplimiento de la norma. Por lo tanto, dicha pregunta puede especificarse en las siguientes: ¿qué prácticas y procedimientos recurrentes fomentó el profesor para promover el cumplimento de estas normas y cómo lo hizo? ¿Cómo se relacionaron diferentes tipos de argumentos con las posibles acciones recurrentes? Abordarlas nos permitió proporcionar aspectos (procedimientos y acciones de gestión) sobre normas de un aula de investigación basada en la argumentación; en este sentido, ilustrar nuevos elementos sobre conocimientos y competencias didáctico-matemáticas al respecto (Font *et al.*, 2018).

Fundamentos teóricos

Siguiendo el enfoque ontosemiótico (EOS), asumimos que una práctica matemática es un conjunto de ejecuciones (acciones) para resolver problemas matemáticos, y comunicar, validar o generalizar soluciones. La resolución de un problema requiere una actividad matemática caracterizada por objetos y procesos (Godino *et al.*, 2019). En el presente trabajo, nos interesan dos tipos de objetos, los procedimientos (conjunto de pasos a seguir —si se quiere, formulación verbal u oral de ese conjunto de pasos—) y los argumentos (nuestra postura al respecto se presentará más adelante), particularmente cuando emergen del proceso (entendido como secuencia de prácticas) en el que una conjetura se convierte en teorema. La conceptualización de los constructos proceso, práctica y procedimiento implica un vínculo natural entre estos: un proceso es un conjunto de prácticas y una práctica es un conjunto de ejecuciones (acciones) cuando se sigue un procedimiento; una acción es la ejecución de un paso del procedimiento. En algunas aulas, a veces se formula un procedimiento estandarizado y emerge la práctica asociada (los pasos son ejecutados); en otras, la práctica emerge sin que el procedimiento asociado haya sido formulado, aun cuando estas hayan sido recurrentes.

Tanto las prácticas matemáticas como el proceso de instrucción están regulados por normas (Godino *et al.*, 2009). Asumimos que las normas regulan una práctica cuando las acciones que la constituyen apuntan al cumplimiento de esas normas. Nos centramos en los tipos de normas que regulan las prácticas en el aula que implican un proceso de enunciado convertido en teorema; para este caso, las prácticas, los procedimientos y otras normas surgen en dos situaciones concretas en las que se produce este proceso: cuando se aborda un problema con el EGD y cuando se demuestra la conjetura enunciada como solución. En la sección Análisis y Resultados exponemos enunciados de dos normas a manera de ejemplo, que fueron identificadas en los datos.

Argumento y argumentación: dado que nos proponemos ilustrar la forma en que diferentes tipos de argumentos se relacionan con asuntos normativos, es conveniente especificar una conceptualización al respecto. Existe un acuerdo en considerar la argumentación como un proceso llevado a cabo por un individuo o un grupo para convencer a otros de una posición adoptada (aceptación o rechazo) con respecto a una determinada aserción o acción (Stylianides *et al*., 2016). El argumento es el producto de este proceso (Molina *et al*., 2019). Utilizamos el modelo básico de Toulmin (Toulmin, 2003) para hacer operativa esta conceptualización en una situación específica (por ejemplo, hacer una prueba o resolver un problema de conjeturación).

En este modelo, un argumento incluye tres elementos: la afirmación del orador (A), el conjunto de datos (D) que respaldan la afirmación A, y la garantía (G) o la regla de inferencia, que relaciona los datos con la afirmación. El modelo es útil para especificar diferentes tipos de argumentos según la forma en que se relacionan los tres elementos (Pedemonte, 2007). En la figura 1 se muestran diagramas para cada tipo de argumento usando el modelo de Toulmin. Los rectángulos de línea gruesa indican lo que se infiere; los de líneas discontinuas indican que la inferencia es probable.

Con lo anterior, asumimos que un teorema es un conjunto de tres elementos: enunciado, demostración y sistema teórico (Mariotti *et al*., 1997). Una demostración es un tipo de argumento, compuesto por uno o varios argumentos deductivos conectados lógicamente y cuyas garantías son elementos de un sistema teórico (Stylianides *et al*., 2017).

Metodología

El estudio de caso se centra en un curso de geometría euclidiana en 3D que se imparte en un programa de formación de profesores en Colombia. Este curso fue seleccionado porque la profesora está particularmente interesada en promover en el aula la argumentación. Para la obtención de la información, se utilizaron dos técnicas: la observación no participante (26 sesiones, cada una de dos horas) a fin de acercarse a la información en un ambiente natural (Kelly y Lesh, 2000) y entrevistas semiestructuradas a la profesora y estudiantes para completar información.

La primera de estas técnicas se realizó con apoyo de tres cámaras de video (una dirigida a la profesora, otra que tomaba toda el aula, y una centrada en grupos cuya producción se consideraba relevante). Para este reporte se toman como datos la trascripción de cuatro episodios de tres sesiones diferentes de clase y las respuestas de la profesora a la entrevista. Las sesiones de clase toman lugar cuando el siguiente problema es propuesto por la profesora: Dados y congruentes, ¿es posible determinar un punto tal que yson congruentes?

Análisis y resultados

Dada la limitación de espacio, no es posible presentar un análisis complemento de alguno de los episodios o de la entrevista establecidos como datos. Ejemplos de análisis serían presentados durante la ponencia. A manera de resumen, mencionamos que la interpretación de la información se hizo con base en el modelo de Toulmin para estructurar argumentos emergidos de la actividad matemática de los estudiantes cuando solucionan el problema; usamos el modelo normativo propuesto por la EOS (Godino *et al.*, 2009) para identificar normas que surgieron durante el proceso en que una conjetura se convierte en teorema; finalmente, empleamos la propuesta de Makar *et al.*, (2015) para precisar las acciones de gestión del profesor durante ese proceso.

Los análisis realizados nos dejaron ver dos normas que regularon la práctica matemática de la clase: N1: el entorno de geometría dinámica (EGD) debe ser usado como un entorno de exploración que permita resolver problemas de conjeturación, y N2: la(s) solución(es) de los problemas abiertos de conjeturación debe(n) ser enunciada(s) como una proposición condicional (llamada conjetura). Estas normas implicaron dos acciones emergentes por parte de los estudiantes, que la profesora quiso establecer como recurrentes: A1: considerar una analogía que relacione los dominios 2D y 3D para inferir una solución del problema en el dominio 3D mediante un argumento analógico; y A2: considerar un argumento abductivo cuya garantía pertenece al sistema teórico disponible; su aserción es la propiedad dada en el enunciado, y su inferencia (dato) es una condición relacionada con las condiciones impuestas en el enunciado; el dato haría parte del antecedente de la conjetura. Acciones de gestión que la profesora ejecutó para lograr dicho propósito fueron: pedir a los estudiantes exponer sus ideas para construir sobre ellas, reconociendo la autoría; usar acciones de los estudiantes como ejemplares (particular cuando se usó el argumento analógico); y modelar expectativas con sus actos (para ilustrar el uso de un argumento abductivo).

Conclusiones y reflexiones

Respondimos las preguntas que orientaron el estudio ilustrando acciones recurrentes (acciones A1 y A2) que apuntan al cumplimiento de las normas N1 y N2 presentes en el proceso en el que una conjetura se convierte en teorema en un curso de Geometría 3D; mostramos cómo dichas acciones involucran argumentos abductivos o analógicos. Así mismo, ilustramos competencias (acciones de gestión) del profesor que promueven tales acciones (precisando la propuesta de Makar *et al.*, 2015). Este escenario nos permitió ratificar que la gestión de un aula cuyo objetivo es el desarrollo de la argumentación es compleja.

Coincidimos con Yackel (2002) y Stylianides *et al.*, (2017) en que ello implica considerar conocimientos profundos sobre las matemáticas y la demostración. Sin embargo, el estudio nos deja ver que esta idea puede ser complementada, precisando piezas del conocimiento didáctico-matemático y competencias que debe desarrollar un profesor, y que podrían involucrarse en procesos de formación docente. Para el caso reportado, las competencias de la profesora no provenían de la improvisación natural con la que a veces se actúa; más bien, fueron producto de su conocimiento sobre aspectos de la educación matemática; ella tenía conocimiento sobre: 1) normas que deberían ser consideradas para generar un aula de indagación; 2) tipos de argumentos informales (específicamente, los abductivos), y su papel para explorar y producir demostraciones, y 3) el papel que el DGE y los tipos de problemas pueden tener en los procesos de exploración (por ejemplo, provocar la producción de argumentos que apoyen una conjetura).

Este escenario le permitió tener una interpretación adecuada de acciones de estudiantes que no había contemplado (utilizar argumentos analógicos), pero que, por su riqueza, legitimó y quiso hacerlas recurrentes. En suma, el estudio nos ha provisto de un insumo más para destacar la importancia del conocimiento y las competencias que sobre asuntos normativos debe tener el profesor (Font *et al.*, 2018), en este caso para regular el proceso en que una conjetura se convierte en teorema.

Referencias

Font, V., Breda, A., Giacomone, B. y Godino, J. D. (2018). Análisis de narrativas de futuros profesores con el modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (CCDM). En L. J. Rodríguez-Muñiz, L. Muñiz-Rodríguez, A. Aguilar-González, P. Alonso, F. García y A. Bruno (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 23-38). SEIEM.

Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M. R. y Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de la matemática desde un enfoque onto-semiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, *27*(1), 59-76.

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2019). The Onto-semiotic Approach: implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, *39*(1), 35-40.

Kelly, A. y Lesh, R. (2000). *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education*. Lawrence Erlbaum Associates, Inc. https://doi.org/10.4324/9781410602725

Makar, K., Bakker, A. y Ben-Zvi, D. (2015). Scaffolding Norms of Argumentation-Based Inquiry in a Primary Mathematics Classroom. *ZDM*, *47*(7), 1107-1120. https://doi.org/10.1007/s11858-015-0732-1

Pedemonte, B. (2007). How can the Relationship between Argumentation and Proof be Analysed? *Educational Studies in Mathematics*, *66*, 23-41. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9057-x

Stylianides, G., Stylianides, A. y Weber, K. (2017). Research on the Teaching and Learning of Proof: Taking Stock and Moving Forward. En J. Cai (Ed.), *First Compendium for Research in Mathematics Education*. National Council of Teachers of Mathematics.

Toulmin, S. (2003). *The Uses of Arguments* (Actualización de 1.ª ed.). Cambridge University Press. https://doi.org/10.1017/CBO9780511840005

Yackel, E. (2002). What we Can Learn from Analyzing the Teacher's Role in Collective Argumentation. *Journal of Mathematical Behavior*, *21*(4), 423-440. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00143-8

Yackel, E. y Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *27*(4), 458-477. https://doi.org/10.2307/749877

Reconocimiento al fenómeno de la corrupción en Colombia: una caracterización de los valores democráticos evidenciados en las discusiones del aula de matemáticas en relación con la educación matemática y ciudadanía

Reporte de investigación

Luis Leonardo Dussán Castillo*
Luis Fernando Moreno Pinzón**
María Nubia Soler Álvarez***

Resumen

Este reporte de investigación presenta resultados iniciales de una caracterización sobre los valores democráticos evidenciados en la interacción entre estudiantes de profundización de matemáticas de grado décimo y profesores de colegio San Mateo Apóstol, desde la propuesta, diseño y ejecución de un ambiente educativo

* Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.
Contacto: lldussánc@upn.edu.co

** Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.
Contacto: lfmorenop@upn.edu.co

*** Universidad Pedagógica Nacional, Colombia.
Contacto: nsoler@pedagogica.edu.co

denominado *Reconocimiento al fenómeno de la corrupción en Colombia a través de la educación matemática y ciudadanía*. Se realizó una indagación de tipo cualitativo, con un enfoque fenomenológico, analizando los datos recogidos del desarrollo de dos versiones del seminario con el fin de caracterizar los valores democráticos presentes. Se encontró que en los diálogos e interacciones entre estudiantes y docentes sobre la problemática de la corrupción se evidencia la presencia de matemáticas, de valores y principios como la justicia social, solidaridad. Emergió una categoría que se denominó antivalores y que recrea situaciones del contexto social colombiano que no favorecen a gran parte de la población.

Palabras clave: valores democráticos, ciudadanía, corrupción, matemáticas críticas.

Introducción

El disfrutar de las matemáticas requiere reconocer diferentes contextos y aplicaciones a través de la interdisciplinariedad con otras ciencias, fomentar el pensamiento crítico de nuestros estudiantes reconociendo una problemática social tan álgida en nuestro país como lo es el fenómeno de la corrupción, ayuda en la construcción de ciudadanos interdisciplinares, con bases sólidas en matemáticas, críticos, responsables del mundo en que vivimos, y que promuevan los valores democráticos en el aula.

En la presente investigación se estudiaron dichos valores democráticos evidenciados en un grupo de estudiantes que fueron involucrados en un ambiente de aprendizaje diseñado para abordar el tema de la corrupción en Colombia. Este estudio se realizó con estudiantes de grado décimo del Colegio San Mateo Apóstol, institución privada mixta de calendario B ubicada al norte de la ciudad de Bogotá, su estrato socioeconómico es 5 y 6 y su probabilidad de acceso a cargos de poder luego de la culminación de sus estudios es muy alta.

Para la ejecución del estudio se diseñó y desarrolló un ambiente de aprendizaje tipo seminario, se recogieron datos de diferentes tipos: grabaciones de audio y video, infografías y presentaciones. Los datos fueron procesados y organizados en una matriz de análisis, la cual permitió reconocer diferentes valores democráticos presentes en las clases desarrolladas.

El interés de la investigación radica en que consideramos que la educación matemática y su relación con la ciudadanía deben aportar a formación de ciudadanos críticos y responsables del mundo en que vivimos, capaces de proponer y cuestionar situaciones que afecten de manera importante a la sociedad, además, a generar prácticas sociales diferentes que superen dichas situaciones sociales. El aula de matemáticas a través del seminario diseñado posibilita la construcción y caracterización de valores democráticos necesarios para convivir en sociedad.

Fundamentos teóricos

Se ha tratado hasta aquí de mencionar la importancia de caracterizar los valores democráticos en la relación educación matemática y ciudadanía, por esto presentaremos la fundamentación legal colombiana que sustenta nuestra propuesta de trabajo de grado.

La Constitución Política de Colombia tiene fuerza vinculante en su Preámbulo, pues este proclama que el pueblo de Colombia, en su atributo de República democrática y soberana, salvaguarda valores constitucionales como la vida, la convivencia, el trabajo, la justicia, la igualdad, el conocimiento, la libertad y la paz; dentro de un marco jurídico, democrático y participativo (Asamblea Nacional Constituyente, 1991, p. 13); a partir de los cuales se derivan el sentido y finalidad de todo el ordenamiento constitucional, y en última instancia el desarrollo de una sociedad colombiana ideal (Arias Rivera y Téllez Garzón, 2018).

A su vez, en concordancia con el artículo 67 de la constitución política de Colombia, que proclama la educación como un derecho, la Ley General de Educación (MEN, 1994) en su artículo 5 enmarca una variedad de fines de la educación, entre los cuales vale la pena resaltar la formación en el respeto hacia la vida, la paz y a los *principios democráticos* de convivencia, pluralismo, justicia, solidaridad y equidad, así como en el ejercicio de la tolerancia y de la libertad. A su vez, también se pueden destacar la formación para facilitar la participación de todos en las decisiones que afectan la vida económica, política, administrativa y cultural de la Nación.

Daza y Quinche (2009) describen que los valores están indisolublemente ligados a los principios, en el sentido de que los principios como mandatos de ‘deber ser’ indican la dirección hacia un horizonte, y los valores son ese horizonte al cual se apunta. Los principios son uno de los medios para concretar los valores, dejando clara la interpretación de que los valores son producto de los principios cuando estos se determinan en una rama o dependencia específica. Es decir, el principio es la base ideal, que fija el horizonte y el valor es su aplicación tangible (Arias Rivera y Téllez Garzón, 2018).

Con base en lo anterior, surge la necesidad de establecer la relación entre valores democráticos y lo que concierne a la Educación Matemática crítica. Para Skovsmose y Valero (2012), los valores democráticos en su esencia están ligados por el concepto de democracia y se ubica “en la esfera de las interacciones sociales”, y para quienes los autores esbozan cuatro nociones sugeridas por las cuales se puntualiza la relación democracia-educación-matemática: colectividad, transformación, deliberación y coflexión.

Además, la educación matemática debe intentar revelar las desigualdades y la opresión de cualquier clase (Skovsmose, 1999), convirtiéndose en una competencia necesaria para desempeñar un papel crítico y juzgar las decisiones de las autoridades y gobernantes, y por lo tanto concebir una transformación real a problemas sociales como la injusticia, la inequidad, la intolerancia, la *corrupción*, saliendo de la zona de confort para deslegitimar lo que se ha mostrado como verdad absoluta.

Metodología

Para dar cumplimiento a los objetivos planteados, se establece que la metodología de investigación presenta un enfoque cualitativo. Este tipo de enfoque enmarcado en el ámbito sociocrítico se caracteriza por permitir a los investigadores recolectar diferentes tipos de datos e información a través de técnicas e instrumentos como los informes documentales, cuestionarios, infografías, trabajos colaborativos, grabaciones presenciales y virtuales de voz y video que, junto con la observación (participante y no participante), permiten caracterizar los valores democráticos que se evidenciaban en las interacciones de los estudiantes y el profesor.

Así, esta investigación se desarrolló en un espacio de tipo seminario, solicitado, creado y ejecutado el Colegio San Mateo Apóstol en la ciudad de Bogotá, denominado: reconocimiento al fenómeno de la corrupción en Colombia, determinado como unidad de análisis, en donde se pretendía analizar los diferentes aspectos de la temática propuesta.

El proceso de análisis empezó recolectando la información del seminario descrito, estudiando las grabaciones de audio y video, las infografías, los documentos escritos, y haciendo luego una transcripción de los momentos en los que se percibía la presencia de valores democráticos en cada uno de estos, luego se estudiaron detenidamente las transcripciones de las videograbaciones y se ubicaron organizadamente en una matriz de análisis diseñada para tal fin. En esta matriz, para cada segmento de clase transcrito, se describió el valor democrático que se evidenciaba, y paralelo, en los segmentos de transcripción en donde se encontrarán aspectos matemáticos, se presentaba una descripción de la relación entre estos y los valores democráticos identificados.

En los datos transcritos también se evidenciaron situaciones asociadas a valores democráticos contrarias a las deseadas, estas fueron consideradas como antivalores y se reportaron en la misma columna de los valores.

Posterior a esto, se empezó con el trabajo de lectura horizontal y vertical de la matriz de análisis, evidenciando características de los contextos de clase en los que emergían valores o antivalores y la manera como las matemáticas favorecían el reconocimiento o no de dichos valores.

Análisis y resultados

Los resultados de los análisis muestran una tendencia al reconocimiento y caracterización continua de los valores democráticos en el aula de matemáticas. En el 90 % de las transcripciones, podemos resaltar que los valores que siempre estuvieron presentes o que fueron transversales en cada una de las clases fueron la igualdad, la solidaridad y la justicia.

Como lo menciona una estudiante del colegio cuando hablábamos del problema de la corrupción en Colombia:

> [E5] Iba a decir como un ejemplo. Pues es como el Chocó, el estado no quiere invertir en Chocó y por la simple razón pues desde que, pues va a sonar remal, pero pues es la verdad, el estado quiere dejar deteriorarlo a tal punto en que las naciones externas se den cuenta que están muy mal y sean ellos los que vengan a solucionar, como las ONG, en vez de que Colombia tenga me meter plata, no es justo [silencio por tres segundos]. La inversión en calidad de vida es una obligación del estado, el derecho al saneamiento básico. el agua, los servicios públicos, hay tasas destinadas para eso y se las están robando. ¿Dónde están los impuestos?

Citando otro ejemplo de transcripción realizada:

> [E11] Si profe dice que la ley de Benford en ciertos países latinoamericanos se ha utilizado para detectar fraudes electorales. [Lee de un texto] Como ejemplo, se tiene que en algunos resultados de comicios la distribución de los primeros dígitos, especialmente el segundo, no se ajustaba a la ley de Benford, esto llevó a un reconteo de los votos a fin de verificar los resultados. Pero entonces la matemática está ahí como medio para detectar el fraude, pero no se usa, o si la usan como dice en el artículo la descubren ya cuando no hay nada que hacer, es probable que la usen y sirva.

En estas clases el ambiente de aprendizaje generado era un debate, en donde los estudiantes luego de la lectura de los casos que querían presentar, cuestionaban desde una posición crítica. En la matemática buscaban elementos que justificaran sus posturas como en estos casos, al reconocer que existen tasas de impuestos que se pagan y cómo se cuantifican en el país para garantizar los derechos básicos fundamentales, y cómo el ejercicio del voto puede ser regulado por medio de la justificación numérica. Resaltan aquí la justicia como valor democrático no presente, la desigualdad en el territorio y la solidaridad de organizaciones que velan por el bienestar de comunidades menos favorecidas. Estos antivalores y valores reconocidos en la matriz de análisis dan al estudiante elementos para reconocer y buscar soluciones a las condiciones sociales actuales en su vida como ciudadano.

Conclusiones

Los asuntos que nos tocan apropian a los estudiantes a buscar herramientas de análisis matemático para entender y proponer ideas de una situación que reconocen nos involucra como ciudadanos y la cual están decididos a combatir en un futuro. Estudiar el fenómeno de la corrupción a través de la relación educación matemática y ciudadanía ha mostrado mayor participación e interés en la clase de profundización de matemáticas a través del seminario propuesto.

Una matemática de carne y hueso, como lo expresa Valero (2006), debe quedar impresa en los dominios conceptuales de los docentes de matemáticas. El aula regular demanda nuevas perspectivas en donde la matemática ayude a develar las situaciones complejas del mundo, trabajar la matemática inmersa en otros contenidos, envuelve al estudiante en el manejo de competencias interdisciplinares, necesidad que hoy tienen todas las carreras en los años venideros.

Como resultados de los análisis expuestos en la matriz, se evidencia que los valores democráticos emergen en nuestros estudiantes de manera recurrente, la sensibilización y apropiación de la temática desarrollada posibilita la interacción entre docentes y estudiantes, la matemática, por su parte, válida o no, la información encontrada en fuentes verídicas de los asuntos de corrupción estudiados.

Satisfechos por la investigación realizada, proponemos curricularizar el asunto de la corrupción como argumento para la investigación y el análisis en matemáticas, además del fortalecimiento en valores democráticos y de la apropiación de los estudiantes como futuros ciudadanos comprometidos y críticos de la realidad en que vivimos.

Referencias

Arias Rivera, S. y Téllez Garzón, R. D. (2018). Potenciar valores democráticos en la clase de estadística: ¿del dicho al hecho hay mucho trecho? Bogotá, Colombia. http://repositorio.pedagogica.edu.co/

Asamblea Nacional Constituyente. (1991). Constitución Política de Colombia.

Daza Duarte, S. P. y Quinche Pinzón, R. H. (2009). *Finalidad de los principios y valores constitucionales en el contexto del Estado Social de Derecho en Colombia*. Universidad Libre.

MEN. (1994). *Ley General de Educación*.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Una Empresa Docente.

Skovsmose, O. y Valero, P. (2012). *Rompimiento de la neutralidad política: el compromiso crítico de la educación matemática con la democracia.*

Valero, P. (2006). ¿De carne y hueso? La vida social y política de la competencia matemática. *Foro Educativo Nacional*.

Una mirada a “El club de la resistencia”

Reporte de investigación

Judith Rocío Ángel Veloza*
Francisco Javier Camelo Bustos**

Resumen

En el desarrollo de un trabajo de grado, para optar por el título de magíster en educación, buscamos caracterizar la constitución de las emociones políticas en un grupo de estudiantes que participó en la creación de un ambiente de modelación matemática. Como docentes e investigadores hemos observado, en diferentes espacios educativos, que las matemáticas tradicionalmente no se presentan en la escuela como herramientas de reflexión para comprender y reinterpretar la sociedad en que vivimos, lo que nos impulsa a explorar maneras —relacionadas a nuestros intereses— de replantear los espacios de interacción con nuestros estudiantes, encontrando que los ambientes de modelación pueden propiciar espacios para la constitución de las emociones políticas. Los ambientes de modelación matemática permiten que los estudiantes sean invitados a consultar o investigar situaciones del contexto socialmente relevante, lo cual lleva a un reconocimiento de su contexto, dando paso a que las emociones sean incorporadas en el proceso educativo, lo que da entrada a consideraciones y preocupaciones del otro en las decisiones propias y permite plantear acciones que promuevan una sociedad justa.

Palabras clave: emociones políticas, ambientes de modelación matemática, contexto, actitud crítica.

* Colegio Mayor de San Bartolomé, Colombia.
Contacto: rocio.ange.veloza@gmail.com

** Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.
Contacto: fjcamelob@udistrital.edu.co

Introducción

Durante los años 2018 y 2019 desarrollamos un trabajo de grado (Ángel, 2020) que giró en torno de reflexionar sobre los elementos que deben considerarse en un ambiente de modelación matemática que pretenda aportar a la constitución de emociones políticas en un grupo de estudiantes. Esta preocupación nos llevó a pensar nuestra investigación desde elementos fundamentales que permiten caracterizar, identificar y describir la manera en que se pueden presentar las emociones políticas en un ambiente de modelación, pensado desde su perspectiva socio crítica (Araújo, 2007, 2009; Barbosa, 2006, 2003).

Fundamentos teóricos

De manera general, nuestros fundamentos teóricos pueden precisarse en dos aspectos, a saber: emociones políticas y modelación matemática desde la perspectiva sociocrítica, los cuales explicaremos a continuación.

Emociones políticas

Todas las sociedades hegemónicas están permeadas por diversas emociones tales como: "ira, miedo, simpatía, envidia, culpa, aflicción y múltiples formas de amor" (Nussbaum, 2014, p. 14), las cuales pueden influir en dos sentidos a sus habitantes. El primero hace énfasis en cómo en el surgimiento de emociones se involucran los objetivos que plantean los dirigentes para controlar la sociedad, ya que por medio de estas —las emociones— se consigue regular pensamientos y conductas —como en el caso de grandes monarquías o dictaduras—, las cuales utilizan el miedo para que los dirigentes no pierdan a sus seguidores. Por otro lado —y siendo esto lo que queremos promover desde las clases de matemáticas— dichas emociones políticas pueden usarse para que en la sociedad se promueva "la igualdad, la inclusión, el fin de la esclavitud y la mitigación del sufrimiento" (Nussbaum, 2014, p. 14). Este hecho nos lleva a considerar lo que esta misma autora ha denominado como sociedad justa, en la cual se promueven la constitución de emociones que aportan a un bien común, desde la justicia y la igualdad de oportunidades para todos, logrando mantener bajo control fuerzas que acechan a todas las sociedades.

Ambientes de modelación matemática

Barbosa (2004) afirma que dentro de la modelación matemática están todas aquellas actividades escolares en las cuales el estudiante está invitado a actuar apoyado en las matemáticas para comprender una situación social, con la intención de comprender el papel sociocultural, en este caso, de las matemáticas.

Dando paso a reconocer que la modelación matemática puede abrir posibilidades para potenciar el pensamiento crítico, ya que permite dar una mirada con "otros lentes" a las actividades que se realizan en la cotidianidad desde procesos matemáticos. Desde la modelación, se invita al estudiante a preguntarse y cuestionarse constantemente, llegando a la organización, selección, manipulación y reflexión de la información que se recoge para resolver dudas y cuestiones emergentes. Esto da paso a enfatizar que el centro de la modelación gira en torno a situaciones de otros campos, que al ser problematizadas permiten su análisis a partir del uso de algoritmos, conceptos e ideas matemáticas.

Siguiendo los planteamientos de la modelación matemática, Salazar *et al*. (2017) proponen cinco etapas, las cuales posibilitan a los participantes del ambiente de modelación reconocer el camino que se va trazando, creando una conciencia de lo que se espera y posibilitando evidencias necesarias para reconocer de antemano las responsabilidades de los participantes. Dichas etapas son: escogencia del problema o tema a trabajar, desarrollo de una investigación exploratoria, levantamiento de los datos, reinterpretación de la situación soportada en consideraciones matemáticas, y análisis crítico de los desarrollos.

Metodología

Para el desarrollo del trabajo hicimos uso de una propuesta metodológica de investigación crítica planteada por Vithal (2000), la cual se basa en plantear que es posible estudiar aspectos de interés para una comunidad en particular promoviendo el cambio al *statu quo* imperante (Mancera-Ortiz *et al*., 2018; Vithal, 2002). La investigación crítica puede ser caracterizada al definir tres tipos de situaciones fundamentales, a saber: situación actual (SA), situación imaginada (SI) y situación dispuesta (SD) (Skovsmose y Borba, 2004; Vithal, 2002), identificándose en nuestra investigación de la siguiente manera (Ángel, 2020):

- *Situacional actual*: son todos los sucesos que se presentan de manera natural o que ocurren de manera cotidiana en los contextos educativos. En la investigación, se dio a partir de ciertas clases que no consideran una constitución de emociones políticas, centrándose en diferentes perspectivas de la didáctica de la educación matemática.
- *Situación imaginada*: la situación imaginada corresponde a una situación ideal propuesta por todos los participantes de la investigación, lo cual se realizó a partir del ideal de incorporar las emociones políticas en el salón de clases desde los ambientes de modelación matemática
- *Situacional dispuesta*: la situación dispuesta hace referencia a una situación real pero construida por los participantes de la investigación, por medio de

negociaciones, reflexiones y críticas que hayan surgido en la situación, teniendo en cuenta que durante el proceso de investigación se presentaron inconvenientes por la institución, la cultura de la clase y la disposición de los estudiantes.

Categorías de análisis

Las categorías de análisis están relacionadas con el surgimiento de las emociones, a partir de tres conjuntos relacionados a la envidia, la vergüenza y el miedo, con sus diferentes elementos, lo que se busca reconocer en los pronunciamientos de los estudiantes. Es necesario precisar que los elementos de cada conjunto son preestablecidos por los planteamientos de Nussbaum (2014).

Para desarrollar el análisis, seguimos cuatro niveles que nos permiten ir afinando los aspectos que identificamos en los instrumentos que utilizamos para la producción de la información a saber:

- Nivel 1: revisión de los diferentes instrumentos de manera general con la intención de identificar episodios donde pudiesen aparecer emociones políticas.
- Nivel 2: realización de transcripciones en donde se identificó algún atisbo de emoción política, en este momento se subrayó el fragmento de la transcripción teniendo en cuenta el tipo de emoción al que pertenecía.
- Nivel 3: creación de un relato en el cual se realizan comentarios a los fragmentos subrayados y se contrastan con la teoría.
- Nivel 4: uso de otros instrumentos para verificar la existencia de dichas emociones (triangulación). Finalización del relato y complemento correspondiente con los presupuestos teóricos usados.

Análisis y resultados

La construcción de los ambientes de modelación permitió identificar los siguientes elementos:

- *Identificación de emociones*: las diferentes etapas del ambientes de modelación permitieron reconocer en los estudiantes emociones relacionadas a las categorías de análisis iniciales. En las primeras etapas las emociones que emergían estaban relacionadas a la individualidad y las constantes comparaciones con los otros, pero al avanzar el proceso investigativo, y como se observó en la última etapa, en los estudiantes se vieron emociones relacionadas con el amor, la crítica y la reinterpretación de su historia.
- *Uso del lenguaje y de procesos históricos*: el lenguaje permite identificar procesos históricos o de análisis de situaciones actuales, viéndolo como una

manera de entender ciertos contextos específicos. Por lo tanto, el lenguaje como identificador del contexto, y la deconstrucción fueron esenciales en ciertos momentos para entender el porqué y el para qué de afirmaciones dadas por algunos estudiantes.

- *Identificación de procesos pedagógicos propuestos por Nussbaum (2014)*: dichos procesos pedagógicos permitieron reconocer otro tipo de emociones que llevan a pensar en proyectos comunes y construir en comunidad.
- Inclusión de nuevos elementos en los conjuntos de las categorías de análisis.

Conclusiones y reflexiones

El desarrollo de la investigación crítica se desarrolló teniendo en cuenta las disposiciones tanto de la institución como de los estudiantes, tomando en consideración que la gran mayoría de los estudiantes recibió con agrado la propuesta, identificando diferentes emociones, según las etapas del ambiente de modelación, lo cual fue un poco complejo al momento de analizar.

El ambiente de modelación se desarrolló siguiendo las etapas propuestas por Salazar *et al*. (2017). Es necesario destacar que dichas etapas no se dieron de manera independiente y que en todo momento los estudiantes estaban realizando una investigación exploratoria, levantando datos, reinterpretando situaciones, realizando un análisis crítico o seleccionando/cambiando su problema a trabajar.

En cuanto al cumplimento de los objetivos, el objetivo general se centró en caracterizar la constitución de las emociones políticas desde la perspectiva sociocrítica de la modelación matemática, lo cual se realizó de manera detallada en uno de los apartados del trabajo final, el cual se denominó "Relato V: Resistiremos y nadie podrá robarnos los sueños". Allí en cada una de las etapas del ambiente se evidenciaron las emociones emergentes frente a la situación social que estaban analizando los estudiante.

Respecto a los objetivos específicos, los cuales buscaban identificar y describir aspectos de la perspectiva sociocrítica que permitieran la constitución de las emociones políticos, fue necesario analizar de manera detallada las etapas del ambiente de modelación, lo cual llevó a identificar que en etapas iniciales las emociones emergieron pensando desde la individualidad, y luego, en las etapas finales, se evidenciaron emociones en las cuales los estudiantes se preocupaban por su entorno y por ellos mismos.

Es necesario propiciar más espacios como este en las instituciones educativas, ya que, en ocasiones por cuestiones relacionadas al currículo y la planeación institucional, no se piensa en un espacio donde los estudiantes participen de manera activa en el desarrollo de las clases, y, por lo tanto, puedan ver a las matemáticas como una herramienta para entender, cuestionar y, tal vez, mejorar su entorno y la sociedad.

Referencias

Ángel, R. (2020). *"El club de la resistencias": Emociones políticas en una clase de matemática*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Araújo, J. (2007). Modelling and the Critical use of Mathematics. En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum y S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling: Education, engineering and economics (ICTMA 12)* (pp. 187-194). Publishing Limited.

Araújo, J. (2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: A Perspectiva da Educação Matemática Crítica. *Alexandria. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, *2*(2), 55-68.

Barbosa, J. (2004). Modelagem Matemática: O que é? Por qué? Como? *Veritati*, *4*, 73-80. http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf

Barbosa, J. (2006). Mathematical Modelling in Classroom: A Socio-Critical and Discursive Perspective. *ZDM*, *38*(3), 293-301. http://link.springer.com/article/10.1007/BF02652812

Barbosa, J. (2003). Modelagem Matemática e a Perspectiva Sócio-Crítica. *II Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, *2*, 1-13. http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/material/142008-11-01-15-44-48.pdf

Mancera-Ortiz, G., Camelo-Bustos, F. y Araújo, J. (2018). *Reflexiones sobre metodología crítica en ambientes de modelación matemática: dos investigaciones en el contexto colombiano*. VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Foz do Iguaçu, Paraná, Brasil.

Nussbaum, M. (2014). *Emociones políticas ¿Por qué el amor es importante para la justicia?* Planeta Colombiana.

Salazar, C., Mancera, G., Camelo, F. y Perilla, W. (2017). Una propuesta para el desarrollo de prácticas pedagógicas de modelación matemática en la perspectiva socio crítica. *Encuentro Distrital de Educación Matemática EDEM-4 "Cultura, sociedad y escuela en la educación matemática del Distrito capital"*. Encuentro Distrital de Educación Matemática, Bogotá.

Skovsmose, O. y Borba, M. (2004). Research Methodology and Critical Mathematics Education Isssues of Power in Theory and Methodology. En P. Valero y R. Zevenbergen (Eds.), *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education* (vol. 35, pp. 207-226). Springer. http://link.springer.com/content/pdf/10.1007/1-4020-7914-1_17.pdf

Vithal, R. (2002). A Pedagogy of Conflict and Dialogue for Mathematics Education from a Critical Perspective. *For the Learning of Mathematics*, *22*(1), 29-41.

Vithal, R. (2000). Re-Searching Mathematics Education from a Critical Perspective. En J. Matos y M. Santos (Eds.), *Proceedings of the Second International Mathematics Education and Society Conference* (pp. 87-116). http://eric.ed.gov/?id=ED469618

Colectivos de maestros: espacios para la investigación y la reflexión de profesores de matemáticas

Reporte de investigación

Semillero DeMentes Críticas*

Resumen

Proponemos los *colectivos de maestros* como un espacio de investigación, reflexión y diálogo en el que se pueden debatir las tensiones que encontramos entre la investigación y la práctica de la educación matemática, desde un enfoque sociopolítico. Particularmente, como docentes de matemáticas en ejercicio que pensamos diariamente nuestro quehacer y nos encontramos inmersos en prácticas institucionales naturalizadas, en ocasiones poco sanas o nada productivas, hallamos en el semillero DeMentes Críticas una alternativa para gestar e innovar en prácticas educativas e investigativas desde un enfoque crítico. En este documento exponemos algunas experiencias investigativas que nos permiten cuestionar el currículo y visualizar las tensiones que emergen al procurar la formación de un sujeto crítico en el distrito capital.

Palabras clave: reflexiones docentes, colectivos de maestros, práctica e investigación, enfoque crítico.

* Secretaría de Educación Distrital [SED], Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Contacto: dementescriticassemillero@gmail.com. El semillero DeMentes Críticas está conformado desde el año 2014 por los docentes: Jaison Ariza Ardila jaisonfa@gmail.com, Jeimmy Bernal Calcetero jelibecaac@gmail.com, Martha Clavijo Riveros marthacclavijor@gmail.com, Claudia María Arias Arias claudiarias4091@gmail.com, Esperanza Montes Valencia esperanzadenadie@gmail.com, Camilo Fuentes Leal cristianfuentes558@hotmail.com y David Ferro Álvarez edferroa@unal.edu.co

Introducción

El presente escrito es producto de la sistematización de las reflexiones de un grupo de profesores en ejercicio y docentes que laboran en editoriales privadas, de este modo articula a instituciones de Bogotá en las que han estado vinculados desde el año 2014. De esta manera aquí se compilan ideas fruto de los diálogos en torno a problemáticas y tensiones vividas en la práctica pedagógica. Como colectivo reconocimos así la necesidad de consolidar un colectivo de maestros como un espacio para la reflexión continua, el diálogo y el planteamiento de respuestas a las tensiones evidenciadas, materializando el semillero de investigación DeMentes Críticas. Entre esas tensiones se encuentran: 1) las relacionadas con la complejidad de la escuela y los contextos de nuestros estudiantes; 2) la presión generada por la evaluación externa; 3) las políticas públicas y su impacto en el aula; y 4) las normas implícitas dentro de la cultura, la formación para la ciudadanía, la organización escolar y la superación del paradigma centrado en la enseñanza de las matemáticas (Clavijo y Mora, 2016).

Estos espacios de reflexión y crítica nos han permitido abrir el diálogo frente ¿a qué tensiones se enfrenta un docente de matemáticas que busca fortalecer el pensamiento crítico, pero debe alinearse a determinados contenidos de la matemática escolar?, ¿cómo sería una práctica docente en matemáticas haciendo uso del pensamiento crítico?, ¿cuáles son las herramientas que se le brindan a un docente para generar prácticas educativas que formen el pensamiento crítico? o ¿cómo explorar la conexión del pensamiento crítico latinoamericano y la educación matemática?

Fundamentos teóricos

En las prácticas educativas hemos evidenciado una tendencia por transmitir, instaurar y hacer prevalecer una única lógica de funcionamiento social, inhibiendo o dejando de lado la posibilidad de fortalecer o desarrollar el pensamiento crítico en docentes y estudiantes. Como docentes e investigadores, hemos reflexionado acerca del pensamiento crítico y el rol de cada uno de los actores involucrados en la práctica educativa. A partir de estas reflexiones se han desarrollado ciertas propuestas didácticas e investigativas que han originado un sin número de tensiones (Clavijo y Mora, 2016), encontrado obstáculos (Arias y Tamayo, 2019) y desafíos enmarcados en la formación docente.

De esta manera, como colectivo encontramos relevante analizar estas tensiones, obstáculos y desafíos con el propósito de encontrar o crear maneras alternativas de gestar las prácticas educativas e investigativas desde un enfoque crítico. En nuestra trayectoria como colectivo de maestros hemos analizado los antecedentes de la educación en Colombia, profundizado en casos específicos —por ejemplo, el ejercicio masivo realizado en los años sesenta con el programa Radio Sutatenza (Ariza y Bernal, 2018)—, pasando por la reflexión de nuestras propias prácticas, estudios del marco legal de educación en Colombia y finalizando en la proyección de propuestas didácticas y pedagógicas en el marco del pensamiento crítico.

Este recorrido nos ha permitido evidenciar que los libros de texto juegan un rol importante en la práctica docente. Esta herramienta didáctica, en su mayoría, responde a determinados intereses escudados en la neutralidad y la 'apolítica'. Un ejemplo de ello lo encontramos en los programas de alfabetización instaurados desde la década de los setenta con la ayuda de la cartilla Aritmética Comercial, difundida en el programa de alfabetización de Radio Sutatenza, cuyos enunciados-problemas eran referidos hipotéticamente a las situaciones de la vida económica del campesino y justificados por ser temas incluidos normalmente en los currículos actuales de diferentes países respecto a la educación financiera[1]. Sin embargo, los enunciados presentados aparentemente no respondieron a los intereses de los campesinos sino a los intereses bancarios, pues brindaban herramientas para aprender a manejar la vida económica dentro de un único modelo económico (capitalista), dejando de lado aspectos como el cuidado y la preservación de los recursos naturales.

En la cartilla de aritmética comercial se incluye una colección de problemas relacionados con la economía del campesino y utilizan conceptos matemáticos como una herramienta eficaz para dar solución a situaciones económicas de su 'cotidianidad'. Específicamente, se encontraron escasos enunciados relacionados con las actividades productivas de los campesinos como lo son la siembra y la ganadería, estos dos tipos de situaciones corresponde solo a un 3 % de los enunciados, las situaciones de comercialización y canasta familiar corresponde al 20 % y los contextos asociados al consumo de productos financieros corresponde a un 77 % (Ariza y Bernal, 2018). Esto permite inferir una intención por incorporar al campesino a un sistema financiero específico, en un proceso de normalización y alineación para la instauración de este sin intención de generar una postura crítica frente a ello. Un ejercicio análogo se ha realizado analizando el ideal de sujeto y la constitución del aprendiz de matemáticas como sujeto político, social, histórico y cultural y su influencia en la sociedad que se propende a través de las políticas públicas del momento, lo cual se hace evidente en las situaciones y los contextos que se usan en los libros de texto. Esta idea es ampliada en Ariza *et al.* (2017).

1 Denominados por las pruebas PISA como áreas de la competencia financiera.

De manera alterna, hemos realizado y sistematizado distintas experiencias en busca de fomentar el pensamiento crítico —Arias y Clavijo (2013), Bernal (2014), Fuentes (2014), Montes (2014), Clavijo y Mora (2016), Ferro (2017), Arias y Tamayo (2019)— encaminadas a leer y escribir el mundo con las matemáticas (Gutstein, 2006). Al respecto, encontrado que las principales tensiones que emergen al generar este tipo de prácticas están dadas por aspectos propios de los sujetos implicados; normas implícitas dentro de la cultura; requerimientos de las políticas públicas; la organización escolar; y la naturaleza de las matemáticas (Clavijo y Mora, 2016).

Lo anterior nos ha llevado a reconocer que son pocas las herramientas que se le brindan al docente de matemáticas, pues antes de desarrollar cualquier tipo de pensamiento a través de las matemáticas se debe adquirir el lenguaje propio de estas para poder dar lectura crítica de la realidad; y en el proceso dicotómico entre tener en cuenta el contexto y las realidades sociales o desarrollar el contenido matemático (Gutstein, 2006) evidenciamos las tensiones, obstáculos y desafíos que afronta un profesor en ejercicio. En ese sentido, nuestra propuesta investigativa se configura en las posibilidades emergentes desde un *colectivo de maestros*[2], como una puesta en escena de estrategias didácticas con la premisa de vincular lo social, lo matemático y lo político, y disminuir la brecha entre las prácticas pedagógicas e investigativas.

Metodología

Dentro de nuestro ejercicio como colectivo de maestros y asociado a la práctica docente en matemáticas, la metodología de investigación y nuestra praxis se ha orientado desde un paradigma crítico —investigación crítica y enfoque socio político—, donde el objeto de estudio y el sujeto son transformados mutuamente por medio de una interacción y una previa intencionalidad. Comprendemos el adjetivo crítico como la capacidad de trascender la contemplación pasiva de la realidad. Teniendo en cuenta lo propuesto por Habermas (2003), entendemos la crítica como el paso de razón instrumental, apolítica, neutral, objetiva, que se adecúa a una razón substantiva dotada de una ética democrática, dialógica, argumentativa y transformadora.

Entendemos este paradigma y su enfoque metodológico a través de tres situaciones —actual, imaginada y dispuesta— y tres procesos que las relacionan —imaginación pedagógica, organización práctica y razonamiento crítico— (Vithal, 2000, 2004; Borba y Skovsmose, 2004). También consideramos que desde este enfoque podemos repensar las condiciones actuales y bajo un paisaje

2 Como, por ejemplo, un semillero de investigación.

teórico, visualizar cómo podría darse una situación distinta para dar lugar a lo que en realidad ocurre. La distancia entre cada una de estas es una posibilidad de investigación bajo lo cual se puede teorizar y modificar las prácticas.

Análisis

Este texto compila las reflexiones que se dieron de manera colectiva, que gestaron y acompañaron investigaciones de estudios posgraduales que se convierten en los antecedentes teóricos desde un paradigma crítico y que continúa alimentando investigaciones en curso. En un proceso de indagación sobre nuestra práctica pedagógica, es necesario apropiarse de elementos de análisis propios de un profesor investigador reflexivo, como la problematización del aula como escenario de la relación cíclica acción-reflexión-acción, además de la importancia de la reflexión *en* la práctica y *sobre* la práctica, la primera haciendo referencia a cómo actuamos en el momento, cómo trabajo con la incertidumbre, y la segunda hace referencia a cómo tomamos decisiones a mediano plazo basados en nuestra realidad y experiencias.

Además encontramos que la inclusión de estas herramientas de análisis en las dinámicas de un colectivo docente pueden aportar en la superación de obstáculos como la creencia del profesor como un producto acabado, la existencia de relaciones piramidales y el individualismo en las dinámicas docentes; a su vez, evidenciamos que estas herramientas aportan en la construcción de estrategias colectivas en la transformación de realidades, en una comprensión dialéctica de la realidad y en un aprovechamiento de la incertidumbre.

Reflexiones de cierre

De esta manera, frente a los retos, obstáculos, tensiones y posibilidades que enfrenta la formación docente y el fomento del pensamiento crítico, reconocemos la escuela como un escenario donde confluyen todo tipo de intereses, que tiene la responsabilidad de formar integralmente a los sujetos desde un enfoque innovador, atendiendo a distintos contextos, perspectivas y dimensiones del aprendizaje (Unesco, 2017). En este sentido, consideramos necesario construir nuevas formas de interacción, donde las matemáticas permitan leer y escribir el mundo (Gutstein, 2006) tomando una postura crítica y transformadora.

También consideramos que evaluar la calidad y pertinencia de los procesos asumidos por la escuela implica considerar factores como el currículo, las prácticas evaluativas, los recursos y la cualificación docente. Este último elemento como un punto central para pensar el papel del docente frente a la necesidad de asumir un proceso de formación permanente, respondiendo a las exigencias actuales (MEN, 2006).

Sin duda, esto implica consolidar un diálogo entre colectivos de maestros conocedores de las necesidades que tiene la sociedad, la escuela y los sujetos involucrados en el proceso educativo, además de un replanteamiento de las prácticas educativas, un empoderamiento por parte de maestros y estudiantes para transformar los procesos que hemos normalizado en la escuela, un reconocimiento de las tensiones que estas nuevas prácticas generan y un interés por transitarlas, una divulgación de las experiencias en pro del fomento del pensamiento crítico y alcanzar sistematizaciones de modelaciones matemáticas evidenciando posibilidades de abordajes de situaciones socialmente relevantes. En este último aspecto se podría, por ejemplo, romper el paradigma de los libros de texto como una manera de acercar a los maestros a otras prácticas matemáticas atendiendo a los desafíos que hemos evidenciado en ese camino.

Por las razones referidas, hemos decidido proyectarnos la labor de contribuir con herramientas pedagógicas materializadas en propuestas didácticas para el docente que posibiliten identificar diversas rutas y metodologías para abordar la educación matemática crítica y de esta manera aportar a la generación de nuevas prácticas y su reflexión. Lo anterior es la inspiración de nuestro colectivo para el trabajo presente y futuro.

Referencias

Ariza, J. y Bernal, J. (2018). *El proyecto de alfabetización rural y la cartilla de aritmética comercial*. (Tesis de maestría), Universidad Pedagógica Nacional.

Ariza, J., Bernal, J., Clavijo, M., Ferro, D., Fuentes C. y Montes, Y. (2017). *Educación matemática en Colombia: apuntes para entender la constitución del aprendiz de matemáticas como sujeto político, social, histórico y cultural y su influencia en la sociedad*. EDEM 4.

Arias, C. y Clavijo, M. (2013). *Ambientes de aprendizaje para el fomento del pensamiento crítico. Un análisis de encuestas de opinión electoral* (Tesis de pregrado). LEBEM-Distrital Francisco José de Caldas.

Arias, C. y Tamayo, J. (2019). *Obstáculos en la búsqueda del conocer reflexivo en el grupo EMA a través de un ambiente de modelación matemática desde la perspectiva socio crítica* (Tesis de maestría). Distrital Francisco José de Caldas.

Borba, M. y Skovsmose, O. (2004). Research methodology and critical mathematics education. En P. Valero y R. Zevenbergen (Eds.), *Researching the Socio-political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology.* Kluwer.

Bernal, J. (2014). *Estudio de los aportes a las transformaciones que se pueden lograr en el contexto socio-político de los estudiantes, mediante el trabajo con ambientes de aprendizaje en una escuela rural* (Tesis de pregrado). Distrital Francisco José de Caldas.

Clavijo M. y Mora, D. (2016). *Transformando el aula desde un enfoque sociopolítico de la educación matemática: tensiones de un docente* (Tesis de maestría). Distrital Francisco José de Caldas.

Clavijo, M. y Mora, D. (2016). *Transformando el aula desde un enfoque sociopolítico de la educación matemática: tensiones de un docente*. Tesis de maestría no publicada, (Tesis de maestría no publicada). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Ferro, D. (2017). *Escenarios de investigación alrededor de los créditos de consumo: una propuesta desde la educación matemática crítica para estudiantes de grado noveno del colegio IED Rafael Bernal Jiménez* (Tesis de pregrado). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Fuentes, C. (2014). *Etnomatemática, escuela y aprendizaje de las matemáticas: el caso de la comunidad de guacamayas, Boyacá, Colombia* (Tesis de maestría). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics: Toward a pedagogy for social justice*. Routledge.

Habermas, J. (2003). *Acción comunicativa y razón sin trascendencia. Paidós.*

Ministerio de Educación (MEN). (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Magisterio.

Montes, Y. (2014). *Armonización curricular entre los centros de interés en artes y las matemáticas escolares. Una posibilidad de trabajo interdisciplinar.* (Tesis de maestría). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Unesco. (2017). *Situación educativa de América Latina y el Caribe: garantizando la educación de calidad para todos*. Salesianos Impresores.

Vithal, R. (2000). *Re-Searching Mathematics Education from a Critical Perspective*. Universidad de Durban. https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED469618.pdf

Vithal, R. (2004). Methodological Challenges for Mathematics Education Research from a Critical Perspective. En P. Valero y R. Zevenbergen (Eds.), *Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education: Issues of Power in Theory and Methodology*. Kluwer.

La subitización como antecesor del conteo: aportes al desarrollo del sentido numérico

Póster

Francisco Esteban Rodríguez Medranda*

Resumen

Es común que en los grados iniciales de escolaridad se inicie la enseñanza del conteo mediante la mecanización de actos verbales y escritura, y se dedique poco tiempo al trabajo con actividades para subitizar. Estas acciones producen que procesos de aprendizaje del número natural sean carentes de significado, generando que no se desarrolle un razonamiento con cantidades en la acción de contar. En consecuencia, no se logra una buena intuición acerca de los números. De ese modo, nos preguntamos *¿cómo la subitización contribuye a dotar de sentido la acción de contar, para el desarrollo del sentido numérico?* Con el fin de analizar relaciones entre subitización y conteo. Producto de este proceso, este poster presenta el diseño de recursos didácticos para evidenciar procesos de subitización y fundamentos lógicos en el conteo y hallazgos encontrados, siendo el más importante la comprobación de que, para los conceptos lógicos pre-numéricos, la subitización contribuye al desarrollo del sentido numérico proporcionándole al conteo nociones básicas para su acción.

Palabras clave: subitización, antecesor, conteo.

* Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.
Contacto: frerodriguezm@udistrital.edu.co

Presentación general del póster

La presente investigación, de corte cualitativo, se aborda desde una tríada entre: 1) la subitización como antecesor del conteo (en los grados iniciales de escolaridad), 2) el desarrollo del sentido numérico y, 3) los fundamentos lógicos que son proporcionados por el trabajo de la subitización a la acción de contar.

El sentido numérico presenta muchas acepciones que aluden al trabajo en situaciones numéricas. En esta investigación, se enfatizan los procesos realizados en grados iniciales con los objetos matemáticos mencionados anteriormente, dado que el sentido numérico básico de los niños constituye la base del desarrollo matemático como lo expresa Baroody (1997). Así, se pretenden afianzar nociones de cardinalidad que permiten cuantificar situaciones con números, en diversas representaciones. En ese orden de ideas, mediante la subitización se busca desarrollar cálculos mentales que permitan cuantificar colecciones, para dar inicio al conteo de manera significativa. Con base en lo anterior, el estudiante debe desarrollar fundamentos lógicos que le permitan iniciar el conteo con nociones básicas.

La subitización, entendida como el reconocer y discriminar el cardinal de una colección de elementos, es un proceso intuitivo en el que se realiza un conteo rápido, como lo afirman Gelman y Gallistel (1992). Esta puede ser comprendida desde dos miradas: "La subitización perceptual y la subitización conceptual", según los niveles planteados por Clements *et al*. (2009). Por un lado, la perceptual, da por sentado que su esencia es que el estudiante haga unidades y objetos individuales al contar. La habilidad parece obvia. No obstante, mantener unidades separadas y corresponderlas con números no es tarea fácil para los niños. Esta comprende niveles con colecciones de uno a cinco elementos. Por otro lado, la conceptual se rige por ver colecciones por partes y formar un todo mediante la representación mental que reconoce el estudiante de colecciones percibidas anteriormente. Así, mediante estrategias numéricas y patrones alcanza niveles con colecciones de 5 hasta 20 elementos. El trabajo desde estas colecciones a cuantificar nos llevará a la acción de contar.

A partir de estos se inicia el conteo con la secuencia numérica y sus niveles de cadena planteados por Castro, Rico y Castro (1995). Cada nivel, de menor a mayor, mide el razonamiento lógico en el conteo asumiendo la conservación de cantidades y la correspondencia biunívoca en el nivel de cadena bidimensional. En este sentido, se plantean relaciones hipotéticas entre la subitización y los niveles perceptuales de 4 y 5 elementos en una colección, la subitización conceptual hasta 10 y 20 elementos en una colección, con el conteo y los niveles de cadena rompible; nivel de cadena numerable; nivel de cadena bidimensional, respectivamente. Con el fin de evidenciar indicadores de desempeño. Planteando con ello tres categorías de análisis, en aras de analizar relaciones entre la subitización y conteo y sus contribuciones al desarrollo del sentido numérico.

A modo de conclusión, se puede enunciar que los procesos de subitización permiten a estudiantes de grados iniciales de escolaridad llegar a tener un reconocimiento de pequeñas cantidades, correspondiente al total de elementos de la colección que puede enumerar. Estos son procesos que complementan significativamente los procesos de la acción de contar, es decir, los estudiantes van realizando un proceso mental que les permite tener una recepción de las diferentes formas que puede tener el cardinal de una colección que puede nominar y cuantificar. En este sentido, se confirma que desarrollar habilidades al momento de reconocer, nominar y cuantificar una colección de elementos permite el desarrollo del sentido numérico, dándole nociones y fundamentos lógicos, y así desarrollar el conteo a modo de recuento, como expresan Castro *et al*. (1995), con objetos discretos de manera significativa.

Para futuras investigaciones, desde la correspondencia biunívoca en la relación termino-objeto, se diseña una interfaz qué permita llevar a cabo procesos de subitización en: https://vamosacontar.web.app. Allí, se cuenta con la intervención de un mediador que oculte la colección en un determinado tiempo, las colecciones a subitizar no se integran en el contexto pictórico en la interfaz, siguiendo los parámetros de Clements y Samara, y se enfatizan los arreglos regulares que incluyen simetría y que, del mismo modo, presentan un buen contraste.

Referencias

Clements, D. H. y Sarama, J. (2009). *Learning and Teaching Early Math*. The Learning Trajectories Approach.

Castro, E., Rico, L. y Castro, E. (1995). Estructuras aritméticas elementales y su modelización.

Baroody, A. J. (1997). *Matemática informal: el paso intermedio esencial: "t*écnicas para contar" y *"desarrollo del número" en el pensamiento matemático de los niños. Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial*.

La enseñanza de matemáticas escolares en la educación básica formal en adultos que inician la escolaridad: búsqueda de estrategias orientadas al desarrollo virtual

Póster

Brandon Andrés Ortiz Linares*

Resumen

El objetivo principal de esta intervención es conocer estrategias que favorezcan el aprendizaje de las matemáticas escolares y logren superar los problemas que presenta la virtualidad a los estudiantes pertenecientes al proyecto de Educación Formal para Adultos, y que no tienen ningún acceso a una alternativa virtual más allá del uso de su celular.

Palabras clave: educación para adultos, estrategias para la virtualidad.

Planteamiento del problema

La enseñanza de las matemáticas escolares hace parte de los ejes de aprendizaje que se encuentran en los ciclos lectivos especiales integrados (CLEI) que estructuran el programa de Educación Formal, programa que está enfocado en los adultos que desean escolarizarse y es ofrecida por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), y se construyen en relación con los grados de la educación formal regular.

* Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia.
Contacto: baortizl@udsitrital.edu.co

Existen 5 CLEI, los cuales se diferencian según el nivel en el que se encuentra el estudiante: los primeros dos ciclos son equivalentes a los grados de primero a quinto de primaria, mientras que los ciclos del 3 al 5 lo son con los grados sexto a Once de secundaria (MEN, 2015). Cada ciclo lectivo integral está estructurado a partir de proyectos pedagógicos que van de la mano con los documentos legales en educación. Por ejemplo, si un estudiante hace parte del CLEI 1 (equivalente a primero y segundo de primaria), los profesores deben cumplir las normas y objetivos establecidos por el MEN en relación a estos grados, teniendo en cuenta lo establecido en *Los Lineamientos Curriculares, Derechos Básicos de Aprendizaje*, entre otros, que garanticen el desarrollo de competencias básicas en los adultos.

Teniendo presente los efectos que ha causado sobre la educación la pandemia del COVID-19, los estudiantes que pertenecen al programa deben acceder a las clases por medio de herramientas virtuales, lo que genera dificultades relacionadas con los medios tecnológicos a los cuales pueden acceder, debido a que algunos no cuentan con internet o una computadora, y solo pueden acceder a las clases por medio de su celular haciendo uso de aplicaciones como WhatsApp, por lo que desenvolverse en una clase de matemáticas depende de la cantidad de datos que tenga el estudiante. El docente debe tener en cuenta estos factores al diseñar actividades a cada uno de sus estudiantes. Se hace necesario, entonces, plantear cómo debe ser la metodología en las clases teniendo en cuenta que deben ser dictadas, en el peor de los casos, mediante fotos, audios y escritos literales de las actividades, entre otras dificultades que se puedan presentar por medio de la virtualidad.

Estas intervenciones no buscan enfocarse en ninguno de los CLEI, sino estructurar formas de desarrollar las clases que sirvan para ser presentadas a cualquier estudiante desde el primer hasta el cuarto ciclo, por lo que es conveniente preguntarse ¿cómo promover el aprendizaje de las matemáticas en un entorno virtual a adultos que se encuentran en la educación básica formal?

Referentes teóricos

La educación en los adultos ha sido de interés de organismos internacionales, como la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (Unesco). Este servicio educativo para adultos es base en la construcción de una sociedad que esté interesada en fomentar una cultura del aprendizaje, ya que Unesco (2016) resalta como objetivo de desarrollo sostenible "garantizar que todos los jóvenes y una proporción considerable de los adultos, tanto hombres como mujeres, estén alfabetizados y tengan nociones elementales de aritmética". Desde el panorama nacional, nos encontramos con decretos como el Decreto Único Reglamentario de Educación 1075 de 2015 y la Ley 715 de 2001, entre otros, que están enfocados en el alcance, inversión, organización y desarrollo de la educación formal para jóvenes y adultos.

En educación matemática también existe un interés por la enseñanza y aprendizaje de los adultos. La investigación sobre los procesos de aprendizaje ha ido más allá del estudio de los ejemplos y se están empezando a consolidar modelos pedagógicos basados en mecanismos de aprendizaje (Storer, 2005). De manera similar, se reconoce este interés, ya que autores como Diez-Palomar (2009) expresan que "el cómo enseñar matemáticas a personas adultas ha sido objeto de discusión en la última década". Algunos adultos desarrollan habilidades para el cálculo debido a la interacción con el entorno (trabajo, compras, etc.) o alguna escolarización en años pasados, pero "probablemente aún no se sabe lo suficiente acerca de cómo aprovechar estos conocimientos en la enseñanza de la aritmética que se importa en los adultos" (Palmas y Block, 2014).

La enseñanza de las matemáticas mediante herramientas virtuales es un tema que desde hace años se ha venido trabajando, pues "las tecnologías educativas están cambiando la forma de impartir enseñanza superior. Estas tecnologías incluyen, entre otras, los entornos de aprendizaje virtual" (Juan *et al.*, 2012). También Albano (2012) nos comenta algunas consideraciones para construir modelos personalizados de aprendizaje que desarrollen y mejoren competencias matemáticas en un entorno virtual. Los autores e investigaciones mencionadas hacen parte de los autores consultados en búsqueda de generar estrategias de trabajo con los adultos en formación de educación básica.

Metodología

Esta intervención, que se desarrolla con dos adultos pertenecientes al programa de educación formal, está dividida en fases de la siguiente manera:

Fase 1. Establecer las estrategias que mejor se adaptan a la enseñanza de la matemática para adultos en la modalidad virtual, teniendo en cuenta que estas estrategias deben estar centradas en que "el aprendizaje en los adultos es más efectivo cuando les permite satisfacer una necesidad, un interés o un objetivo concreto, es decir, lo que aprenden debe tener significado para ellos y debe partir de lo que saben, y no de situaciones abstractas o desconocidas" (Rojas, 2016).

Fase 2. Seleccionar las estrategias que mejor se adapten al modelo escolar en que aplicarán, y que priorizan el diálogo por medio de audios, llamadas o transcripciones de este, entendiendo por diálogo "un momento en el que las personas nos encontramos con otras personas para reflexionar sobre nuestra realidad y, de esta manera, construirla y reconstruirla a través de esa relación dialógica" (Diez-Palomar, 2009).

Fase 3. Aplicación de las estrategias, teniendo en cuenta que se usa el celular o el computador personal como tecnologías de la información y la comunicación (TIC) que favorece la comunicación entre el docente y los estudiantes.

Fase 4. Evaluación del estudio realizado y conclusiones. Mediante el estudio de casos (Stake, 2005), se describen los procedimientos, errores, obstáculos o dificultades que muestran los estudiantes en las actividades presentadas, al mismo tiempo que se evalúa la estrategia utilizada.

Referencias

Albano, G. (2012). Conocimientos, destrezas y competencias: un modelo para aprender matemáticas en un entorno virtual. *RUSC. Universities and Knowledge Society Journal*, *9*(1), 115-126.

Diez-Palomar, J. (2009). La enseñanza de las matemáticas a personas adultas desde un enfoque didáctico basado en el aprendizaje dialógico. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, *27*(3), 369-380.

Juan, Á., Huertas, M., Cuypers, H. y Loch, B. (2012). Aprendizaje virtual de las matemáticas. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento (RUSC)*, *9*(1), 86-91.

Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Decreto Único Reglamentario de Educación 1075 de 2015*.

Ministerio de Hacienda. (2001). *Ley 715 de diciembre 21 de 2001. Por la cual se dictan normas orgánicas en materia de recursos y competencias [...] para organizar la prestación de los servicios de educación y salud, entre otros*. Ministerio de Hacienda.

Palmas, S. y Block, D. (2014). Acceso a la representación escrita de los números naturales: una secuencia didáctica para adultos de baja o nula escolaridad. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Eeducativa*, *17*(2), 165-189.

Rojas, M. (2016). Nociones de adultos no alfabetizados sobre el sistema de escritura. *Legenda*, *20*(22).

Stake, R. (2005). *Investigación con estudio de casos*. Ediciones Morata.

Storer, A. Á. (2005). El saber matemático de los analfabetos. Origen y desarrollo de sus estrategias de cálculo. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (México)*, *35*(3-4), 179-219.

Unesco. (2016). 50.mo aniversario del día internacional de la alfabetización: las tasas de alfabetización están en aumento, pero millones de personas siguen siendo analfabetas. *Ficha informativa del UIS*, *38*.

Estas memorias se terminaron de editar
en julio de 2024 en la Editorial UD,
Bogotá, Colombia.

El Encuentro Distrital de Educación Matemática (EDEM) es un evento organizado por el Proyecto Curricular de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, que convoca a profesores de matemáticas en ejercicio, en formación inicial y a investigadores en educación matemática de Bogotá. Este es un espacio de comunicación, socialización y reflexión de experiencias pedagógicas e investigativas en educación matemática en distintos niveles educativos.

El Séptimo Encuentro Distrital de Educación Matemática (EDEM7) reunió a educadores y expertos en un espacio de reflexión y aprendizaje, abordando una amplia gama de temas innovadores y cruciales para la enseñanza de las matemáticas. Desde el uso de juegos en el aula hasta estrategias didácticas para diversas poblaciones, este encuentro exploró la articulación de trayectorias de aprendizaje y el análisis ontosemiótico de tareas matemáticas.

Se presentaron experiencias de aula que integraron el álgebra ecológica, la enseñanza socioepistemológica y la personalización de clases para fomentar la resolución de problemas y el desarrollo del lenguaje matemático. Además, se discutieron los desafíos de la enseñanza en tiempos de COVID-19, especialmente para estudiantes con discapacidades visuales, y se destacó el uso de laboratorios virtuales y la matemática como herramienta para el desarrollo de competencias democráticas.

Este encuentro reafirma el compromiso con una educación matemática inclusiva y adaptativa, capaz de responder a los retos contemporáneos.

UD
Editorial