# MEMORIAS NOVENO ENCUENTRO DISTRITAL DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA



EDEM 9
Universidad Distrital

# Memorias del Encuentro Distrital de Educación Matemática

## Número 9. Conocimientos y saberes del profesor de matemáticas y del investigador en Educación Matemática

*FRANCISCO JAVIER CAMELO BUSTOS*

*JOSÉ TORRES DUARTE*

*GABRIEL MANCERA ORTIZ*

*EDWIN ALFREDO CARRANZA VARGAS*

*MARTHA CECILIA CLAVIJO RIVEROS*

*SINDY PAOLA JOYA CRUZ*

*DIEGO ANDRES CARO CAMACHO*

*SOL KARINA VEGA MEDINA*

*COMITÉ ORGANIZADOR*



© Universidad Distrital Francisco José de Caldas
© Facultad de Ciencias y Educación

Periodicidad: anual
Primera edición, julio de 2024
ISSN: 2422-037X

**Decanatura Facultad de Ciencias y Educación**
**Decana**
Esperanza del Pilar Infante Luna

**Coordinación Licenciatura en Matemáticas**
**Coordinador**
José Torres Duarte

**Comité científico**
Alberto Forero Poveda
Brigitte Johanna Sánchez Robayo
Claudia Cecilia Castro Cortes
Cristian David Poveda Cruz
Deissy Milena Narváez Ortiz
Diana Gil Chaves
Edwin Alfredo Carranza Vargas
Francisco Javier Camelo Bustos
Gabriel Mancera Ortiz
Jaime Fonseca González
Jaime Humberto Romero Cruz
Jairo Nelson Pulido Gómez
Jhon Helver Bello Chávez
José Torres Duarte
Juan Francisco Infante Mejía
Juan Pablo Albadan Vargas
Martha Cecilia Clavijo Riveros
Martin Eduardo Acosta Gempeler
Natalia Morales Rozo
Pedro Gerardo Rocha Salamanca
Sindy Paola Joya Cruz
Sol Karina Vega Medina

**Diagramación**
Gabriel Mancera Ortiz
Sol Karina Vega Medina

**Todos los derechos reservados.**
Esta obra no puede ser reproducida sin el permiso previo escrito de la Sección de Publicaciones de la Universidad Distrital.
Hecho en Colombia


EDEM 9
Universidad Distrital

# Tabla de contenido

## Talleres

Perspectivas en modelación matemática: posibilidades en aula ..... 9

Una experiencia docente: algunas dificultades de la comprensión lectora en la resolución de problemas en el aula de matemáticas ..... 17

Algunos beneficios que brinda el laboratorio de didáctica de las matemáticas a los profesores en formación ..... 23

Hacia una educación inclusiva: descubriendo las matemáticas a través del tacto ..... 29

Mil maneras de morir en matemáticas: identificación, clasificación y generación de estrategias para abordar errores algebraicos ..... 35

Hiloramas, una matemática tejida a mano ..... 43

Diseño de tareas de aprendizaje enfocadas en resolución de problemas y uso de herramientas digitales ..... 49

Historia y aplicaciones de la trigonometría en el aula ..... 53

## Conferencias

Algunos usos de Filosofía de la Práctica Matemática en Educación Matemática ..... 61

Una perspectiva para la formación de profesores de matemáticas ..... 67

La investigación desde la perspectiva sociocritica y el conocer reflexivo. ..... 75

Entornos didácticos para la enseñanza de las matemáticas a estudiantes indígenas integrando actividades de robótica educativa ..... 83

Motivación, virtualidad y juegos como el triángulo de fuego educativo actual ..... 89

Análisis discriminante multivariado para la clasificación de especies de pingüinos del Archipiélago Palmer ..... 95

Laboratorio de didáctica de las matemáticas y gestión de un experimento de enseñanza. 99

Análisis geométrico y el juego 'Poly Bridge': un enfoque innovador hacia las disecciones de Dudeney ..... 107

Algunas consideraciones que los futuros profesores de matemáticas deben tomar en cuenta ..... 113

## Reportes de investigación

El sonido holofónico, una posibilidad para la enseñanza de nociones espaciales. Una experiencia en primer ciclo ..... 117

La formación de ciudadanos críticos desde las matemáticas escolares. Posibilidades que ofrecen los documentos curriculares en el contexto colombiano..... 123

Boxset, un material didáctico para la enseñanza de la factorización. ..... 129

Un análisis a libros de texto de matemáticas de básica primaria en el abordaje de las transformaciones isométricas a partir del proceso de visualización..... 137

Cambio de concepciones de profesores en ejercicio sobre la enseñanza inclusiva de las matemáticas al participar en un curso de formación continuada..... 147

Desarrollo de la alfabetización matemática mediante la implementación de escenarios de investigación para contribuir a la formación de ciudadanos críticos ..... 155

Representación de las mujeres en los libros de estocástica..... 163

La enseñanza y las concepciones de las matemáticas en instituciones educativas multigrado ..... 171

Una mirada al contexto sociocultural y a las prácticas matemáticas realizadas por familias de la plaza de mercado del sur de tunja..... 177

Comprensión del cálculo de áreas en estudiantes de grado sexto ..... 185

Análisis infinitesimal en Gottfried Leibniz, desde la perspectiva diagramática de su práctica..... 193

Foreground y diálogo, algunas discusiones ..... 201

## Experiencias de aula

Modelando ando: un análisis al proceso de modelación matemática desarrollado en proyectos educativos. ..... 207

Enseñanza de funciones a través de modelos funcionales en el contexto del ciclismo..... 215

Desafíos de la enseñanza de las matemáticas con los maestros en formación de la ensd maría montessori..... 223

Características que debe tener una propuesta didáctica fundamentada en la resolución de problemas que permita desarrollar la noción del número racional en los estudiantes de grado séptimo. ..... 229

Diversidad cognitiva y aprendizaje de la aritmética inicial ..... 237

El seminario de álgebra: un espacio para *hacer* matemáticas ..... 245

Redefiniendo el tejido familiar y social a través de la clase de matemáticas ..... 253

Fábrica de aprendizajes matemáticos ..... 259

Para hablar de matemáticas, primero hablemos de ti ..... 265

Contribuyendo a la constitución del pensamiento crítico en estudiantes de grado décimo apoyados en el uso de medidas de tendencia central: la influencia de los cánones de belleza ..... 271

Herbicida: de la televisión al hogar y la educación ..... 279

Detección y reconocimiento de microplásticos en tres distintos humedales de Bogotá D.C ..... 287

Uniendo huellas ..... 297

Póster

Kilocálculo social ..... 305

El diseño, la creación y la implementación de un videojuego matemático (estadístico) enfocado a los síntomas comunes de la ansiedad en estudiantes de ciclo 4 del colegio NLSG ..... 311

Tipos de generalización que producen los estudiantes de grado octavo de la institución educativa distrital codema cuando se enfrentan a tareas de generalización de patrones en la actividad matemática ..... 315

Uso del podcast como recurso para el aprendizaje de conceptos matemáticos. ..... 323

Problematización del consumo del agua en los diferentes estratos en Bogotá ..... 331

Binárymal: recurso didáctico para la enseñanza de los sistemas de numeración decimal y binario ..... 339

Las estrategias coinstruccionales del docente en el curso de lógica matemática ..... 345

Factores determinantes del rendimiento en evaluaciones externas en colegios de popayán: las condiciones socioeconómicas y el papel de las estrategias pedagógicas ..... 353

Fesarrollo de un videojuego educativo (e_rally) para el aprendizaje de la función lineal bajo la metodología meise. ..... 359

Feria Matemática

[3]F1 - las funciones trigonométricas, la física y la apasionante fórmula 1 ..... 367

Exploración del juego de rol: “competencias matemáticas: una odisea espacial” ..... 373

# PERSPECTIVAS EN MODELACIÓN MATEMÁTICA: POSIBILIDADES EN AULA

Peña Acuña Fredy – fpenaa@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

La modelación matemática desde hace ya más de 60 años ha ocupado un espacio importante dentro de la investigación en educación matemática. No es de extrañar que, con el paso del tiempo, distintas líneas de trabajo se hayan desarrollado en torno a esta forma de trabajo matemático en aula, lo que genera diferencias sustanciales en cuanto a los tipos de problemas que se plantean, las premisas de las que parten y las intencionalidades didácticas que las rigen. Partiendo de la clasificación establecida por Kaiser y Sriraman (2016) para las perspectivas en modelación matemática, se propone un taller en el que se clarifiquen las diferentes formas en las que se pueden llevar problemas de modelación matemática al aula y se discuta sobre aspectos característicos de estas posturas los cuales suscitan discusiones aún vigentes en el campo de la educación matemática.

## Palabras clave

Modelación matemática, diseño de tareas, realidad, tecnología.

## Introducción

La clasificación de Kaiser y Sriraman (2016) para las posturas que (en el momento de la publicación) identificaron sobre la modelación matemática ha sido ampliamente usada en la investigación en educación matemática, varios autores han presentado reportes de investigación en los que, de manera explícita, asumen alguna de las seis

categorías presentadas en ese estudio (realista, epistemológica, educativa, contextual, sociocrítica y cognitiva). Para quienes realizan investigación en modelación matemática, o para aquellos interesados en hacer uso de la modelación matemática en sus aulas, se hace relevante, entonces, reconocer las características de cada una de estas posturas, así como sus diferencias, esto con el objetivo de explorar las posibilidades que cada una conlleva al ser parte del desarrollo de la clase de matemáticas.

El taller que se propone en este escrito pretende, no solo, hacer claridad sobre las diferencias fundamentales entre las distintas perspectivas que Kaiser y Sriraman identificaron para la modelación matemática. También busca abrir un debate sobre aspectos que hoy en día son relevantes y marcan diferencias entre las formas de trabajar con problemas de modelación y que, en su momento, no fueron motivo de discusión en la clasificación de 2016, por ejemplo, ¿qué se entiende por realidad cuando existe de por medio una simulación computacional?; ¿qué metodologías de investigación son representativas en cada postura? Y ¿cuáles son las matemáticas que predominan para cada una?

## Descripción de la propuesta

La modalidad de taller permite una interacción con los asistentes que propicia un ambiente de diálogo más horizontal que el de una presentación plenaria. La clasificación de Kaiser y Sriraman para las posturas de modelación matemática ha sido ampliamente difundida y usada por distintos autores, sin embargo, la lectura del documento o la presentación de estos resultados de manera verbal no siempre permite identificar en qué se diferencian estas posturas entre sí.

Es por esto por lo que se propone un taller que pretende tomar como punto de partida el trabajo de los asistentes en la solución de 6 problemas (uno para cada postura) para generar un diálogo en el que se resalten las diferencias fundamentales entre los problemas, las formas de trabajarlos y las posibilidades que los asistentes ven en ellos para llevarlos al aula.

Así, se propone un taller que estará dividido en 4 momentos, a continuación, presento una descripción breve de cada uno de ellos:

*Primer momento* ***"Resolvamos unos problemas"****:* los participantes del taller se dividirán en 6 grupos (se espera un quorum mínimo de 12 participantes). A cada uno de estos grupos se les otorgará un problema para resolver junto con preguntas respecto del proceso de solución, estas preguntas pretenden, no solo apoyar el proceso de solución de los problemas, sino también, establecer diferencias entre las formas de trabajo que, generalmente, se hacen presentes en las diferentes posturas de modelación. Los problemas que se presentarán, junto con las preguntas orientadoras son los siguientes:

1. **Planificación de sistemas de riego de jardines**[1]: la empresa *Gardena* ofrece para el riego automático de jardines las llamadas bombas de riego, que pueden irrigar sectores circulares en un rango de ángulos entre 5 y 360 grados con radios de 2 a 12 metros. Teniendo en cuenta en la planificación que el área del jardín se riegue de manera uniforme y que, dado que el sistema de riego produce costos, el número de dispositivos debe mantenerse lo más bajo posible.

   Discuta sobre la conveniencia de los siguientes esquemas para regar terrenos rectangulares

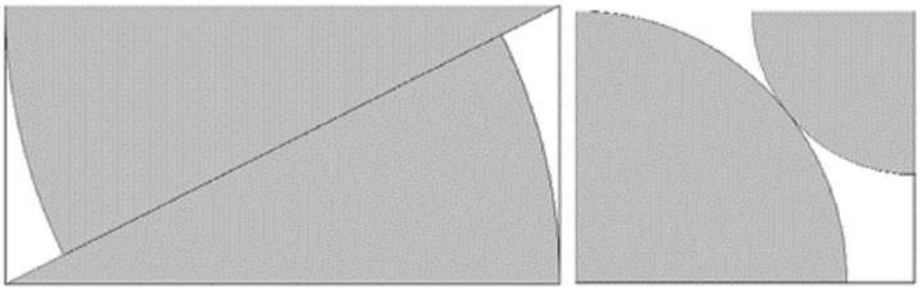


*Figura 1. Esquemas de riego*

   ¿Cuál de los dos esquemas es más conveniente y en qué condiciones?
   ¿Existe algún otro modelo más conveniente que los recién mostrados?

2. **Personas en una manifestación**[2]: la importancia de una manifestación se puede cuantificar por el número de personas que apoyan la protesta. Pregunta:

[1] Traducido y adaptado de: Kaiser, G., y Schwarz, B. (2010). Authentic modelling problems in mathematics education—examples and experiences. Journal für Mathematik-Didaktik, 31(1), 51-76.

[2] Traducido y adaptado de: Albarracín, L., Ferrando, I. y Gorgorió, N. The Role of Context for Characterising Students' Strategies when Estimating Large Numbers of Elements on a Surface. Int J of Sci and Math Educ 19, 1209–1227 (2021).

¿Cuántas personas cabrían en la plaza de Bolívar si allí se realizara una manifestación? Describa, de manera detallada, el procedimiento que usó para su estimación ¿de qué maneras podría refinar más el cálculo?

3. **El bebedero**[3]: en el campo, algunos bebederos para animales tienen una forma como la que se esquematiza en el dibujo:

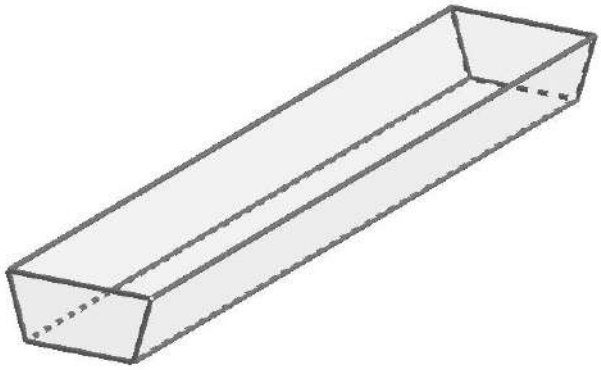


*Figura 2. Esquema de bebedero*

Se trata de un prisma recto de 4 m de largo, y dos de sus caras son trapecios isósceles congruentes de base menor 6 dm, base mayor 8 dm y altura 4 dm.

Se necesita graduar una varilla colocada en forma vertical sobre uno de los trapecios para precisar el nivel del agua correspondiente a 100, 200, 300, .... litros. ¿Cuál será la altura para cada una de estas marcas?, ¿Cuál es la última marca?, ¿Cuál es la justificación matemática de estos resultados?

4. **Cacahuates y Nueces**[4]: el costo de un kilo de cacahuates al mayoreo es de $40 mientras que la nuez Wichita tiene un valor de $120 el kilo, un empresario desea crear 25 kilos de una mezcla de estos dos productos que tenga un costo

[3] Traducido y adaptado de: Perrin Glorian, M.J. (1998). "Analyse d'un problème de fonctions en termes de milieu: structuration du milieu pour l'élève et por le maitre", en Noirfalise (ed), Actes de l'Université d'été. La Rochelle-Charente-Maritime. Irem de Clermont-Ferrand.

[4] Adaptado de: Peña, F. (2021). Significados y sentidos presentes en el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales por medio de tareas de modelización matemática. [Tesis doctoral, Cinvestav-IPN]. Repositorio del Cinvestav. https://repositorio.cinvestav.mx/handle/cinvestav/3899

aproximado de $60 por kilo ¿cuántos kilos de cada producto necesitará? Sigue las siguientes indicaciones y responde las preguntas.

I. Construye en una hoja de cálculo la siguiente tabla:

| Kilos de nuez | Kilos de cacahuates | Costo de los cacahuates | Costo de la nuez | Costo total (25 kilos) | Costo por kilo |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

*Tabla 1. Equivalencias*

II. Llena las columnas "kilos de nuez" y "kilos de cacahuates" con los valores que creas que se deben usar
III. Usa fórmulas de la hoja de cálculo para llenar el resto de las columnas ¿cuáles son estas fórmulas?
IV. Reemplaza el nombre de las celdas de las columnas "kilos de nuez" y "kilos de cacahuate" por las incógnitas "$x$" y "$y$" ¿cómo quedan reescritas ahora las fórmulas?
V. Tomando en cuenta el trabajo que has realizado hasta el momento, explica qué representan las siguientes ecuaciones:

$$y = 25 - x$$
$$120x + 40y = 1500$$

5. **Repartición de semillas**[5]: reflexione sobre el siguiente fragmento de una noticia en un periódico local (asuma el rol de miembro de una de las familias beneficiadas): "Las semillas de frijol y maíz donadas por el Gobierno comenzaron a distribuirse en la tarde de ayer. Hay 37.5 toneladas, 25 toneladas de frijol y 12.5 toneladas de semillas de maíz. Se beneficiarán unos 8000 agricultores. Según el alcalde, cada agricultor recibirá 3 kg de frijol y 2 kg de maíz".

6. **Camión de bomberos**[6]: en 2004, el cuerpo de bomberos de Múnich consiguió un nuevo camión de bomberos con escalera de mano. Usando la jaula al final de la

[5] Traducido y adaptado de: Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. Zdm, 38(3), 293-301.

[6] Traducido y adaptado de: Schukajlow, S., Kolter, J. y Blum, W. (2015). Scaffolding mathematical modelling with a solution plan. *ZDM Mathematics Education* 47, 1241–1254.

escalera, el cuerpo de bomberos puede rescatar personas desde grandes alturas. De acuerdo con las reglas oficiales, mientras se rescata a personas, el camión debe mantener una distancia de al menos 12 metros de la casa en llamas.

## Datos técnicos

Modelo de motor: AG Econic 18/28 LL - Diésel
Año de construcción: 2004
Potencia: 205 kw (279 CV)
Capacidad cúbica: 6374 $cm^3$
Dimensiones del motor: largo 10 m ancho 2,5 m alto 3,19 m
Dimensiones de la escalera: longitud 30 m
Peso del motor descargado: 15540 kg
Peso total: 18000 kg



¿Desde qué altura máxima pueden rescatar personas los bomberos de Múnich con este camión de bomberos?

Atienda a las siguientes recomendaciones:

I. Comprenda la tarea: lea el texto con precisión; Imagine la situación con claridad; Realice un boceto.
II. Busque las matemáticas: busque los datos que necesita y, si es necesario, haga suposiciones; Busque relaciones matemáticas (por ejemplo, mediante una ecuación o una fórmula geométrica).
III. Use las matemáticas: ¿qué sabe de ese contenido? Úselo (por ejemplo: resolver la ecuación, aplicar la fórmula); Si no funciona: ¿Conoce otros procedimientos matemáticos?
IV. Explique los resultados: redondee su resultado apropiadamente; Enlace su resultado con la tarea y comprueba si tiene sentido; Escriba su respuesta final.

*Segundo momento* ***"socialización de resultados"****:* los asistentes al taller presentarán la solución a la que lograron llegar en el problema que les haya sido asignado. Para esta etapa conviene, además, invitar a los demás participantes a que realicen

aportaciones sobre otras maneras de abordar los problemas y cómo creen que se podrían aplicar en una clase de matemáticas.

*Tercer momento **"discusión"**:* luego de que los participantes presenten sus resultados, se iniciará una discusión en la que se abordarán las siguientes preguntas (pueden cambiar según como se vaya construyendo la discusión):

1. ¿Qué diferencias existen entre la forma en la que fueron planteados los problemas?
2. ¿Qué diferencias existen en las formas de trabajo que algunos de los problemas sugerían?
3. ¿Cuáles creen que eran las intencionalidades que los autores tenían en cada problema?
4. ¿Qué rol cree que se asigna al estudiante en cada problema?
5. ¿Qué rol tendría el maestro en cada problema?
6. ¿Qué rol tiene el contexto en el que se enmarca cada problema?

*Cuarto momento **"presentación"***: luego de la discusión, se dedicarán unos minutos a presentar generalidades sobre la clasificación de Kaiser y Sriaman para las posturas de modelación matemática. Se abordará, en concreto, el ánimo central para cada perspectiva, sus antecedentes.

*Quinto momento **"una discusión más**":* se propiciará un último momento de discusión en el que se aborden temas relacionados con las formas de llevar estas posturas al aula actual. Se pretende lograr ver "más allá" de la clasificación de Kaiser y Sriraman, para ello se pueden abordar preguntas sobre las formas en las que se pueden trabajar problemas de modelización hoy por hoy y que quizá no se puedan asociar a una de las seis posturas establecidas por los autores. Ideas como las de "realidad simulada", complejidad, las matemáticas que se "deberían" enseñar, el rol del conocimiento matemático, etc. Son algunas de las líneas por las que se podría decantar la discusión.

Luego del quinto momento se daría cierre al taller.

## Conclusiones

Al cierre de este taller se espera que los participantes haya:

- Explorado estrategias de solución a problemas de modelación matemática específicos.
- Reconocido las diferentes posturas para la modelación matemática planteadas por Kaiser y Sriraman en 2006.
- Discutido sobre formas de trabajo en clase de matemáticas basadas en el uso de problemas de modelación matemática.
- Reflexionado sobre algunas posibilidades de trabajo investigativo en modelación matemática.

## Referencias bibliográficas

Albarracín, L., Ferrando, I. y Gorgorió, N. The Role of  for Characterising Students' Strategies when Estimating Large Numbers of Elements on a Surface. Int J of Sci and Math Educ 19, 1209–1227 (2021).

Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. Zdm, 38(3), 293-301.

Kaiser, G., y Schwarz, B. (2010). Authentic modelling problems in mathematics education—examples and experiences. Journal für Mathematik-Didaktik, 31(1), 51-76.

Kaiser, G., y Sriraman, H. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM* Mathematics Education, 38(3), 302-310.

Peña, F. (2021). Significados y sentidos presentes en el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones lineales por medio de tareas de modelización matemática. [Tesis doctoral, Cinvestav-IPN]. Repositorio del Cinvestav. https://repositorio.cinvestav.mx/handle/cinvestav/3899

Perrin Glorian, M.J. (1998). "Analyse ď un problème de fonctions en termes de milieu: structuration du milieu pour ľ élève et por le maitre", en Noirfalise (ed), Actes de ľ Université ď été. La Rochelle-Charente-Maritime. Irem de Clermont-Ferrand.

Schukajlow, S., Kolter, J. y Blum, W. (2015). Scaffolding mathematical modelling with a solution plan. ZDM Mathematics Education 47, 1241–1254.

# UNA EXPERIENCIA DOCENTE: ALGUNAS DIFICULTADES DE LA COMPRENSIÓN LECTORA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

Dilma Liz Ruiz Rojas – dlruizr@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Yeison Isacc Bohorquez Borja – yibohorquezb@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

Durante las prácticas académicas y en el ámbito laboral como docentes, ha sido posible reconocer la dificultad que tienen los estudiantes para comprender situaciones matemáticas. La comprensión lectora dentro del proceso de resolución de problemas matemáticos representa un reto para los estudiantes, ya que deben considerar el tipo de formato del problema y la decodificación que realizarán para llegar a la solución, en las matemáticas existen diferentes estrategias para llegar a la solución del problema.

Generalmente cuando los estudiantes se enfrentan a la resolución de un problema matemático no lo comprenden en su totalidad, principalmente por la complejidad del lenguaje, en cuanto a las posibles estrategias para promover la comprensión de problemas matemáticos. Por su parte, Motero (2020) propone una serie talleres para generar dicha comprensión, los cuales parten desde el reconocimiento de características generales de un texto hasta llegar a una integración de operaciones y mecanismos para la lectura de problemas matemáticos. Por otro lado, estos talleres tienen como objeto central, la trasformación del enunciado inicial llevado al lenguaje natural del estudiante. Así mismo, el taller se centra en generar una transformación de problemas matemáticos mediante el uso de dos tipos de representaciones, la figural y la textual.

## Palabras clave

Comprensión lectora, creación de problemas, representaciones, experiencias en el aula.

## Introducción

La comprensión lectora juega un papel importante en la resolución de problemas matemáticos, ya que permite comprender los diferentes datos e indicaciones del ejercicio, pero ¿qué es la resolución de problemas? Para ello Pelares (1993), parte de la definición de problema, entendiéndose como una situación de incertidumbre que conlleva a un efecto de búsqueda con él objetivó principal de llegar a la solución, por su parte la resolución es el proceso que se ejecuta para llegar al objetivo deseado, por otro lado, Foong (2013) comparte que en resolución de problemas, lo importante es el proceso que se utiliza durante todo el camino. Cuando se trata de resolver un problema matemático, Polya (1989) expone que es necesario partir de la comprensión del problema, para posteriormente desarrollar un plan, ejecutarlo y revisar los resultados. Es importante reconocer que la resolución de problemas ha tenido muchos significados, por ello Schoenfeld (1985) quien da a conocer cuatro enfoques qué reúnen las diferentes interpretaciones en lo que se refiere a la resolución de problemas:

- Problemas escritos: suelen ser problemas con un nivel bajo de comprensión y que se relacionan con el mundo real.
- Modelos matemáticos: las matemáticas avanzadas son utilizadas para dar una explicación o modelar situaciones que se reflejan en el mundo real.
- Procesos cognitivos: sin importar el nivel de complejidad del problema, se generan intentos de exploración para llegar a una solución.
- Determinación y enseñanza: son las habilidades requeridas para resolver problemas matemáticos complejas.

Con el paso del tiempo, los educadores como psicólogos han considerado la importancia sobre la comprensión lectora, enfocándose en los diferentes mecanismos que den indicios de que sucede cuando alguien comprende o no, lo que está leyendo. El acto de leer hoy en día reconoce como un proceso interactivo que se da entre el pensamiento y el lenguaje, construyendo así el significado del texto según las experiencias y los conocimientos del lector, para ello Lorduy (2023) expone que los estudiantes tienen una mayor comprensión lectora cuando su fluidez alcanza niveles altos, esto en relación con la

capacidad de relacionar los significados de las palabras con el contexto en el que se enmarca la lectura.  por su parte Márquez (2022) dice que el proceso de la lectura empieza con el reconocimiento de símbolos impresos, en otras palabras, la decodificación la decodificación, para lo cual el lector realiza una correspondencia entre el sonido y la forma gráfica, ya que, cuando se comprende la decodificación es porque se está realizando el adecuado proceso de lectura.

Antes de continuar, es importante establecer la diferencia entre competencia lectora, siendo esta la que se da atreves de una correspondencia entre el individuo con su entorno, diferente al hecho abstracto que depende de la capacidad individual de cada persona, que da origen a la comprensión lectora. Sino se incentiva esta capacidad con el hábito de la lectura en edades tempranas, el estudiante leerá por obligación o por una calificación; como se menciona en **PISA (2009)** la lectura constituye una de las habilidades fundamentales de toda persona, ya que tiene la oportunidad de brindar ayudas en cuanto a la exploración de las diferentes fuentes escritas que pertenecen al campo de la ciencia, el arte y la cultura, entre otras.

Así pues, se debe trabajar la compresión lectora en relación con la solución de problemas matemáticos como la concepción de procesos donde el estudiante de secundaria logra un aprendizaje y entendimiento desde su interacción con el problema. Las interacciones que genera el estudiante con el problema permiten complementar nuevos conceptos y/o definiciones con la información previa en su mente, es decir conceptos y conocimientos abordados con antelación. La relación que establece el estudiante entre saberes y percepciones facilita la propuesta de soluciones a los problemas que afronte, enseñados desde la teoría, para luego utilizarlos como mecanismo de solución en su contexto, punto clave en el desarrollo de este artículo.

## Descripción de la propuesta

Partiendo de las ideas de Haeruddin (2020) las cuales mencionan que cuando los estudiantes se enfrentan a la resolución de problemas, lo abarcan desde procesos cognitivos complejos, que exigen un alto nivel de metacognición, este proceso permite reconocer los diferentes estilos de aprendizaje que posee cada estudiante, los cuales varían, obteniendo así múltiples estrategias para llegar a la solución del problema, por ello se considera una heterogeneidad en la formación de los grupos de trabajo para dar inicio al primer momento, por lo cual se realizará una dinámica qué permita que cada grupo

cuente con estudiantes en formación de diferentes semestres y profesores en ejercicios, de acuerdo con la población qué asista al taller.

La conformación de grupos se hará de forma heterogénea, la intención es dar a conocer como los estudiantes solucionan problemas matemáticos, por lo qué, utilizaremos dos tipos de registros semióticos expuestas por Duval (2018), el registro lenguaje natural (RLN) y el registro figural icónico (RFI).

- RLN: En el cual se presentan el objeto de forma escrita, el grupo deberá realizar la respectiva representación de dicha situación.
- RFI: En este se ubican todos los dibujos o graficas que aluden al concepto a trabajar, se parte de una representación con el fin de que el grupo construya un problema que relacione lo visual y cuente con la información suficiente para resolverlo.

La mitad de los grupos contará con enunciados escritos y la otra mitad con los representativos, los problemas que se abordarán corresponden a los problemas clásicos dentro de los ejercicios de optimización, siendo los siguientes:

| | |
|---|---|
| *Enunciando 1* | Una empresa de dulces desea construir una caja de exhibición, por lo cual dicha caja no tendrá tapa y se construirá a partir de una hoja de cartón que tiene como medidas $30cm \times 20cm$, en el proceso de construcción se cortan un cuadrado de la $s$ en cada esquina para formar la caja ¿cuál debe ser la medida de $s$ para que el volumen sea el máximo? |
| *Enunciado 2* | Una empresa debe fabricar una puerta de $4m^2$, para ello utilizará un tablón de forma rectangular para la hoja, adicionalmente necesita de tres listones de unos $15cm$ de ancho para el marco, es decir los lados lateares y el superior. Si el precio del tablón es de \$128 por $m^2$, el de los listones cuestan \$80 por metro lineal ¿Cuál deben ser las dimensiones para que el coste sea el mínimo? |
| *Enunciando 3* | En una empresa de mesas están fabricando nuevos diseños, uno de sus diseños es de forma elíptica, para cual disponen de una tabla de madera de 5 metros de largo y 2 metros de ancho. La empresa quiere construir la mesa con la mayor área posible ¿cuál debe ser la longitud de la cuerda y la distancia entre los focos para cumplir el objetivo de la empresa? |
| *Enunciado 4* | Se quiere realizar una modificación a las normar APA, para ello se realiza una prueba con una hoja de papel, donde las medidas de los márgenes superiores, inferiores y laterales deben minimizar la superficie del papel. |

*Tabla 2. Problemas escritos*
*Fuente: elaboración propia*

Nota: problemas escritos comunes de optimización que se aplicarán a los grupos participantes.

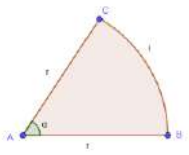
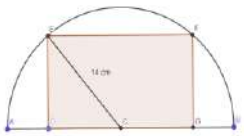
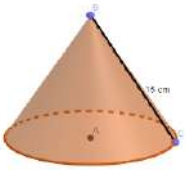
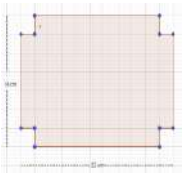
| *Problemas* | |
|---|---|
|  |  |
|  |  |

*Tabla 3. Problemas representativos*
*Fuente: elaboración propia*

Nota: problemas comunes de optimización que se aplicarán a los grupos participantes.

Una vez asignados las diferentes situaciones, cada grupo contará con un tiempo aproximado de 20 minutos para solucionar.

Con esta acción se busca que los asistentes den cuenta de algunas dificultades para dar solución al problema, desde su perspectiva como docentes en formación o docentes en ejercicio, lo importante de este momento, es que uno a uno los asistentes del taller mencionen las dificultades a la hora de leer un problema matemático.

## Conclusiones

Para la conclusión del taller, expondremos nuestras experiencias, dando a conocer algunas de las dificultades evidenciadas en nuestros estudiantes al momento de resolver situaciones problemas, entre ellas se tienen: la falta de práctica y el olvido de conceptos, la comprensión del objeto matemático, la creencia de parte de algunos estudiantes al suponer que existe solo un camino para llegar a solución.

El objetivo principal del taller es dar a conocer las posibles dificultades que presentan los estudiantes en la comprensión lectora y que impide la correcta solución de problemas matemáticos. Al mismo tiempo que se identifican las estrategias que permiten mejorar la compresión en la resolución de estos problemas desde nuestras experiencias en el aula, con dos contextos diferentes, la primera como docente en zona urbana en básica secundaria y como pasante en aula multigrado de una zona rural alejada.

## Referencias bibliográficas

Busom, T. M. (2011). Avances en supervisión educativa. Informe PISA 2009.

Duval, R. (2018). Registers of Semiotic Representation. En S. Lerman (Ed.), Encyclopedia of Mathematics Education (págs. 1-5). Springer, Cham.

Foong, P. Y. (2013). Resolución de problemas en matemática. En Yee, L. P. (Ed.), La enseñanza de la matemática en la Educación Básica (pp. 65-91). Santiago: Academia Chilena de la Ciencia.

Haeruddin, H., Prasetyo, Z. K., Supahar, S. E. y Lembah, G. (2020). Psychometric and structural evaluation of the Physics Metacognition Inventory Instrument. Euro-pean Journal of Educational Research, 9(1), 215-225. https://doi.org/10.12973/eu-jer.9.1.215

Lorduy Moreno, D. F. (2023). Sistematización de experiencia pedagógica “leer es crecer” Estrategias que aportan a la construcción del proceso de lectura comprensiva de los estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa el Cauchal. (San Benito Abad– Sucre).

Márquez, S. (2022). La Decodificación en el proceso de Lectura.

Montero Yas, L. V., & Mahecha Farfán, J. A. (2020). Comprensión y resolución de problemas matemáticos desde la macroestructura del texto. Praxis & Saber, 11(26).

Perales, F. J. (1993). La resolución de problemas: una revisión estructurada. Enseñanza de las Ciencias, 11(2), 170-178.

Pérez, E. J. (2014). Comprensión lectora VS Competencia lectora: qué son y qué relación existe entre ellas. Investigaciones sobre lectura, (1), 65-74.

Polya, G. E. O. R. G. E. (1989). Cómo plantear y resolver problemas. Editorial Trillas.

Schoenfeld, A. (1985). Mathematical Problem Solving. Academic Press, Inc. USA.

# ALGUNOS BENEFICIOS QUE BRINDA EL LABORATORIO DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS A LOS PROFESORES EN FORMACIÓN

Nicolas David Cabezas Mesa – ndcabezasm@gmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Cristina Isabel Parra Murcia – cisabelparra.m@gmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

María Alejandra Pérez Torres – mariaaperez0802@gmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

El laboratorio de didáctica de las matemáticas se reconoce como un espacio que fomenta el desarrollo de actividades que potencializan la enseñanza de las matemáticas para los docentes en formación y en ejercicio, a través de la manipulación de recursos didácticos. Bajo este contexto, con el desarrollo de este taller se pretende visualizar una de las actividades propias de este espacio educativo, en donde se busca establecer un ambiente adecuado para la reflexión y la exploración de la actividad matemática puesta en práctica, vinculada a la construcción y análisis del recurso didáctico *Tangram,* teniendo presente la versatilidad y singularidad de algunas de sus variantes.

## Palabras clave

Laboratorio de Didáctica de las Matemáticas, Geometría, Tangram, Profesores en Formación, Teoría de las Situaciones Didácticas.

## Introducción

El Encuentro Distrital de Educación Matemática (EDEM) ha sido escenario fundamental para visibilizar la investigación en educación matemática desarrollada en los espacios curriculares y extracurriculares del Proyecto Curricular de Licenciatura en Matemáticas en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas; en el marco de la octava edición del EDEM en el año 2022 se desarrolló el taller denominado "*Impacto del laboratorio de didáctica de las matemáticas en procesos de enseñanza, aprendizaje e investigación"* a cargo de María Alejandra Pérez Torres y Nicolas David Cabezas Mesa, el cual se enfocó en exponer ante la comunidad de educadores matemáticos el LDM (Laboratorio de Didáctica de las Matemáticas) y su impacto en el ambiente de aula, sus agentes: investigador-docente-estudiante y uno último sugerido por Brousseau citado por Chavarría (2006) que es el saber. En consecuencia, los exponentes de dicho taller dan lugar a la conformación del semillero HEXAGOLAB adscrito al grupo de investigación Matemáticas Escolares [MESCUD] que apuesta por generar un LDM que se reconozca como un espacio de exploración y análisis de la práctica educativa, enfocado en la investigación en educación.

Cona base en estos antecedentes, se presenta este taller en busca de dar continuidad a este proceso y reafirmando los aportes que el LDM brinda a la formación de profesores de matemáticas. En este caso, el taller se enfoca en el análisis del Tangram, el cual emerge como un recurso significativo que ofrece el LDM y que, al examinar su potencial, nos invita a reflexionar sobre nuestra labor docente. Conocido en Oriente como Chiao Chiao Pan, el Tangram es un juego de rompecabezas chino diseñado para crear siluetas a partir de una variedad de piezas geométricas. Según Naranjo (2010), este juego hace parte del aula de matemáticas para el desarrollo del pensamiento espacial y geométrico, además de fomentar en los estudiantes capacidades de creatividad y abstracción.

Este recurso ha tenido diversas representaciones a lo largo del tiempo, variando entre la cantidad de piezas que lo componen y en las diferentes siluetas geométricas que se pueden crear a partir de la manipulación de sus piezas. En el siguiente esquema

se pueden apreciar tres representaciones del Tangram que se utilizarán en este taller y se ilustran algunos de los conceptos matemáticos que pueden enseñarse mediante la manipulación de cada uno de ellos.

Por consecuencia, el Tangram se considera un recurso didáctico versátil que posibilita un análisis geométrico tanto en su manipulación como en su proceso de construcción, enfatizando la comprensión de elementos fundamentales de la geometría euclidiana, como los describen Acosta, M. y Fiallo, J. (2017): “objetos más básicos (puntos y líneas), con relaciones especiales entre ellos (paralelismo, perpendicularidad, pertenencia, equidistancia, etc.).” La interconexión de estos elementos básicos da origen a otros conceptos, formas y hechos geométricos que componen el Tangram. La manipulación de todos estos durante la construcción del Tangram permite a los participantes explorar y experimentar con diversas propiedades geométricas de una manera práctica y visualmente atractiva.

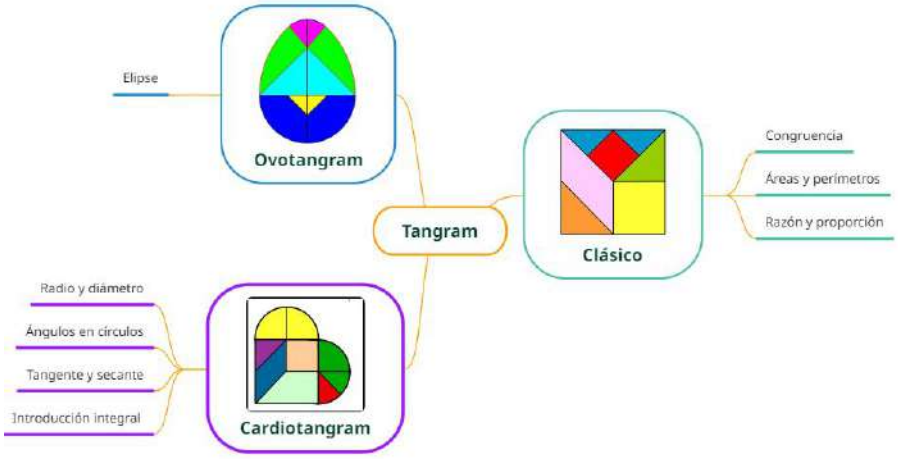



*Figura 3. Representaciones del tangram que se van a utilizar.*
*Fuente: elaboración propia (2023)*

Por lo tanto, este taller busca proporcionar a los participantes la oportunidad de explorar y experimentar con las propiedades geométricas que brinda la construcción y manipulación del Tangram y sus representaciones: *clásico, ovotangram y cardiotangram;* invitando a los docentes a reflexionar sobre su práctica pedagógica al considerar cómo el uso de recursos didácticos en el aula como el Tangram, puede enriquecer la enseñanza de las matemáticas y promover habilidades como la creatividad y la abstracción en los estudiantes, además de proporcionar un aprendizaje significativo de estos conceptos geométricos mediante la práctica.

Considerando lo anterior, a continuación, se presentan los conceptos clave que se tuvieron en cuenta para el diseño de este taller, entre los que se encuentran la metodología a utilizar, los propósitos orientadores, los materiales requeridos, la estructura organizativa y los momentos en los cuales se llevará a cabo.

## Descripción de la propuesta

### *Propósitos*

1. Brindar herramientas para la construcción de recursos que apoyen los procesos de enseñanza de los profesores en formación y en ejercicio.
2. Evidenciar el proceso de enseñanza-aprendizaje que se adquiere a través de la construcción y manipulación de recursos didácticos.

*Metodología*: se tendrán en cuenta dos componentes durante la sesión

1. *Propuesta de LDM*: se presenta la idea del laboratorio de didáctica de las matemáticas como un espacio de formación e investigación, exponiendo sus propósitos y los recursos didácticos con los que cuenta el LDM del proyecto Curricular de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Distrital.

2. *Taller*: el taller permite evidenciar los procesos que desarrollan los docentes en formación y en ejercicio sobre el pensamiento geométrico espacial y el pensamiento métrico, al construir el recurso Tangram y sus representaciones: *clásico, ovotangram y cardiotangram*. La ejecución de este se dará bajo los siguientes momentos, representados en el siguiente esquema:

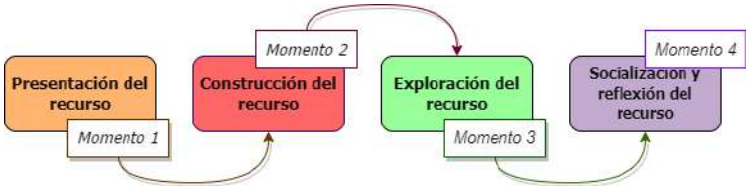



*Figura 4. Metodología del taller.*
*Fuente: elaboración propia (2023)*

### *Momento 2*

Se organizará el aula en 2 grupos de trabajo y 3 subgrupos cada uno. Se asignará un recurso diferente para cada subgrupo de trabajo, teniendo en cuenta que se construirán recursos virtuales y tangibles. Las ponentes darán el protocolo de

construcción para cada tipo de tangram según correspondan y las herramientas necesarias para su construcción.

Es importante que se elija un integrante de cada subgrupo, el cual anotará las características geométricas que tiene el tangram asignado y las dificultades que se presentan durante el proceso de construcción.

| Grupo 1 | Grupo 2 |
|---|---|
| Construcción de recurso manipulativo tangible | Construcción de recurso manipulativo virtual |
| *Herramientas:* regla, compás, fomi, lápiz y tijeras. | *Herramientas:* cuatro computadores portátiles, software de geometría dinámica, GeoGebra. |
| *Subgrupo 1: Ovotangram* | *Subgrupo 1: Ovotangram* |
| *Subgrupo 2: Tangram* | *Subgrupo 2: Tangram* |
| *Subgrupo 3: Cardiotangram* | *Subgrupo 3: Cardiotangram* |
| Al finalizar la construcción se deberán recortar las figuras para brindar la posibilidad de ser manipulable en el momento 3. | Cada figura del tangram tendrá un botón para poder ser manipulable de manera independiente y continuar con el momento 3 |

*Tabla 4.*
*Fuente: elaboración propia*

### *Momento 3*

Se brindará inicialmente un momento para que exploren el recurso construido de manera libre y luego se propondrán algunas construcciones que se pueden resolver con cada representación del tangram. Posteriormente los integrantes del grupo 1 intercambiarán con los integrantes del grupo 2, de manera que manipulen un recurso creado por sus compañeros y puedan realizar igualmente construcciones guiadas y libres. Se da un espacio para analizar las diferencias, dificultades y facilidades que puede brindar cada recurso, teniendo presente temas como: 1) precisión de la construcción virtual y tangible; 2) facilidad en la construcción virtual y tangible; 3) conceptos geométricos para trabajar con cada recurso; 4) características geométricas que tiene cada tangram. (Figuras, formas, transformaciones, etc.); 5) diferencias entre la manipulación virtual y tangible.

### *Momento 4*

Por cada subgrupo se compartirán las anotaciones realizadas en el proceso de construcción (momento 2) y exploración del recurso (momento 3), y se dialogará

grupalmente sobre las potencialidades de aprendizaje que guarda cada actividad realizada (tanto de construcción como de exploración y manipulación) para la enseñanza de elementos geométricos.

## Conclusiones

Se espera que el desarrollo de este taller brinde a los docentes participantes la oportunidad de replantear y enriquecer los procesos de su práctica pedagógica, a través del reconocimiento de los diferentes recursos didácticos y la importancia de su manipulación en el aula para generar un conocimiento significativo de los conceptos matemáticos a trabajar. ¿Qué potencialidades y beneficios aporta la construcción de recursos didácticos para el aprendizaje de la geometría? ¿Qué potencialidades y beneficios aporta la manipulación de recursos didácticos para el aprendizaje de la geometría? Esto se espera fomentar a partir de las reflexiones dadas durante el desarrollo del taller. Además, impulsa el uso de laboratorios de didáctica que están dotados de materiales tipo software o tecnologías de lápiz y papel que permiten la construcción de diversos recursos para potenciar los conocimientos del aula de matemáticas, en este caso tener la posibilidad de: 1) analizar y abstraer los elementos y conceptos que engloban las construcciones de objetos geométricos en un tangram; 2) el docente en formación encuentre en los procesos de construcción de materiales didácticos situaciones que profundicen el aprendizaje de dichos elementos; 3) alimentar los espacios de laboratorio con materiales didácticos construidos por los estudiantes, que luego puedan utilizarse para desarrollar ejercicios en el aula de clase.

## Referencias bibliográficas

Acosta, M, & Fiallo, J. (2017). Enseñando geometría con tecnología digital: una propuesta desde la teoría de las situaciones didácticas. Libros de la serie Énfasis.

Chavarría, J. (2006). Teoría de las situaciones didácticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 2, pp. 1-10.

Naranjo, B. (2010). Juego de todo el mundo: Tangram. Recuperado de: https://www.tierradelfuego.gob.ar/wp-content/uploads/2020/04/Tangram.pdf

# HACIA UNA EDUCACIÓN INCLUSIVA: DESCUBRIENDO LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DEL TACTO

Melissa Centeno Campo – mcentenoc@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Lina Natalia Martínez Ramírez – lnmartinezr@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Francisco Esteban Rodríguez Medranda – frerodriguezm@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

A lo largo de nuestro proceso académico en la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Distrital, hemos adquirido diferentes habilidades que, para nuestra labor docente, nos permiten desarrollar propuestas, rutas y/o herramientas pensadas para suplir las brechas de aprendizaje de nuestros estudiantes en el aula de matemáticas.

Dicho esto, la presente propuesta se encarga de dar a conocer uno de los productos desarrollados en el espacio de formación de Práctica Intensiva, llevada a cabo en el colegio OEA y guiada por el docente Juan Pablo Albadán, en el cual tuvimos la oportunidad de interactuar con estudiantes en condición de discapacidad visual (baja visión y ceguera total), de tal forma que pudimos identificar algunos aspectos que limitan su comprensión en el área de la trigonometría frente a conceptos básicos como el Teorema de Pitágoras, funciones trigonométricas, graficación de ángulos, entre otros, los

cuales se quedan únicamente en el desarrollo de un algoritmo numérico, dejando de lado la importancia de su reconocimiento gráfico. Teniendo en cuenta lo anterior, se da a conocer la propuesta de trabajo a modo de taller, con tres de los recursos con los que se pretende dejar de considerar la discapacidad visual como una limitación al momento de enseñar trigonometría, pasando ésta a un segundo plano para que el docente se pueda centrar en la comprensión del estudiante.

## Palabras clave

Discapacidad visual, recursos didácticos, estrategias, herramientas, trigonometría.

## Introducción

Por medio del presente documento se pretende dar a conocer la propuesta de trabajo para el EDEM-9, la cual consiste en crear tres grupos en los que los participantes puedan explorar y desarrollar tareas haciendo uso del cada uno de los recursos propuestos: Transportador, kit de funciones y fichas del Teorema de Pitágoras. El enfoque principal de esta propuesta se basa en que, al ser recursos creados para estudiantes en condición de discapacidad visual, los participantes cumplan diferentes roles en cada grupo, entre ellos, tener la experiencia del uso del recurso sin hacer uso del sentido de la visión, haciendo del tacto su mayor herramienta. Ahora bien, de acuerdo con la propuesta mencionada, se presentará tanto la metodología por momentos que se llevará a cabo durante el espacio, como la descripción de cada uno de los recursos, teniendo en cuenta que estos han sido pensados y elaborados partiendo de necesidades específicas que fueron identificadas en una práctica de enseñanza - aprendizaje con estudiantes invidentes y de baja visión en la institución educativa OEA. Finalmente, se presentarán algunas conclusiones a nivel general que expresan los logros a alcanzar por medio del espacio, la intervención y la experiencia de los participantes.

## Descripción de la propuesta

La propuesta de trabajo se llevará a cabo por medio de momentos, los cuales tendrán como objetivo direccionar un orden y proponer una secuencia que permita a los participantes realizar un desarrollo tanto desde lo conceptual como desde lo tangible y experimental, de esta manera, realizar una intervención significativa que permita exponer ampliamente la intención con la que fueron creados los recursos. A continuación, se describen cada uno de los momentos:

### *Momento 1: contextualización*

Para el presente momento, se pretende que los participantes del taller den a conocer recursos que reconozcan para el desarrollo de clases pensadas para estudiantes con discapacidad visual, pues es menester dar inicio bajo las nociones/experiencias y así contextualizar el taller. Esto, se realiza con Mentimeter donde se debe *mencionar un recurso que utilizaría para aportar al desarrollo de un pensamiento matemático para un estudiante con discapacidad visual.* Como se puede evidenciar en la siguiente imagen:




*Figura 5. Visualización del mentimenter*
*Fuente: elaboración propia*

### *Momento 2: exploración*

El presente momento, los participantes se dividirán de la siguiente forma:

| **Cantidad de recursos** | **Subdivisiones por recurso** | **Intenciones** |
|---|---|---|
| 13 recursos / material didáctico. | 10 participantes para el desarrollo del recurso **transportadores** | Cada grupo estará conformado por |

| | | |
|---|---|---|
| | 10 participantes para el desarrollo del recurso **triángulos de Pitágoras** | mínimo 2 participantes, una de ella cumplirá con el papel de guía y7o docente, los demás participantes serán los estudiantes. |
| | 6 participantes para el desarrollo del recurso **kit de funciones** | |

*Tabla 5. Momento 2: exploración*
*Fuente: elaboración propia*

Entonces, bajo esa subdivisión en grupo, se pretende que, para los tres tipos de recursos los participantes desarrollen las siguientes ideas:

1. Que identifiquen qué recurso es.
2. Que reconozcan el objeto matemático que se puede desarrollar.
3. Que propongan una serie de tareas/actividades para aportar al desarrollo del pensamiento matemático con el grupo de estudiantes que tienen a cargo.

En ese sentido, se presentan la descripción del recurso:

| ***Recurso*** | ***Descripción del recurso*** |
|---|---|
| Teorema de Pitágoras | El recurso se compone de una tabla en la que está representada la estructura geométrica del Teorema de Pitágoras de la siguiente manera: Un triángulo rectángulo en alto relieve y en cada uno de sus lados e hipotenusa se encuentran los cuadrados correspondientes en bajo relieve.<br><br>Adicional, se encuentran las fichas que encajan en los cuadrados de los lados y la hipotenusa del triángulo en tres diferentes presentaciones: 3 fichas (amarilla, azul y verde) con manijas que cubren totalmente cada uno de los cuadrados, fichas con manijas en grupos de 9 (azules), 16 (amarillas) y 25 (verdes) unidades que al posicionarlas en cada uno de sus cuadrados correspondientes los recubren totalmente; y finalmente los mismos grupos de fichas mencionadas anteriormente pero sin manijas, siendo reemplazadas por un marco de relieve bajo en su parte superior, de tal forma que los estudiantes puedan identificar el límite de cada una de ellas y la |

| | |
|---|---|
| | cantidad necesaria según su color para rellenar totalmente el encaje del cuadrado correspondiente. |
| Transportador | Se trata de una pieza de madera en forma de disco con un grosor de 2cm y un diámetro de 20cm. En su interior se encuentran dos ejes ubicados de forma horizontal y vertical uno sobre otro unidos en sus extremos al disco, de tal manera que, al ubicarlo sobre el plano cartesiano, estos coinciden con los ejes x e y, teniendo en cuenta esto, se crean 4 divisiones de 90° cada una al interior de este.<br><br>Sobre la pieza principal se encuentran representados los ángulos de 10 en 10, marcados con relieve alto por medio de una línea, de tal forma que los estudiantes puedan ubicar ángulos ya sea interna o externamente respecto al transportador.<br><br>En el centro que intercepta los ejes mencionados se encuentran dos manecillas móviles, las cuales sirven para marcar el ángulo que se quiera representar de forma positiva o negativa, contemplando que no solo es posible realizar la ubicación de los ángulos en posición normal, por lo cual una de las manecillas puede servir como lado inicial y la otra como lado terminal. |
| Kit de funciones | Este recurso es un paquete compuesto por las tres funciones trigonométricas principales y sus inversas (seno, coseno, tangente, cosecante, secante y cotangente). Cada función se presenta en relieve, lo que permite a los estudiantes sentir y explorar las características específicas de las gráficas. Además, el recurso incluye información en braille y tinta que describe los componentes clave de las gráficas. Esta combinación de representación táctil e información accesible en braille y tinta proporciona a los estudiantes una experiencia multisensorial que facilita la comprensión de las funciones trigonométricas y sus propiedades gráficas |

*Tabla 6. Descripción del recurso*
*Fuente: elaboración propia*

### *Momento 3: Reflexión*

Como parte final, se pretende que los participantes reconozcan el pensamiento matemático en estudiantes con discapacidad visual mediante recursos didácticos

tangibles; además de reflexionar sobre estrategias que se pueden implementar al realizar una clase.

## Conclusiones

A partir de la implementación de taller se pretende que los participantes reconozcan que implementar recursos didácticos adaptados para estudiantes con discapacidad visual es una estrategia efectiva para promover la inclusión y el aprendizaje significativo en el aula. Estos recursos permiten a los estudiantes desarrollar una comprensión profunda de los conceptos geométricos y adquirir habilidades prácticas para su aplicación en situaciones reales. Es fundamental seguir explorando y mejorando estos enfoques educativos inclusivos para garantizar que todos los estudiantes tengan igualdad de oportunidades en su proceso de aprendizaje.

## Referencias bibliográficas

Dussan, C. P. (2010). Educación inclusiva: Un modelo de educación para todos. *ISEES: Inclusión Social y Equidad en la Educación Superior*, (8), 73-84.

Santiago, A. G., Carral, J. M. C., & González, M. Z. (2006). De la" minusvalía" visual a la" discapacidad" visual. *Revista de investigación en educación*, *3*(1), 33-50.

Gómez Urrea, J. J. (2014). Trigonometría en la inclusión educativa.

TALLER

# MIL MANERAS DE MORIR EN MATEMÁTICAS: IDENTIFICACIÓN, CLASIFICACIÓN Y GENERACIÓN DE ESTRATEGIAS PARA ABORDAR ERRORES ALGEBRAICOS

Brayan David Herrera Guevara – bdherrerag@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

José Augusto Romero López – jaromerol@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Karen Valentina Gil Romero – kvgilr@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Luna Valeria Pineda Chísica – luvpinedac@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

Reconociendo como saberes disciplinares y didácticos fundamentales del profesor de matemáticas, la identificación de errores y la generación e implementación de estrategias didácticas para la superación de ellos en las aulas de clase, se presenta este taller para profesores, en formación o en ejercicio, cuya temática central es la

identificación, descripción y clasificación de errores algebraicos, y reflexión sobre posibles estrategias didácticas para su tratamiento.

Este taller en cuestión, está constituido por 5 grandes momentos, que a su vez se conforman de diversas actividades que involucran: 1) la conceptualización de nociones y categorías relacionadas a la temática central, 2) la identificación y clasificación de errores por parte de los participantes en procedimientos algebraicos concretos, y 3) la reflexión sobre la generación e implementación de estrategias didácticas para la superación y prevención de errores algebraicos en el aula de clase. También, se espera una gran participación por parte de los asistentes en las diferentes actividades, que aporte a un enriquecimiento conjunto.

## Palabras clave

Errores algebraicos, clasificación de errores, estrategias didácticas.

## Introducción

Reconociendo el papel fundamental que juega la realización adecuada de las operaciones matemáticas, y también, la existente susceptibilidad a errar en estos procedimientos en general, se destaca el análisis e identificación de algunos errores algebraicos que se pueden producir en el tratamiento de objetos matemáticos y las operaciones entre ellos como un acto provechoso para la formación disciplinar y pedagógica de los estudiantes de licenciatura en matemáticas y docentes. Esto, puesto que, el estudio de dichos errores convoca al observador a desarrollar una comprensión más profunda de los objetos involucrados, como también de la ejecución correcta de las operaciones entre ellos.

En consecuencia, al reflexionar sobre la génesis de los errores algebraicos se presume que el sujeto de la reflexión incurrirá en menor medida en equivocaciones de este tipo. Por otro lado, una labor fundamental del profesor de matemáticas es identificar los errores en los que sus estudiantes inciden, y con ello ser capaz de generar estrategias didácticas para la superación de dichos desaciertos o la prevención de estos.

Teniendo en cuenta lo anterior, a continuación se presenta el taller *Mil maneras de morir en matemáticas: identificación, clasificación y generación de estrategias para abordar errores algebraicos*, cuyo objetivo es, en primer lugar, brindar herramientas a profesores de matemáticas en formación o en ejercicio para la identificación y clasificación de errores algebraicos, apoyados en referentes teóricos, y, en segundo lugar, reflexionar sobre algunas estrategias didácticas a fin de promover la concepción e implementación de actividades para prevenir o superar errores algebraicos en el aula de matemáticas.

Para ello, se pretende abordar, por medio de una introducción a la problemática y al objetivo del taller, una conceptualización a la idea de error algebraico en la cual se hará claridad de algunos conceptos clave para el desarrollo del taller.

Finalmente, se propondrán espacios de socialización con respecto a situaciones, previamente seleccionadas, relacionadas con errores algebraicos. Buscando con ello que los asistentes al taller identifiquen, describan, clasifiquen estos errores partiendo de las clasificaciones presentadas por referentes teóricos (ver descripción de la propuesta), y, posteriormente, formulen una estrategia que provea una manera de prevenir o superar el error en cuestión.

Con todo, en el desarrollo del taller se pretende reflexionar sobre el rol orientador del docente para afianzar las competencias y las habilidades que se buscan desarrollar desde la enseñanza de las matemáticas, en este caso enfocados en los procedimientos algebraicos, haciendo especial énfasis en las tareas de identificación, clasificación y reflexión sobre las estrategias didácticas para abordar errores como conocimientos y saberes del profesor de matemáticas y del investigador en educación matemática.

## Descripción de la propuesta

Para el desarrollo del taller, se han establecido 5 momentos, los cuales se componen de diferentes actividades que responden a la temática y objetivo que se desea alcanzar con el mismo:

*Primer momento: introducción* (Duración prevista: 10 minutos).

Inicialmente, se les dará la bienvenida a todos los asistentes al taller, los ponentes se presentarán y se dará una descripción general de la temática del taller, esta incluye: la exposición de la problemática que da origen al taller; el objetivo que se busca alcanzar con

el mismo y la mención de los momentos posteriores, Esta descripción se realiza para contextualizar a los asistentes y motivar su participación.

*Segundo momento: conceptualización* (Duración prevista: 25 minutos).

El propósito de este momento de taller es, en primer lugar, abordar y realizar consideraciones respecto a la noción de error en el aula de matemáticas; y, en segundo lugar, presentar, describir y ejemplificar las categorías de clasificación de errores matemáticos propuestas por algunos autores. Metodológicamente, el grupo proponente hará una presentación de los referentes teóricos considerados.

Para el desarrollo de este momento, se consideran tres instancias:

En la primera, se presentará el siguiente procedimiento algebraico que contiene un error; a fin de introducir la noción de error y la temática central del taller.

| Justificación | Paso |
|---|---|
| Sean $x, y \in \mathbb{R}$ tales que | $x = y$ |
| Multiplicando ambos miembros de la igualdad por $x$ | $x^2 = xy$ |
| Restándole a ambos miembros de la igualdad $y^2$ | $x^2 - y^2 = xy - y^2$ |
| Factorizando | $(x + y)(x - y) = y(x - y)$ |
| Dividiendo ambos miembros de la igualdad entre $(x - y)$ | $x + y = y$ |
| Sustituyendo por $x = y$ | $y + y = y$ |
| Sumando términos semejantes | $2y = y$ |
| Dividiendo ambos miembros de la igualdad entre y | $2 = 1$ |

*Tabla 7. Error algebraico*
*Fuente: elaboración propia*

La idea es presentar el procedimiento a los asistentes e ir realizando las siguientes preguntas: "¿es correcto el procedimiento realizado? Si hay un error, ¿en qué paso del procedimiento se encuentra? ¿cuál es? ¿Por qué puede considerarse un error?" Se espera que los asistentes logren detectar el error presente en el procedimiento. En caso contrario,

los ponentes abordarán, paso por paso, el procedimiento indagando qué valida la continuación de uno a otro, hasta conseguir, mediante el diálogo, identificar el error.

En segunda instancia, se realizarán consideraciones por parte de los ponentes respecto a la noción de error con sus respectivos referentes teóricos, en torno a:

1) ¿qué se entiende por error? Relación entre las nociones de dificultad, error y obstáculo. Posturas de algunos autores con relación a la noción de error. (Brousseu, 1983; Rico, 1995; Astolfi, 1999; Socas, 2007);
2) caracterización del error y su presencia en el aula (Mulhern, 1989)
3) algunas causas generales y vías de presentación del error en el aula. (Brousseu, 1983; Davis, 1984; Werner, 1986).

En tercera instancia, se realizará la presentación, descripción y ejemplificación de cuatro propuestas de clasificación de errores matemáticos realizadas por los siguientes autores: Radatz (1979); Davis (1984); Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987); recopilación que hace González (2015) de las clasificaciones de LLinares & Sánchez (1988), Egodawatte (2011), Chamorro (2003) y Godino (2004). Esto, mediante la exposición, por parte de los ponentes, de cada una de las ideas teóricas de los autores ya mencionados, destacando las categorías de clasificación que propone cada autor; la caracterización de los errores que se agrupan en cada categoría y ejemplos representativos de las mismas.

*Tercer momento: identificación y clasificación de errores* (Duración estimada: 40 minutos)

El objetivo de este momento es poner en práctica lo expuesto en el espacio anterior, esto con el fin de mejorar las competencias de identificación, descripción y clasificación de errores algebraicos que pueden presentar los estudiantes en el aula de matemáticas; esto se hará mediante el abordaje de errores algebraicos por parte de los asistentes y la moderación de los ponentes.

Estimando la cantidad de asistentes presentes, se conformarán 10 grupos, aproximadamente, de 2 o 3 personas. A cada grupo se le asignará uno de los procedimientos presentados en la siguiente tabla, donde deberán identificar, describir y clasificar el error, según las categorías ya presentadas. Para la realización de este espacio, a cada grupo se le entregará una impresión de una infografía en la que se sintetizan las categorías de clasificación de errores expuestas.

| Primer grupo de errores | Segundo grupo de errores |
|---|---|
| $\log(x+y) = \log(x) + \log(y)$ | $\sqrt[m]{\sqrt[n]{x}} = 6 \Longrightarrow x = 6^{m+n}$ |
| $\sqrt{x^2} = x$, para todo x real | $-8x > 7 \Longrightarrow x > \frac{7}{-8}$ |
| $\left(\frac{x}{y}\right)^{-n} = \frac{y^{-n}}{x^{-n}}$ | $\frac{x-h}{h-x} = 1$ |
| $8\cos(x) - \cos(x) + 3 = 8 + 3$ | $-ax + ay = -a(x+y)$ |
| $-mn = z \Longrightarrow n = \frac{z}{m}$ | $\frac{a}{4} - \frac{(x-3)}{y+1} = \frac{a(y+1) - 4x - 12}{4(y+1)}$ |

*Tabla 8. Grupos de errores para la actividad del tercer momento*
*Fuente: elaboración propia*

*Nota*. Los errores contenidos en la tabla se presentarán dentro de procedimientos más extensos a fin de ser más retadora su identificación.

Se darán 10 minutos para que cada grupo socialice y formule una respuesta, posteriormente, se realizará una socialización grupal, que se llevará a cabo de la siguiente manera: Un grupo expondrá su error correspondiente y la clasificación que consideró, y, otro grupo lo retroalimentará argumentadamente; luego, se intercambiarán los roles de modo que cada grupo tenga la oportunidad de socializar y retroalimentar. Los ponentes, por su parte, moderarán la participación.

*Cuarto momento: estrategias didácticas* (Duración prevista: 40 minutos).

Este momento tiene como objetivo presentar situaciones problemas en las que los asistentes asuman el rol docente identificando y clasificando los errores, para luego, formular y reflexionar sobre una estrategia didáctica para la situación correspondiente. Para comenzar este momento, se dará la instrucción a los asistentes de formar 4 grupos en total y luego se repartirá a cada grupo una de las situaciones problema, donde cada situación está conformada por un procedimiento con un error algebraico, un contexto que describe a un estudiante y para el cual se deberá proponer la estrategia didáctica para prevenir o superar el error.

Una vez que cada grupo tenga una situación, los ponentes les solicitarán describir, clasificar el error y diseñar una estrategia didáctica breve para la situación correspondiente. Los grupos tendrán alrededor de 30 minutos para debatir y socializar sus repuestas, se espera que haya observaciones por parte de otros grupos o por parte de los ponentes. En caso de que algún grupo no llegue a proponer una estrategia, se hará un apoyo por parte de los ponentes, quienes tendrán prevista una estrategia para cada situación propuesta.

*Quinto momento: reflexión y cierre* (Duración estimada: 10 minutos).

Para finalizar el taller, se pretende realizar un recuento de las actividades realizadas, el objetivo que se tenía con las mismas y los resultados obtenidos, es decir, se recordarán algunos referentes teóricos (que son solo algunos de los tantos que se pueden encontrar en la literatura), se mencionarán los hechos más destacables en las actividades y las distintas participaciones que enriquecieron las socializaciones, con el fin de tomar distancia, analizar y reconocer nuevos aprendizajes adquiridos en conjunto; así mismo, se busca llegar a una reflexión enfocada en la labor docente y, su papel en la superación de errores y esclarecimiento de los procedimientos matemáticos a los que se enfrentan los estudiantes por medio de la concepción e implementación de estrategias didácticas.

## Conclusiones

Con la ejecución del taller propuesto, se espera que los asistentes: inicialmente, conozcan referentes teóricos respecto a la noción de error, algunas causas y vías de presentación en el aula de matemáticas, así como los correspondientes a investigaciones y estudios en los que se proponen categorías de clasificación de errores algebraicos; en segundo lugar, puedan poner en práctica la identificación y clasificación de errores en posibles procedimientos concretos de estudiantes; a fin de que, en tercer lugar, reconozcan la importancia de concebir y proponer estrategias didácticas para superar los errores, apoyados en las herramientas, discusiones, retroalimentaciones y reflexiones que tengan lugar en el desarrollo del taller, al tiempo que se reflexiona sobre el papel docente en estas tareas.

Finalmente, cabe señalar que, se pretende que el taller sea un espacio de diálogo, socialización y reflexión, en el que se priorice la participación de los asistentes, sus experiencias y reflexiones, con miras a enriquecer los conocimientos y saberes de los presentes. Sobre todo, particularmente, se espera dejar en los asistentes la inquietud por

la profundización en el estudio de los errores algebraicos y de la proposición e implementación de estrategias para prevenir o superarlos, en sus aulas de clase.

## Referencias bibliográficas

Davis, R. (1984). Learning Mathematics The Cognitive Science Approach to Mathematics Education.

Pochulu, M. (2004). *Análisis y Categorización de Errores en el Aprendizaje de la Matemática en Alumnos que Ingresan a la Universidad.* Universidad Nacional de Villa María, Argentina. https://rieoei.org/historico/deloslectores/849Pochulu.pdf

Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas [Archivo PDF]. http://funes.uniandes.edu.co/486/1/RicoL95-100.PDF

# HILORAMAS, UNA MATEMÁTICA TEJIDA A MANO

Juan Camilo Herrera Amado – kmiloamado123@gmail.com

Innova Schools

## Resumen

En el desarrollo de este taller se consideran visiones sobre los hiloramas y sobre cómo estos facilitan la visualización y representación de conceptos propios de la matemática. Se hace especial énfasis en la técnica para hacer hiloramas, el reconocimiento de conceptos matemáticos por medio de la observación, y la sistematización o matematización de procesos que permiten representar fenómenos matemáticamente.

## Palabras clave

Hiloramas, técnica, matematización, practica artesanal, interpretación matemática.

## Introducción

Este es un espacio para explorar y conversar el potencial que tienen los hiloramas para la configuración de conceptos matemáticos en el aula de matemáticas. En este taller se busca observar cómo los hiloramas pueden ser usados para representar objetos matemáticos, explorando las características que tienen al momento de su construcción, las cuales permiten identificar o relacionar conceptos de la matemática.

Este taller es una continuación de la monografía “Hiloramas, una matemática tejida a mano” realizada por Herrera y Mora (2022), de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, de la Licenciatura en Matemáticas. Se presentará todo el desarrollo de esta monografía, a modo de taller para poder explorar y compartir los alcances de ese trabajo.

A continuación, se describen primero los momentos del taller, donde se detallan los materiales necesarios, los ejercicios planteados y los objetivos que orientan la acción en cada momento.

## Descripción de la propuesta

El taller consta de 5 momentos, en los que se encontraran experiencias para construir hiloramas, para explicar en qué consisten y para reflexionar o concluir sobre la experiencia. Al inicio se acoge a los asistentes y se mostrarán rápidamente cada momento, para tener claridad sobre lo que se busca desarrollar en este taller.

*Primer momento: presentación de los hiloramas*

Consiste en la introducción del taller. Este momento se dedicará a explicar en qué consisten los hiloramas. Con el acompañamiento de unas diapositivas y de unos ejemplos ya hechos, se muestra una definición formal de los hiloramas.

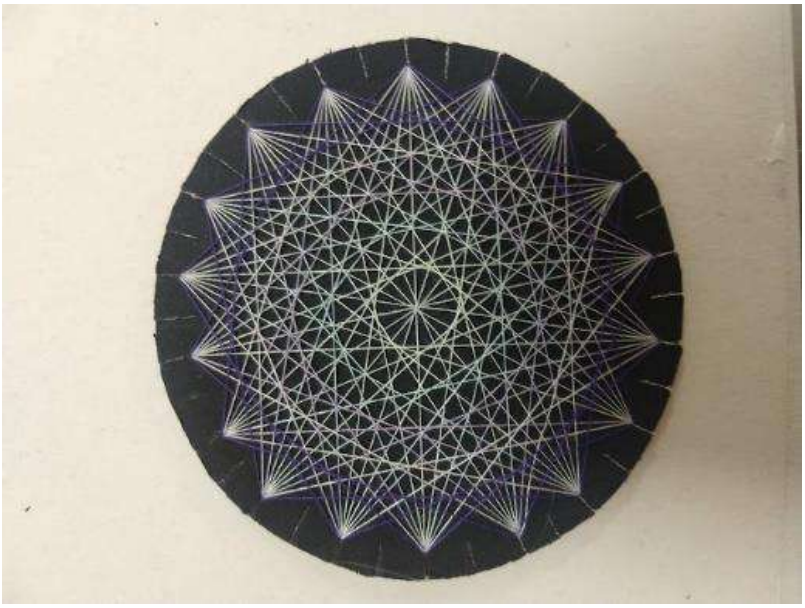


*Figura 6. Ejemplo de hilorama*
*Fuente: Herrera, J. y Mora, S. (2022). Hiloramas, una matemática tejida a mano. [Monografía. Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. Repositorio Universidad Distrital.*

La disposición del aula será por mesas de trabajo. En los centros de cada mesa, estarán los materiales que necesitarán los asistentes para hacer los hiloramas: Círculos de cartón paja, hilos y lanas de colores.

*Objetivo:* se busca dar un primer acercamiento a los hiloramas, familiarizando a los asistentes con los materiales necesarios y con los hiloramas.

*Segundo momento: exposición de las técnicas de construcción*

Este momento consiste en profundizar sobre las diferentes técnicas de construcción de hiloramas. Para ello se cuenta con estas actividades:

1. Un calentamiento y estiramiento de manos, como una activación física, dado que este en tipo de ejercicios es común sentir fatiga o molestia en las articulaciones. Para ello se propone la visualización del video titulado: "10 ejercicios para tejedoras / tejer sin dolor / crochet con May. "(Crochet con May, 2020, 0m30s).
2. La siguiente actividad consiste en presentar en una diapositiva este ejercicio: Construir un triángulo equilátero sobre el hilorama.

Este primer ejercicio ayudara a que los asistentes se familiaricen con el recurso e identifiquen que es necesario considerar la cantidad de hendiduras o puntos que tiene el hilorama, así como también de la tensión necesaria para no dañar el hilo.

1. Cuando los asistentes muestren sus métodos para hacer triángulos equiláteros, se conversará sobre cada técnica empleada, haciendo hincapié en las técnicas propias de este taller que se exponen en la siguiente actividad. Para gestionar este momento, por mesa se debe discutir estas preguntas: ¿De qué manera agarraste o sujetaste el hilo o la lana? y ¿cómo aseguras que el triángulo formado es equilátero?
2. Después de ese primer acercamiento, se procede a explicar las técnicas de construcción que se reconocen en este trabajo, hablando sobre los diferentes materiales (cartón, hilos, lanas, puntillas), y las diferentes formas de tensar el hilo. Al finalizar se proponen estas preguntas, para conversar sobre estas técnicas: ¿qué técnica te resulta más sencilla de usar? y ¿cuáles son las ventajas de usar hilo en lugar de lana?

*Objetivo:* Dar a conocer las diferentes técnicas para construir hiloramas, mostrando las ventajas y desventajas de utilizar cada una. Así mismo se busca generar las destrezas necesarias en los asistentes para el siguiente momento.

*Tercer momento: diseño de hiloramas*

Este tercer momento consiste en conversar sobre este sistema matemático que configura el método para representar o construir conceptos matemáticos sobre el hilorama.

Tal cual como se encuentra en la monografía "Hiloramas, una matemática tejida a mano" realizada por Herrera y Mora (2022), este sistema se basa principalmente en la

congruencia de un conjunto de números en la que según Gauss (1798) y traducido por Barrantes H, Josephy M, Ruiz A (1995), define que: “Señalaré la congruencia de los números mediante este símbolo ‘≡’ y, cuando sea necesario, pondré el módulo entre paréntesis; por ejemplo, −16 ≡ 9 (*mod*. 5), −7 ≡ 15 (*mod*. 11)*)” (p.8). La congruencia de números es lo que permite considerar un sistema para representar matemáticas y a partir de esta idea, se pueden componer estos temas, por los cuales se divide este momento en: congruencia de números, curvas envolventes (tangencia), polígonos y polígonos estrellados y visualización de operaciones aritméticas (suma y producto)

Bajo cada tema o título, se expone cómo son los métodos para representar estas matemáticas. Este momento se puede desarrollar en paralelo al siguiente momento.

*Objetivo:* La finalidad de este momento es mostrar el potencial que tiene el hilorama en el aula de matemáticas, para representar o para visualizar conceptos matemáticos.

*Cuarto momento: exploración del sistema*

Conforme se van mostrando las diferentes representaciones y métodos de este sistema matemático para diseñar hiloramas del tercer momento, los asistentes pueden tomar el material y replicar los hiloramas mostrados. Una vez acabada la exposición del tercer momento, se busca un minuto para que los asistentes exploren cada técnica y presenten dudas sobre los métodos de construcción y observar las propuestas que pueden crear los asistentes.

*Objetivo:* Explorar el potencial que tiene este sistema para representar matemáticas en un hilorama.

*Quinto momento: conversemos*

Este último momento será para hablar sobre si los hiloramas realmente cumplen con el objetivo de facilitar la representación y visualización de objetos matemáticos. También puede ser una metacognición de la experiencia vivida durante el taller.

## Conclusiones

Este desarrollo nos lleva a concluir que con los hiloramas se puede hacer un ejercicio de matematización, en el que se obtiene que las figuras o formas resultantes del diseño y construcción del hilorama pueden representar objetos matemáticos. Es por ello que después de este taller se busca fomentar el uso de los hiloramas en el aula de

matemáticas, como una experiencia significativa para los estudiantes dado que se demuestra cómo la matemática puede existir de manera implícita en cualquier objeto

También se busca profundizar en el potencial que hay en el recurso para identificar matemáticas, y como esta identificación depende del sujeto que interactúe con el hilorama.

## Referencias bibliográficas

Alarcón, S., Suescún, C., & De La Torre, A. (2005). *El método de las tangentes de Fermat. Matemáticas.* Enseñanza Universitaria, XIII (2), 101-123.

Alberti, M. (2007). *Interpretación matemática situada de una práctica artesanal* [Tesis de doctorado, Universitat Autónoma de Barcelona. Departament de Didáctica de la Matemática i de les Ciències Experimentals].

Combina, S., & Rossetti, J. P. (2016). *Propiedades de un hilorama clásico.* Revista De La Facultad De Ciencias Exactas, Físicas Y Naturales, *3*(1), 55–62. Recuperado a partir de https://revistas.unc.edu.ar/index.php/FCEFyN/article/view/12015.

Crochet con May. 10 jun 2020. https://www.youtube.com/watch?v=ZMYny01aGcM

Fernández Benito, L y Reyes Iglesias, M.E. (2005). Polígonos y estrellas. Red de información educativa. 7-14

Gárratela, J; Acha, D; Barrio, C; Rodríguez, A; Sáez, G (2008). *Taller matemático de costura*. Suma. 2008, n. 59, noviembre; p. 31-42

Gauss, C. (1798). *Disquisitiones Arithmeticae* (H. Barrantes, M. Josephy, A. Ruiz, Trad). Bogotá: Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales,1995.

Giménez, A., Blancas, J y García, F. (2011). *Una propuesta para el aprendizaje de las ciencias matemáticas: diferencia entre in-situ y on-line.* Conference: Entornos educativos en Hybrid Days At: Hybrid Days Cibercongreso.

Hans L (2015). *Curvas que se pintan solas.* XX Coloquio Víctor Neumann-Lara de Teoría de las gráficas, combinatoria y sus Aplicaciones, Oaxaca, Oaxaca del 1 al 6 de marzo de 2015.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6ª ed.). México: McGrwall Hill Education.

Herrera, J. y Mora, S. (2022). *Hiloramas, una matemática tejida a mano.* [Monografía. Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. Repositorio Universidad Distrital.

Pina Roca, S. (2016). *Graficando curvas con JavaScript* (Bachelor's thesis, Universitat Politècnica de Catalunya).

# DISEÑO DE TAREAS DE APRENDIZAJE ENFOCADAS EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y USO DE HERRAMIENTAS DIGITALES

Marcos Campos Nava – mcampos@uaeh.edu.mx

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México

Agustín Alfredo Torres Rodríguez – agustin.tr@atitalaquia.tecnm.mx

Tecnológico Nacional de México Campus Atitalaquia, México

## Resumen

El diseño de tareas debería considerarse una actividad central de los profesores de matemáticas de cualquier nivel educativo, ya que, de acuerdo con diversos autores, el tipo de tareas que se proponen a los estudiantes influye en las características de lo que aprenden. Por otro lado, diversas investigaciones identifican a la resolución de problemas como una aproximación didáctica que favorece el aprendizaje con entendimiento. Adicionalmente, el uso de herramientas digitales permite incrementar la demanda cognitiva e incluso generar nuevos problemas. El taller virtual que se propone tiene la finalidad de amalgamar estos elementos, estructurándolos en torno al diseño de tareas de aprendizaje.

## Palabras clave

Diseño de tareas, resolución de problemas, herramientas digitales.

## Introducción

Doyle (1988), citado por Torres et al. (2022), menciona que las tareas de aprendizaje son un elemento clave en las características del aprendizaje que desarrollan los estudiantes en la clase de matemáticas. En este orden de ideas, surgen algunas preguntas de interés ¿cómo implementar aspectos teóricos de la didáctica de la matemática en el diseño de las tareas? ¿cómo influyen las tareas diseñadas con base en tales elementos teóricos en las características del conocimiento que los estudiantes construyen al abordarlas? queda claro que en un taller virtual como el que se propone, estas preguntas no se podrían contestar, sin embargo, sirven de guía para hacer la sustentación teórica de la misma.

De acuerdo con Torres et al. (2022) se deben tomar en cuenta los siguientes elementos al diseñar tareas de aprendizaje: La perspectiva de resolución de problemas, la mediación instrumental, y la demanda cognitiva. Aunado a lo anterior en Campos y Torres (2016) se hace énfasis en que el profesor debe crear ambientes propicios para que el aprendizaje ocurra por medio del descubrimiento, además se hace mención de que la tarea de aprendizaje es más que sólo el enunciado de un problema.

Por el lado del uso de la tecnología y la modalidad virtual de este taller, son acordes a lo anterior, en ese sentido se puede citar a Campos y Torres (2017)

> *Un entorno que propiciaría la mediación de los saberes matemáticos (objetos de conocimiento, declarados en el currículum) con los estudiantes o aprendices (sujetos cognoscentes), puede ser provisto por los escenarios virtuales en internet, cuyas características les podrían convertir en foros de discusión y debate de ideas, en los cuales la imagen de autoridad del profesor, no presente físicamente, puede promover el intercambio más fluido de opiniones entre los usuarios, a diferencia de la modalidad presencial, en la que generalmente se tiene la tendencia de no participar por temor a represalias del profesor si la respuesta es incorrecta, o por miedo a la burla de los compañeros. (p.149).*

## Descripción de la propuesta

El objetivo del taller es que los participantes puedan identificar la forma en que el empleo de herramientas digitales, y la aproximación didáctica de la resolución de

problemas, pueden incorporarse como elementos centrales en el diseño de las tareas de aprendizaje.

Este taller se desarrollará en modalidad virtual, de forma síncrona por medio de alguna plataforma de videoconferencia del que el comité organizador disponga. Durante el taller se propondrán problemas que pueden ser abordados con el uso de herramientas digitales, principalmente GeoGebra, los asistentes al taller virtual deberán tener a su disposición el programa GeoGebra o en su defecto usar la versión en línea para trabajar. Se desarrollarán modelos dinámicos que permitan tratar de dar solución a los mismos, y en el desarrollo de esto, se ejemplificará cómo es que el aprendizaje por descubrimiento emerge, de igual manera se introducirán propuestas que permitan mantener un nivel de demanda cognitiva óptimo. Por la naturaleza de los problemas, el taller está dirigido a profesores en ejercicio y/o estudiantes para profesores.

Un ejemplo de problema se menciona a continuación: buscar qué ángulo debe existir entre las trayectorias de dos objetos que se mueven en línea recta a velocidad constante, para garantizar que estos colisionen. Se espera que los asistentes identifiquen que existe diversas fuentes para seleccionar problemas adecuados, que logren identificar cómo el uso de herramientas digitales propicia una elevada demanda cognitiva, entre otros aspectos de interés.

Después del planteamiento inicial dado por los instructores a los problemas, se proporciona un tiempo para el trabajo individual, seguido de un tiempo asignado para discutir las propuestas de algunos de los participantes, para brindar la oportunidad de intercambiar ideas y experiencias, así como poner en práctica los principios de la aproximación didáctica de la resolución de problemas y el empleo de herramientas digitales en la construcción del conocimiento con alta demanda cognitiva: analizar casos particulares, identificar patrones ,plantear conjeturas, seguir distintas heurísticas y compartir resultados, entre otros. Al finalizar cada uno de los problemas abordados, se organizará un espacio de retroalimentación entre instructores y participantes.

## Conclusiones

Con este taller se pretende propiciar la discusión y reflexión en torno a la importancia del diseño de tareas de aprendizaje para el aula de matemáticas, así como poner en práctica algunas de las ideas expuestas, para resolver problemas, usando el apoyo de las herramientas digitales.

## Referencias bibliográficas

Campos-Nava, M. y Torres-Rodríguez, A. (2016). Física y Matemáticas Experimentales en Escenarios Virtuales. Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas, ISSN 1130-488X, Nº 82, 2016, págs. 19-26

Campos-Nava, M., y Torres Rodríguez, A. A. (2017). Las tareas de aprendizaje en la enseñanza de las matemáticas a distancia. Revista Mexicana De Bachillerato a Distancia, 9(17), 9. https://doi.org/10.22201/cuaed.20074751e.2017.17.64975

Torres-Rodríguez, A. A., Campos-Nava, M., Reyes-Rodríguez, A. V., y Soto-Campos, C. A. (2022). Diseño de tareas con tecnología: entre investigación y docencia. Pädi Boletín Científico De Ciencias Básicas E Ingenierías Del ICBI, 9(18), 29-34. https://doi.org/10.29057/icbi.v9i18.7133

# HISTORIA Y APLICACIONES DE LA TRIGONOMETRÍA EN EL AULA

Luis Felipe Paez Cortes – lufpaezc@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Deysi Lucero Figueredo González – dlfigueredog@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

El tema que se pretende tratar en el transcurso del taller está directamente relacionado con la historia de la trigonometría. El objetivo es dar un recorrido histórico por dos civilizaciones (egipcia y babilónica), con el fin de conocer y experimentar las aplicaciones y herramientas que se daban en cada una, alrededor de la trigonometría. Se espera que los participantes interactúen con una pirámide a escala que será entregada por parte de los talleristas con el ánimo de que los asistentes pongan en práctica los procedimientos que realizaban las civilizaciones y puedan reflexionar sobre el porqué de estas. Se espera lograr que los profesores en ejercicio y formación evidencien estas prácticas que pueden ser útiles en su quehacer docente y no se reduzca la clase de trigonometría al proceso de mecanización, además de tener una pequeña noción de la historia de estas que se puede compartir con los estudiantes y que no pase por desapercibido.

## Palabras clave

Historia, trigonometría, babilónicos, egipcios.

# Introducción

Las matemáticas se han desarrollado desde hace incontables años; ejemplo de ello son las primeras civilizaciones humanas las cuales han permitido desarrollar estrategias y métodos en pro de su uso para distintos aspectos. En consecuencia, cada civilización viene dando aportes que pueden o no, ser retomados por otras. Estas nos dan una idea de lo que podemos encontrar en nuestro entorno y lograr entenderlo.

Considerando esto, y basándonos en nuestra experiencia, evidenciamos que el desarrollo de la trigonometría en el aula se reduce a un solo proceso general de los cinco concertados en el documento de Los Lineamientos (MEN, 1998) "La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos". Trayendo como consecuencia, que los estudiantes no logren comprender plenamente los conceptos. Por eso se pretende mediante el recorrido histórico y la actividad del taller presentar algunos aportes que pueden usarse para la enseñanza de la trigonometría.

En correspondencia con lo anterior, el documento se ha organizado en 3 partes. En la primera la descripción de la propuesta, donde se establecen los momentos de interacción previstos para el taller; en la segunda se clarifican los logros que el taller propone; y en la tercera la bibliografía donde se encuentran los documentos que fueron útiles al momento de establecer el taller.

# Descripción de la propuesta

## *Propuesta Taller*

A continuación, se detallarán cuatro momentos en los cuales se pretende lograr el objetivo mencionado inicialmente. Se empezará clarificando conceptos que serán usados en el transcurso del taller, la idea general y se socializarán las unidades de medida que se requerirán en el taller que serán mejor descritas en el momento 1, posteriormente desarrollaremos mediante material creado por los talleristas los procedimientos que usaban las civilizaciones (babilónica y egipcia) junto con los participantes para evidenciar la historia de las razones trigonométricas (momentos 2, 3 y 4).

### *Momento 1: introducción y conceptos*

Para este primer momento se dará inicio al taller, de manera que se darán las nociones iniciales de los temas que se abordarán, tales como:

- Un pequeño recorrido histórico de las civilizaciones de manera teórica.
- Unidades de medida que se requerirán en el desarrollo del taller. Para la civilización babilónica se usaban las manos y codos en la medición de base y altura de sus pirámides, cabe resaltar que se puede presentar una discusión al momento de no tener claridad sobre qué mano y qué codo, dado que las medidas tendrían variaciones, por ende, en este primer momento daremos esa claridad teórica sobre la mano y el codo que eran tomados como unidad de medida (aquellas que eran propias del rey).
- La idea general del taller.

### *Momento 2: desarrollos civilización egipcia (material)*

Posteriormente a la explicación de las medidas a usar, se realizará la socialización del material, el cual consta de una pirámide a escala, una mano a escala y un codo a escala, esto quiere decir que cada uno de los tres materiales mantienen su relación de proporción, pero serán más pequeños, no obstante, el proceso es el mismo comparado con los de los egipcios, la pirámide medirá 250 manos de alto y 360 codos de base y finalmente es importante resaltar que un codo equivale a siete manos.

Teniendo claro el material se hará uso de uno de los asistentes que medirá la pirámide a escala con la mano y codo (también serán a escala), con el fin de que comparta la medida de base y altura de dicha pirámide para todos, esto estará bajo la supervisión de los talleristas. Teniendo ya las medidas, se empezará a realizar un análisis en conjunto con el fin de entender qué procedimientos usaba dicha civilización y el porqué de las mismas para hallar lo que denominaban “seqt”.

El “seqt” es equivalente a lo que conocemos como la pendiente de una superficie plana, que en términos de pirámide era calcular dicha medida en una de sus caras.

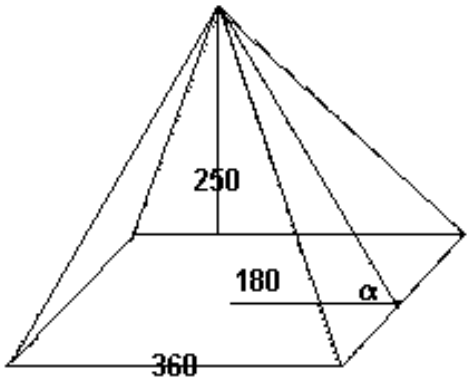



*Figura 7. Pirámide*
*Fuente: elaboración propia*

Dicha relación es hoy en día lo que conocemos como la cotangente, dado que al formar el triángulo rectángulo tenemos el cateto adyacente y el opuesto, de modo que es posible usar la razón $cot\alpha = \frac{cateto\ adyacente}{cateto\ opuesto}$, entonces es posible decir que los egipcios usaban un tipo de trigonometría primitiva. En este primer momento se espera llegar a calcular dicho "seqt", que, en términos generales, tendríamos:

$$seqt(\alpha) = \frac{7 \cdot 180}{250}$$

$$seqt(\alpha) = 5\ \frac{1}{25}$$

Expresado de esta forma dado que para los egipcios las únicas fracciones usadas eran las unitarias de modo que el numerador siempre era uno (esto se aclarará en el primer momento). Esa sería una posible solución de manera simplificada, no obstante, tenemos otro camino mediante fracciones, el cual es otra representación, pero su razonamiento es el mismo.

### *Momento 3: presentación problema 56 y 60 (papiro de rhind)*

Inicialmente se presenta el problema 56 del sitio web "La tierra de los faraones" (La Tierra de los Faraones, s.f.), buscando que los participantes observen los distintos razonamientos que utilizaron los egipcios para hallar el valor del "seqt" y lo logren relacionar con lo que hicimos anteriormente (misma forma de razonar, pero otra representación), una vez comprendidos los procesos y razonamientos utilizados, se presentará el problema 60 del sitio web "La tierra de los faraones" (La Tierra de los

Faraones, s.f.), el cual contiene un error de razonamiento, se pedirá a los participantes del taller analizar dicho problema, buscando hallar el error de razonamiento por ellos mismos y poder corregirlo entre todos.

La otra forma de representación será mediante fracciones, teniendo en cuenta que para ellos la única forma de representar estas era mediante fracciones unitarias. Por otra parte, el error que contiene el problema 60 radica en que el escriba olvidó multiplicar el resultado de dividir la mitad de la base entre la altura por 7 por ende el resultado que da es erróneo.

### *Momento 4: civilización babilónica*

Vamos a llevar la tabla de Plimpton con su respectiva traducción sin decirles directamente a los asistentes que dicha tabla hacia parte de la civilización babilónica.

| IV | III | II | I |
|---|---|---|---|
| [1,59,0]15 | 1,59 | 2,49 | 1 |
| [1,56,56]58,14,50,6,15 | 56,7 | 3,12,1 | 2 |
| [1,55,7]41,15,33,45 | 1,16,41 | 1,50,49 | 3 |
| [1,]5[3,1]0,29,32,52,16 | 3,31,49 | 5,9,1 | 4 |
| [1,]48,54,1,40 | 1,5 | 1,37 | 5 |
| [1,]47,6,41,40 | 5,19 | 8,1 | 6 |
| [1,]43,11,56,28,26,40 | 38,11 | 59,1 | 7 |
| [1,]41,33,59,3,45 | 13,19 | 20,49 | 8 |
| [1,]38,33,36,36 | 9,1 | 12,49 | 9 |
| 1,35,10,2,28,27,24,26,40 | 1,22,41 | 2,16,1 | 10 |
| 1,33,45 | 45 | 1,15 | 11 |
| 1,29,21,54,2,15 | 27,59 | 48,49 | 12 |
| [1,]27,0,3,45 | 7,12,1 | 4,49 | 13 |
| 1,25,48,51,35,6,40 | 29,31 | 53,49 | 14 |
| [1,]23,13,46,40 | 56 | 53 | 15 |

*Figura 8. Tabla de Plimpton*
*Fuente: elaboración propia*

Teniendo en cuenta que esta está en base 60, inicialmente vamos a formar grupos dependiendo la cantidad de participantes y cada grupo elegirá una de las filas de la tabla. Daremos un ejemplo de cómo pasar del sistema sexagesimal a base 10 que es el que trabajamos comúnmente, lo ideal es que cada grupo haga la conversión mientras los talleristas van pasando por grupos a evidenciar el proceso. Teniendo los datos es posible darles la interpretación realizada por la civilización que es la siguiente:

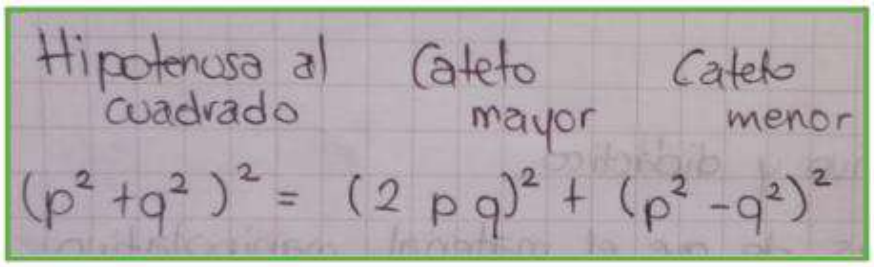



*Figura 9. Interpretación realizada por la civilización*
*Fuente: elaboración propia*

Cada grupo deberá relacionar los datos que tiene con la interpretación. Esperamos llegar a la conclusión de que los babilonios tuvieron avances significativos para la trigonometría, hacen uso de lo que se conoce hoy en día como cosecante, vale aclarar que ellos tenían el conocimiento más no utilizaban ese término (cosecante). Respecto a la razón, es posible decir que ellos ya trabajaban el uso de la razón entre los catetos y la hipotenusa. Finalmente, se les dirá que acabamos de abarcar la tabla de Plimpton.



*Figura 10. Tabla de Plimpton*

*Fuente: elaboración propia*

## Conclusiones

Finalizando el taller se espera que los profesores en ejercicio y formación comprendan la importancia de reconocer un poco sobre la historia detrás de los conceptos y evidencien otras formas de enseñar la trigonometría sin necesidad de tener como medio privilegiado el proceso de mecanización. Se pueden utilizar diferentes procesos que permitan observar de distintas maneras la trigonometría, utilizar diversos métodos, procesos y razonamientos para construir un pensamiento matemático respecto a la trigonometría más completo.

De igual manera, se busca cumplir los siguientes objetivos:

- Reconocer el contexto histórico de la civilización egipcio y babilónica y su uso de la trigonometría.
- Desarrollar las actividades bajo pensamiento matemático evitando mecanizar.
- Proponer actividades que posibiliten el desarrollo del pensamiento matemático alrededor de la trigonometría.

## Referencias bibliográficas

Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos curriculares para el área de matemáticas [Archivo PDF].https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas. Santa fe de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Un acercamiento histórico a las razones trigonométricas, seno y coseno para la implementación de una actividad en el aula (2007) http://funes.uniandes.edu.co/11099/1/Abonia2017Un.pdf

Historia del Papiro de Rhind y similares (Angel Pulpón Zarco) https://matematicas.uclm.es/itacr/web_matematicas/trabajos/165/el_papiro_de_Rhind.pdf

Kline, M. (1972). El pensamiento matemático desde la antig Kline, El pensamiento matemático desde la antigüedad hasta nuestros días. Oxford University: Alianza

Collette, J. (1985). Historia de las matemáticas. España.: Siglo XXI editores

La Tierra de los Faraones. (s.f.). Las Matemáticas en el Antiguo Egipto. https://acortar.link/zaGR7u

# ALGUNOS USOS DE FILOSOFÍA DE LA PRÁCTICA MATEMÁTICA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Vega Medina Sol Karina – skvegam@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Bello Chávez Jhon Helver – jhbelloc@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

En esta conferencia presentamos el panorama de algunos de los problemas actuales en educación matemática -EM- vistos desde la perspectiva de la filosofía de la práctica matemática -FPM-. Hace más de cincuenta años que desde áreas como la filosofía, la antropología, la semiótica, la ciencia cognitiva y ahora la educación, se ha venido preguntando por las actividades y prácticas que deben ser consideradas cuando hablamos del quehacer en matemáticas, ¿qué es hacer matemáticas?, si las matemáticas son una práctica humana, ¿qué podemos aprender de su condición cultural?, ¿cómo es posible relacionar las prácticas de constitución de un objeto o representación matemática con su forma de aprendizaje, con su cognición?, son algunas de las preguntas que abordamos desde esta perspectiva. Las preguntas sobre la visualización, las representaciones, el rigor matemático, la validez, validación, la verdad de una teoría, las diferentes formas de argumento, el estilo matemático y la formalización, son asuntos problémicos que pueden tener una respuesta desde esta mirada interdisciplinar.

## Palabras clave

Filosofía de la Práctica Matemática, Educación Matemática, cognición matemática, historia de la matemática, formación de profesores.

## Introducción

Es común leer en las investigaciones en educación matemática y en algunas en matemáticas que esta área del conocimiento es una práctica humana. Sin embargo, las consecuencias de tal afirmación no necesariamente son asumidas por estos enfoques. Hacer tal aseveración implica admitir por lo menos tres enunciados; que son históricas, culturalmente construidas y requieren un carácter epistemológico -ontológico de las estructuras conceptuales, representacionales y pragmáticas. Estas consideraciones sobre las matemáticas nos sumergen en problemas filosóficos. En esta intervención nosotros sustentamos que las respuestas que se han dado desde la FPM a estas cuestiones favorecen algunas de las problemáticas que se abordan desde la educación matemática, como son: la formación de profesores, la cognición y el abordaje de nuevos campos de investigación como la inteligencia artificial, la robótica y la teoría de redes neuronales.

## Descripción de la propuesta

La FPM es una visión que se opone a la mirada absolutista de la matemática, por lo tanto, considera que la presentación axiomático-deductiva no es la única forma de exposición de esta ciencia. La FPM se considera interdisciplinaria en la medida que para dar respuesta a la fiabilidad de las matemáticas recurre a varios enfoques disciplinares, entre ellos, se destacan los mencionados por la APMP[7]: “the study of a wide variety of issues concerned with the way mathematics is done, evaluated, and applied, and in addition, or in connection therewith, with historical episodes or traditions, applications, educational problems, cognitive questions, etc.”(Association for the Philosophy of Mathematical Practice, 2020).

En este sentido, La FPM se ha venido relacionando con la educación, dentro de las propuestas que se han planteado se encuentran las que reposan en el Volumen 52, número 6, noviembre de 2020 de la revista de Educación Matemática del ZDM, así como en el seminario “Mathematics Education meets the Philosophy of Mathematical Practice” desarrollado en junio de 2023 por la APMP. En estos dos espacios se registran los primeros intentos de relación, los cuales resultan desde distintas aristas y poblaciones foco.

En particular Hamami & Morris (2020), muestran las posibles conexiones y formas de abordaje que pueden tomar los educadores matemáticos al trabajar con

[7] Association for the Philosophy of Mathematical Practice

FPM, en nuestro país se pueden enunciar dos trabajos; el primero, propuesto por Bello (2021) quien articula la filosofía de la práctica matemática con la formación de profesores, específicamente, en el horizonte de contenido matemático y el segundo trabajo el desarrollado por Forero y Bello (2016, 2023) que analiza la práctica matemática desde la actividad matemática con la obra de Descartes y con la práctica con diagramas en la constitución del cálculo. Puntualmente, en las ideas de Newton y Leibniz, trabajos que se lleva a cabo en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Ahora bien, entendemos que la EM es un enfoque relacionado con La FPM en la medida que ambas se ocupan los medios, maneras, ideas y razonamientos que hacen posible que los seres humanos aprendamos y culturalmente adoptemos las matemáticas como una forma de práctica valida y única estructuralmente. En este sentido vamos a presentar tres lugares comunes en donde creemos la FPM favorece la educación matemática.

### *Filosofía de la práctica y formación de profesores*

Según Hamami y Morris (2020) se destacan dos preguntas que entendemos relacionadas con el tipo de conocimiento matemático del profesor, las cuales son: “What are the components of mathematical knowledge?” y “What can the history of Mathematics tell us about its nature?” (Hamami & Morris, 2020, p.1114). Por otro lado, Shulman (1984) plantea siete tipos de conocimiento que se deben contemplar en la formación de profesores, entre los que se destacan PCK (Pedagogical Content Knowledge) que refiere principalmente al conocimiento único que debe tener el profesor de matemáticas.

Los elementos dispuestos anteriormente se relacionan en la medida que el PCK esta inmerso dentro de la Educación Matemática. Según Adler, Ball, Kraimer, Lin y Novotna (2005), al estar el conocimiento del profesor dentro de esta ciencia, se asumen ciertas ideas como posibles, entre ellas, el estudio por parte del profesor de la historia de las matemáticas (HM), en apoyo a esta idea, autores como Klein desde 1908 se encargaron de mostrar las ventajas que tiene el hacer uso de esto en el desarrollo del proceso de enseñanza – aprendizaje (Bello & Forero, 2016). La FPM permite que el profesor de matemáticas reconozca la evolución de las matemáticas como práctica humana. En este sentido, el profesor reconocería modos de validar, comprobar y fundamentar el conocimiento matemático. Por ejemplo, este enfoque permitiría entender la clásica obra de Euclides *Elementos* como un modelo de formalización de

las matemáticas bajo una concepción de matemáticas, lo que impone recursos, instrumentos y herramientas que permiten el desarrollo de la práctica misma.

Por otro lado, las definiciones de educación matemática la definen como una ciencia interdisciplinar, lo que implica tener una concepción sobre cada disciplina involucrada. Por ejemplo, Vasco (1994) en el octágono de la educación matemática resalta el hecho de la importancia que el "practicante de la educación" conozca sobre las disciplinas enlazadas con la didáctica, entre ellas, se encuentra la matemática, la historia y la filosofía, FPM es una perspectiva que acoge varias de estas disciplinas y que se podría convertir en un modelo para acotar problemas y delimitar el intereses que cada área tiene en la educación matemática. Siguiendo esta línea de elementos, es importante indicar que autores como Karp (2014) han resaltado estas ideas asociadas a llevar la HM al aula, puesto que brindan herramientas, además que "the development and interaction of different traditions is quite relevant for an understanding of different processes taking place in mathematics Education" (Karp, 2014, p.12).

### *Estudios sobre la cognición de las matemáticas*

Hace muy poco tiempo, casi un año, que se publicó el *Handbook of cognitive Mathematics* (Danesi, 2022) documento que recoge las preocupaciones que se tienen alrededor de este tema. En este documento se destacan problemáticas como: la relación entre la filosofía de la matemática y la visión cognitiva de la misma; la etnomatemática y el desarrollo cultural de la cognición; los desarrollos en neurociencia, desarrollo del cerebro y matemáticas; aproximaciones biológicas y matemáticas, en donde se aborda el problema de la visualización, los gestos, la prueba y las estructuras abstractas y la influencia de estas relaciones en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Muchas de estas relaciones que se abordan en cognición – matemáticas han sido abordadas por los miembros de FPM. Hamami & Morris (2020) proponen y muestran ejemplos de trabajos que podrían ayudar a definir algunos aspectos en educación matemática, a saber: pruebas formales vs informales; visualización y artefactos; explicación y comprensión; juicios de valor, que incluye la idea de imaginación y estilo matemático; y diseño en donde la formalización y los modelos de verdad son discutidos.

### *Nuevos campos de investigación*

La FPM aborda los problemas axiológicos, pragmáticos y semióticos de las nuevas prácticas surgidas a partir del desarrollo de las matemáticas en la resolución de problemáticas como la inteligencia artificial y nanotecnología. En este ámbito todas las situaciones tanto de la formación de profesores, la educación matemática y la cognición cambian. En algún momento, al parecer no muy lejano, la educación tendrá que definir criterios que permitan relacionar las teorías que fundamentan estas innovaciones con las aulas. La llegada de la programación, la teoría de redes y la robótica en el aprendizaje no será solo como instrumentos, sino también como saber, lo que implica una reestructuración del currículo, los métodos de enseñanza y los instrumentos que usan para el aprendizaje.

## Conclusiones

La agenda de trabajo para los próximos años es inmensa, internacionalmente se desarrollan las primeras intervenciones en aula que buscan determinar el tipo de práctica matemática escolar. Sin embargo, hacen falta más evidencias que permitan consolidar en marco teórico y fortalezcan metodologías y métodos de intervención. Para nosotros el desarrollo de la relación entre FPM y EM se debe dar inicialmente en relación con los tres campos que se nombran en este escrito. La relación entre los dominios del conocimiento matemático del profesor con las ideas de práctica matemática y sus implicaciones respecto a la historia social de las matemáticas. El fortalecimiento de los trabajos en cognición a partir de pensar el aula como un microcosmos de prácticas, en donde instrumentos, artefactos, herramientas y representaciones de una práctica dada, sean transformadas en el uso de una nueva práctica. La generación de propuestas educativas que tengan en cuenta las innovaciones que se están dando en la actualidad, las modificaciones a nivel instruccional y las implicaciones que se generan en los procesos de enseñanza – aprendizaje.

## Referencias bibliográficas

Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lai Lin, F., y Novotna, J. (2005). Reflections on an Emerging Field: Researching Mathematics Teacher Education. Educational Studies in Mathematics, 359-381. doi:10.1007/s10649-005-5072-6.

Bello, J., & Forero, A. (2016). El conocimiento didáctico del profesor de matemáticas. Editorial UD.

Bello Chávez, J. H. (2021). Diagramas y práctica matemática en la geometría cartesiana (1637-1750). Contribución de la historia de la matemática a la formación de profesores. Universidad del Valle.

Bello, J. & Forero, A. (2023). Prácticas Asociadas a la Solución del Problema de la Tangencia. Herramienta para la Formación de Profesores de Matemáticas. XVI Conferencia Interamericana de Educación Matemática. Lima, Perú: Universidad de Lima.

Danesi M. (2022). Handbook of Cognitive Mathematics. Springer Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-03945-4

Hamami, Y., Morris, R.L. Philosophy of mathematical practice: a primer for mathematics educators. ZDM Mathematics Education 52, 1113–1126 (2020). https://doi.org/10.1007/s11858-020-01159-

Karp, A. (2014). The history of mathematics education: Developing a research methodology. En A. Karp & G. Schubring (Eds.), Handbook on the History of Mathematics Education. Springer.

Miembros APMP. (2020). About. Association for the Philosophy of Mathematical Practice. http://www.philmathpractice.org/

Vasco, C. (1994). La educación matemática: una disciplina en formación. Enseñanza Universitaria, 10–23.

# UNA PERSPECTIVA PARA LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS

Jaime Humberto Romero Cruz – jaimeedumat@udistrital.edu.co

Universidad Distrial Francisco José de Caldas

## Resumen

Este documento se enmarca en una perspectiva teórica desarrollada en el marco de la investigación doctoral *Exploración de una transformación de esquemas*. En esta perspectiva, el diseño de ambientes de aprendizaje, DAA, es una tarea de los profesores de matemáticas, PM, y de los formadores de estos profesores, FPM; aprender a enseñar matemáticas es un proceso de ingreso paulatino en una constelación de comunidades de práctica, CCoP, de educadores matemáticos, EM. Por lo tanto, la formación de PM es un sistema antropotécnico de actividades mediadas, realizadas en CCoP de PM y las actividades mediadas son respuestas a tareas diseñadas. El documento muestra el laboratorio de didáctica de las matemáticas, LDM, como mediación instrumental tanto para los experimentos de enseñanza, EE, como para la formación de PM. Finalmente, comparando distintas formas de operar la investigación en diseño, 1) expone dos recursos que llevaron a Mescud a tomar conciencia explícita de la existencia de estas formas de operar y 2) interroga la adecuación de las estructura tecnológica y organizativa del LDM de la Licenciatura en matemáticas de La Universidad Distrital Francisco José de Caldas, LEMA, para realizar diseños de AA.

## Palabras clave

Formación de profesores de matemáticas, sistema antropotécnico, comunidades de práctica, diseño de Ambientes de aprendizaje.

## Introducción

León et al. (2014) concuerdan en parte con Ball et al. (2008) respecto del conocimiento matemático en la formación de PM, y del conocimiento matemático necesario para enseñar matemáticas; aunque Ball et al. (2008) investigaron las prácticas de PM cuando enseñaban matemáticas en aulas de tercer grado en EEUU y por lo tanto no consideran la problemática de la diversidad en las aulas de América Latina, AL. De Llinares (2013) reconocen que mediante el concepto *competencia docente mirar profesionalmente*, CDMP, logra 1) sintetizar los hallazgos de Ball, et al. (2008); 2) avanzar en la comprensión de los modos singulares de uso del conocimiento matemático de los PM cuando enseñan matemáticas; 3) conceptualizar la CDMP, como un componente identitario para la profesión del PM, que evoluciona cuando el PM usa su conocimiento matemático para resolver las situaciones de enseñar matemáticas; 4) "potenciar el aprendizaje desde la práctica" (p. 119) de la práctica enseñar matemáticas. Entonces, el conocimiento matemático del PM, y de los FPM es mediación instrumental cuya adecuación para las actividades de la práctica de enseñar matemáticas y en las de aprender esa práctica depende de la CDMP.

León et al. (2014) analizaron la diversidad cultural, tecnológica, étnica, poblacional y cognitiva presente en las aulas de AL. Formularon *El conocimiento didáctico de las culturas* como necesario para el acogimiento de la diversidad y 21 *Referentes curriculares para la formación de PM que acogen la diversidad*. Los referentes 19, 20, 21 desarrollan el sentido de que "Las experiencias en ambientes de aprendizaje interculturales y pluritecnológicos son […] estructurantes y estructuradores de las experiencias de aprender la práctica de enseñar las matemáticas" (p. 143).

Investigaciones en filosofía y psicología respaldan tal afirmación desde la relación entre el mundo de las experiencias primeras, la constitución de esquemas y la significación La etnomatemática y la educación matemática, EdM, han configurado modos de indagar y comprender estos significados; Romero (2023) integra la práctica según Wenger (2001) como un componente del esquema y por lo tanto de la significación. Entonces, los programas de formación de PM, más aún en AL, deben ser sistemas antropotécnicos (Rabardel, 1995) vinculados a CCoP de EM (Wenger, 2001). Esta concepción de la formación de PM, exige disponer de LDM configurados para la investigación en DAA. ¿Las estructuras organizativa y tecnológica del LDM de la LEMA se adecuan a este propósito?

Para contestar esta pregunta, se comparan modos de operar la investigación, emergentes en tres proyectos de investigación en diseño de AA.

### *Sistemas antropotécnicos y comunidades de práctica: perspectiva para la FPM*

Un sistema de actividades es antropotécnico (Rabardel, 1995) cuando en este, toda actividad está vinculada a la tripla (sujeto, instrumento, objeto) y el instrumento es la dualidad (artefacto, esquemas sociales de uso). Este concepto articula las ideas de instrumento en Vigotski (2000) y de esquema en Inhelder y Piaget (1967); Rabardel (1995) lo considera fundamento científico para la psicología del sujeto, que actúa.

Según este punto de vista, el conocimiento matemático del PM es un mediador de la práctica de enseñar matemáticas (Llinares, 2013), elaborado por distintas CoP (Wenger, 2001) de EM, que relacionadas conforman una CCoP de EM. Debido a que la práctica de enseñar matemáticas evoluciona, es una práctica de aprender a enseñar matemáticas, en la que están inmersos EPM, FPM, y los investigadores en educación matemática, IEM. Así, un programa de formación de PM, es un sistema antropotécnico (Rabardel, 1995) cuyas actividades instrumentadas (Béguin y Rabardel, 2000) se inscriben en la práctica de aprender a enseñar matemáticas; los EPM, FPM e IEM participan de maneras diferenciadas y constituyen CoP y CCoP de EM (Wenger, 2001; León et al, 2014; 2017).

Una de las actividades de los FPM y de los IEM es DAA. El diseño se fundamenta metodológica y epistemológicamente en la EdM, como ciencia del diseño vinculada a CCoP de EM (Wittmann, 2021). Por lo tanto, los programas de formación de PM en AL, serían de investigación y desarrollo en EdM enfocados en la formación de PM que acogen la diversidad (León et al., 2014; 2017).

Según lo dicho, la formación de PM en AL exige realizar investigación sobre: 1) el DAA realizado desde la práctica de aprender a enseñar matemáticas de los FPM y de los IEM, para la constitución de la CDMP; 2) la elaboración de conocimiento didáctico de las culturas y su incorporación en la CDMP; 3) la coherencia curricular en un programa de formación de PM, que depende de la constitución de CCoP de EM cuando participan en los DAA que estimulan la CDMP.

### *Reflexiones desde el aprendizaje de Mescud*

Esta perspectiva de la EdM como ciencia del diseño y de la formación de PM, aunque tácita, ha estado presente en investigaciones en las que Mescud ha diseñado AA, que potencian experiencias de participación en actividades relacionadas con la práctica de

enseñar matemáticas (Mescud, 2005; 2011; Romero, 2023). El dispositivo didáctico de los AA ha sido la resolución de tareas auténticas o la matematización de situaciones (Romero, 2023). A continuación, se refieren 1) elementos de la instrumentación para la investigación del AA y 2) el de flujo de la investigación del EE (Mescud, 2005), cada ítem acompañado de análisis sucintos y pertinentes para las conclusiones futuras.

*Elementos de la instrumentación para la investigación:*

«*Prueba contra reloj*», cuestionario diseñado por Mescud para determinar los modelos intuitivos de multiplicación y suma que traen los estudiantes de primer semestre.

«*Conexiones y densidades*», cuestionario elaborado por Galindo y Rodríguez (2002) como instrumento de su investigación para el trabajo de grado de pregrado. Usado por Mescud (2005) para indagar esquemas de los EPM en el AA y potenciar su participación en experiencias de aprendizaje, respecto de:

- fracción como relación parte–todo, P-T,
- conexión de la relación P-T con tipos de representación gráfica y escritural de las formas a/b y $a, b_1b_2b_3 \ldots . bn \ldots$ finitas o infinitas.
- criterios de ordenamiento de fracciones,
- criterios de intercalación y densidad,
- criterios de acumulación.

Cuestionario «*Recuperación de la unidad*», tomado de Llinares et al. (1994). Usado para generar y gradar problemas verbales de recuperación de la unidad (Mescud, 2011).

Rejilla para el análisis y síntesis de los datos provenientes del uso del cuestionario *Conexiones y densidades* (Mescud, 2005, p. 37).

| | E1 | Área rectangular | | | 0 < a, $b_1b_2$… | | n/m | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Todo simple | Todo compuesto | Todo con estructura | < 1 | > 1 | n < m | n > m |
| Área rectangular | Todo simple | | x | x | Sí, desarrolla el cociente indicado por a/b | Sí, desarrolla el cociente indicado por a/b | í | í |
| | 0 < a, $b_1b_2$… | | x | x | No | N o | o | |
| | Todo con estructura | | x | Pasando por un intermediario lineal externo | x | x | | |
| 0 < a, $b_1b_2$… | < 1 | í | x | x | Sí | S í | í | í |
| | >1 | o | x | x | Sí | S í | í | í |
| n/m | n < m | í | x | x | Sí | S í | í | í |
| | n > m | í | x | x | Sí | S í | í | í |

*Tabla 9. Rejilla para la recolección y análisis de datos*
*Fuente: Mescud (2005, p. 37).*

*Análisis sucinto*. De los tres cuestionarios emergieron tareas auténticas en el AA. Para los EPM entraron en ciclos de resolución de problemas; para los FPM y de los IEM entraron en relación con el DAA. Esto es así porque el método EE concibe el AA como un artefacto diseñado según la ciencia del diseño, para potenciar actividad instrumentada (Béguin y Rabardel, 2000); es decir, por una parte, el diseño continúa con el uso y, por otra parte, potencia procesos de génesis instrumental, que transforman el instrumento y al sujeto que lo usa. Más aún, estos procesos indican la adecuación del diseño de las actividades instrumentadas y del AA. A partir de la rejilla, los investigadores y la profesora propusieron una secuencia de tareas dirigidas a la conectividad entre los tipos de representación de la fracción y sus interpretaciones; además, evaluaron el aprendizaje de los EPM y DAA. Diseños y tareas exigen de los FPM y de los IEM disponer su conocimiento matemático para el uso y para investigar la idoneidad de su conocimiento y de su uso.

### *El flujo de la actividad investigativa en el EE*

La Figura 3 presenta el flujo de la actividad investigativa desarrollada en el EE. Focaliza los instrumentos de investigación, algunos modos de uso; la circulación iterativa de la información y su procesamiento hasta llegar a ser resultados de investigación, conclusiones y posibilidades futuras para un nuevo ciclo de diseño; también exhibe las finalidades del EE como totalidad.

*Análisis sucinto.* El diagrama exhibe dos espacios de investigación. En uno se concibe y construye el momento cero de la investigación; produce hipótesis y la práctica de investigación del equipo conformado por IEM y PM. En el otro, se da la primera experiencia del EE; el diagrama reconoce que en este ocurren dos tipos de actividad que requieren instrumentación, tiempos y lugares diferenciados. De los dos lugares representados sólo uno está denominado, el AULA/CLASE.

Como el lenguaje constituye mundo, la ausencia de denominaciones denota ausencia de atención y de conciencia necesarias para convertir el conocimiento en uso, en conocimiento explícito, posible de ser teorizado. Para el caso, la participación en los proyectos Alter-nativa, AIDETC y ACACIA centrados en relaciones entre tecnología, formación de profesores que acogen la diversidad y CoP favoreció esa conversión: toda investigación en diseño requiere un modo de operar la investigación, además de una episteme y de un método.




*Figura 11. Flujo de la investigación en el EE*
*Fuente: Mescud (2005, p. 9)*

Para el diseño de AA, León et al. (2017) denominan este modo de operar *Arquitectura de validación de diseños didácticos para la formación de PM que acogen la diversidad*; se compone de tres ámbitos y seis corredores: *El de realización y refinamiento de la práctica* (Ámbito de realización: aulas instrumentadas para la investigación del EE) como experiencia de llegar a ser PM; *El de la gestión de la investigación y refinamiento de la práctica* (Ámbito de la gestión de la investigación, instrumentada para este fin) como una experiencia de llegar a ser miembros de pleno derecho; *El de reflexión metadidáctica y de refinamiento de la práctica* (Ámbito de reflexión, instrumentado para este fin) como una experiencia de CCoP de EM . Estos ámbitos constituyen un LDM o un laboratorio de EdM, LEdM.

## Conclusiones

El DAA y la constitución de las CoP de PM y de CCoP de EM son contextos de experiencia en los que se requiere y constituye conocimiento matemático para la práctica de aprender a enseñar matemáticas.

La arquitectura y organización del LDM de la LEMA es insuficiente como mediación instrumental para la investigación curricular y mantener al mismo tiempo innovación y coherencia curricular. En particular, Mescud (2005; 2011) tuvo que forzarlas y reconvertirlas provisionalmente, para mejorar su capacidad. Este forzamiento y reconversión provisional permiten calificar su utilización como catacrética mayor (Rabardel, 1995).

Para el caso expuesto, la toma de conciencia para transformar conocimiento en uso en conocimiento teórico, a Mescud le requirió tiempo e investigar con otros. Así, el conocimiento en uso llegó a ser objeto de reflexión y análisis en argumentos escritos.

## Referencias bibliográficas

Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389-407

Béguin, P., & Rabardel, P. (2000). Mediating instruments: a developmental and anthropocentric point of view. *Scandinavian Journal of Information Systems*, 12: 173- 190

Galindo, J., & Rodríguez, L. (2002). *Algunos elementos en la construcción del concepto de número racional*. Trabajo de grado de pregrado, Universidad Distrital FJC, Bogotá.

Inhelder, B., & Piaget, J. (1967). *La génesis de las estructuras lógicas elementales*. Buenos Aires: Guadalupe.

León, O., Romero, J., Carranza, E., Sánchez-Acero, F., Suárez, W., Castro, C., Gil-Chaves, D., & Bonilla, M. (2017). Arquitectura de validación de diseños didácticos para la formación de profesores de matemáticas. *Revista Colombiana de Educación*, (73), 235-260

León, O., Bonilla, M., Romero, J., Gil-Chaves, D., Correal, M., et al. (2014). *Referentes curriculares con incorporación de tecnologías para la formación del profesorado de matemáticas en y para la diversidad*. Bogotá: Universidad Distrital FJC.

Llinares, S. (2013). El desarrollo de la competencia docente “mirar profesionalmente” la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Educar em Revista*, Curitiba, Brasil, n. 50, 117-133

Mescud (2005). *El pensamiento multiplicativo. Una mirada a su densidad y complejización en el aula.* Informe final de investigación. COLCIENCIAS-IDEP-UDFJC.

Mescud (2011). *La multiplicación como cambio de unidad: Estrategias para promover su aprendizaje.* Bogotá: Fondo de publicaciones Universidad Francisco José de Caldas.

Rabardel, P. (1995/2011). *El hombre y las tecnologías*. Martín Acosta (trad.). Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.

Romero, J. (2023). La práctica como componente estructural del esquema. Elaborado para la tesis doctoral *Exploración de una transformación de esquemas.* Dra. Olga León, directora, Dr. John Páez, codirector.

Vygotski, L. (2000). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica.

Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica: aprendizaje, significado e identidad*. Barcelona: Paidós.

Wittmann, E. (2021). *Connecting Mathematics and Mathematics Education. Collected Papers on Mathematics Education as a Design Science*. Dortmund: Springer.

# LA INVESTIGACIÓN DESDE LA PERSPECTIVA SOCIOCRITICA Y EL CONOCER REFLEXIVO.

Javier Esteban Leal Carvajal – jelealc@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Sandra Yamile Manrique Cuesta – symanriquec@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

El siguiente escrito presenta algunos avances de un trabajo de grado orientado a obtener el título de magister en educación en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Bogotá, Colombia). Nuestra intención es exponer una muestra representativa de los conocimientos y saberes fundamentales que intervienen en el proceso de investigación en el contexto sociocrítico, haciendo especial énfasis en el conocer reflexivo.

Para lograr este propósito, realizamos inicialmente un breve recorrido teórico por los conceptos más relevantes, según la visión de autores como Skovsmose y Mancera. A continuación, se abordará la metodología que se puede aplicar dentro de este paradigma, basándonos en las ideas de Skovsmose & Borba (2004). Por último, y de gran importancia, enmarcamos algunas relaciones entre estos componentes para el proceso de investigación desde la perspectiva sociocrítica.

## Palabras clave

Educación matemática critica, conocer reflexivo, ambientes de aprendizaje, investigación critica, prácticas pedagógicas.

## Introducción

Como investigadores, nos enfrentamos a constantes dilemas, estos van desde la perspectiva de educación en la que trabajaremos, hasta cómo aplicamos dicha perspectiva en el aula, si es viable, realista y cumple con nuestra creencias y percepciones de educación. En nuestro caso, es la Educación Matemática Critica (EMC) la que más se acerca a lo que creemos que debe tenerse en cuenta en el aula, generando un vínculo entre la crítica y la educación, tomando en consideración los antecedentes y porvenires de los estudiantes, pues consideramos que las matemáticas no son abstractas sino que están influenciadas por contextos sociales, culturales y políticos, como lo indica Mancera (2020) "El contexto en que se desarrollan los estudiantes, caracterizado por circunstancias sociales, culturales y políticas, hace parte del punto de partida que debemos considerar en un proceso educativo" (p. 21).

Esto implica enfatizar la importancia de educar estudiantes críticos, por lo tanto, los objetos matemáticos se vuelven un medio o herramienta y el objetivo es invitar a los estudiantes a analizar el papel de las matemáticas en las prácticas sociales. Es decir que el estudiante y profesor reflexionen sobre el uso de las matemáticas en la sociedad, tomando distancia del concepto y contribuyendo a la constitución de pensamiento crítico.

Ahora, una vez hemos definido nuestro enfoque nos queda la incertidumbre sobre el proceso de investigación que debemos realizar y el desarrollo de la practica pedagógica, teniendo en cuenta que en general estas dos (investigación|práctica[8]) se llevan al mismo tiempo, por lo tanto, tenemos el papel de investigador|docente. Para tal fin, nos enfocaremos en algunos de los elementos de investigación que se deben tener en cuenta.

## Descripción de la propuesta

### *Aproximación teórica.*

Skovsmose (1999) asegura que es importante llegar a un encuentro entre la crítica y la educación, aquello converge en la educación crítica, la cual, asegura con desánimo, se ha mencionado de manera amplia, pero sin referirse a sus ideas centrales. Si queremos referirnos a lo que significa la educación crítica, en palabras de Skovsmose se podría decir

[8] Trabajaremos la relación entre investigación y práctica pedagógica a partir de las ideas planeadas por Araújo (2016)

que: si las prácticas y la investigación educativas son críticas, deben abordar los conflictos y las crisis en la sociedad. La educación crítica debe revelar las desigualdades y la represión de cualquier tipo. Una educación crítica no debe contribuir simplemente a la prolongación de las relaciones sociales existentes; no puede ser el medio para perpetuar las desigualdades existentes en la sociedad. Si desea ser crítica, una educación debe reaccionar a la naturaleza crítica de la sociedad. (p. 24).

Con lo anterior es inevitable el surgimiento del concepto de alfabetización, el cual permite que los seres humanos se ubiquen y reconozcan en la historia y la sociedad y con ello tener herramientas para funcionar en ellas. Skovsmose (1999) concluye que la alfabetización es un potenciador con el cual logramos saber nuestra posición en el mundo.

Si entendemos la alfabetización como un potenciador es posible relacionarlo con la alfabetización matemática e incluso Skovsmose propone el término educación matemática crítica (EMC) con la intención de referirse a una educación crítica que tiene como eje central la alfabetización.

Dada la necesidad de pensar en EMC es indispensable cuestionarnos respecto al objetivo principal de ella y la forma como se va a llegar. El objetivo se encuentra implícito en el argumento de la relevancia de la EMC, para hacerlo explícito es posible citar a Skovsmose (1999) “Una educación matemática crítica debe facilitar el desarrollo de una alfabetización matemática que permita a los ciudadanos ejercer una competencia democrática”. (p. 15).

Así pues, las competencias democráticas se pueden fortalecer a partir de la capacidad de construir argumentos sólidos frente a decisiones y acciones de los gobernantes. Dada la naturaleza potenciadora de las matemáticas aseguramos que dichos argumentos se pueden alimentar fuertemente desde el lenguaje matemático. Lo anterior sugiere que la EMC debe crear un escenario donde la alfabetización matemática sea protagonista. Dentro de la EMC la competencia que permite la alfabetización matemática es el conocer reflexivo.

Pensar en una educación matemática crítica implica desarrollar la competencia democrática, la conexión entre estas dos es el denominado conocer reflexivo, Skovsmose (1999) justifica esto definiendo al conocer reflexivo como la capacidad para tomar una posición justificada en una discusión sobre asuntos tecnológicos. (p. 113).

Lo anterior implica que el conocer reflexivo es un elemento importante y una competencia necesaria para reaccionar como ciudadanos críticos en la sociedad, Mancera

(2020) propone una caracterización de este, la cual se puede realizar desde dos aspectos, el primero relacionado al medio y el segundo al sujeto que interviene en la investigación.

Respecto al medio se entiende que el conocer reflexivo se ubica desde la perspectiva sociocrítica y en ella ocurre que los estudiantes son invitados a participar por medio de las matemáticas a problematizar e investigar situaciones relacionadas con la realidad. Se planea con este ambiente que el estudiante tome conciencia sobre su existencia en el mundo, que favorezca actuaciones críticas e incluso distanciarse del mundo de las especulaciones.

En relación con los sujetos partícipes de la caracterización del conocer reflexivo Mancera (2020) determina la importancia de comenzar haciendo un reconocimiento desde lo que dicen, piensan, sienten y creen para comprender su forma de actuar en el mundo.

La relación que existe entre medio y sujeto y las diferentes interacciones que se generan entre los mismos, permite establecer cuatro características del conocer reflexivo: Pensar en el otro; Lectura crítica y matemáticas; practica con las matemáticas; colectividad.

## Definiendo una metodología.

En primer lugar, se debe generar un ambiente de aprendizaje, que permita el desarrollo del conocer reflexivo, donde no se trabaje solo desde un ejercicio, sino que por el contrario se involucre al estudiante, volviéndolo un sujeto activo en el proceso de aprendizaje, llevándolo a investigar, explorar, explicar, actuar y reflexionar.

| | | **Formas de organización de la actividad de los estudiantes** | |
|---|---|---|---|
| | | Paradigma del ejercicio | Escenarios de investigación |
| **Tipo de referencia** | Matemáticas puras | (1) | (2) |
| | Semirrealidad | (3) | (4) |
| | Situaciones de la vida real | (5) | (6) |

*Tabla 10. Ambientes de aprendizaje de acuerdo con Skovsmose*
*Fuente: Skovsmose (2000)*

De acuerdo con Skovsmose (2000), se pueden generar seis tipos de ambientes de aprendizaje. En la tabla 10 se muestra una matriz que relaciona estos aspectos y como su correspondencia origina los ambientes de aprendizaje.

Teniendo en cuenta dicha tipología, se debe lograr que el ambiente de aprendizaje en el que se ubique la actividad permita una reflexión crítica sobre las matemáticas, y el modelaje matemático adquiere un nuevo significado (Skovsmose 2000) que es fundamental en la alfabetización matemática, la cual solo se alcanzará al desprenderse del paradigma del ejercicio.

De acuerdo con las características que se han planteado, creemos evidente que el corte investigativo que la caracteriza este tipo de trabajo es el paradigma teoría crítica, considerando la investigación crítica como parte fundamental de la metodología dado que a partir de allí es posible enfocar las intenciones del proyecto, dando un carácter reflexivo y crítico.

Una investigación en educación matemática crítica debe permitir un acercamiento a problemáticas señaladas desde dicha postura, además planificar una metodología que encamine a la construcción de alternativas, llevándonos tanto a la transformación como a la crítica, donde se investiga desde la colaboración, no el liderazgo, esto a partir no solo del material empírico de una situación que ha tenido lugar, sino de la exploración que tiene en cuenta lo que no existe, lo que no es real y lo que podría ser.

Para Skovsmose y Borba (2004) esta es la principal característica de la investigación crítica, pues significa no solo considerar lo que está sucediendo sino también considerar lo que podría haber sucedido y lo que podría imaginarse como posibles alternativas a lo que está sucediendo, es decir se preocupa por los cambios que se pueden generar, a partir de lo que hay en lo que no es real y lo que puede ser, es decir las posibilidades. La investigación crítica presta especial atención a las situaciones hipotéticas, aunque sigue considerando lo real.

Para que esto se logre la investigación crítica tiene en cuenta tres situaciones: la actual (CS), la imaginada (IS) y la dispuesta o arreglada (AS), donde la distinción entre estas tres situaciones es analítica por lo tanto no se ubica en un paradigma descriptivo.

Adicional a esto, se debe tener en cuenta que la investigación critica no es estática, dado que esta es un proceso, es por esto por lo que Skovsmose y Borba (2004) destacan tres procesos que incluyen diferentes formas de cooperación en términos de cualidades de investigación, estos son: Imaginación pedagógica (PI), organización práctica (PO) y

razonamiento exploratorio (ER). El siguiente esquema muestra las cualidades de la investigación crítica en términos de las cualidades de los procesos, centrada en los cambios en el aula.

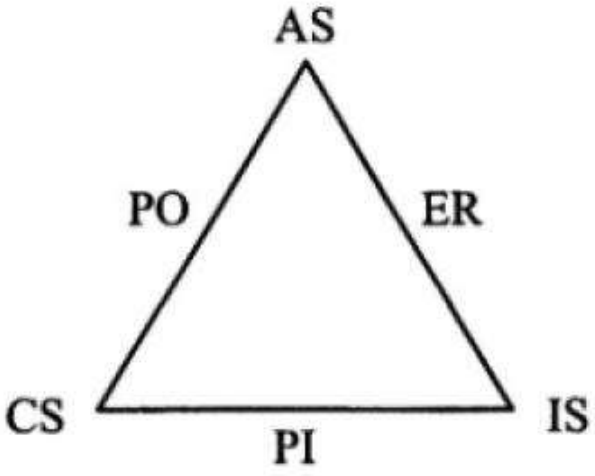



*Figura 12. Modelo de investigación crítica indicando qué procesos dicha investigación podría incluir*
*Fuente: Skovsmose y Borba (2004)*

De esta manera la interacción entre los diferentes referentes expuestos, logran integrar los elementos básicos de una investigación en el ámbito sociocrítico, para ser introducidos en la práctica pedagógica.

## Conclusiones

A partir del recorrido teórico y metodológico expuesto en este escrito, proponemos una interacción entre los elementos presentados. La Educación Matemática Crítica (EMC) abarca todos los elementos mencionados, ya que son fundamentales para su desarrollo. La metodología traza el camino que permite concretar esta idea de aprendizaje y da forma a la investigación y, posteriormente, a la práctica pedagógica.

Los ambientes de aprendizaje son el "mundo" en el que se desenvuelve la EMC. Comienza con una situación actual, en la cual se evidencia la falta de espacios críticos y de

cuestionamiento en las clases de matemáticas. Esto lleva a una crítica de la situación actual y a la búsqueda de transformación a través de una situación imaginada (Araújo, 2016).

El lograr criticar la situación actual y visualizar una situación imaginada está estrechamente vinculado al desarrollo de la investigación. Sin embargo, como se ha expuesto anteriormente y en línea con las ideas de Araújo (2016), los temas críticos no forman parte de la cotidianidad de las clases de matemáticas, por lo que es necesario estimularlos. En este punto, la práctica pedagógica entra en juego a través de la situación arreglada.

Pero ¿dónde se evidencia el conocer reflexivo? Consideramos que no se puede apreciar plenamente en la organización metodológica, ya que forma parte del proceso de investigación que permitirá capturar las observaciones de los participantes. Es en la práctica pedagógica donde podemos percibirlo, a medida que evoluciona la perspectiva de la situación actual, imaginada y arreglada.

Finalmente, la interacción entre los elementos teóricos, metodológicos y prácticos propuestos en este escrito configura un marco integral para el acercamiento a la investigación desde una perspectiva sociocrítica.

Los ambientes de aprendizaje, la investigación crítica y la práctica pedagógica se entrelazan para fomentar la reflexión crítica, la transformación y el conocer reflexivo en el ámbito de las matemáticas.

## Referencias bibliográficas

Araújo, J. (2016). Toward a Framework for a Dialectical Relationship Between Pedagogical Practice and Research. 13th International Congress on Mathematical Education. Topic Study Group 21: Mathematical Modelling., Hamburgo, Germany.

Mancera, G., (2020). Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Una empresa docente

Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. revista Ema, 6(1), 3-26.

Skovsmose, O., & Borba, M. (2004). Research methodology and critical mathematics education (pp. 207-226). Springer US.

# ENTORNOS DIDÁCTICOS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS A ESTUDIANTES INDÍGENAS INTEGRANDO ACTIVIDADES DE ROBÓTICA EDUCATIVA

Alex Fiscue Noscue - alex.fiscue@correounivalle.edu.co

Maestría Universidad del Valle

Carlos Alberto Escobar - carlos.alberto.escobar@correounivalle.edu.co

Maestría Universidad del Valle

Nancy Idalia Cuetia Campo - nancy.cuetia@correounivalle.edu.co

Maestría Universidad del Valle

## Resumen

Este trabajo problematiza el diseño, implementación y el análisis retrospectivo de un entorno didáctico, o micromundo, para promover la comprensión de distintos usos de la variable, de acuerdo con el Modelo 3UV y el ángulo como giro, en un contexto de educación indígena. Para el diseño, se consideraron aspectos del paradigma construccionista en Educación Matemática, en especial, la integración de la robótica educativa y programación en las actividades de aprendizaje. La metodología del estudio se focaliza en la investigación del diseño, específicamente, en una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA), sustentada en los cuatro componentes de un micromundo: técnico, estudiantes, didáctico y contextual, considerando aspectos de la cosmovisión en la cultura indígena nasa. El análisis de los resultados consistió en un contraste entre los presupuestos

presentados en el diseño de la THA y los resultados analizados a través de la Trayectoria Real de Aprendizaje (TRA) de los estudiantes, los cuales mostraron que es posible adelantar actividades de aprendizaje de matemáticas que permitan que los estudiantes avancen en la comprensión de la variable, sus usos, y los elementos del ángulo como giro, en el cual se respete la cultura, la cosmovisión y finalmente se logre aportar a la pervivencia de los pueblos.

## Palabras clave

Modelo 3UV, ángulo como giro, robótica educativa, educación propia, micromundo.

## Introducción

El trabajo problematiza la enseñanza de las matemáticas a través de entornos didácticos que integran el uso de robótica educativa y programación computacional en contextos de educación propia.

Para esto, los principales elementos del marco teórico son: la educación propia como una ruta que respeta la cultura, el aspecto matemático, como el componente que desarrolla el pensamiento matemático, el paradigma construccionista para la puesta en marcha de la robótica educativa a través de los micromundo en el aprendizaje, el diseño metodológico que tiene que ver con la trayectoria hipotética de aprendizaje de acuerdo a los diferentes componentes del micromundo y el contraste de la trayectoria real de aprendizaje para el análisis de los resultados.

Tomando estos enfoques, en el desarrollo de la investigación se logró que los estudiantes articularan la variable y el ángulo como giro con herramientas de robótica educativa para su aprendizaje con elementos del entorno, así mismo se pudo notar el trabajo en equipo, por otro lado, los diferentes escenarios trabajados en las actividades despertaron en los niños y niñas el interés por conocer y aplicar las tecnologías desde los conocimientos matemáticos vistos desde la construcción y programación de artefactos cercanos a su contexto.

Desde la perspectiva de educación en las comunidades indígenas, la educación es el motor del plan de vida de las comunidades, por tanto, es necesario proponer estrategias metodológicas que sean más significativas y acordes al contexto del estudiante, dado que dentro del territorio se manifiestan diferentes necesidades que abren paso al uso de las tecnologías y la robótica educativa como instrumentos de aprendizaje de las matemáticas.

## Descripción de la propuesta

La enseñanza de las matemáticas en entornos educativos propios se ha visto enriquecida mediante la integración de la robótica educativa y la programación computacional. Por lo tanto, la robótica educativa ha emergido como una poderosa herramienta pedagógica que combina la tecnología con el aprendizaje interactivo, a través de la construcción y programación, los estudiantes se sumergen en un micromundo donde pueden experimentar y aplicar conceptos matemáticos y tecnológicos de manera práctica.

Además, los micromundos son entornos virtuales permiten a los estudiantes explorar conceptos matemáticos de manera interactiva y práctica, al utilizar micromundos, los estudiantes pueden asignar valores a variables (como la velocidad, la dirección, el ángulo, la distancia) y observar cómo esos valores afectan los resultados y las relaciones matemáticas.

Conviene citar a Papert, donde afirma que los estudiantes aprenden mejor cuando tienen la oportunidad de explorar y experimentar por sí mismos. Otro referente importante es Juan D. Godino, quien ha desarrollado la teoría de la didáctica de la matemática como disciplina científica, esta teoría se basa en la idea de que la enseñanza de las matemáticas debe ser un proceso reflexivo y crítico que tenga en cuenta la relación entre los conocimientos matemáticos y su aplicación en situaciones reales.

Además, se pueden considerar otros referentes como Jerome Bruner, quien ha desarrollado la teoría del aprendizaje por descubrimiento guiado, que propone que los estudiantes aprenden mejor cuando se les guía a través de un proceso de descubrimiento estructurado; y Lev Vygotsky, quien ha desarrollado la teoría del aprendizaje social, que destaca la importancia del contexto social y cultural en el aprendizaje.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, hemos diseñado tres micromundos:

- Micromundo que simula la alimentación de las gallinas, donde se elabora una maqueta con un mecanismo con una banda transportadora de alimentos, en donde los estudiantes pueden asignar variables como tiempo de suministrar el alimento, el peso de cada una de las gallinas y observar cómo estos factores influyen en el crecimiento.

- Micromundo que simula las fases de la luna, en donde se elabora una maqueta, que incluye elementos electrónicos, donde realizan operaciones que tienen que ver el uso y aplicación de variables que lo llevan a interactuar, a experimentar, a manipular de fórmulas y patrones, con ayuda de la programación.

- Micromundo donde se aborda el ángulo como giro, los estudiantes aprenden a programar su maqueta en forma de chiva para que se muevan en diferentes direcciones y ángulos, lo que les ayuda a comprender cómo los objetos se mueven en el mundo real. Al comprender los ángulos y cómo se utilizan en la programación, los estudiantes pueden aplicar este conocimiento a otras áreas de su vida, la robótica educativa también ofrece una oportunidad para explorar y valorar la cultura indígena. Algunas culturas indígenas han desarrollado conocimientos profundos sobre los movimientos y giros en su relación con la naturaleza y el entorno. Al incorporar estas perspectivas ancestrales en la programación de robots, los estudiantes no solo adquieren habilidades técnicas, sino que también se conectan con saberes tradicionales y respetan la diversidad cultural. Esto fomenta una educación inclusiva y una apreciación por las múltiples formas de conocimiento presentes en nuestra sociedad.

Es importante mencionar, que en los tres micromundos, se usó un entorno visual llamado **mBlock** para enseñar programación e interactuar con las maquetas con la ayuda de la placa arduino uno o la placa arduino nano y otros elementos electrónicos. Al utilizar mBlock, los estudiantes pueden aplicar conceptos matemáticos de manera práctica y visualmente atractiva. Por ejemplo, al programar una de sus maquetas para que resuelva problemas matemáticos, los estudiantes no solo adquieren habilidades de resolución de problemas, sino que también ven cómo los conceptos abstractos se traducen en acciones físicas.

Esto les brinda una comprensión más profunda de las matemáticas y ayuda a fortalecer su razonamiento lógico y habilidades de pensamiento crítico. Además, mBlock fomenta la colaboración y el trabajo en equipo, ya que los estudiantes pueden compartir sus proyectos y trabajar juntos en desafíos matemáticos.

## Conclusiones

- El aprendizaje de las variables, incluido el ángulo como giro, se puede potenciar mediante la integración de la robótica educativa, los micromundos, el diseño de maquetas y el uso de herramientas tecnológicas como mBlock. Estas estrategias y recursos permiten a los estudiantes experimentar, visualizar y aplicar los conceptos matemáticos en situaciones reales, fomentando así su comprensión y habilidades en esta área fundamental.

- MBlock es una herramienta importante en el aprendizaje de las matemáticas porque combina la teoría con la práctica, promoviendo una comprensión más sólida y motivando a los estudiantes a explorar y disfrutar de las matemáticas.

- Además, se ha logrado caracterizar el papel de los aspectos de la educación propia en la implementación de entornos didácticos que integra robótica educativa.

## Referencias bibliográficas

Noss, R., & Hoyles, C. (2019). Micromundos, Construccionismo y Matemáticas. Educacion Matematica, 31(2), 7–21. https://doi.org/10.24844/EM3102.01

Nuraida, I., & Amam, A. (2019). Hypothetical Learning Trajectory In Realistic Mathematics Education To Improve The Mathematical Communication Of Junior High School Students. Infinity Journal. https://e-journal.stkipsiliwangi.ac.id/index.php/infinity/article/view/1363

Palmas-Pérez, S. (2018). La tecnología digital como herramienta para la democratización de ideas matemáticas poderosas. Digital Technology as a Tool for the Democratization of Powerful Mathematical Ideas A tecnologia digital como ferramenta para a democratização de ideias matemá. 109–132. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6710839

Papert, P. S., & Harel, I. (2002). Situar el Construccionismo Por Seymour Papert e Idit Harel. Incae, 1, 1–20.

https://web.media.mit.edu/~calla/web_comunidad/Readings/situar_el_construccionismo.pdf

Peralta Miranda, P., Cervantes Atía, V., Olivares Leal, A., & Ochoa Ruiz, J. (2019). Educación propia de la etnia Mokaná: Experiencia organizacional contemporánea. Revista de Ciencias Sociales, 25(3), 88–100. https://doi.org/10.31876/rcs.v25i3.27359

Ruiz, E. V. (2007). Educatrónica: Innovación en el Aprendizaje de las Ciencias y la Tecnología Díaz de Santos, SA, Buenos Aires. Buenos Aires: Díaz de Santos. SA. Recuperado de http://www.editdiazdesantos.com/wwwdat/pdf/9788479788223.pdf

# MOTIVACIÓN, VIRTUALIDAD Y JUEGOS COMO EL TRIÁNGULO DE FUEGO EDUCATIVO ACTUAL

William Martinez Urrutia – william.martinez04@uptc.edu.co

Universidad Pedagogica y Tecnologica de Colombia

Angel Barrera López – angel.barrera02@uptc.edu.co

Universidad Pedagogica y Tecnologica de Colombia (UPTC)

## Resumen

La presente conferencia da a conocer los resultados de una investigación que busca dar cuenta de la importancia de la vinculación de las aulas virtuales en las técnicas de motivación de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, por medio de un análisis documental, para realizar aclaraciones conceptuales y metodológicas respecto a la implementación de actividades mediadas por los ambientes virtuales.

Esto suscita a que los docentes en matemáticas busquen motivar a los estudiantes y minimizar el desarrollo de la matefobia, pues esta ha hecho que los estudiantes de los diferentes niveles educativos desarrollen un tabú respecto a las matemáticas, generando una desmotivación respecto a los contenidos y aplicaciones que puede tener la matemática en el quehacer cotidiano e impidiendo un desarrollo real en el pensamiento matemático de los estudiantes.

## Palabras clave

Aprendizaje en línea, matemática, ambientes virtuales, aprendizaje matemático.

# Introducción

La motivación en el aula ha sido una de las mayores problemáticas a la hora de enseñar matemáticas, quizás debido al desarrollo social de la matefobia, y es que la matemática se ha comenzado a ver como una ciencia difícil y sin algún fundamento de aprendizaje real, debido a la constante reducción de algoritmos, definiciones, axiomas, teoremas y ejemplos, generando un manejo mecánico de algoritmos y procesos de cálculo (Jiménez, 2011) es por ello, que se ha buscado diferentes maneras de hacer que los estudiantes puedan motivarse alrededor de las matemáticas, haciendo que estas estén de acuerdo con sus intereses y se logren observar de manera más cotidiana. La educación virtual ha ayudado a la construcción de una matemática más real, accesible y cotidiana, gracias al desarrollo de las nuevas tecnologías se ha logrado buscar nuevas estrategias de enseñanza de diferentes áreas del conocimiento.

Los acontecimientos de los últimos años como la pandemia por el COVID 19 ha generado que los docentes matemáticos hayan tenido que buscar nuevas estrategias mediadas por las tecnologías para poder enfocarse en la enseñanza, y es que como lo propone González (2021) tanto docentes como estudiantes tuvieron que adaptarse a los cambios en las condiciones de vida y bienestar que lo requirieron

Para lo cual se pretende abordar los conceptos de motivación, ambientes virtuales de aprendizaje y como el juego puede ser un importante motivador en la consecución de un aprendizaje significativo en las matemáticas, para poder establecer así los mejores planteamientos a través de una reflexión de lo que ha sido la motivación mediada por la virtualidad en la educación matemática hasta nuestros días.

# Descripción de la propuesta

## *Motivación.*

Es evidente que la motivación en el aula de clase juega un papel importante en el aprendizaje de los estudiantes respecto a una temática en concreto, razón por la cual esta es de vital importancia en el desarrollo del aprendizaje de las matemáticas, pues permite que los estudiantes tengan una concepción positiva o negativa de la asignatura, es por esto que se hace necesario que los docentes de matemáticas conozcan acerca de los diferentes componentes que tiene la motivación en el área.

> *Una serie específica de conceptos de motivación pertenece al valor que los estudiantes adjudican a una asignatura. Por ejemplo, Stefano señala con frecuencia: "No entiendo para qué leemos poesía", mientras que Sandra considera: "Leer poemas es la actividad más bonita de la escuela". (Boekaerts, 2002, p. 9)*

Se debe buscar que los estudiantes se sientan motivados frente a las asignaturas a las cuales se enfrentan, para así poder dar lo mejor de sí en esta, y es que como lo indica Ryan y Deci citados en Ochoa (2022) la motivación es lo que mueve a las personas a la acción y es que los estudiantes motivados logran tener una mayor competencia en los entornos académicos, ante esto la Teoría de la Autodeterminación (TAD) plantean la búsqueda de tres factores de crecimiento personal en tres necesidades psicológicas, competencia, autonomía y relaciones sociales, por las cuales el estudiante puede desarrollar la Motivación Intrínseca (MI), previniendo de esta manera la *amotivación*, la cual se refiere al estado en el cual no se satisface ninguna de las necesidades psicológicas.

También se tienen conocimiento de otros modelos de motivación como la Motivación Extrínseca (ME), que va mediada por la *regulación externa,* en la cual los comportamientos se dirigen a ganar privilegios, recompensas tangibles o aprobación de los demás (Ochoa Angrino Solanlly, 2022).

Por otro lado, la MI busca desarrollar el estado de flujo, en el cual la persona este totalmente inmersa en las actividades de desarrollo, por medio del goce de la práctica de esta, lo cual genera una implicación completa en la tarea que se está realizando. (Teixes Argilés, 2014). Es así que se establece que la MI proviene del individuo en sí, siendo inherente a la tarea y evitando la necesidad de recompensas externas para la realización de estas. (Ochoa Angrino Solanlly, 2022; Teixes Argilés, 2014)

Según estos conceptos, el docente debería buscar el desarrollo de la motivación intrínseca, generando un mayor interés por parte de los estudiantes y creando un estado de prevención respecto a la matefobia que se ha desarrollado de manera cultural.

### *El juego como fuente de motivación.*

La importancia del juego en el desarrollo de las personas es algo que no se discute en todo el mundo, sin embargo, ¿podemos decir qué esta nos proporciona una estrategia real en los procesos de enseñanza?, para esto primero debemos entender la importancia de la lúdica en la vida de los seres vivos pues "el hombre que juega, expresa una función tan esencial como la de fabricar, y merece su lugar junto al homo faber" (Huizinga, 2022),

entonces el juego es una actividad esencial en el desarrollo de las personas, y es que el juego no se puede abarcar desde la lógica o la razón, es simplemente un algo que está ahí, tanto en la vida animal como en la vida humana, por lo cual no puede ni debe ser reducido a una cultura, todo ser pensante puede imaginarse un juego, y todo lo abstracto se puede negar, pero el juego no. (Huizinga, 2022)

Es entonces donde observamos que el juego es una herramienta biológica, que está en toda cultura, permitiendo el libre desarrollo de los individuos, sin embargo, el decir que este está en toda cultura no le quita su esencia cultural propia, dependiendo de los sitios en que este se desarrolle, es así que el juego permite el aprendizaje de los escenarios culturales en los cuales este se rodea. Tomemos de ejemplo el habla, los idiomas son diferentes en cada región del mundo, y los sitios que comparten habla tienen sus particularidades que lo mantienen fuera del habla universal, por lo cual, se generan juegos de palabras, poesías, mitos, etcétera, que como lo explica Huizinga (2022) "las grandes ocupaciones de la convivencia humana están ya impregnadas en el juego" (p. 19)

Al ser el juego una herramienta biológica que nos permite conectar con la cultura y desarrollarnos como individuos, además de dar las fuerzas impulsivas de la vida (Huizinga, 2022), entonces podemos utilizar el juego como medio de MI para así ser capaces de evitar la *amotivación,* y generar espacio de exploración y aprendizaje alrededor de las matemáticas.

### *Los Ambientes Virtuales de Aprendizaje (AVA).*

Finalmente se pretende abordar la importancia de los Ambientes Virtuales de Aprendizaje (AVA) en el desarrollo del aprendizaje de las matemáticas, y es que la educación ha pasado por una gran serie de cambios que han permeado los sistemas educativos actuales, no podemos permitirnos simplemente al uso de las tecnologías como herramientas en las cuales los estudiantes busquen información sobre determinado tema o vean videos para tratar de *aprehender* la información ahí expuesta, es por esto que los espacios lúdicos de aprendizaje abren una gran gama de posibilidades en cuanto el atendimiento de las particularidades de los niños (Wu et al., 2015).

Colombia ha buscado que los docentes tengan un buen desarrollo en las competencias digitales, sin embargo, Melo et al. (2018) citado en Pedroza (2020) "las instituciones de educación superior en Colombia, evidenciaron un bajo nivel de aprovechamiento de la infraestructura tecnológica que poseen, además de poseer baja

motivación por explorar e innovar" (p. 14). La UNESCO por su parte habla del empoderamiento de los estudiantes en el uso de las TIC (2008).

Mas esto no significa que el uso de las tecnologías propicie por si solas el aprendizaje pues "es fundamental resaltar que ninguna herramienta genera impacto por si sola, todo lo contrario, si es utilizada de forma inadecuada, sin un propósito claro y/o sin involucrar aspectos complementarios, puede incluso menoscabar el propósito inicial de su introducción en cualquier sistema" (Castellanos, 2015, p. 5).

Los juegos digitales presentan una gran gama de posibilidades a la hora de abordar las diferentes formas en las cuales se puede llegar a motivar a los estudiantes, para lo cual se debe definir que los AVA se entiende como "el conjunto de entornos de interacción sincrónica y asincrónica, donde, con base en un programa curricular, se lleva a cabo el proceso enseñanza-aprendizaje, a través de un sistema de administración de aprendizaje" (*Monroy, E.*, 2013, p. 40) entonces se dispone de AVA bastante grandes como Moodle, Classroom, entre otros, que de una u otra manera nos permite estar conectados con nuestros estudiantes.

## Conclusiones

Tras el largo trayecto documental que se ha realizado para la presentación de esta conferencia se concluye que los procesos de motivación llevan a que los estudiantes tengan un mejor desempeño académico, además logra mitigar los impactos sociales que genera la matefobia, que puede ser prevenida por la utilización de juegos que permitan una mayor exploración por parte de los estudiantes respecto a los contenidos que están abordando.

Se pudo observar que mediante las aulas virtuales se podría llegar a establecer una relación entre las matemáticas y la cotidianidad inmersa en el contexto cotidiano, generando de esta manera que los estudiantes encuentren una utilidad en las matemáticas más centrada hacia sus intereses.

## Referencias bibliográficas

Boekaerts, M. (2002). *Motivar para aprender; Educational practices series; Vol.:10; 2002—128056spa.pdf*. https://acortar.link/IPmeut

Castellanos, M. (2015). ¿Son las TIC realmente, una herramienta valiosa para fomentar la calidad de la educación? *Organización de las naciones unidas para la educación, la ciencia y la cultura*, *02*. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000244952/PDF/244952spa.pdf.multi

Huizinga, J. (2022). *Homo ludens* (Tercera edición; octava reimpresión). Alianza Editorial.

Jiménez, A. (2011). Didáctica de la matemática, educación matemática e investigación. *Revista de la Universidad Pedagogica y Tecnologica de Colombia*.

Monroy, E. (2013). *Propuesta didáctica para la interpretación de gráficos estadisticos con la inclusión de objetos virtuales en el aula.* [Tesis de maestria]. Universidad Nacional de Colombia.

Ochoa, S. (2022). *Estudios sobre motivación en contextos educativos*. Editorial Pontificia Universidad Javeriana; Digitalia. https://www.digitaliapublishing.com/a/126778

Pedroza, L. (2020). *Competencia digital en el aprendizaje de los poliedros convexos* [Tesis de maestria]. Universidad Pedagogica y Tecnologica de Colombia.

Teixes Argilés, F. (2014). *Gamificación: Fundamentos y aplicaciones*. Universitat Oberta de Catalunya; Digitalia. https://www.digitaliapublishing.com/a/34552

*UNESCO. EstandaresDocentes.pdf*. (s. f.). Recuperado 7 de agosto de 2023, de https://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/UNESCOEstandaresDocentes.pdf

Wu, A. T. H., Aoki, T., Sakoda, M., Ohta, S., Ichimura, S., Ito, T., Ushida, T., & Furukawa, K. S. (2015). El juego como motivación en el proceso de enseñanza aprendizaje del niño. *Biomacromolecules*, *16*(1), 166-173. https://doi.org/10.1021/bm501356c

# ANÁLISIS DISCRIMINANTE MULTIVARIADO PARA LA CLASIFICACIÓN DE ESPECIES DE PINGÜINOS DEL ARCHIPIÉLAGO PALMER

Karen Yulieth Barrera Ospina - kybarrerao@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

El análisis discriminante es un modelo estadístico que produce una función discriminante (o un conjunto de funciones discriminantes si hay más de dos grupos) capaz de clasificar nuevos casos para los cuales se desconoce la pertenencia a un grupo. El desarrollo de esta técnica inicia en 1920 con los trabajos del estadístico inglés Karl Pearson, pero es en 1930, con el estadístico R. A. Fisher, que se propone una metodología para obtener la combinación lineal de variables. El discriminante lineal original se describió para la discriminación de dos clases. Sin embargo, la versión multiclase fue posteriormente generalizada por C.R Rao como Análisis Discriminante Múltivariante.
En este trabajo se mostrarán y explicarán los principales elementos que se relacionan con el procedimiento para llevar a cabo el análisis discriminante múltiple y la aplicación del mismo a un conjunto de datos denominado palmerpenguins que incluye varias características físicas de tres especies diferentes de pingüinos

## Palabras clave

Análisis discriminante multivariado, puntuaciones discriminantes, valores propios, clasificación

## Introducción

El análisis discriminante es una técnica estadística de clasificación que se utiliza para determinar qué factores o variables son las que más aportan a la discriminación de dos o más grupos definidos a priori, de modo que se pueda predecir y explicar la vinculación y el comportamiento de cada individuo con relación a un grupo con un error

de clasificación relativamente bajo. Su objetivo es la construcción de una función discriminante lineal, que es una combinación ponderada de las variables independientes (métricas), de manera que se puedan realizar la clasificación de los individuos en los grupos de interés, maximizando la varianza entre grupos frente a la varianza intra-grupos. Este método se aplica en diversas áreas de investigación como: la ingeniería, la biología, la medicina, la economía, entre otras. Se utiliza, por ejemplo, en estudios de diagnóstico médico para identificar pacientes con ciertas enfermedades, en estudios de mercado para clasificar a los consumidores en diferentes segmentos de mercado, entre otros.

Adicionalmente, desde una perspectiva educativa, el análisis discriminante puede tener varios usos y aplicaciones relevantes:

1. *Selección de estudiantes:* el análisis discriminante puede ser utilizado en procesos de admisión escolar o universitaria para determinar qué factores o características son más importantes para predecir el éxito académico de los estudiantes
2. *Evaluación del rendimiento académico:* las instituciones educativas pueden utilizar el análisis discriminante para identificar patrones y factores que influyen en el rendimiento académico de los estudiantes. Esto podría ayudar a desarrollar estrategias pedagógicas y programas de apoyo para mejorar el aprendizaje y el éxito de los estudiantes.
3. *Predicción del abandono escolar:* el análisis discriminante también podría aplicarse para identificar señales tempranas de riesgo de abandono escolar. Al analizar diversas variables relacionadas con el rendimiento académico, la asistencia y otros factores, las instituciones educativas podrían intervenir a tiempo para evitar que los estudiantes abandonen sus estudios.

En resumen, el uso del análisis discriminante en la educación puede llevar a una enseñanza más personalizada, una toma de decisiones más informada y la mejora de la calidad educativa en general. Al comprender las relaciones entre variables y grupos de estudiantes, los educadores pueden tomar medidas proactivas para apoyar el éxito académico y el desarrollo integral de los estudiantes.

## Descripción de la propuesta

Esta conferencia tiene como objetivo brindar a los asistentes una comprensión profunda de cómo el análisis discriminante puede ser una herramienta valiosa en la toma de decisiones. A través de casos de estudio, ejemplos prácticos y discusiones

enriquecedoras, los participantes obtendrán una visión clara de cómo implementar esta técnica para mejorar la calidad de la educación y el éxito estudiantil.

### *Contenido de la conferencia*

Introducción al Análisis Discriminante

- Definición y conceptos clave.
- Diferencias entre análisis discriminante y otras técnicas estadísticas.

Aplicaciones en Educación

- Predicción del rendimiento estudiantil y detección temprana de problemas.
- Identificación de grupos de estudiantes con características similares.

Pasos en el Proceso de Análisis Discriminante (Ejemplo Práctico)

- Recopilación y selección de variables.
- Construcción de la función discriminante.
- Evaluación de la precisión del modelo.

Inquietudes y Objetivos:

El principal objetivo es fomentar la enseñanza de las matemáticas por medio de la estadística y análisis de datos.

### *Metodología:*

La enseñanza del análisis discriminante puede ser efectiva al utilizar una metodología que combine teoría con aplicaciones prácticas y enfoques interactivos.

1. *Introducción contextual:* contextualizar a los asistentes sobre el análisis discriminante, presentando ejemplos del mundo real en los que se utiliza.
2. *Fundamentos teóricos claros:* proporcionar una introducción sólida a los conceptos teóricos detrás del análisis discriminante. Explora temas como la función discriminante, la matriz de covarianza, los eigenvalores y eigenvectores, y la matriz inversa.
3. *Visualización de datos:* utilizar visualizaciones para mostrar cómo el análisis discriminante transforma y separa los datos en un espacio de características.
4. *Resolución de problemas prácticos:* proporcionar ejercicios prácticos y problemas reales que involucren el análisis discriminante.

5. *Software y herramientas:* introducir a los asistentes a software estadístico o herramientas de análisis de datos, como R o Python.
6. *Aplicación práctica:* aplicación del análisis discriminante en la población de pingüinos de la Antártida.

## Conclusiones

La aplicabilidad del análisis discriminante en una variedad de campos demuestra su versatilidad y su capacidad para abordar desafíos multidisciplinarios, lo que enriquece la experiencia educativa y la preparación para futuras generaciones.

## Referencias bibliográficas

García, E., Gil, J. & Rodríguez, G. (2001). Análisis discriminante (Cuadernos de estadística 12). La Muralla.

Garza, J., Morales, B. & Gonzáles, B (2013). Análisis Estadístico Multivariante. McGraw-Hill.

Jiménez, E. & Aldás, J. (2005). Análisis Multivariante Aplicado. Thomson.

Jobson, J. (1992). Applied multivariate Data Analysis, volume 2: Categorical and multivariate Methods. Springer texts in statistics.

Mardia, V., Kent, J. & Bibby M. (1979). Multivariate Analysis. Academic Press Limited, 1979.

# LABORATORIO DE DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS Y GESTIÓN DE UN EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA

Martha Bonilla Estévez – marthaedumat@udistritaledu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Jaime Romero Cruz – jaimeedumat@udistritaledu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

En la primera parte del artículo, delimitamos el ámbito teórico a partir del cual asumimos la formación tanto de los estudiantes para profesor como de los formadores e investigadores y enfatizamos una perspectiva según la cual, aprender a enseñar matemáticas es un proceso de ingreso paulatino a una comunidad de educadores matemáticos; proceso en el que interviene el tratamiento de la inclusión. En este proceso de formación los formadores y los investigadores, también aprenden y generan conocimiento sobre su propia práctica de enseñar la práctica de enseñar. En la segunda parte, mostramos que es función de los formadores de profesores diseñar, experimentar y validar entornos de aprendizaje en los que se genere conocimiento matemático y didáctico potenciando la posibilidad de constitución de conocimiento práctico profesional en los estudiantes para profesor de matemáticas, actividad que es investigada mediante Teacher Development Experiment – TDE. Finalmente, mostramos características necesarias para

que el laboratorio de didáctica de las matemáticas, como espacio para la investigación y la innovación, sea un mediador instrumental en el que se interrelacionan los diferentes roles de los participantes y se da cuenta de los aprendizajes logrados durante la intervención experimentada.

## Palabras clave

Laboratorio de didáctica de las matemáticas, experimentos de enseñanza, aprendizaje de estudiantes para profesor, desarrollo profesional de los formadores de profesores, conocimiento profesional del profesor.

## Introducción

Los resultados de investigaciones sobre los diferentes componentes del conocimiento profesional del profesor de matemáticas y las formas en que se les puede potenciar en los entornos de aprendizaje, EA, indican que estos componentes pueden verse como instrumentos mediadores tanto de la práctica de aprender a enseñar matemáticas como de la práctica de enseñarla (Llinares, 2013), por lo que es dable entenderlos como instrumentos en un sistema antropotécnico (Rabardel, 1995). Aunado a ello, los desarrollos sobre cómo ocurre el aprendizaje de los estudiantes para profesor de matemáticas, EPPM, de los profesores de matemáticas, PM, de los formadores de profesores de matemáticas, FPM; y de los investigadores en formación de profesores de matemáticas, IFPM, señalan que es útil conceptualizar este aprendizaje como la participación paulatina y diferenciada en comunidades de práctica de educadores matemáticos (Llinares, 2014 ; Wittmann, 2021).

Dada la estrecha relación entre el aprender la práctica de enseñar, aprender a usar los instrumentos de la práctica y los contextos de uso, se han establecido características de los EA en los que se espera que los EPPM participen. Autores como Llinares (2013) y Bohórquez et al. (2011) han propuesto y diseñado EA ligados a la resolución de tareas auténticas del PM, que se configuran en contextos de acción, reflexión y construcción, que incluyen instrumentos conceptuales o técnicos (Bonilla et al, 2009, 2010, Bohórquez et al, 2009) pertinentes para el logro del propósito de aprendizaje.

Diseñar, experimentar y producir teorías locales sobre los resultados obtenidos en dichos EA es una tarea de los FPM. Mescud convirtió los diseños de EA en problemas a investigar, adoptando diferentes metodologías, una de ellas, los Experimentos de Enseñanza, EE, (Llinares, 2014, ) o los TDE (Simon, 2000). Una característica de esta

metodología es que una parte experimental discurre en el aula, dotada con una logística adecuada. Las características logísticas fueron conocimiento en acto y espacio de decisiones, porque fue necesario conjugar tres tipos de ámbitos para desarrollar el TDE; luego, llegaron a ser objeto de reflexión. La manera como se solucionó este desafío se presenta mediante un ejemplo en esta conferencia y se enuncian algunas preocupaciones y decisiones de acción que Mescud tomó al respecto. El modo propuesto conjuga las actividades en las que participan de maneras diferentes, los EPPM, FPM e IFPM, que constituyen constelaciones de práctica (Wenger, 2000; Romero et al., 2017; León, o. et al, 2017) emergentes en el desarrollo del EE.

## La formación de profesores de matemáticas

Varios investigadores han elaborado categorías para caracterizar el conocimiento matemático del PM. Es posible identificar afinidades y desarrollos entre algunos de ellos. Por ejemplo, Ball et al. (2008) refieren que testearon y refinaron la propuesta de Shulman (1986) en una teoría basada en la investigación de la práctica de la enseñanza de las matemáticas; en particular, identificaron dos dominios de conocimiento del contenido matemático usados por los profesores y, también, los modos en que los usan cuando enseñan matemáticas: conocimiento del contenido y conocimiento pedagógico del contenido estructurados mediante tres subdominios cada uno. De otro lado, Llinares (2013) adoptó la competencia docente “mirar profesionalmente”, para avanzar en la comprensión de los modos de uso del conocimiento matemático de los profesores cuando abordan tareas vinculadas a la enseñanza de las matemáticas y al mismo tiempo “potenciar el aprendizaje desde la práctica” (p. 119) de la práctica de enseñar matemáticas.

Este grupo de investigadores concuerda en que los modos en que los profesores usan su conocimiento de matemáticas para la enseñanza diferencian esta profesión de las otras profesiones que usan matemáticas. Mirada así, la competencia mirar profesionalmente demarca el estatus de la profesión y es un componente fundamental para la identidad del PM, que se desarrolla a lo largo de la vida profesional.

Para los autores de este documento, “el conocimiento sobre el contenido y de los estudiantes”, “el conocimiento del contenido y de la enseñanza” y “el conocimiento especializado del contenido”, son medulares para la didáctica de las matemáticas y para la educación matemática; son objeto de estudio y análisis en las propuestas de formación y desarrollo curricular, cuyas marcas existenciales tiñen los programas *Licenciatura en*

*educación básica con énfasis en matemáticas,* LEBEM, y el de su transformación *Licenciatura en matemáticas de la UDFJC*, LEMA. En estas propuestas, la amalgama de los tres conocimientos son un mediador de la práctica de enseñar matemáticas (Llinares, 2013). Según esta perspectiva, es legítimo entenderla como un componente de un sistema antropotécnico (Rabardel, 1995) vinculado a una constelación de comunidades de práctica de PM (Bonilla, et al., 2019; León et al, 2017): la de EPPM, los FPM y los IFPM.

Las investigaciones sobre el conocimiento profesional del profesor y su desarrollo han generado resultados sobre las características de los EA que la comunidad de FPM debe tener en cuenta en los procesos de formación de PM. Una de esas características es que los EA se configuran a partir de tareas auténticas de la práctica de enseñar matemáticas (Llinares, 2014). Esta cuestión genera preguntas y reflexiones acerca del conocimiento y de las características de la práctica de enseñar que despliegan los FPM. Estas preguntas pueden dirigirse al diseño de los EA, a la selección de las situaciones problema o tareas, al aprendizaje logrado por los EPPM en dichos entornos, a la gestión de las interacciones, a la diversidad; pero especialmente, a la práctica propia para transformarla. Entonces, son abordadas por los IFPM y FPM a fin de producir conocimiento científico sobre de la formación de PM. Estas preguntas se tornan investigación de tipo experimental y contextual, en el sentido dado en los EE (Llinares, 2014), que requieren método, modo de realización y espacio para su desarrollo. Dicho espacio es un laboratorio de didáctica de las matemáticas, LDM.

## El laboratorio de didáctica de las matemáticas.

El LDM, de la LEBEM surge como iniciativa del grupo de profesores para la reestructuración del enfoque de formación de PM dominante hasta mediados de los años 90. Se adoptó una estructura curricular por núcleos problémicos y una epistemología basada en la resolución de problemas (LEBEM, 2000). En este marco, el grupo de profesores se plantea la necesidad de contar con un espacio de experimentación de formas de utilizar recursos didácticos como instrumentos mediadores de la práctica de enseñar matemáticas, y así, promover la reflexión sobre la práctica y como transformarla. Inicialmente, el LDM, fue un espacio autogestionado, depósito de recursos físicos, como libros y regletas, o digitales, como software dispuesto en computadores o calculadoras. El interés de investigar el currículo como totalidad, a la vez de investigar sobre las formas de construir conocimiento necesario para enseñar, llevó al grupo Mescud a proponer proyectos de investigación, adoptando diversas metodologías y un espacio de

experimentación e investigación: el aula, configurada como un escenario de investigación para ser investigado; en este se somete a prueba una propuesta de formación específica.

Expondremos brevemente una experiencia desarrollada en un espacio-aula acondicionado como LDM para desarrollar la investigación El uso de problemas matemáticos como instrumentos de aprendizaje en la formación de profesores[9] (Bohórquez et al., 2009, Bonilla, et al, 2009). La investigación adoptó la metodología Teacher Development Experiment – TDE (Simon, 2000), adaptada de los EE (Llinares, 2014; León et al., 2017) para estudiar el desarrollo del conocimiento necesario para enseñar matemáticas tanto del EPPM como del PM.

El diseño evolucionó en el espacio de formación *Didáctica de la variación*, con el propósito de "que los estudiantes para profesor construyan la idea de variación, establezcan conceptos y problemas donde esta noción esté asociada y reflexionen sobre el diseño de EA que permitan la construcción de conceptos en los que el concepto de variación es necesario para permitir la comprensión de estos". El EE diseñado organizó la clase en ciclos de resolución de problemas, (Bohórquez,et al., 2009; ver Fig. 12) y realizó la gestión del EE en tres ámbitos de interacción de los participantes: estudiantes, profesor/investigadores e investigadores, como se muestra en la Fig. 1b. Ámbitos cuya existencia teórica explícita reconocemos hoy siguiendo a León et al. (2017).




*Figura 13. Ciclos de resolución de problemas*

*Fuente: Calderón, D. (2019). (p. 87).*

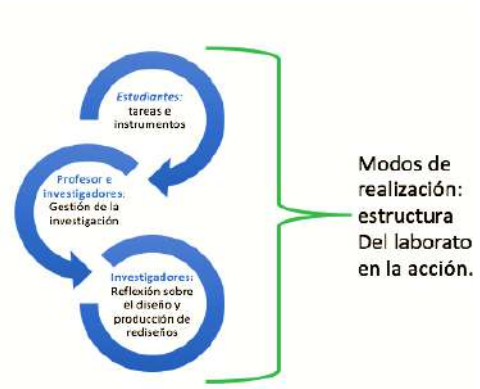



*Figura 14. Ámbitos de la gestión del EE*

*Fuente: Elaboración propia.*

[9] Proyecto de investigación cofinanciado por Colciencias y la Universidad Distrital (Cod. 1130-452-21063), durante los años 2009 –2010.

Estos ámbitos se corresponden con las actividades propias de los participantes; a saber, para los EPPM la resolución de tareas profesionales; resolución que incluye disponer y apropiarse de los instrumentos físicos y conceptuales mediadores del aprender a enseñar matemáticas, es decir, constituir procesos de génesis instrumental y apropiarse del EA; para el FPM y los IFPM desarrollar las actividades propias de la gestión de la investigación, incluye recolectar y sistematizar los datos, analizar y producir resultados y, por último, proveer el espacio de reflexión y producción de teorías locales para el análisis de los diseños y rediseños que llevan a cabo los PM y los IFPM.

## Conclusiones

Nuestra idea inicial de LDM se ha transformado hacia la de un ambiente destinado a la investigación, experimentación, indagación, y reflexión sobre el proceso de aprender a enseñar matemáticas. En esta perspectiva, el laboratorio como espacio físico debía disponer de recursos para la recolección de información; para la construcción y resolución de situaciones problema; pero también, para efectuar el análisis de la información recolectada y generar conocimiento didáctico de manera científica. Esta perspectiva rebasa de lejos la concepción y utilidad del LDM existente en LEMA; por tal razón, durante la investigación, hubo que decidir adecuar las aulas para realizar el EE. Sin embargo, esta solución es deficiente: impide tomar la información de manera precisa y total; anacrónica: impide el uso de nuevos instrumentos para la comprensión de la comprensión de ideas matemáticas y su enseñanza e, invasiva: requiere su montaje para cada sesión e interfiere la actividad de estudiantes, profesores e investigadores que participan en el EE.

Para nosotros importa configurar modos de realizar las investigaciones y por esto participamos en los proyectos Alter- Nativa, AIDETC, “Desarrollo didáctico y tecnológico en la generación de escenarios didácticos que acogen la diversidad, para la formación de profesores en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas” y ACACIA. Proyectos que nos llevaron a tomar conciencia del requerimiento de transformar la concepción del LDM (Romero, et al. 2017) debido a los modos de uso y complejidad interaccional de los ámbitos de un LDM en el que sea posible el hecho legítimo de investigar los diseños de EA para la FPM como se establece en León et al. (2017).

## Referencias bibliográficas

Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What makes it Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.

Bohórquez, L., Bonilla, M., & Romero, J. (2009). Los problemas matemáticos en la construcción de la idea de variación y la caracterización de problema de variación. En *Memorias Décimo Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, ASOCOLME (pp. 145-160). Bogotá: GAIA.

Bohórquez, L., Bonilla, M., Narváez, D., & Romero, J. (26-30 junio 2011). *Sobre el uso de instrumentos conceptuales y técnicos en la formación de profesores*. En: XIII Conferencia Interamericana de Educação Matemática. Recife, Brasil. Editorial. Comité interamericano de Educación matemática. pp. 1-13.

Bonilla, M. Leon,O., Romero, J., Gil-Chaves, D., Sánchez,A., Cortés, C. & Torres, E. (2019). El diseño de ambientes de aprendizaje La experiencia de la comunidad Alter-Nativa de educación matemática de la U.D. En Calderón, D. (Ed.*) Ambientes de aprendizaje para la formación de profesores que acogen la diversidad y la diferencia* (pp 73-105). Bogotá: Editorial Universidad Distrital

Bonilla, M., Bohórquez, L., & Romero, J. (2009). *Los ciclos de resolución de problemas en la formación de profesores para desarrollar la idea de variación*. VIII Reunión de didáctica del Cono Sur (pp. 173–180). Asunción, Paraguay: C.E.M.P.A.

Bonilla, M., Bohórquez, L., Narváez, D., & Romero, J. (2015). Características del proceso de construcción del significado del concepto de variación matemática en estudiantes para profesor de matemáticas. *AIEM - Avances de Investigación En Educación Matemática* (7), 73–93.

LEBEM (2000). Documento de acreditación previa. Licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas. Sin publicar.

León, O., Romero, J., Carranza, E., Sánchez-Acero, F., Gil-Chaves, D.& Bonilla, M. (2017). Arquitectura de validación de diseños didáctico para la formación de profesores de matemáticas. *Revista Colombiana de Educación*, (73). 235-260.

Llinares, S. (2013). El Desarrollo de la competencia docente “mirar profesionalmente” la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, *Educar em Revista,* Curitiba, Brasil*, n. 50,* 117-133.

Llinares, S. (2014). Experimentos de enseñanza e investigación. Una dualidad en la práctica del formador de profesores de matemáticas. *Educación Matemática*, 31-51.

Rabardel, P. (1995/2011). *El hombre y las tecnologías*. (Trad. Martín Acosta). Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander.

Romero, J., Leon,O., Bonilla, M. Gil-Chaves, D., Carranza, E.,Castro, C., Sánchez-Acero, F. (2017) *De la estructura informal a la arquitectura de validación: un emergente en la comunidad de práctica de formadores de profesores de matemáticas. CAM*. En FESPM (Ed.), VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (pp. 11-18). Madrid, España: FESPM.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.

Simon, M. (2000). Research on the development of mathematics teacher: The teacher development experiment. En Anthony Kelly y Richard Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 335-359). Mahwah, NJ: Lawrence EA

# ANÁLISIS GEOMÉTRICO Y EL JUEGO 'POLY BRIDGE': UN ENFOQUE INNOVADOR HACIA LAS DISECCIONES DE DUDENEY

Jhon Helver Bello Chávez – jhbelloc@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco Jose de Caldas

Alejandro Díaz Grau – aldiazg@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco Jose de Caldas

## Resumen

En esta conferencia nos enfocaremos en promover el juego como una poderosa herramienta didáctica para el desarrollo del análisis geométrico, el pensamiento deductivo y el pensamiento generalizado de manera experimental y práctica. Se trata de analizar la experiencia en algunos niveles del juego "Poly Bridge", e integrar las disecciones de Dudeney como estrategia para construir algunos puentes propuestos en el juego.

## Palabras clave

Análisis geométrico, Disecciones de Dudeney, Gamificación, Pensamiento generalizado, Uso de Tics

## Introducción

La geometría como disciplina matemática, desempeña un papel fundamental en el estudio de las formas, medidas y relaciones espaciales. Su importancia teórica es

innegable, pero también es evidente su aplicabilidad práctica en diversas áreas, como la ingeniería, la arquitectura, la informática y la robótica. En este contexto, la enseñanza de la geometría adquiere una relevancia crucial para el desarrollo de habilidades y competencias en los estudiantes.

La presente propuesta de enseñanza tiene como objetivo fomentar el análisis geométrico, el pensamiento deductivo y el pensamiento generalizado, a través de un video juego de estrategia. Esta propuesta se ha estructurado en tres aspectos principales que permiten una exploración de las posibilidades de trabajo con el juego Poly Brigde.

El primer aspecto se enfoca en el análisis geométrico, promoviendo un enfoque experimental en el cual los estudiantes se sumergen en la investigación de conceptos como centroides, centros de gravedad y las disecciones de Dudeney (Dudeney, 1967). A través de esta aproximación práctica, los estudiantes tienen la oportunidad de adquirir conocimientos geométricos de manera dinámica e interactiva, fortaleciendo su comprensión de formas y medidas.

El segundo aspecto de la propuesta se centra en el pensamiento deductivo y generalizado, empleando el juego "Poly Bridge" como una herramienta didáctica (Papastergiou, 2009). Los estudiantes tendrán la oportunidad de diseñar, probar y mejorar sus propios puentes, utilizando conocimientos de geometría para cumplir con requisitos y restricciones específicas, propuestas por el juego. Este enfoque promueve el desarrollo de habilidades de razonamiento lógico y deductivo, fundamentales tanto en las matemáticas como en la resolución de problemas en general.

La curva de aprendizaje de esta propuesta se fundamenta en una progresión didáctica que se inicia desde un enfoque más práctico y experimental, para luego adentrarse en un nivel teórico y formal. Esta secuencia pedagógica busca garantizar que los estudiantes aprendan de manera gradual, comenzando por la exploración intuitiva y experimental de conceptos y la resolución de problemas concretos, para posteriormente avanzar hacia una comprensión teórica más profunda y el empleo de modelos abstractos.

Para potenciar este proceso de aprendizaje, se implementarán diversas herramientas pedagógicas, entre ellas, la escritura de "bitácoras". Estas bitácoras permitirán a los estudiantes registrar sus experiencias, reflexionar sobre su proceso de aprendizaje y desarrollar habilidades metacognitivas. La práctica de la escritura de bitácoras resulta esencial en la enseñanza de la geometría, ya que propicia una

comprensión más profunda de los conceptos abordados y estimula la reflexión sobre el propio proceso de aprendizaje (Hegedus & Moreno-Armella, 2017; McNeill & Uttal, 2009).

## Descripción de la propuesta

El objetivo principal de esta propuesta es fomentar el análisis geométrico, el pensamiento deductivo y el pensamiento generalizado en los estudiantes, utilizando el juego como una herramienta didáctica. Para lograrlo, hemos estructurado la propuesta en tres aspectos fundamentales que permiten una exploración integral de estos pensamientos curriculares.

El enfoque en el análisis geométrico y la importancia de una aproximación experimental en la enseñanza de la geometría (Varela-Blanco & Blanco-Álvarez, 2018). Abordaremos conceptos clave como los centroides, los centros de gravedad y las disecciones de Dudeney, y explicaremos cómo estas exploraciones ayudan a los estudiantes a adquirir conocimientos geométricos de manera más dinámica y participativa (Varela-Blanco & Blanco-Álvarez, 2018; Dudeney, 1967).

Luego presentaremos la implementación del pensamiento deductivo y generalizado a través del juego "Poly Bridge". Explicaremos cómo este juego permite a los estudiantes diseñar, probar y mejorar sus diseños de puentes, aplicando la geometría y la lógica para cumplir con los requisitos y restricciones planteados. Destacaremos cómo esta práctica fortalece las habilidades de razonamiento lógico y deductivo de los estudiantes, así como su capacidad para resolver problemas complejos.

La integración del juego "Poly Bridge" como una herramienta didáctica es esencial para el desarrollo de habilidades de razonamiento lógico y deductivo (Papastergiou, 2009). Los estudiantes pueden aplicar la geometría y la lógica de manera práctica mientras diseñan puentes y cumplen con los requisitos específicos del juego (Papastergiou, 2009).

En cuanto a la metodología, enfatizaremos en la importancia del desarrollo del aprendizaje desde lo intuitivo hacia lo formal. Explicaremos cómo se fomentará la progresión gradual del aprendizaje, comenzando por la exploración experimental de conceptos y problemas concretos, para luego avanzar hacia una comprensión teórica más profunda y el uso de modelos abstractos. También mencionaremos la utilización

de herramientas pedagógicas, como la escritura de bitácoras, para promover la reflexión metacognitiva y el desarrollo individual de los estudiantes.

La metodología se basa en una progresión gradual que se alinea con los principios de aprendizaje (Van Merrienboer & Kirschner, 2013). Comenzando desde la exploración experimental y avanzando hacia la comprensión teórica, se garantiza que los estudiantes aprendan de manera efectiva y desarrollen habilidades metacognitivas

(Van Merrienboer & Kirschner, 2013; Novotná & Ševčovičová, 2018). La escritura de bitácoras es una de las herramientas pedagógicas claves utilizadas para este propósito (Novotná & Ševčovičová, 2018).

## Conclusiones

El propósito de nuestra conferencia es presentar una propuesta de enseñanza innovadora titulada "Análisis geométrico y el juego 'Poly Bridge': Un enfoque innovador hacia las disecciones de Dudeney". Aunque aún no hemos implementado esta propuesta, hemos llevado a cabo un análisis exhaustivo que nos permite anticipar los resultados y el impacto potencial que podría tener en el ámbito educativo.

Nuestra propuesta se basa en un enfoque innovador que busca integrar conceptos geométricos con la dinámica del juego "Poly Bridge" (Papastergiou, 2009). Esta estrategia, aunque aún no implementada, se ha diseñado con la intención de fortalecer las habilidades de razonamiento lógico y deductivo en los alumnos, anticipando resultados positivos en términos de aprendizaje (Papastergiou, 2009; Varela-Blanco & Blanco-Álvarez, 2018).

Queremos resaltar la naturaleza predictiva de nuestros hallazgos, enfocándonos en la posible influencia significativa que nuestra metodología podría tener en el desarrollo de habilidades geométricas, pensamiento deductivo y pensamiento generalizado en los estudiantes. A través de la integración de conceptos geométricos con la dinámica del juego "Poly Bridge", buscamos fomentar una mayor comprensión conceptual y fortalecer las habilidades de razonamiento lógico en los alumnos.

Nuestra metodología tiene como objetivo anticipar resultados que impacten positivamente en el desarrollo de habilidades geométricas y pensamiento deductivo (Senechal, 1998). La integración de conceptos geométricos con el juego "Poly Bridge"

podría promover una mayor comprensión y fortalecimiento de estas habilidades (Senechal, 1998; Papastergiou, 2009).

Uno de los aspectos clave que deseamos destacar es la utilización de una herramienta tecnológica y lúdica como el juego "Poly Bridge" para abordar de manera práctica y aplicada los conceptos geométricos. Esperamos que esta metodología no solo promueva un mayor interés en los estudiantes, sino que también les brinde habilidades tangibles en el diseño y resolución de problemas geométricos en contextos de ingeniería.

La implementación de una herramienta tecnológica y lúdica como el juego "Poly Bridge" resuena con la idea de utilizar herramientas digitales en la educación (Papastergiou, 2009; Novotná & Ševčovičová, 2018). Esto puede no solo aumentar el interés de los estudiantes sino también equiparlos con habilidades aplicables en contextos prácticos (Papastergiou, 2009; Novotná & Ševčovičová, 2018).

Además, nuestra conferencia resaltará la importancia de futuras investigaciones para evaluar la efectividad y el impacto de nuestra propuesta en un entorno educativo real. Buscamos incitar un interés continuo en la comunidad académica para llevar a cabo estudios empíricos que midan la adquisición de conocimientos, la motivación de los estudiantes y la adaptabilidad de nuestra metodología a diferentes contextos educativos.

La conferencia reconoce la necesidad de futuras investigaciones para medir la efectividad de la metodología propuesta (Novotná & Ševčovičová, 2018). La comunidad académica podría beneficiarse de estudios empíricos que evalúen la adquisición de conocimientos y la motivación de los estudiantes en entornos reales de aprendizaje (Novotná & Ševčovičová, 2018; McNeill & Uttal, 2009).

En última instancia, nuestra conferencia tiene como objetivo inspirar la exploración de enfoques innovadores en la enseñanza de las matemáticas y la geometría, destacando cómo la combinación de teoría geométrica con herramientas tecnológicas puede potenciar el aprendizaje y la aplicación práctica de los conceptos matemáticos en el mundo real.

La conferencia busca inspirar la adopción de enfoques innovadores en la enseñanza de las matemáticas y la geometría (Papastergiou, 2009; Van Merrienboer & Kirschner, 2013). Destaca la idea de que la tecnología puede mejorar el aprendizaje y la

aplicación de conceptos matemáticos (Papastergiou, 2009; Van Merrienboer & Kirschner, 2013).

## Referencias bibliográficas

Dudeney, H. E. (1967). The Canterbury puzzles and other curious problems. Courier Corporation.

Papastergiou, M. (2009). Digital game-based learning in high school computer science education: Impact on educational effectiveness and student motivation. Computers & Education, 52(1), 1-12.

Varela-Blanco, M., & Blanco-Álvarez, H. (2018). Disecciones geométricas como herramienta didáctica para el fomento de la creatividad en el aula de matemáticas. Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado, 21(3), 67-83.

Novotná, J., & Ševčovičová, A. (2018). Benefits and risks of using educational digital games in primary school: Teachers' perspective. International Journal of Emerging Technologies in Learning, 13(1), 20-35.

Van Merrienboer, J. J. G., & Kirschner, P. A. (2013). Ten steps to complex learning: A systematic approach to four-component instructional design. New York, NY: Routledge.

McNeill, N. M., & Uttal, D. H. (2009). Learning geometric principles in spatial contexts: A quantitative synthesis of three decades of research. Psychological Bulletin, 135(4), 643-673.

# ALGUNAS CONSIDERACIONES QUE LOS FUTUROS PROFESORES DE MATEMÁTICAS DEBEN TOMAR EN CUENTA

Marcos Campos Nava – mcampos@uaeh.edu.mx

Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

## Resumen

En México, la formación inicial de profesores de matemáticas para el nivel medio superior y superior es prácticamente nula. Los perfiles de los profesores de matemáticas que imparten clases en Bachillerato y Universidad es preponderantemente profesionista, con estudios en alguna rama de las ingenierías. Dada esta situación, es de gran interés reflexionar sobre cómo pudiera organizarse la actualización de aquellos profesores que ya están en servicio, además de reflexionar sobre cómo pudiera ser la formación inicial de profesores de matemáticas en México.

## Palabras clave

Formación de profesores, profesores de matemáticas, matemáticas en bachillerato.

## Introducción

En el nivel medio superior y superior, la gran mayoría de profesores de matemáticas en México no tuvieron una formación inicial para ser profesores de matemáticas (Aké et al., 2016, Aké et al., 2019). Es decir, son profesionistas de formación inicial en diversos campos del conocimiento, pero, en su gran mayoría no estudiaron para ser profesores de matemáticas. Los perfiles van, dependiendo del nivel educativo (secundaria, bachillerato, licenciatura), en una amplia gama de profesiones, donde predominan las ingenierías de cualquier naturaleza, seguidos por contadores, matemáticos de formación, actuarios, físicos, químicos y no se descartan otros perfiles. ¿qué tiene de

malo que la mayoría de los profesores de matemáticas no sean profesores de formación inicial en educación matemática?

De acuerdo con diversos autores, la formación inicial y continua de profesores de matemáticas, es un problema de investigación que en años recientes ha sido motivo de diversos análisis y propuestas de intervención (García Blanco, 2005; Aké, 2019).

Este problema de investigación se puede abordar desde distinto campos disciplinares con diferentes modelos de formación, en particular desde la didáctica de la matemática se ha abordado usando enfoques diversos como el Conocimiento Didáctico de Contenido, la idoneidad didáctica, el estudio de clase, etc.

La necesidad de adoptar una postura teórica-metodológica para analizarlo se debe entre otros factores, a que se ha señalado que existe una correlación entre la formación inicial y continua de los profesores de matemáticas y el desempeño de los estudiantes (Chong-Barreiro y Torres-Rodríguez, 2017).

## Descripción de la propuesta

Dadas las características tan *peculiares* de los profesores de matemáticas en México, se requiere reflexionar sobre cómo estructurar propuestas de actualización o formación continua para aquellos profesores de matemáticas que ya están en servicio y no son profesores de formación inicial.

Profesionalizar la práctica de los docentes de matemáticas, lograr que éstos puedan desarrollar competencias tanto docentes como investigativas, e incluso plantearse la tarea de elaborar propuestas de perfiles deseables, son tareas que deben estar presentes en la agenda de investigación de la didáctica de las matemáticas, en cualquier país, pero particularmente en uno como México, que carece de procesos de formación continua para los profesores en servicio (Torres et al., 2020).

En este orden de ideas, es necesario hacer revisiones teóricas de modelos de formación de profesores, por ejemplo, el constructo teórico conocido como *Conocimiento Didáctico del Contenido* (CDC) (Shulman, 1986) puede proporcionar elementos teóricos y metodológicos para diseñar cursos de actualización de profesores de ciencias (Campos-Nava y Díaz-Ramírez, 2019).

Aunado a lo anterior, la reflexión sobre la propia práctica docente es un elemento relevante para la formación inicial y actualización continua de profesores de ciencias, ya que, un profesor de matemáticas puede tener 10 años de experiencia, pero

al no haber reflexionado sobre su práctica, puede seguir considerándose un profesor novel (Brommer, 1988).

El objetivo de esta conferencia es exponer una serie de reflexiones respecto a la situación del Sistema Educativo Mexicano, específicamente en lo que respecto a la formación inicial y continua (también llamada actualización) de profesores de matemáticas. No se pretende hacer propuestas concretas sobre cómo debería ser la actualización de profesores, pero se pretende esbozar algunos elementos teóricos-metodológicos, que se pueden considerar para tal efecto.

## Conclusiones

Como reflexión final, aunado a adoptar una perspectiva teórica que permita estructurar propuestas orientadas a la formación continua de profesores de matemáticas, considérese además la historia de las matemáticas como una fuente de recursos posibles que pueden mejorar la práctica docente, pues, por un lado, permite valorar lo motivante que ha sido resolver problemas en contextos prácticos para la disciplina, y por otro, permite identificar las dificultades que históricamente han aparecido para entender cierto concepto o idea matemática.

## Referencias bibliográficas

Aké, L., López, J. y Martínez, C. (2016). La formación inicial del profesor de matemáticas en México: el análisis de un caso. Investigación e Innovación en Matemática Educativa, 1, pp. 103-110.

Aké Tec, L. P. (2019). ¿Quién es el profesor de matemáticas? Contraste entre creencias e investigaciones sobre su formación. PädiUAQ, 3(5), 9–15. Recuperado a partir de https://revistas.uaq.mx/index.php/padi/article/view/129

Bromme, R. (1988). Conocimientos profesionales de los profesores. *Revista Enseñanza de las Ciencias,* 6 (1), pp.19-29.

Campos Nava, M., y Ramírez Díaz, M. H. (2019). Diseño de un instrumento para caracterizar el conocimiento didáctico del contenido en profesores de física sobre un tópico específico. *Góndola, Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias*, 14(2), 340–359. https://doi.org/10.14483/23464712.13900

Chong-Barreiro, M. y Torres-Rodríguez, A. (2017). Relevancia de la formación de profesores de matemáticas en el nivel superior. Revista de Educación, Cooperación y Bienestar Social, (12), 7-12

García Blanco, M. M. (2005). La formación de profesores de matemáticas. Un campo de estudio y preocupación. Educación Matemática, 17(2), 153-166.

Torres Rodríguez, A. A., Campos Nava, M., Morales Maure, L., & García Marimón, O. (2020). Construcción y validación de un instrumento para caracterizar competencias docentes del profesor de matemáticas del nivel superior. Revista Conrado, 16(76), 295-305. Recuperado a partir de https://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado/article/view/1488

Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15(2), pp. 4-14.

# EL SONIDO HOLOFÓNICO, UNA POSIBILIDAD PARA LA ENSEÑANZA DE NOCIONES ESPACIALES. UNA EXPERIENCIA EN PRIMER CICLO

Sebastian Jair Bernal Perez – sjbernalp@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Doris Gissela Muete Cifuentes – dgmuetec@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Diana Gil Chaves – dgilc@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

La presentación de esta conferencia reporte de investigación tiene el propósito de mostrar la viabilidad del uso del sonido holofónico o binaural (3d) para el desarrollo del pensamiento espacial en un aula inclusiva con estudiantes de primer ciclo. La metodología de investigación de tipo cualitativo consistió en el diseño de audios y de un taller, como trabajo de campo, para el análisis y sistematización de algunas posibilidades del sonido holofónico como herramienta de apoyo para el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes.

## Palabras clave

Sonido holofónico, pensamiento espacial, baja visión, estudiantes, taller, dispositivo didáctico.

## Introducción

El presente trabajo tiene como propósito presentar una experiencia investigativa que explora herramientas didácticas que utiliza la percepción auditiva en los estudiantes (Padilla 2021); y la forma en que esta permite la identificación de elementos que se encuentran en el entorno del estudiante y a su vez implica desarrollo de elementos en relación al pensamiento espacial, como bien lo indica Camacho (2022) “El sonido en su escucha o en su emisión no es simplemente, según lo hemos comprendido, una cualidad o una sensación, pues no es ajeno a la ya mencionada comunión de mi cuerpo con el mundo” (p.39), de forma que la percepción auditiva permite que a través del sonido el estudiante se perciba así mismo en su entorno, por lo que la creación de recursos en donde se vea inmerso el sonido puede llegar a favorecer en la comprensión para la persona que lo percibe del mundo que lo rodea.

A continuación, se presenta en la primera parte, el problema abordado en la investigación, en la segunda parte la estrategia metodológica, y los resultados y finalmente las conclusiones.

## Descripción de la propuesta

Durante las prácticas pedagógicas de los profesores de matemáticas se encuentran con la diversidad de los estudiantes en cuanto a su contexto socio familiar, edad, género, raza y situaciones de discapacidad. La presente investigación se centra en la presencia de estudiantes con diversidad funcional visual. Algunos autores, como Chacón (2018), recomiendan estimular los sentidos auditivos, táctiles y olfativos, entre otros; dado que, si esto no se realiza se limita las posibilidades de experiencias de aprendizaje que les permita el reconocimiento de la ubicación de su cuerpo en el entorno, como uno de los primeros aspectos a tener en cuenta.

El desarrollo del pensamiento espacial en los estudiantes con diversidad funcional visual y en general para todos los estudiantes es importante, pues de lo contrario se generan algunas dificultades (Bravo, 2014), en cuanto a la forma en que este percibe y se percibe a sí mismo en el espacio que lo rodea y el reconocimiento del espacio. Para el desarrollo de este pensamiento se hace necesario la creación de materiales, recursos, juegos y actividades que apoyen el desarrollo de la lateralidad y la comprensión de las referencias espaciales para todos los estudiantes.

Entonces surge la siguiente pregunta de indagación:

¿Qué aspectos se deben tener en cuenta para el diseño de un dispositivo didáctico que posibilite el desarrollo de algunas nociones espaciales, a partir de la utilización del sonido holofónico, en un grupo de estudiantes con diversidad funcional visual en el aula de matemáticas inclusiva?

## *Marco teórico*

Se presenta a continuación los aspectos fundamentales de la propuesta:

- *Sonido Holofónico o Binaural:* a lo largo de la exploración de diversos documentos se evidenció que este tipo de sonido recibe diferentes nombres, como lo son: Sonido 3D, Sonido 8D, sonido holofónico, sonido binaural o sonido inmersivo; pero en general estos refieren a "una técnica de grabación que permite dotar al sonido, escuchado a través de unos sencillos auriculares, de coordenadas espaciales y proveer de un panorama sonoro de 360º alrededor de un oyente" (Torres, 2009, p.19). Este tipo de sonido, por sus características físicas, hacen que tenga el efecto de ser escuchado 360°, para quien le interese convertir canciones o audios en esta modalidad, en la actualidad se cuenta con diversas páginas en las que se puede medir o modificar la intensidad y la dirección del sonido.
- *Pensamiento espacial:* este pensamiento se puede comprender como un conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y manipulan representaciones mentales, relaciones transformaciones y representaciones de los objetos que se encuentran en el espacio en los cuales se encuentran elementos como la identificación, análisis y comprensión de la ubicación, orientación y distribución de los objetos (Parada, 2019)
- *Diversidad funcional visual:* la diversidad funcional visual alude a aquella población que presenta alguna afectación en el sentido de la visión. Como es bien sabido, hay diferentes niveles o grados de afectación visual que se puede presentar en una persona; para determinar esto, se hace uso de diferentes instrumentos, con los que se tienen en cuenta dos parámetros, mencionados por Cardona "Está determinada por los niveles de deterioro de la función visual, que viene dada por la pérdida o disminución de la agudeza visual [...] y del campo visual" (Cardona, 2021, p. 05)
- *Taller como dispositivo didáctico:* el dispositivo didáctico permite mediar entre el estudiante, el docente y lo que se desea enseñar, "comprende la organización de un conjunto de elementos para facilitar un proceso de aprendizaje o para generar una situación de aprendizaje" (Calderón y León, 2016, p.146). Como se evidencia en un taller, participan dos actores principales: el docente y el estudiante. Aunque tienen roles diferentes, se produce un

aprendizaje conjunto; pues, el docente aprende de las acciones del estudiante, mientras que el estudiante construye su aprendizaje, a partir de los elementos del taller y del docente.

### *Metodología*

La investigación que se presenta se enmarca en el enfoque cualitativo exploratorio (Hernández, Fernández y Baptista, 2014), característica fundamental de la indagación realizada sobre el aporte del sonido holofónico a la forma en que los estudiantes, pueden llegar a construir el pensamiento espacial desde un contexto cercano a ellos.

La experiencia investigativa, se realizó mediante el diseñó un taller de cuatro sesiones:

Sesión 1. “¡Conozcamos a Kai y su familia!”, la cual consistió en escuchar la narración de un cuento en el que se incluyen ciertas indicaciones y sonidos que el estudiante deberá identificar e imitar.

Sesión 2. “¿De dónde provienen los sonidos?", consiste en la escucha a través de unos audífonos de la segunda parte de la narración del cuento, se debe identificar de dónde provienen los sonidos (arriba, abajo, atrás, adelante, izquierda, derecha);

Sesión 3. “Escucha tu entorno", consiste en realizar dos juegos, el primero “Simón dice” en el que se les dará ciertas indicaciones a los estudiantes para realizar algunos movimientos y el segundo, consiste en tapar los ojos de los estudiantes para que identifiquen de dónde provienen ciertos sonidos dentro del salón y así mismo se dirijan hacia ellos.

Sesión 4. “Kai vuelve a su hogar", consiste en la narración de la parte final del cuento, esto se realiza por medio de unos audífonos; donde los estudiantes realizan ciertas acciones de acuerdo a las indicaciones que se dan, a partir de la identificación de donde provienen algunos sonidos durante la escucha del cuento.

### *Aportes y logros*

El trabajo de indagación realizado permitió identificar que es pertinente la utilización del sonido holofónico como herramienta para la enseñanza y el aprendizaje del pensamiento espacial en estudiantes de primer ciclo, tanto para los estudiantes con diversidad funcional visual y como los estudiantes en general. Uno de los logros importantes de la utilización del sonido holofónico en la implementación del taller es que se evidenció que esto permitió que los estudiantes A, B y C, realizaran los

movimientos de forma correcta, es decir, pasaron de no identificar a identificar entre la izquierda y derecha, enfrente y atrás, entre arriba y abajo, lo que les permitió realizar los movimientos en forma adecuada. Esto permitió que los estudiantes avanzaran en su proceso de construcción de las nociones espaciales y topológicas, por lo que, se puede afirmar que el sonido holofónico es una herramienta que debe ser analizada e investigada para su utilización en diseños didácticos accesibles para el aprendizaje de todos y todas de las nociones topológicas.

## Conclusiones

El diseño y desarrollo de un taller en el que se hace uso del sonido holofónico, ha demostrado ser una herramienta óptima para la enseñanza-aprendizaje del pensamiento espacial en estudiantes de primer ciclo, tanto videntes como de baja visión; los cuales, durante las primeras sesiones presentaban dificultades en el reconocimiento de la derecha y la izquierda, además de no identificar cuando el sonido simulaba el movimiento de un lado a otro, o cuando el sonido simulaba estar arriba, abajo, adelante y atrás; mientras que, para la última sesión, lograron reconocer derecha e izquierda, además de notar con mayor frecuencia cuando se simulaba un movimiento de una lado a otro, distinguiendo también cuando estos provienen del frente o atrás. Por lo que se considera que, hubo un avance en cuanto a las nociones topológicas de los estudiantes, esto permite afirmar que el sonido holofónico es una herramienta que puede ser utilizada para la enseñanza para todos los estudiantes que tenga la capacidad de escuchar.

Así mismo, se considera que mediante la inmersión de los estudiantes en un ambiente que simula un entorno de 360°, se ha tenido la oportunidad de trabajar y desarrollar conceptos y habilidades en relación con la ubicación y orientación de sonidos en entorno al pensamientos espacial de manera significativa, lo que resalta la importancia de desarrollar clases y recursos que se adapten a las necesidades de los estudiantes, que además sean llamativas para estos; pues de esta manera, se promueve la motivación e interés por parte de los estudiantes para trabajar en el taller diseñado.

Finalmente, se resalta la necesidad de seguir explorando y ampliando el uso del sonido en formato holofónico con una ampliación de la población de estudiantes de otros contextos educativos, con diferentes niveles de diversidad funcional y diferentes edades, pues parece ser un recurso interesante para ser utilizado en los diseños didácticos que quieren ser innovadores, accesibles e inclusivos.

# Referencias bibliográficas

Bravo, S. (2014). Programa de intervención motriz para el desarrollo de la psicomotricidad gruesa de niños(as) de educación inicial con discapacidad visual, de la escuela municipal de ciegos “cuatro de enero” de la ciudad de Guayaquil y estudio de factibilidad de la implementación de una sala lúdica. [Tesis de maestría, Universidad Politécnica Salesiana]. https://acortar.link/ltMhWo

Camacho, A. (2022). La experiencia musical desde la fenomenología de la percepción de Maurice Merleau-Ponty. [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Javeriana]. trabajo de grado alex camacho.pdf (javeriana.edu.co).

Calderón, D. y León, O. (2016). Elementos para una didáctica del lenguaje y las matemáticas en estudiantes sordos de niveles iniciales. Doctorado Interinstitucional en Educación - DIE. https://acortar.link/OuJm4a

Cardona, M. (2021). Adaptación de tareas para detectar el talento matemático en personas con discapacidad visual basada en el análisis de sentido espacial y la generalización. [Tesis de maestría, Universidad de Granada]. PNA (ugr.es).

Chacón, Y. (2018). ¿Como es la comprensión del fenómeno sonoro en alumnos con diversidad funcional visual? [Tesis de pregrado, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. YonnathanFerneyChaconAriza2018.pdf (udistrital.edu.co)

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). Metodología de la investigación [Diapositiva PowerPoint]. Presentación de PowerPoint (ihmc.us)

Padilla, E. (2021). Estrategias metodológicas adaptadas a la enseñanza de interpretación pianística para personas con discapacidad visual. [Tesis de maestría, Pontificia Universidad Católica del Ecuador]. 77444.pdf (pucesa.edu.ec).

Parada, M. (2019). Desarrollo del pensamiento espacial con tecnologías de información geográfica en educación primaria, en un entorno adaptativo y colaborativo desde los sistemas complejos. [Tesis de maestría, Universidad de Pamplona]. Parada_2019_TG.pdf (unipamplona.edu.co).

Torres, J. (2009). Aplicación de técnica de grabación y mezcla binaural para audio comercial y/o publicitario. [Tesis de pregrado, Pontificia Universidad Javeriana]. APLICACIÓN DE TECNICA DE GRABACION Y MEZCLA BINAURAL PARA AUDIO COMERCIAL Y/O PUBLICITARIO (javeriana.edu.co)

# LA FORMACIÓN DE CIUDADANOS CRÍTICOS DESDE LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES. POSIBILIDADES QUE OFRECEN LOS DOCUMENTOS CURRICULARES EN EL CONTEXTO COLOMBIANO

Yessica Paola Sánchez Naranjo – yepasana@gmail.com

Secretaría de Educación Distrital

Paola Alejandra Balda Álvarez – pbalda20@hotmail.com

Secretaria de Educación de Soacha

## Resumen

Esta conferencia busca reportar los resultados de la investigación titulada "La formación de ciudadanos críticos desde las matemáticas escolares. Posibilidades que ofrecen los documentos curriculares en el contexto colombiano", realizada en el marco de la Maestría en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional. Tiene como objetivo dar a conocer las potencialidades que ofrecen estos documentos para formar ciudadanos críticos desde las aulas, en cuanto a los propósitos de las matemáticas escolares que favorecen, los contenidos que priorizan y las metodologías que promueven, de acuerdo con los planteamientos de la Educación Matemática Crítica. La investigación parte de las tensiones a nivel micro, meso y macrocurricular para la formación de ciudadanía crítica y problematiza el rol del educador matemático, así como la importancia de que se convierta en un agente transformador en las aulas, la investigación y la creación de políticas públicas. Se adoptó la metodología hermenéutica del Análisis de Contenido, por lo que se analizaron a nivel superficial, analítico e interpretativo los referentes curriculares colombianos del área de matemáticas: Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (MEN, 2006), y el documento de actualización curricular: Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2015).

## Palabras clave

Educación Matemática, ciudadanía crítica, currículo escolar.

## Introducción

Las nuevas demandas de las sociedades globalizadas han puesto de manifiesto la necesidad de proporcionar a los ciudadanos nuevas herramientas para desenvolverseen ellas. La escuela, como institución cuya función social es preparar a la ciudadanía, debe garantizarles herramientas no solo para acoplarse a las nuevas dinámicas mundiales, sino para tomar un posicionamiento crítico y reflexivo a partir del cual puedan aportar a la transformación de su realidad. Esto, unido al reconocimiento de quetodas las áreas pueden y deben aportar a esta formación, da lugar al objetivo de la investigación que consiste en analizar las potencialidades que ofrecen los referentes curriculares de matemáticas para la formación de ciudadanos críticos, y se enmarca en el enfoque sociopolítico de la Educación Matemática Crítica.

En función de este objetivo se realizó un análisis de contenido a los referentes curriculares colombianos para el área de matemáticas: Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (MEN, 2006), así como documentos de actualización curricular como lo son los Fundamentos Teóricos de los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2015). En ellos se analizaron las posibilidades de transformación que brindan en cuanto a objetivos, contenidos y metodología, con respecto a los intereses de formación de la Educación Matemática Crítica (Skovsmose, 1999).

De esta forma, los resultados presentan las disposiciones curriculares nacionales que sustentan la validez y pertinencia de crear y/o adaptar currículos de matemáticas que contribuyan a la formación de estudiantes capaces de comprender cómo las matemáticas ayudan a dar forma a la realidad, y a partir de esta comprensión, puedan asumir un papel propositivo, reflexivo y crítico para aportar en la construcción de una sociedad colombiana más justa, equitativa y libre. Asimismo, constituye una invitación a los asistentes para reflexionar y problematizar el ser y quehacer docente, que, si bien está permeado por expectativas y limitaciones personales, institucionales y nacionales, también constituye un papel fundamental para que estas intenciones de formación se materialicen en la realidad.

## Descripción de la propuesta

En las sociedades globalizadas, las matemáticas juegan un papel fundamental enla construcción y mantenimiento de estructuras económicas, sociales, ambientales, entre otras, por lo que participan de formas no neutrales en la sociedad. Este poder lesconfiere

a las matemáticas una dimensión política y, a su vez, transfiere a la educación matemática la posibilidad (y responsabilidad) de proporcionar a los estudiantes las herramientas matemáticas necesarias para revelar el carácter crítico de la sociedad quese deriva de uso. En concordancia, el marco teórico adoptado para esta investigación esla Educación Matemática Crítica, al plantear la importancia de llevar a cabo una alfabetización matemática crítica —en el sentido descrito por Freire (2005)— a través deldesarrollo del conocer reflexivo en los estudiantes.

La investigación se llevó a cabo en tres etapas esencialmente. En primera instancia, se eligió como *corpus* de estudio a los referentes curriculares colombianos para el área de matemáticas: Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998), Estándares Básicos de Competencias Matemáticas (MEN, 2006), así como el documento de actualización curricular llamado Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2015), en tanto son las disposiciones curriculares a través de las cuales se proponen las orientaciones nacionales deseables sobre el qué, cómo, por qué y para qué de la educación matemática en la realidad escolar colombiana. En la segunda etapa, se determinó que por la naturaleza de la investigación, la metodología sería de corte hermenéutico, en particular, se eligió el Análisis de Contenido al permitir establecer esquemas de comprensión sobre el significado y sentido de los textos, en relación con el contexto sociocultural del que proviene y, en consecuencia, permite integrar la perspectiva que presentan los textos en sí mismos con la perspectiva de quien los analiza (Sánchez, 2021).

Finalmente, se delimitaron las trescategorías de análisis de primer orden atendiendo a la convergencia entre los objetivos específicos —que responden a los propósitos (el por qué y para qué),los cuales no hacen alusión únicamente a la temática, los objetos de aprendizaje (el qué) y la metodología (el cómo de la educación matemática)—, y las categorías teóricas mediante las cuales se analizaron.

## Conclusiones

De conformidad con el objetivo general de la investigación, las conclusiones de la investigación se dividieron en tres sesiones atendiendo a las preguntas del (1) por qué, (2) qué y cómo de una educación matemática para la formación de ciudadanos críticos,así como (3) el papel del profesor en las posibilidades de transformación. De manera particular, cada conclusión se planteó en dos partes: las potencialidades (entendidas como las alusiones coherentes con marco teórico adoptado) y posibilidades (entendidasen términos de lo que debe problematizarse sobre los planteamientos de los referentes,para

hacer posible una formación crítica). A continuación, se presentan, *grosso modo,* los resultados derivados del análisis que dan respuesta a los objetivos específicos:

**Respecto al por qué:** Los referentes estudiados coinciden en que las matemáticas dan forma a la realidad y en que la educación matemática debe contribuirpara formar ciudadanos que puedan comprender su realidad y mejorarla. No obstante,para materializar en la realidad esta formación es necesario que desde las necesidades y particularidades de cada contexto educativo, se problematicen las implicaciones de poner la educación matemática en función de la ciudadanía, movilizando su propósito de la comprensión de objetos matemáticos, hacia una visión en la cual los conocimientos matemáticos se constituyan en herramientas para comprender y modelar situaciones reales que sean significativas para los estudiantes y en las cuales puedan actuar desde un posicionamiento crítico y reflexivo.

**Respecto al qué y cómo**: Los tres documentos estudiados reconocen la importancia de estudiar situaciones problemáticas en distintos contextos, así como de introducir el proceso de modelación para comprender cómo ellos dan forma a larealidad. En particular desde los EBCM (MEN, 2006), se considera a la resolución de problemas como un eje organizador del currículo, permitiendo así que la clase de matemáticas integre los intereses y conocimientos socioculturales de los estudiantes mediante un proceso dialógico en el que pueden tener lugar espacios de deliberación yreflexión en clase sobre situaciones reales y significativas para los estudiantes que, además, se pueden abordar desde diferentes niveles de comprensión. Sin embargo, se deben considerar desde una postura crítica las implicaciones de una organizacióncurricular alrededor de la resolución de problemas para formar ciudadanos críticos. Paraque esto se materialice en las clases, es menester que las situaciones problemas que sean objeto de estudio no se descontextualice para reducirlas al objeto matemático involucrado; en este sentido, es necesario problematizar la finalidad con la que se integran los problemas a clases, es decir, si su objetivo es avanzar hacia mayores estadosde complejidad, o si, por el contrario, estas situaciones problemáticas buscan aportarlesherramientas para que comprendan su realidad.

**Respecto al papel del docente en las posibilidades de transformación de la educación**: Los documentos curriculares reconocen el papel fundamental que cumplenlos docentes en todo el andamiaje curricular. Esto, sumado a la autonomía curricular, posibilita llevar a cabo una formación de ciudadanos coherente con la EMC en la medidaen que los docentes puedan asumir una postura reflexiva y analítica respecto al qué, cómo

por qué y para qué de la educación matemática. De este modo, podría tener lugaruna organización curricular en la cual las matemáticas pasen de ser vistas como una ciencia absoluta con la cual se resuelven problemas, para convertirse en una poderosa herramienta con la cual los estudiantes comprendan los fenómenos y situaciones que permean su realidad.

No obstante, reconocemos que los docentes, al ser el eslabón entre la institucionalidad y las disposiciones educativas nacionales, están supeditados por diferentes expectativas y tensiones, por lo que materializar las intenciones de formación por las que propendió esta investigación requiere en primera medida de un compromiso de todos los actores educativos tales como los estudiantes, las comunidades educativas y el Estado, al tiempo que pone de manifiesto la importancia de que los docentes tomen una postura crítica y propositiva en cuanto a los cambios necesarios en el diseño, organización, gestión y evaluación curricular para formar ciudadanos, que trascienda de su quehacer en las aulas para ser tenida en cuenta tantoen la institucionalidad como en la creación de políticas educativas y referentes normativos futuros.

## Referencias bibliográficas

Freire, P. (2005). *Pedagogía del oprimido.* Siglo XXI Editores.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares. Matemáticas.*

Magisterio. Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. En Ministerio de Educación Nacional (Ed.), *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas* (pp. 46-95). MEN.

Ministerio de Educación Nacional. (2015). Documento Fundamentación Teórica de los Derechos Básicos de Aprendizaje (V2) y de las Mallas de Aprendizaje para el Área de Matemáticas. MEN. https://iedjesusdenazaret.files.wordpress.com/2018/01/fundamentacionmatemati cas.pdf

Sánchez, Y. P. (2021). La formación de ciudadanos críticos desde las matemáticas escolares. Posibilidades que ofrecen los documentos curriculares en el contexto colombiano. Recuperado de: http://hdl.handle.net/20.500.12209/13292

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica.* Una empresadocente. Universidad de los Andes. Bogotá DC

Valero, P. y Skovsmose, O. (2012). Acceso democrático a ideas matemáticas poderosas. *Educación matemática crítica: Una visión socio-política del aprendizaje y enseñanzade las matemáticas.* Bogotá: Ediciones Uniandes, 25-.61

# BOXSET, UN MATERIAL DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DE LA FACTORIZACIÓN.

Luis Javier Báez Ortiz – lbaezo@ulagrancolombia.edu.co

Universidad La Gran Colombia

Elkin Ignacio Rodríguez Carrero – erodriguezc1@ulagrancolombia.edu.co

Universidad La Gran Colombia

## Resumen

La factorización enseñada desde un algoritmo no contextualizado genera un conocimiento a corto plazo. El comprender sobre este tema facilita en gran parte el aprendizaje de otros con grado de complejidad mayor. En los docentes, estudiantes e instituciones educativas, se han reportado una serie de dificultades relacionadas con diferentes aspectos: en primer lugar, las metodologías, aprendizajes adquiridos por el estudiante en el que no puede responderse con claridad un ¿para qué?; en segundo lugar, se reconoce un desconocimiento de material didáctico en la enseñanza de la factorización.

En el presente trabajo elaboramos una propuesta didáctica a partir de las fases de ingeniería didáctica con el objetivo de fortalecer los procesos de enseñanza de la factorización, atendiendo algunos obstáculos epistemológicos, didácticos y ontogenéticos. Es así, que las estrategias didácticas planteadas buscan ayudar al estudiante en la interpretación, comprensión y aplicación de este concepto, al cual debe brindarse una mayor atención dentro de la enseñanza del álgebra, para mejorar su interpretación y comprensión.

## Palabras clave

Factorización, ingeniería didáctica, material didáctico, álgebra geométrica, braille.

## Introducción

*¿Por qué es importante crear una secuencia didáctica para la enseñanza de la factorización?*

Históricamente, la enseñanza de la factorización ha sido abordada preponderantemente desde la representación algebraica algorítmica, dando prioridad al procedimiento memorístico y la mecanización, sin prestarle atención a aspectos importantes como la construcción del concepto, los diferentes registros que se pueden utilizar, los significados o interpretaciones del concepto y su respectiva contextualización.

Los estudiantes al iniciar con el estudio del álgebra, de acuerdo con su contexto, es posible que cuenten con conocimientos aritméticos y formas diferentes de resolver situaciones problema, pero encuentran barreras respecto a la construcción de ideas más complejas y abstractas que se abordan en el aprendizaje del álgebra.

En consecuencia, se observa aún en muchas aulas, que no se trabaja en la interpretación y argumentación del algebra, sino que más bien el estudiante asume una posición pasiva en la que se limita a copiar y aceptar como válido y verdadero todo aquello que dice el docente, sin cuestiona el porqué de las cosas que está haciendo, sino que se centra en que lo único que vale es que sus respuestas coincidan con las actividades que propone el docente.

En virtud de los hallazgos y planteamientos de la presente investigación aparece como válida, necesaria, vigente y urgente la necesidad de crear un BoxSet de materiales didácticos, ya que se pueden agrupar distintos tipos de materiales que a su vez convocan diferentes tipos de representación de un mismo concepto que aborda algunos obstáculos epistemológicos, ontogenéticos y didácticos en la enseñanza de la factorización hallados en la presente propuesta.

# Descripción de la propuesta

## *Capítulo I. Problemática.*

Tradicionalmente el trabajo con las operaciones en la escuela se ha limitado a que los niños adquieran destrezas en las rutinas de cálculo con lápiz y papel a través de los algoritmos formales, antes de saber aplicarlas en situaciones y problemas prácticos, muchas veces sin comprender ni los conceptos que los fundamentan ni el significado de las operaciones (MEN,1998, p. 34).

Debido a anterior, la problemática se centra en los siguientes ítems:

- Enseñanza de una matemática formal.
- Poco desarrollo en las habilidades de interpretación y argumentación en la enseñanza de la factorización.
- Carencia y desconocimiento de material didáctico para la enseñanza de la factorización.

Por ello, queriendo aportar a la elaboración de significados en la enseñanza de la factorización se acude al álgebra geométrica, al uso de material didáctico y a la argumentación matemática, lo que convoca a la siguiente pregunta problema:

¿Qué elementos didácticos deben considerarse para la creación de un BoxSet cuyo contenido promueva ambientes de aprendizaje significativos y eficaces en la enseñanza de la factorización en Colombia?

## *Capítulo II. Marco de referencia.*

En la presente investigación, se consolida en atender algunos obstáculos presentes en la enseñanza de la factorización, entendiéndose lo propuesto por D´Amore & Fandiño (2002, p.8), en términos de:

"Obstáculos ontogenéticos" aquellos cuya causa reside en el alumno; se llaman "obstáculos didácticos" a aquellos cuya causa reside en la elección del maestro y los "obstáculos epistemológicos" son aquellos cuya causa está en la misma matemática.

Lo que nos lleva a la elaboración de un BoxSet el cual consiste en "una colección de artículos relacionados entre sí" (Traducción propia, 2022), enfocado en la elaboración de un material didáctico que contribuya al PIAR de estudiantes cuya condición, y de acuerdo

con la clasificación internacional de enfermedades (CIE), se encuentre en alguno de los cuatro niveles de la función visual, tales como normal, discapacidad visual moderada, discapacidad visual grave y ceguera (OMS, 2014).

Lo anterior, cuenta con una riguridad basada en la didáctica de las matemáticas e incorporando diferentes representaciones y registros semióticos de un mismo concepto, considerando que según Duval (2004), un registro de representación permite tres actividades cognitivas relacionadas con la semiótica: primero la formación de una representación identificable, luego el tratamiento, y culmina con la conversión (como se cita en Lizana & Antezana, 2020, párr. 14).

## *Capítulo III. Metodología.*

La metodología de investigación adoptada se basa en la ingeniería didáctica que plantea cuatro fases: La fase 1 de análisis preliminar, la fase 2 de concepción y análisis a priori de la propuesta para la enseñanza de la factorización, la fase 3 de experimentación y finalmente la fase 4 de análisis a posteriori y evaluación (Artigue et al., 1995, P. 38). Para el presente trabajo se consideró una adaptación o ajuste a dicha metodología, abordando las dos primeras fases (ver figura 14), a través del enfoque de investigación basada en diseño.

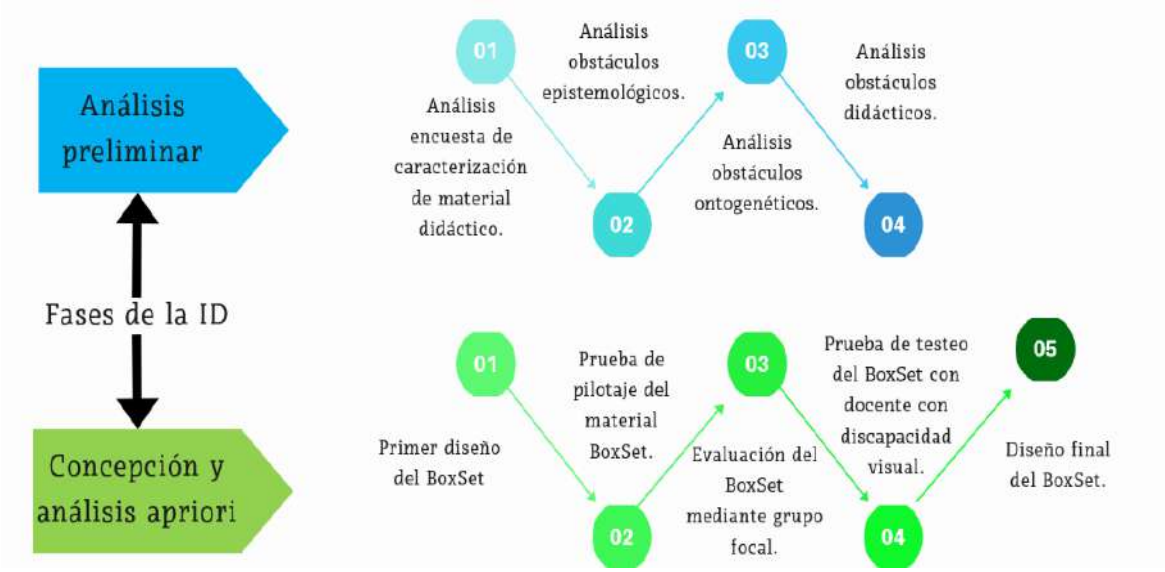



*Figura 15. Enfoque y desarrollo de la investigación*
*Fuente: elaboración propia*

En la primera fase, denominada análisis preliminar, se realiza el análisis de la encuesta, observando que el 88% de los docentes no hace uso de material para la enseñanza de la factorización y a esto agregándole agregando los análisis de:

- Los obstáculos epistemológicos como la evolución del lenguaje algebraico y el concepto de factorización.
- Los obstáculos ontogenéticos como la enseñanza de las matemáticas en estudiantes con discapacidad visual, mediante entrevista semiestructura, encontrando que existe poco material didáctico y su costo es elevado.
- Los obstáculos didácticos como como la metodología implementada y uso de material didáctico.

Y es a partir de toda esta información que se consolidan los aspectos teóricos, didácticos y metodológicos que conlleva a la ejecución de la segunda fase denominada análisis a priori. Comenzando por diseñar la primera versión del material didáctico, llamado “BoxSet”, que consta de la estructura de planeación de la cartilla tomando como referentes diferentes metodologías en los libros de texto como el modelo Santillana y Norma.

De forma continua, se realiza el primer diseño de las fichas que permitirían representar áreas de paralelogramos de ángulos rectos, teniendo en cuenta que las longitudes de las fichas coincidan a una naturaleza de sí mismas (este hecho se confirma en la prueba de pilotaje realizada posteriormente) y esto mismo permite que se piense en el diseño de caja.

Así mismo, como involucrar el lenguaje Braille dentro del mismo diseño de fichas y siendo sometido a validación por parte de una docente con discapacidad visual quien nos sugiere realizar un indicativo en relieve para determinar el inicio de la ficha y cambio en cuanto al tamaño de letra en la cartilla. Por otra parte, se estructura la elaboración de videos de apoyo fomentando las TIC, TAC y TEP en el contexto educativo.

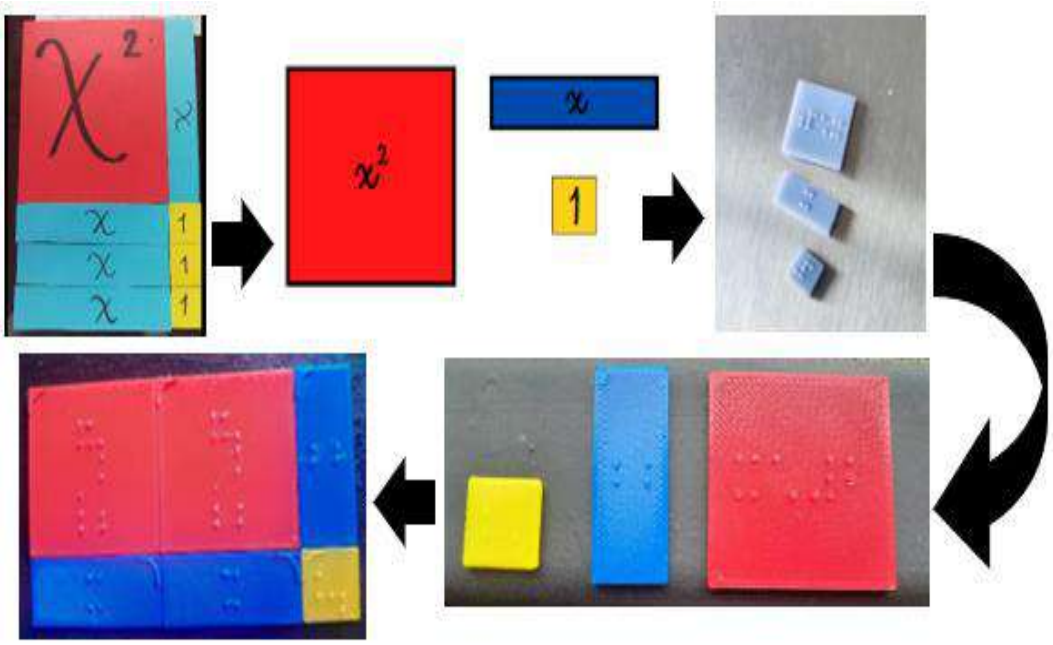


*Figura 16. Diseño de las fichas del BoxSet.*
*Fuente: Elaboración propia.*

*Nota*. La imagen representa el proceso evolutivo que han tenido las fichas a partir de los hallazgos de la encuesta, prueba de pilotaje, grupo focal y entrevista con la docente de discapacidad visual, teniendo el diseño final de las mismas. Elaboración propia.

El material BoxSet se evalúa a través de un grupo de expertos profesionales en la enseñanza de las matemáticas en diferentes niveles educativos mediante la estrategia de grupo focal, con el fin de hacer un ejercicio de validación y retroalimentación, en las que se destacan y nutren el contenido de la cartilla, la elaboración de actividades que desafían las habilidades de los estudiantes y así mismo como la elaboración de procesos de metacognición con el fin que el estudiante sea consciente de su propio aprendizaje.

Junto a las consideraciones descritas anteriormente, se tiene la versión definitiva de la cartilla BoxSet.

## Conclusiones

- En efecto hay un desconocimiento de materiales didácticos por parte de muchos docentes e instituciones para la enseñanza de las matemáticas en básica

secundaria y media, lo que posiblemente conlleva a un aprendizaje en el cual se centra en la ejecución de algoritmos para la resolución de problemas.

- Incorporar tareas que atiendan a los desarrollos epistemológicos del concepto, por ejemplo, en términos del lenguaje algebraico, de la representación de algunas expresiones algebraicas de manera geométrica y de la necesidad de realizar una transición armónica entre la aritmética y el álgebra.

- Las personas con discapacidad visual son personas increíbles con formas de aprendizaje diferente, quienes, a través de un proceso de adaptación debido a su condición visual, pueden llegar a ser grandes profesionales si se les apoya y brinda una educación (matemática para este caso) completa.

- La experiencia de diseñar material didáctico fue más allá de desarrollar una competencia adicional, llegando a la elaboración de un material impreso en el que se pensó en forma, tamaño, color, textura y diseño que desde los obstáculos didácticos nos permitió atender los objetivos de la investigación.

*Recomendaciones.*

- En la factorización de trinomios, ¿Por qué se enseñan tres algoritmos distintos si al final todos son trinomios?
- Por lo cual, sería más práctico hacer uso del algoritmo sugerido en la presente propuesta y al tener las expresiones factorizadas, basta con diferenciar entre cada uno a partir de unas características particulares.

- Capacitar a los docentes en la enseñanza del braille tanto en lectura como escritura porque de esta manera los docentes pueden enfrentarse a lo que realmente es estar en la posición de las personas con inclusión, enriqueciendo su formación profesional y personal.

- Los docentes universitarios deberían potencializar la didáctica en los futuros docentes de matemáticas porque nos vamos a enfrentar a niños, adolescentes e incluso adultos y a través de esta es posible fortalecer los procesos de enseñanza.

- Cada vez que se realice la aplicación de un material didáctico, se encontraran nuevos hallazgos que deben ser reportados para que posteriormente se potencialicen desde su retroalimentación.

## Referencias bibliográficas

Artigue, M & Douady, R., Moreno, L. (1995). I*ngeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. (1ª ed.). Grupo Editorial Iberoamérica. http://funes.uniandes.edu.co/676/1/Artigueetal195.pdf

D'Amore, B & Fandiño, M. (2002). *Un acercamiento analítico al "triángulo de la didáctica".* Educación Matemática, 14(1), pp. 48-61. https://doi.org/10.24844/EM1401.03

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Serie de lineamientos curriculares*. (ed.).https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf.

OMS. 2014. *Ceguera y Discapacidad Visual*. Organización Mundial de la Salud. Nota descriptiva N° 282. [Consultado el 20 agosto de 2022]. https://www.conadisperu.gob.pe/observatorio/wp-content/uploads/2019/01/discapacidad_visual_OMS.pdf

Lizana, D & Antezana, R. (2021). Representación semiótica en el aprendizaje de conceptos básicos de la estructura algebraica de grupo. *Horizonte de la Ciencia*, 11 (21), pp. 177-188. https://www.redalyc.org/journal/5709/570967307013/html/

# UN ANÁLISIS A LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS DE BÁSICA PRIMARIA EN EL ABORDAJE DE LAS TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS A PARTIR DEL PROCESO DE VISUALIZACIÓN

Gisel Yuranny Cuero Banguera – gisel.cuero@correounivalle.edu.co

Universidad del Valle – Sede Pacífico

Jhon Jair Angulo Valencia – jhon.jair.angulo@correounivalle.edu.co

Universidad del Valle – Sede Pacífico

## Resumen

La siguiente indagación se enmarcó en la caracterización de la forma como se presentan y articulan los elementos de los libros de texto Proyecto Sé y PREST de la básica primaria, en el abordaje de las transformaciones isométricas a partir del proceso de visualización. Para lo cual, se propuso una metodología basada en la estrategia revisión documental, se diseñó un instrumento de análisis que permitió caracterizar las tareas de los libros de textos de acuerdo con las categorías de análisis establecidas desde las teorías de Duval (1994,1995 y1999) y Del Grande (1990) en relación con la visualización en figuras geométricas. De la revisión a los libros de texto se obtuvo como resultado que, desde la identificación de las unidades figúrales que determinan una configuración geométrica se alude al cambio de focalización bidimensional asociado a la yuxtaposición y superposición de figuras. Además, mediante el reconocimiento de la percepción de las formas y las posiciones espaciales se propició la discriminación de los elementos que posibilitan

modificaciones de posición en figuras geométricas. Finalmente, mediante los enunciados que describen algunas tareas y el reconocimiento de trazos y figuras bidimensionales se identificó un acercamiento intuitivo a las transformaciones isométricas.

## Palabras clave

Libros de texto, visualización, habilidades visuales, aprehensiones, transformaciones isométricas

## Introducción

La presente investigación, centrada en el análisis de textos escolares, describe de manera general el problema, especificando algunas dificultades encontradas a partir de la revisión a investigaciones. Las dificultades identificadas, están relacionadas con los libros de texto al abordar aspectos geométricos, en particular: las transformaciones isométricas y la visualización; de lo cual resultó la pregunta de indagación. Se presentan los elementos asociados al marco de referencias conceptuales, en el que se expone la consideración del libro de texto y algunas de sus funciones, así como, algunos aspectos curriculares. Del mismo modo, se detalla lo relacionado con la visualización y las habilidades visuales y, finalmente, se muestra la forma como se conciben los movimientos rígidos de traslación, rotación y simetrías.

En consecuencia, se especifica la metodología, considerando como aspecto central la estrategia revisión documental, detallando el diseño de las herramientas que posibilitaron el análisis de los datos. Se precisan los análisis y resultados que se obtuvieron de la indagación, de ello es importante mencionar que, desde la identificación de las unidades figúrales que determinan una configuración geométrica se alude al cambio de modificación posicional de una figura dada, además, a partir del reconocimiento de la percepción de relaciones espaciales y de posición se propicia la descripción e identificación del resultado de haber aplicado una transformación isométrica. Constituyéndose el enunciado y la representación visual en aspectos fundamentales para el desarrollo de las tareas. Finalmente, se detallaron las conclusiones, recomendaciones y referencias.

## Descripción de la propuesta

La geometría propicia el desarrollo del pensamiento espacial, siendo las figuras, elementos indispensables que permiten la creación de representaciones mentales, con las

cuales es posible modelar situaciones del contexto, mediante procesos de visualización para comprender los objetos desde diversas perspectivas.

En este sentido, de acuerdo con Marmolejo y Vega (2005) y Marmolejo (2007) a partir de la visualización se puede discriminar las diferentes maneras de ver que propician las figuras geométricas accediendo a ellas como verdaderos soportes intuitivos para el desarrollo de actividades. No obstante, algunos estudiantes presentan dificultades en el proceso de visualización, relacionadas con la descomposición de una figura en subfiguras previamente determinadas, así como, el reconocimiento del papel heurístico que juega la figura para la solución de problemas quedando relegada a tratamientos aritméticos.

Teniendo en cuenta lo anterior y considerando algunos objetos de conocimientos geométrico tales como transformaciones isométricas, semejanza, área etc. se encuentra que, de acuerdo con Barrantes y Zapata (2008) los libros de textos presentan dificultades al momento de ilustrar algunas figuras, dado que, se abordan las actividades a través de un único dibujo o un pequeño número de estos, generando que el estudiante se aleje de la definición del concepto, creando así, esquemas conceptuales estándares sobre ellas. En este sentido, el uso de figuras que ilustren los contenidos escritos debe aproximar al estudiante hacia la comprensión de lo que se esté abordando. Sin embargo, en algunas ocasiones se presentan pocas representaciones de los conceptos y figuras geométricas, siendo en gran parte de los casos estereotipos con características de orientación estándar (Barrantes, Balletbo & López, 2014).

Habría que mencionar además que, el libro de texto se reconoce como un recurso material que presenta un contenido contemplando unos objetivos de enseñanza y de aprendizaje. Dado que, permite mediar en la planificación u orientación de algunos objetos de enseñanza. No obstante, de acuerdo con Adler (2000), los recursos pueden o no servir a los profesores en sus esfuerzos de resolver problemas en clase, es por esto que, la estructuración que posee un libro de texto debe permitir la evolución de conocimientos, el desarrollo de habilidades y la interacción con el objeto de conocimiento que potencie procesos de enseñanza y de aprendizaje.

Por ello, para efectos de esta propuesta, considerando que el libro es un insumo de trabajo que los profesores e instituciones utilizan para su quehacer pedagógico y didáctico, se indagará sobre:

*¿De qué manera se presentan y articulan los elementos de los libros de textos PREST y Proyecto Sé de básica primaria, de modo que se permita el desarrollo de las transformaciones isométricas a partir del proceso de visualización?*

## Marco de referencia

El texto escolar es un recurso material, impreso o digital que posee un gran valor en las prácticas educativas pues, de acuerdo con Adler (2000) un recurso es aquel material al que se puede recurrir para facilitar la creación de significado y el acceso a nuevos conocimientos, considerando ello y centrado en lo propuesto del pensamiento espacial desde el MEN (1998, 2006), se reconoce que, la geometría permite describir y comprender elementos del mundo físico mediante abstracciones mentales del entorno. La cual, es concebida como un sistema integrado por los elementos de que constan, las operaciones y transformaciones con las que se combinan, y las relaciones o nexos entre ellos.

Esto visto desde el proceso de visualización, se considera que, permite dar miradas sinópticas, realizar verificaciones subjetivas o suscitar la exploración heurística de situaciones complejas; puede ser asumida como un legítimo elemento de prueba matemática o como una actividad cognitiva que permite extraer datos y relaciones matemáticas. (Marmolejo & González, 2013).

Es decir, mediante la visualización se puede discriminar de los procesos para llegar a la solución de un problema que puede ser viable o factible, lo cual genera que, “de entrada, la figura ha de evitar la exploración de todos los caminos posibles captando la atención solo sobre aquellos susceptibles de conducir a la solución o sobre los que ya ha conducido a ella” (Duval, 1999, p. 153).

Todo lo anterior visto desde las transformaciones isométricas, se reconoce que son ricas en la modelación de procesos de visualización para el desarrollo del pensamiento geométrico (Julio, 2014).

## Metodología

La investigación tuvo un enfoque cualitativo con alcance descriptivo. Desde la estrategia investigativa “revisión documental” Camargo (2021) en busca de describir e interpretar, a partir de ciertas consideraciones conceptuales específicas, el contenido y la voz de quienes elaboraron los libros de textos. Para ello, se establecen los momentos con

los cuales se realizó el análisis a los libros de textos PREST y Proyecto Sé de matemáticas de básica primaria.

A continuación, se describe la forma en la que se desarrollaron cada uno de los momentos:

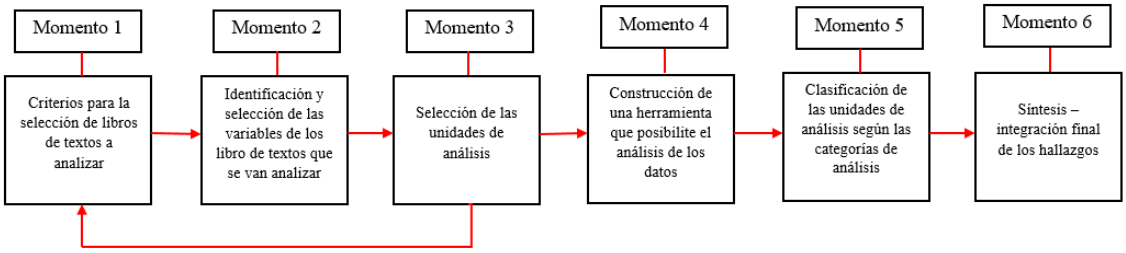



*Figura 17. Plan de ejecución estrategia "revisión documental".*
*Fuente: una adecuación de Camargo (2021)*

## Análisis y resultados

De acuerdo con la revisión de los libros de textos, se detalla la forma como los libros de texto *PREST* y *Proyecto Sé* abordaron las transformaciones isométricas, las cuales se agruparon según sus características en: cambio de focalización bidimensional asociado a la yuxtaposición y superposición de figuras; discriminación de los elementos que posibilitan modificaciones de posición en figuras geométricas; y reconocimientos de trazos y figuras bidimensionales como mediadores para un acercamiento intuitivo a las transformaciones isométricas. Los cuales se presentan a continuación:

- El cambio de focalización bidimensional asociado a la superposición yuxtaposición de figuras geométrica: centró su atención en aquellas tareas que exigen considerar tanto el contorno global de la figura como las unidades figúrales 2D que la constituyen. De manera que, mediante la identificación de la figura inicial se reconozca su o sus posibles imágenes o se describa el resultado de haber aplicado el movimiento señalado en el enunciado de la tarea (Tabla 9).

  En el desarrollo de la tarea se evidencia la habilidad de constancia de percepción, percepción de la posición en el espacio, aprehensión operatoria y discursiva, pues se propicia el reconocimiento de la forma y el tamaño de las figuras a partir de las subfiguras que la conforman, así como también la distinción

de los cuadriláteros que conforman la figura inicial, la congruencia con las dos figuras imágenes aislando la orientación en la que estas se presentan y, para ello se debe reconocer el resultado de haber aplicado un movimiento en particular.

| Etiqueta | Sé3-3TA99 |
|---|---|
| Contenido | **Comunicación.** ¿Qué movimiento se debe aplicar a la figura inicial para que coincida con cada dibujo de la derecha? Explica tu respuesta.  Figura inicial |
| Descripción | Se invita a comparar una figura etiquetada como figura inicial, con dos posibles imágenes. De forma que, se determine el movimiento que permita ir desde la inicial hasta la final haciendo que estas al superponerse coincidan. Es así como, al estar las figuras compuestas por sub-figuras para este caso cuadriláteros, permite que al compararse se relacione su forma y tamaño, además la posición como se organizan los cuadriláteros para conformar la figura posibilita reconocer la orientación en la que se presentan las figuras imágenes respecto a la inicial, facilitando con ello la identificación del movimiento. De acuerdo con lo anterior, se da cuenta de la traslación y la reflexión axial. |

*Tabla 11. Reconocimiento de reflexión axial y traslación: discriminación entre la orientación de la figura inicial y sus imágenes*
*Fuente: elaboración propia*

- La discriminación de los elementos que posibilitan modificaciones de posición en figuras geométricas: En esta sección se detallaron las tareas que posibilitan la aplicación de movimientos o el reconocimiento del mismo a partir de algunos elementos que los caracterizan (vector, ángulo de rotación, eje de simetría, entre otros), así como, las características del contorno de las figuras, que permitan identificar alguna manera de proceder para el desarrollo de las tareas propuestas (Tabla 10).

  La tarea se relaciona con los movimientos de rotación, traslación y reflexión, en ella, se alude a la habilidad de percepción de la posición en el espacio, discriminación visual y aprehensión operatoria, pues, se reconoce la inversión de una figura con forma de "F" a partir de un eje vertical respecto a la figura inicial, del mismo modo se observa el cambio de orientación de un rectángulo al ser rotado tomando como centro un vértice que comparten las figuras (inicial e

imagen), por último en los pentágonos se evidencia un desplazamiento en dirección horizontal conservando la orientación de la figura inicial respecto a su imagen. En cuanto a la aprehensión, se alude a la realización de trazos externos desde la figura inicial hacia sus homólogos en la figura imagen, de manera que, se reconozca para los pentágonos la misma orientación de sus figuras y un desplazamiento en línea recta horizontal con lo cual se describe una traslación, análogamente se requiere un conjunto de procesos para las otras transformaciones que se identifican.

El reconocimiento de trazos y figuras bidimensionales como mediadores para un acercamiento intuitivo a las transformaciones isométricas: se presentan las tareas que de manera implícita aluden a algún tipo de transformación isométrica, en el que se identifican mediante la consigna y representación visual algunos elementos característicos de traslaciones, reflexiones o rotaciones.

| Etiqueta | Sé5-3TA95 |
|---|---|
| Contenido |  |
| Descripción | Se propicia reconocer y describir aquellos elementos que permiten caracterizar un movimiento en particular. Para esto, se presentan pares de figuras en las que, se puede identificar la figura de contorno punteado como imagen de la figura recubierta de color. De modo que, para el par de pentágonos se describe un segmento horizontal y de acuerdo con la orientación de las figuras, se reconoce que hace alusión a una traslación; para el caso del rectángulo al mostrar que ambas figuras comparten un vértice y demarcar con una flecha curva el sentido del giro, da cuenta de una rotación, por su parte, para las letras "f" al quedar invertidas respecto a una línea recta vertical, se puede señalar dicha recta como eje de reflexión. |

*Tabla 12. Comparación de la orientación del contorno de la figura inicial y su imagen para identificar el tipo de isometría que representan*
*Fuente: elaboración propia*

| Etiqueta | Sé1-4TA105 |
|---|---|
| Contenido |   |
| Descripción | Se pretende señalar y describir la trayectoria de un objeto, para esto se hace uso de una cuadrícula que posibilita identificar la ubicación de objetos, así como, la distancia a recorrer de forma horizontal y vertical, de manera que, el objeto a partir de dos desplazamientos en línea recta con diferentes direcciones pueda llegar hasta un punto final. Lo anterior, permite evidenciar un acercamiento de manera intuitiva a la traslación. |

*Tabla 13. Acercamiento intuitivo a la traslación a partir del rastreo de las direcciones de un camino.*
*Fuente: elaboración propia*

## Conclusiones

Al propender por la revisión de libros de textos escolares, se considera necesario valorarlos a partir de fundamentos teóricos que priorizan el potencial de este recurso en cuanto al contenido que presenta. Puesto que, se genera una ganancia en materia pedagógica dado que median en el proceso de enseñanza y de aprendizaje dentro y fuera del aula. De modo que, al considerar el contenido del recurso, en este caso las transformaciones isométricas, se reconoce como elemento fundamental darle prioridad al modo como se presentan las figuras ya sea en el plano o en el espacio, el uso de

elementos externos (demarcación de rectas paralelas, perpendiculares, cuadrículas, etc.) como medio para la verificación o aplicación de un movimiento, la pertinencia de los enunciados en la búsqueda por el reconocimiento de propiedades, las discriminación de las diferentes formas de ver en una figura, el reconocimiento de las relaciones de posiciones entre figuras, entre otros aspectos propios del proceso de visualización que se deben considerar al abordar el pensamiento espacial.

Del mismo modo, sería pertinente indagar sobre la forma como se presentan los contenidos en los libros de textos utilizados por los establecimientos oficiales y privados a nivel nacional, de esa forma, se requiere que los directivos y docentes consideren cómo estos han favorecido el desempeño de los estudiantes en las pruebas de estado. De manera que, se pueda valorar la pertinencia de los libros de textos en relación con su potencial para mejorar los desempeños de los estudiantes de acuerdo con los parámetros establecidos por el MEN.

## Referencias bibliográficas

Adler, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education, (3),* 205-224. Recuperado de https://link.springer.com/content/pdf/10.1023/A:1009903206236.pdf

Camargo, L. (2021). Estrategias cualitativas de investigación en Educación. Recursos para la captura de información y el análisis.

Del Grande, J. (1990). Spatial Sense. *National Council of Teachers of Mathematics*, 37(6), 14-20. Recuperado de https://n9.cl/og7y

Duval, R. (1994). Les differents fonctionnements d`une figure. *REPERES. IREM*, 17, 121 – 138. Recuperado de https://n9.cl/ail47

Duval, R. (1999). Representation, visión and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. *Psychology of Mathematic Education*, 2 – 26. Recuperado de https://n9.cl/qw30m

Julio, L. (2014). Las transformaciones en el plano y la noción de semejanza. (Tesis de posgrado). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D.C., Colombia. Recuperado de https://n9.cl/dx21w

Marmolejo, A. y Vega, M. (2012). La visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje. *Educación matemática, 24* (3), 1 – 26 Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/13251/1/Marmolejo2012La.pdf

MEN (1998). Lineamientos Curriculares Matemáticas. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de https://n9.cl/mlgt6

MEN (2006) Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de https://n9.cl/cey3

Trouche, L. (2018). Comprender el trabajo de los docentes a través de su interacción con los recursos de su enseñanza - una historia de trayectorias. *Educación Matemáticas, 30*(3), 1-32 recuperado de http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v30n3/1665-5826-ed-30-03-9.pdf

# CAMBIO DE CONCEPCIONES DE PROFESORES EN EJERCICIO SOBRE LA ENSEÑANZA INCLUSIVA DE LAS MATEMÁTICAS AL PARTICIPAR EN UN CURSO DE FORMACIÓN CONTINUADA

Angélica Lorena Garzón Muñoz – algarzonm@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

Existe evidencia de competencias que los profesores solo llegan a desarrollar al enfrentarse a su práctica profesional, en este proceso el cambio de concepciones les permite desarrollar nuevos conocimientos reflejados en la renovación de sus prácticas. La educación inclusiva es asumida a nivel internacional como base estructural de una educación de calidad, a nivel didáctico el punto de interés radica en el acceso al conocimiento, al referirnos a la enseñanza inclusiva de las matemáticas, un profesor puede tener el interés de generar ambientes inclusivos, pero ¿qué ocurre si no se cuenta con la competencia que le permita desarrollarlos, o las concepciones del docente impiden una construcción? En el presente escrito se socializa una propuesta de curso de formación continuada implementada en modalidad virtual con el objetivo de posibilitar los cambios de concepciones de los profesores en ejercicio sobre la enseñanza inclusiva de las matemáticas, uno de los objetivos de una investigación doctoral en curso; adicionalmente, se describen los resultados obtenidos en el desarrollo de la propuesta en torno a 5 concepciones de la enseñanza inclusiva de las matemáticas sustentadas a partir de algunas apreciaciones teóricas.

## Palabras clave

Educación Inclusiva, aulas de matemáticas inclusivas, enseñanza inclusiva de las matemáticas, inclusión, cambio de concepciones.

## Introducción

La educación inclusiva conlleva varios retos en búsqueda del ideal, es un proceso complejo que enfrenta varios obstáculos entre ellos la falta de renovación y capacitación constante de los docentes. Es en la formación profesional donde los docentes reconocen falta de capacitación para enfrentar el proceso de formación de estudiantes en riesgo de exclusión[10] y más aún cuando muchos de ellos padecen algún tipo de discapacidad[11]. Lo preocupante respecto a las creencias y concepciones de los docentes parte de su conocimiento, es que influyen en las decisiones de la escuela y estas pueden perjudicar el proceso tal como lo plantea la UNESCO (2020):

> *Incluir a los niños con discapacidad en escuelas ordinarias que no están preparadas ni apoyadas y no son responsables de lograr la inclusión puede intensificar las experiencias de exclusión y provocar reacciones contrarias a la exclusividad de las escuelas y sistemas educativos. (p.13)*

Atendiendo a esta necesidad se diseña e implementa una propuesta fundamentada a partir de un marco conceptual en torno a la enseñanza inclusiva de las matemáticas que busca posibilitar el cambio de concepciones de profesores en ejercicio entorno a la enseñanza inclusiva de las matemáticas. Este curso de formación continuada se desarrolló durante 12 sesiones virtuales de 90 minutos cada una, y se dividió en 3 etapas; caracterización de los estudiantes con NEE[12] (La población)) y características del aula inclusiva (sesiones 1-7), planificación de la enseñanza inclusiva de las matemáticas (sesiones 8-10) y análisis de implementación de la planificación realizada (sesiones 11-12).

[10] factores como el género, la edad, el lugar donde se encuentran, la pobreza, la discapacidad, el origen étnico, la pertenencia a pueblos indígenas, la lengua, la religión, etc. (UNESCO, 2020, p. 10)

[11] La discapacidad como: [...] un concepto que evoluciona y que resulta de la interacción entre las personas con deficiencias y las barreras debidas a la actitud y al entorno que evitan su participación plena y efectiva en la sociedad, en igualdad de condiciones con las demás (Naciones Unidas Derechos Humanos, 2014; referenciado en Rojas-Ferreira, 2016, p. 126).

[12] Ianes (2005) conceptualiza la Necesidad Educativa Especial (NEE) como “una macro-categoría que incluye todas las posibles dificultades del desarrollo, en un contexto educativo y de aprendizaje, que necesitan una educación especial e individualizada” (p.10)

En el curso participaron de manera continua 5 profesores de matemáticas en ejercicio vinculados al sector público en Colombia (Bogotá y Cundinamarca), todos se desempeñan en al menos un grado de la etapa de media escolar (grado décimo y undécimo). Cada uno de los profesores resolvió unas tareas en una etapa pre-intervención y post-intervención donde se realizaron adicionalmente unas entrevistas semiestructuradas; a partir del análisis de la información recopilada en estas dos etapas se logran concluir 5 concepciones e identificar algunos cambios en las concepciones de los profesores participantes.

## Descripción de la propuesta

A partir del diseño e implementación de la propuesta se establece el uso del enfoque metodológico de investigación basada en el diseño (Design - Based Research) ya que el desarrollo y la investigación tienen lugar a través de ciclos continuos de diseño, promulgación, análisis y rediseño (Cobb, 2001; Collins, 1992). Esta característica da la posibilidad dentro del proceso de la investigación específicamente en la etapa de la implementación del experimento de realizar análisis y rediseños sobre la marcha, dependiendo de los resultados que se vayan obteniendo en este caso en el desarrollo del curso de formación continuada.

Se desarrollan algunas apreciaciones teóricas por ejemplo alusivas a la interpretación de la inclusión y la enseñanza inclusiva de las matemáticas:

Respecto a inclusión desde el planteamiento de Roos (2019) que propone asociar una interpretación de la inclusión desde una ideología y una interpretación desde una forma de enseñanza, se reconoce la inclusión en un campo educativo como un proceso, no un estado de perfección que busca eliminar las barreras sociales y académicas de los estudiantes buscando la presencia, la participación donde se valore y aproveche la diferencia para finalmente lograr el éxito en el aprendizaje de todos los estudiantes. En nuestra área de interés se interpreta como el desarrollo de procesos de enseñanza que en educación matemática no limitan el acceso de todos los estudiantes a experiencias ricas y significativas de aprendizaje de matemáticas y que vincula a todos los estudiantes para desarrollar identidades como aprendices y pensadores matemáticamente capaces.

La enseñanza inclusiva de las matemáticas no se considera un estado de perfección absoluta, se considera un proceso constante y continuo en búsqueda de la armonía entre

los 3 componentes que propone Jaworski y Potari (1998) respecto a la enseñanza de las matemáticas, como son la gestión del aprendizaje, la sensibilidad a los estudiantes y los desafíos matemáticos, teniendo en cuenta una serie de principios como concebir una clase diversa en conjunto, planear y organizar la tarea para todos los estudiantes, reconocer diferentes ritmos de aprendizaje de la matemática, plantear desafíos matemáticos que permitan la aplicación y transferencia del conocimiento matemático a contextos cotidianos entre otros.

### *Descripción Curso de Formación Continuada (CFC)*

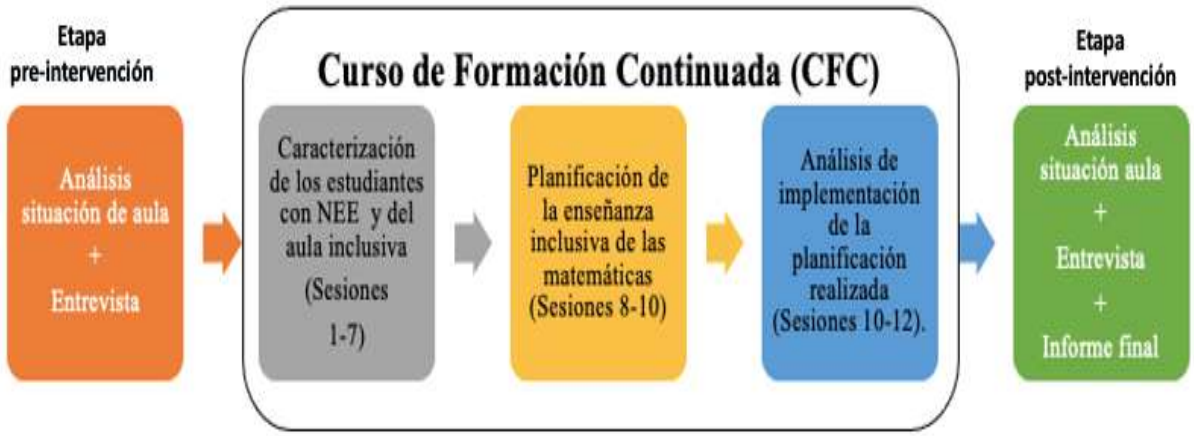



*Figura 18. Descripción del proceso*
*Fuente: elaboración propia*

Este curso de formación continuada se desarrolló durante 12 sesiones virtuales y se dividió en 3 etapas: Durante la etapa de caracterización de la población se proporcionó a los profesores información teórica procedente de resultados de investigaciones en educación inclusiva y didáctica de las matemáticas (e.g. Geary, 2011; Ianes, 2005; Socas, 1997). Estas sesiones brindaron herramientas (información teórica) a los participantes sobre las características de un aula inclusiva y sobre la tarea de diagnóstico de los estudiantes con dificultades de aprendizaje en el aula de matemáticas.

El objetivo, de esta primera etapa, era proporcionarles conocimiento sobre la diversidad de NEE que pueden encontrarse en el aula como un primer paso en el desarrollo de un proceso inclusivo en el aula de matemáticas. Para ello, los participantes,

partiendo de procesos de diagnóstico, debían caracterizar 3 casos reales de estudiantes con NEE de una institución. Se profundiza en la situación de un primer estudiante (Estudiante de 19 años que cursa undécimo grado, con discapacidad intelectual moderada, hemiparesia, y presunta discalculia) que hace parte del aula de nuestro estudio de caso, aula liderada por un docente externo al CFC para el desarrollo de las actividades.

En la segunda etapa denominada intervención de la población, se busca brindar a los docentes participantes herramientas a partir de las discusiones, estudios teóricos y reflexiones de la práctica para que logren diseñar una intervención en búsqueda de un aula de matemáticas inclusiva. En esta etapa los profesores inicialmente realizan un análisis de un video-clip 1 de la sesión de clase de nuestro estudio de caso, y a partir de su análisis diseñan una propuesta de una sesión de clase buscando desarrollar una enseñanza inclusiva de las matemáticas; finalmente socializan con el docente quién aplicaría la propuesta teniendo en cuenta las sugerencias presentadas.

En la última etapa de análisis de la información los profesores estudian los resultados obtenidos al implementar su propuesta en el estudio de caso desarrollando un análisis del video-clip 2, identifican avances y posibles obstáculos en el desarrollo de la sesión inclusiva de las matemáticas, concluyendo en un escrito de manera individual las características de un aula de matemáticas inclusiva, donde proponen características de una enseñanza inclusiva de las matemáticas.

Allí el interés se centra en posibilitar un ambiente propicio a través de tareas para que los docentes participantes identifiquen y caractericen muchos de los elementos puestos en juego al buscar desarrollar un aula de matemáticas inclusiva, como qué debe conocer el profesor de matemáticas para desarrollar procesos inclusivos, y qué implica asumir una enseñanza inclusiva de las matemáticas en la práctica.

## *Análisis*

Los datos analizados buscando establecer las concepciones de los profesores participantes antes y después de la intervención, son las respuestas escritas aportadas a la situación de enseñanza pre y post intervención, las transcripciones de las entrevistas semiestructuradas realizadas en las mismas etapas y el informe final realizado por los participantes.

Para el análisis de los datos tres investigadores inicialmente analizaron individualmente la información generando comentarios pre analíticos teniendo en cuenta

unidades de análisis con sentido. Después retomando la información alusiva de la primera fuente (Soluciones escritas actividad aplicada antes de la intervención) el grupo a partir de discusiones sobre la información plantea una primera hipótesis de trabajo sobre las concepciones de los profesores (a través de un memo que es el resumen de lo que se ha inferido de los comentarios pre analíticos discutidos). Luego con la revisión de los comentarios pre analíticos de la segunda fuente (transcripciones de la entrevista semiestructurada) y tercera fuente (escrito final) se busca corroborar o refutar las ideas planteadas en los primeros resúmenes, construyendo un resumen descriptivo final que se convierte en la primera valoración de lo que serían las concepciones de los profesores participantes.

## Conclusiones

A partir del primer análisis asociado a la primera pregunta de investigación se concluyen 5 concepciones de los profesores:

- La enseñanza inclusiva de las matemáticas va dirigida particularmente a los estudiantes con NEE, por ello la planificación debe mantener objetivos y tareas diferenciadas de menor nivel, planteadas a partir de las directrices de un docente de apoyo.
- La enseñanza inclusiva de las matemáticas debe permitir el aprendizaje de las matemáticas de toda la población; sin embargo, no existe la necesidad que el proceso de aprendizaje sea conjunto entre los estudiantes, por ello la planificación puede tener objetivos diferenciados y los estudiantes pueden desarrollar distintas tareas.
- La enseñanza inclusiva de las matemáticas es un proceso idealista con fortalezas a nivel teórico y deficiencias en el proceso práctico, ya que debe permitir el aprendizaje de las matemáticas de toda la población, sin distinción, cerrar la brecha entre estudiantes respecto a sus conocimientos matemáticos; a través de la planificación con objetivos comunes de aprendizaje, y búsqueda de tareas que posibiliten un aprendizaje de las matemáticas a partir de una interacción entre participantes.
- La enseñanza inclusiva de las matemáticas es un proceso idealista con fortalezas a nivel teórico y deficiencias en el proceso práctico, ya que debe permitir el aprendizaje de las matemáticas de toda la población, sin distinción, promover la progresión del estudiante independientemente de su ritmo de aprendizaje sin

conformarse con lo básico; para ello la planificación debe mantener objetivos comunes de aprendizaje, y búsqueda de tareas que posibiliten un aprendizaje de las matemáticas a partir de una interacción entre participantes.

- La enseñanza inclusiva de las matemáticas no se considera un estado de perfección absoluta, se considera un proceso de enseñanza constante y continuo visible en el aula de matemáticas, en busqueda de la armonía que plantea Jaworski y Potari (1998) entre la gestión del aprendizaje, la sensibilidad hacia los estudiantes y desafíos matemáticos, (con las características descritas en las apreciaciones teóricas).

Al reconocer dichas concepciones en una etapa pre y post intervención se logra inferir cambios en las concepciones de los docentes participantes, en una siguiente etapa se espera identificar qué aspectos posibilitaron dichos cambios durante el desarrollo del curso. Se reafirma la necesidad de estudios en la formación docente donde se privilegie el desarrollo de prácticas reales asociadas a la enseñanza inclusiva de las matemáticas, buscando métodos y estrategias que posibiliten su desarrollo.

## Referencias bibliográficas

Geary, D. (2011). Consecuencias, características y causas de las discapacidades del aprendizaje matemático y bajo rendimiento persistente en matemáticas. *Diario de Pediatría Del Desarrollo y Del Comportamiento*, *32*, 250–263.

Ianes, D. (2005). *Bisogni educativi speciali e inclusione. Valutare le reali necessità e attivare tutte le risorse* (Erickson, Ed.). https://www.libreriauniversitaria.it/bisogni-educativi-speciali-inclusione-valutare/libro/9788879468152

Jaworski, B., & Potari, D. (1998). Characterising mathematics teaching using the teaching triad. In A. Oliver & K. Newstead (Eds.), *Proccedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of mathematics education*. https://link.springer.com/article/10.1023/A:1021214604230

Roos, H. (2019). Inclusion in mathematics education: an ideology, a way of teaching, or both? *Educational Studies in Mathematics*, *100*(1), 25–41. https://doi.org/10.1007/s10649-018-9854-z

UNESCO. (2020a). Inclusión y educación: Todos sin excepción. *Informe de Seguimiento de La Educación En El Mundo*, 1–40. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000374817

Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. In *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125–154).

# DESARROLLO DE LA ALFABETIZACIÓN MATEMÁTICA MEDIANTE LA IMPLEMENTACIÓN DE ESCENARIOS DE INVESTIGACIÓN PARA CONTRIBUIR A LA FORMACIÓN DE CIUDADANOS CRÍTICOS

Ana Cristina Agredo Franco – acagredo@unicauca.edu.co

Universidad del Cauca

Juan Camilo Chaves Muñetón – jcchaves@unicauca.edu.co

Universidad del Cauca

## Resumen

Esta investigación se enmarca en la educación matemática crítica (en adelante EMC) y busca identificar la manera en la que, la implementación de tres tipos de escenarios de investigación posibilita el desarrollo de la alfabetización matemática en estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Alejandro de Humboldt de Popayán, Cauca, con el fin de contribuir a la formación de ciudadanos críticos. Teniendo en cuenta la complejidad de gestionar una práctica pedagógica que se considera dentro del paradigma crítico, que atienda a las particularidades de los estudiantes y su contexto, se realiza un trabajo desde la Investigación Crítica, a través de la cual es posible generar situaciones de enseñanza y aprendizaje que impulsan la formación de ciudadanos conscientes de su entorno y con la capacidad de cuestionar las injusticias y desigualdades de la sociedad. Lo expuesto en este documento es un avance preliminar de investigación que comprende la observación a una población de muestra y el diseño de instrumentos; además, para la consecución del objetivo planteado en esta investigación, se pretende realizar, una vez terminado el trabajo de campo, un análisis de datos con base en las categorías del conocer reflexivo propuestas por Mancera (2020).

## Palabras clave

Alfabetización matemática, escenarios de investigación, conocer reflexivo, educación matemática crítica, investigación crítica.

## Introducción

Las prácticas de enseñanza en matemáticas que se realizan en la mayoría de las instituciones educativas de nivel secundario se ubican dentro de los límites del aula y su *microcontexto*; de acuerdo con Skovsmose (2000) habitualmente las clases se desarrollan con actividades situadas en ambientes de aprendizaje bajo el paradigma del ejercicio y en su mayoría, únicamente con referencia en las matemáticas puras. De esta manera, el aula de matemáticas se convierte en un espacio monótono y aburrido, en el cual se considera al estudiante meramente como un receptor de información, "minimizando y anulando en los casos extremos al sujeto político que participa activamente en la construcción de sus condiciones sociales y culturales" (Manzano, 2016, p. 19).

Por lo anterior, dentro de una perspectiva crítica es imperante transformar las prácticas tradicionales de enseñanza de las matemáticas por unas que reconozcan el contexto y fomenten la participación activa de los estudiantes, esto tendría impacto en el ejercicio de la ciudadanía, lo que es un aspecto característico del enfoque sociocultural. En este sentido, como respuesta surgen los escenarios de investigación en lo propuesto por Skovsmose (2000) para promover el desarrollo de la alfabetización matemática y con ello contribuir a la formación de ciudadanos reflexivos que aborden problemas complejos desde una perspectiva de la educación matemática crítica (Skovsmose, 1994).

Así, la exigencia de estudiar matemáticas, que se encuentra en la mayoría de los currículos de Colombia, debería estar relacionada al derecho que tienen los ciudadanos a estar bien informados y a la defensa de una sociedad democrática. Es por esto que se encuentra en la implementación de escenarios de investigación una alternativa dentro de la EMC, en la cual, sin descuidar el rigor matemático, el estudiante puede "interpretar y actuar en una situación social y política que ha sido estructurada por las matemáticas" (Skovsmose, 2000, p. 110), procurando la articulación con el contexto sociocultural y sus intereses.

Para estructurar el trabajo de la práctica pedagógica, decidimos hacer una revisión sistemática de literatura[13] en la cual se pudo encontrar algunas investigaciones con objetivos similares a los que se proponen en este trabajo. No cabe duda de que estas investigaciones han aportado elementos teóricos esenciales y pautas para el diseño metodológico de esta práctica pedagógica. Sin embargo, bajo nuestro criterio, en algunos de ellos (v. gr. Correa y Hoyos, 2019; Páez, Sierra y Rubio, 2018) se muestra un trabajo centrado en el objeto matemático, despojando de protagonismo al estudiante en la construcción de su propio conocimiento, lo cual le impide leer y escribir el mundo desde las matemáticas; en otros (v. gr. Fresneda y Sarmiento, 2018; Amaya y Espinosa, 2020; Alvis, Aldana y Solar, 2019), se implementan únicamente escenarios de investigación con referencia en la vida real.

En el marco de este trabajo, con el reto de hacerle frente a la enseñanza tradicional de las matemáticas, se implementan escenarios de investigación en tres tipos de referencia: matemática pura, semirrealidad y situaciones de la vida real, ya que, de acuerdo con Skovsmose (2000) “es importante organizar tal reto también en términos de los ambientes de aprendizaje de tipo (2) y (4)” (p. 123). Además, en la revisión sistemática y los antecedentes se puede identificar que, a pesar de los esfuerzos por transformar las prácticas educativas tradicionales, son pocas las investigaciones encaminadas a esta temática dentro del marco de la EMC.

## Descripción de la propuesta

El contexto institucional y en particular, del aula de matemáticas de los cursos 7-1 y 7-3 de la institución educativa Alejandro de Humboldt, dejan en evidencia aspectos que reflejan la problemática a investigar, pues, aunque en el PEI del colegio se enfatiza la importancia de emplear estrategias que contribuyan a la formación de ciudadanos activos y críticos, se observa una diferencia en comparación con el plan de área de matemáticas y la organización de las clases, que priorizan los contenidos y limitan la reflexión y criticidad de los estudiantes.

En el contexto de la EMC, de acuerdo con Skovsmose (2000), la alfabetización matemática es crucial para contribuir al desarrollo de ciudadanos críticos y participativos en la sociedad, por esta razón se propone investigar la relación entre la implementación de

[13] Se consultaron artículos en bases de datos como Redalyc, Dialnet y repositorios de universidades como la Universidad Pedagógica Nacional, Universidad del Cauca, Universidad Francisco José de Caldas. Se utilizaron las siguientes ecuaciones de búsqueda: "escenario de investigación" AND y matemáticas AND.

escenarios de investigación, el desarrollo de la alfabetización matemática y la formación de sujetos reflexivos y críticos. Si bien se destaca la importancia de los escenarios de investigación como estrategia para fomentar la reflexión, se reconoce que no es la única, sino que existen otros ambientes de aprendizaje fundamentales en el proceso educativo, pues "Más bien, mi propuesta es apoyar una educación matemática que se mueva por los distintos ambientes presentados (…)" (Skovsmose, 2000, p.17). En este sentido, surge el siguiente interrogante: ¿De qué manera la implementación de escenarios de investigación contribuye al desarrollo de la alfabetización matemática en el intento de formar ciudadanos críticos?

Como ya se mencionó, esta investigación se encuentra dentro del marco de la educación matemática crítica, como corriente filosófica que se ocupa desde una perspectiva sociocultural, de las matemáticas y la educación matemática de manera que sea vista como una herramienta con fines emancipatorios. Es decir, lo social antecede a lo matemático (Gorgorió et al., 2006) y es por esto que, en las prácticas de la educación matemática tal como afirma Abreu (2000), el aula es un *microcontexto* en el cual interactúan alumnos y profesor como seres sociales, pero no puede ser despojada del *macrocontexto* en el que están inmersos tanto el aula, los participantes y sus prácticas educativas.

Por otro lado, sería natural preguntarse por las condiciones para alcanzar tal emancipación. En este sentido, Skovsmose (2011) señala la alfabetización matemática como una de esas condiciones, entendida como la capacidad de interpretar y actuar frente a situaciones sociales y políticas que han sido estructuradas por las matemáticas, es decir, el conocimiento matemático - que se supone debe aprenderse en la escuela - al servicio de la sociedad. Además, en la intervención con los estudiantes se pretende dar una visión de las matemáticas distinta a la tradicional, en la cual se considera las matemáticas como una herramienta de crítica para abordar situaciones de relevancia social o política, de igual manera, comprender y evaluar las prácticas matemáticas dentro de una cultura; es por esto que nos acogemos a una alfabetización matemática para el cambio social y centrada en la ciudadanía (Jablonka, 2003).

Por último, dentro del marco teórico se considera el escenario de investigación, propuesto por Skovsmose (2000) como "una situación particular que tiene la potencialidad para promover un trabajo investigativo o de indagación" (p. 5). De esta manera, los escenarios de investigación trascienden la visión tradicional de las clases de matemáticas al no considerar únicamente las competencias matemáticas, sino también las situaciones

del contexto que se encuentran inmersas dentro de la propuesta. Se encuentran dentro de lo que se denominan ambientes de aprendizaje, que se resumen en la Tabla 12:

| | | Formas de organización de la actividad de los estudiantes | |
|---|---|---|---|
| | | Paradigma del ejercicio | Escenarios de investigación |
| Tipo de referencia | Matemática pura | (1) | (2) |
| | Semirrealidad | (3) | (4) |
| | Situaciones de la vida real | (5) | (6) |

*Tabla 14. Ambientes de aprendizaje*
*Fuente: Skovsmose, (2000. p.10)*

Para el desarrollo de esta investigación se utilizará el enfoque cualitativo bajo el método de la investigación crítica propuesto por Vithal (2000), Skovsmose y Borba (2004), Skovsmose (2015). Esta metodología implica investigar lo que aún no es, pero tiene posibilidades futuras de ser, es así que en este proceso de investigación tiene sentido hablar de tres situaciones: actual (SA), imaginada (SI) y dispuesta (SD), relacionadas por medio de tres procesos cognitivos: imaginación pedagógica (IP), organización práctica (OP) y razonamiento crítico (RC). A continuación, se resumen las principales fases o actividades que ya se realizaron y las que faltan por implementar.

En un primer trabajo de campo se realizó una observación no participante que pretendía dar cuenta de la organización del aula de matemáticas, las prácticas educativas que se realizaban dentro del aula de matemáticas, la participación de los estudiantes, identificar espacios de diálogo, entre otros aspectos; para la recolección de información en esta etapa, se hizo uso de diarios de campo. Para entender las dinámicas educativas y sociales de los estudiantes se recurrió a una revisión documental que incluía el PEI, el plan de área de matemáticas e informes socioeconómicos de los estudiantes realizados por el establecimiento educativo.

Además, se realizaron entrevistas semiestructuradas a la profesora titular de matemáticas y a las directoras de los respectivos cursos, esto con el fin de conocer de primera mano las principales problemáticas de los estudiantes a nivel académico y sociocultural que ellas podían identificar. Posteriormente, se llevó a cabo un taller de cartografía social con el fin de identificar, desde la perspectiva de los estudiantes, las problemáticas de su entorno. Luego, se realizó la elección de la problemática a trabajar

desde el escenario de investigación tipo 6 (consumo de drogas y robo en el salón de clase), mediante una negociación entre practicantes y estudiantes.

En el segundo trabajo de campo, se implementarán tres escenarios de investigación (ambientes de aprendizaje tipo 2, 4 y 6) en los cuáles durante su ejecución, mediante una observación participante, se tendrán en cuenta las características del conocer reflexivo propuestas por Mancera (2020), como categorías de análisis de la alfabetización matemática. Para la recolección de datos se hará uso de: diarios de campo, material audiovisual, entrevistas y producción de los estudiantes. Se contrastarán los resultados con los de la primera observación y se realizará un análisis de esos datos, con apoyo en la transcripción de episodios y registros audiovisuales. Por último, se aplicarán entrevistas a los estudiantes después de finalizada la intervención, con el fin de relacionar lo dicho por los estudiantes con los objetivos planteados y reflexionar acerca del impacto que puede tener la implementación de escenarios de investigación.

## Resultados preliminares

Con las actividades realizadas hasta el momento, se ha podido caracterizar la población. Esta investigación se está llevando a cabo con estudiantes de grado séptimo, específicamente con los cursos 7-1 y 7-3, con un total de 58 alumnos, 28 de 7-1 y 30 de 7-3. De acuerdo con los datos obtenidos de encuestas realizadas, se obtuvo que los participantes, son estudiantes entre los 11 y 16 años de edad, clasificados en su mayoría en los estratos 1 y 2, asimismo, se pudo identificar que el ingreso económico de sus familias proviene de la agricultura, servicio doméstico, ventas ambulantes, construcción, servicio de moto taxi. Además, se pudo identificar que aproximadamente el 70% de los estudiantes viven a una distancia considerablemente lejana del colegio.

Por último, es importante mencionar el contexto del aula de matemáticas que se pudo identificar en el análisis de las observaciones realizadas y que es común en ambos cursos; el hecho de que el contexto en ambos cursos sea similar, se debe a que las clases de matemáticas están dirigidas por la misma profesora. Lo primero que se pudo identificar es que las clases se desarrollan bajo el paradigma del ejercicio, la profesora introduce un tema y posteriormente deja ejercicios o problemas para que los estudiantes los resuelvan. Asimismo, el trabajo en estas clases es individual, ya que la profesora lo prefiere así.

Como consecuencia, los estudiantes tienen poco o nulo interés en las clases, que se puede evidenciar cuando empiezan a usar los celulares, o en algunas de sus acciones, gestos o comentarios cuando deben resolver ejercicios o la profesora está explicando un

tema. En estas clases los estudiantes adoptan una postura pasiva, sin lugar para generar reflexiones críticas y aún más preocupante, alejados de su proceso de aprendizaje (Sánchez y Torres, 2009), puesto que, la planeación de la clase está centrada en seguir algoritmos y solucionar guías que se manejan dentro de la institución educativa. Se espera para finales de este año contar con un análisis detallado de esta investigación, teniendo en cuenta la información y resultados obtenidos de la intervención con los estudiantes.

## Referencias bibliográficas

Abreu, G. (2000). Relationships between Macro and Micro Socio-Cultural context: Implications for the Study of interactions in the Mathematics Classroom. Educations Studies in Mathematics, 41, Pág. 29. En Gorgorió, N. (2006). El aula de matemáticas intercultural: distancia cultural, normas y negociación. En Matemáticas e interculturalidad. Biblioteca de uno.

Alvis, J., Aldana, E. & Solar, H. (2019). Ambientes de aprendizaje: un articulador para el desarrollo de competencias matemáticas. Revista Espacios, 40 (21), p. 8.

Amaya, Y. & Espinosa, M. (2020). Azúcar, dulce y enemigo. Un ambiente de aprendizaje para el desarrollo de la competencia democrática en clase de matemáticas con estudiantes de grado noveno. [Tesis de Maestría, Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio institucional Universidad Pedagógica Nacional. http://hdl.handle.net/20.500.12209/12582

Correa, S. & Hoyos, W. (2019). Aulas No Prototípicas: Un ambiente generador de Escenarios de Investigación para facilitar la comprensión del orden en los números Enteros. [Tesis de pregrado, Universidad del Cauca]. Repositorio Universidad del Cauca. http://repositorio.unicauca.edu.co:8080/xmlui/handle/123456789/4204

Fresneda, E & Sarmiento, S. (2018). El desarrollo de la competencia democrática en la clase de matemáticas. [Tesis de Maestría, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. Repositorio institucional Universidad Distrital – RIUD. https://acortar.link/ancbOV

Gorgorió, N., Prat, M. y Santesteban, M. (2006). “El aula de matemáticas multicultural: distancia cultural, normas y negociación”. En J. M. Goñi (Ed.), Matemáticas e interculturalidad (pp. 7-24). Barcelona: Graó.

Jablonka, E. (2003). Mathematical Literacy. In: BISHOP et al. (Eds.). Second International Handbook of Mathematics Education. Dordecht: The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, p. 75–102.

Mancera, G. (2020). Conocer reflexivo en contextos de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica. [Tesis doctoral, Universidad Federal de Minas Gerais]. Repositório Institucional da UFMG. http://hdl.handle.net/1843/34715

Manzano, D. (2016). Relaciones entre prácticas matemáticas de aula y prácticas sociales: un estudio desde la investigación acción participativa con estudiantes de educación media. [Tesis de Maestría, Universidad del Cauca]. Repositorio Universidad del Cauca. http://repositorio.unicauca.edu.co:8080/handle/123456789/1006

Páez, D., Sierra, S. & Rubio, M. (2018). Reflexiones y transformaciones pedagógicas sobre ambientes de aprendizaje para el fortalecimiento del pensamiento numérico. [Tesis de Maestría, Universidad de La Sabana]. Repositorio Universidad de La Sabana.

Sánchez, B. & Torres, J. (2009). Educación Matemática Crítica: Un abordaje desde la perspectiva sociopolítica a los ambientes de aprendizaje. 10°Encuentro Colombiano de Matemática Educatíva . Grupo EdUtopía, 1-11.

Skovsmose, O. (1994). Towards a philosophy of critical mathematics education. Dordrecht: Kluwer Academic.

Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. Revista Ema, Investigación E Innovación En Educación Matemática, 6(1), 1–25.

Skovsmose, O. (2011). An invitation to critical mathematics education. Springer Science & Business Media.

Skovsmose, O. (2015). Pesquisando o que não é, mas poderia ser. En C. Lopes y U. D´Ambrosio. (Eds.). Vertentes da Subversão na Produção Científica em Educação Matemática. (pp. 63-90). Campinas SP: Mercado das Letras.

Skovsmose, O. & Borba, M. (2004). Research Methodology and Critical Mathematics Education. En P. Valero y R. Zevenbergen. (Eds.). Researching the Socio-Political Dimensions of Mathematics Education (pp. 207-226). United States: Springer.

Vithal, R. (2000). Re-searching Mathematics Education from a Critical Perspective. Paper presented at the Biennial International Conference on Mathematics Education and Society. Montechoro, Portugal.

# REPRESENTACIÓN DE LAS MUJERES EN LOS LIBROS DE ESTOCÁSTICA

Cristina Tenjo Córdoba – ctenjoc@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

La presente ponencia tiene como finalidad dar a conocer la investigación realizada en calidad de trabajo de grado en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, la cual se tituló: La representación de las mujeres en los libros de estocástica. Esta tomó el análisis de contenido para categorizar y analizar libros de texto de probabilidad y estadística, durante un periodo de cincuenta años, con el fin de estudiar las diferentes representaciones que se tienen en torno a las mujeres en estos textos de estocástica. Se expondrán una serie de premisas históricas, que permiten vislumbrar de qué manera los factores sociales se entretejen entre sí para crear y potenciar asimetrías mutuas con respecto a los roles de género, cuerpos sexuados y jerarquías de poder sobre la mujer, los cuales serán abordados desde un análisis de los enunciados de manera cuantitativa y cualitativa.

## Palabras clave

Estereotipos de género, análisis de contenido, relaciones de poder.

## Introducción

La cultura se ha encargado de preservar los diversos estereotipos de género que se han asignado a las personas a lo largo del tiempo, no solo en la vida social, económica y política, sino también en la vida académica a través de los cuatro pilares que sustentan la

construcción de saberes y costumbres del ser humano: religión y estado, familia, libros de texto y educación. La presente investigación pretendió responder, desde una perspectiva de género, el interrogante; **¿qué representación de las mujeres exponen los libros de estocástica en los últimos cincuenta años?** Así pues, el objetivo general de la investigación fue presentar los principales elementos que conforman la representación de las mujeres en una muestra de libros en el campo de la estocástica en los últimos cincuenta años. Para lograr esto se buscó: 1) realizar un análisis de los enunciados de libros de texto de estocástica a partir de la muestra con perspectiva de género y 2) presentar una propuesta para la elaboración de material didáctico con perspectiva de género en la estocástica.

## Marco teórico

Para abordar el problema y objetivos antes mencionados, se hizo importante diferenciar tres categorías, a saber:

*La división binaria de la sociedad:* el sistema patriarcal se adaptó a las diferentes épocas y tuvo la capacidad de incidir en todos los niveles sociales, promoviendo el funcionamiento dicotómico de los seres humanos, permeado de una división binaria, entre: femenino y masculino, pero siendo vista desde la hegemonía masculina, donde se mantiene que, "(…) la subordinación de las mujeres se ve como «natural» y, por tanto, se torna invisible. Esto es lo que, finalmente, consolida con fuerza al patriarcado como una realidad y como una ideología" (Lerner, 1990, pág. 8). De manera paralela estas situaciones se han logrado prolongar mediante la religión y el Estado, ya que, han promovido normas heteronormativas y el dominio de los cuerpos de las mujeres. Todo esto, se puede relacionar con los roles de género, ya que, "En cada sociedad rigen pautas acerca de lo que se espera de varones y mujeres que, basándose en diversas construcciones simbólicas y discursivas, legitiman la desigualdad". (D'Ovidio, 2020, p. 86).

*La reproducción de desigualdades de género:* la legitimación de la dominación masculina se entiende desde las formas de producción y reproducción de la idea de superioridad de todo lo que es masculino (sujeto) y sobre la inferioridad de todo lo que es femenino (objeto). La relación mencionada se produce a partir de la naturalización de esta misma apelando a un orden biológico y cosmológico de contrarios: fuerte-débil, adentro-afuera, arriba-abajo. (Bourdieu, 1998). Estás dicotomías consisten en normalizar y privar las libertades propias, ya que lo que se espera de ello es que hombres y mujeres permanezcan estáticos en un esquema impuesto socialmente, pero desde la mirada de

algo natural, como si las maneras de vivir en el mundo siempre hubiesen tenido esa forma (Butler, 2020, p. 26).

*Libros de texto:* al cuestionar los libros de texto, se logró evidenciar como ellos, plasmaban de manera estática un fragmento histórico, Cabe señalar que, los libros de texto son fabricados y distribuidos con el propósito de que la comunidad educativa tome este material como apoyo para la presentación de un tema. Sin embargo, los libros tienden a ser mecanismos de repetición de patrones culturales, predominando un material sexista, (se extiende el desarrollo de la idea en la parte de análisis y resultados). En el mismo sentido, Choppin (1992), citado por García y Palop (2017) señalan que los libros "(…) pueden ser estudiados desde distintos puntos de vista, ya que son producto de consumo, soporte de conocimientos escolares, vectores ideológicos y culturales e instrumentos pedagógicos" (p. 3). En otras palabras, el análisis crítico de los libros de texto puede evidenciar los pensamientos fabricados en cada época, justificando las diferentes representaciones que se poseen del ser humano.

## Metodología de investigación

Con el ánimo de presentar los principales elementos que conforman las representaciones de la mujer en una muestra de libros de estocástica, se presenta un modelo de investigación que se estructura a partir de la interpretación de los enunciados de problemas propuestos en ellos para la posterior inferencia de las representaciones que configuran sobre la mujer. La recogida de datos se orienta al muestreo y a las necesidades que resultan del tipo y del estado de la interpretación de los datos (Flick, 2007, p. 234).

El desarrollo del marco metodológico tuvo cinco fases: *Fase I*: revisión documental; *Fase II*: estructura del marco teórico; *Fase III*: recolección de la información: dentro de esta fase surgen los criterios de análisis, las categorías; tipología del ejercicio, profesión u ocupación y ubicación geográfica; *Fase IV*: análisis de la información; *Fase V*: resultados.

## Tratamiento de datos

La investigación demuestra que no se trata de categorizar los libros en buenos o malos; más bien, el problema radica en los peligros de su utilización por la reproducción de esquemas estereotipados y asimétricos de hombre-mujer, que colocan al hombre como el polo positivo, predominante, deseado y, en consecuencia, a la mujer como el polo menor, no deseado o limitado. Esto es importante en la medida que los enunciados que se

encuentran en los libros de texto ayudan a los niños, niñas y adolescentes a desarrollar ideas sobre su quehacer, rol, identidad o subjetividad en el mundo.

Ahora bien, para el desarrollo de la investigación, se tomaron libros de estocástica sin discriminación alguna. Se analizaron sesenta y seis libros de probabilidad y/o estadística; para tomar registro por cada libro, se organizó una base de datos con la información, de: número de páginas, lugar de impresión, año y participantes en la creación del mismo. Para complementarla, se tomaron todos los ejercicios, ejemplos y/o misceláneas pertenecientes a cada libro, se realizó el conteo de los mismos y se clasificaron en: cantidad de páginas; autoría, es decir si fueron escritos por mujeres o si hubo participación de la mujer en su escritura; y cantidad de enunciados por libro. A partir de ello, se realizó la discriminación por aparición, donde se determinó el número de enunciados donde se nombra a una mujer, a un hombre o el genérico para hombres y mujeres.

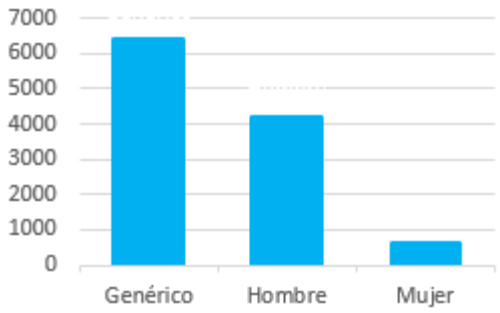



*Figura 19. Discriminación por aparición*
*Fuente: elaboración propia*

De manera general, el tratamiento de datos se realiza mediante el software Excel. Los libros están comprendidos en el periodo de 1973 a 2019, en su mayoría son libros con procedencia latinoamericana. Se revisaron, 29993 páginas, encontrando alrededor de 37288 enunciados, dentro de ellos se discriminan en cuatro tipos, según la aparición: nula, mujeres, hombres y lenguaje genérico.

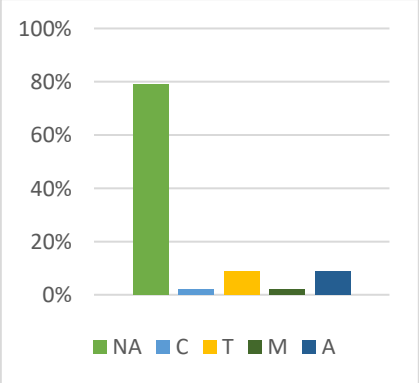
## Resultados y análisis

En términos generales, se recoge que la cantidad de enunciados donde se nombra a una mujer fue 645; la cantidad de enunciados donde se nombra a un hombre 4221; y la

cantidad de enunciados donde se utiliza el lenguaje genérico 6411. Ahora bien, de estos datos se puede realizar la comparación entre cantidad de enunciados de mujer con respecto al hombre y el lenguaje genérico.

Con respecto, a la primera comparación, se establece según la base de datos que, existe un total de 11922 enunciados haciendo referencia a personas, del cual solo el 5,7% hace referencia a las mujeres, la mención hacía los hombres es del 37,4% y el lenguaje genérico entendido como aquel que es utilizado para hacer referencias a hombres y mujeres, el cual comúnmente es en masculino, tiene una aparición de 56,8% Estos porcentajes evidencian que las mujeres no participan activamente como protagonistas de los enunciados. Por el contrario, los hombres poseen mayor frecuencia como actores principales en estos. Así pues, se puede señalar que la participación de las mujeres como referencia se invisibiliza.

De manera paralela, se logró evidenciar que esto no solo pasa en los enunciados, sino que la participación en la escritura y creación de libros de estocástica. De la muestra de los 66 libros de texto, el 79 % fueron escritos por hombres, mientras que solo el 9 % posee una creación absoluta de mujeres, en la gráfica se puede apreciar que cada letra representa la participación de las mujeres, siendo así: No Aplica (NA), Un cuarto de participación (C), un tercio de participación (T), un medio de participación (M) Absoluta participación (A). Esto lleva a concluir que los medios de producción de la cultura patriarcal son escritos principalmente por el género dominador y que a través de estos medios se trasmiten unas ideas determinadas que terminan reproduciendo la estructura de poder vigente.




En términos cualitativos, se pueden reconocer en los libros de texto los roles predominantes asignados al género femenino gracias al sexismo estructural. En este sentido se concuerda con que “las expectativas asociadas a los papeles sociales se transforman en diferencias reales según el sexo, limitando la capacidad de mujeres y hombres para trascender las posiciones asignadas” (Ávila, Vargas, Hernández, & García, 2015). Así, el ama de casa, madre o trabajadora en el enunciado es la actividad dominante como estereotipo histórico directamente relacionado con la división del trabajo entre mujeres y hombres. Al mismo tiempo, esta segregación limita lo que las mujeres pueden y hacen socialmente.

De acuerdo a lo anterior, se evidencia que las profesiones, oficios y roles que con frecuencia se asignan a las mujeres en los libros de texto son: estudiante, operaria, mamá y ama de casa. Mientras que las palabras de menor uso son: médica, escritora, senadora, arquitecta y contadora. Esta es una evidencia de la configuración de representaciones menores sobre las capacidades y roles de las mujeres en la sociedad.




Es aquí donde se juega todo un ejercicio de poder sobre las cargas profesionales y/o laborales que deben soportar las mujeres, relegándolas a ocupaciones subordinadas. La identificación de la mujer con la esfera privada, las profesiones de cuidado y la posición de trabajadora doméstica ha sido perpetuada por el sistema patriarcal. Son trabajos y roles en los que no ocupan una posición favorable y mucho menos una posición de igualdad.

Ahora bien, se tomó un enunciado encontrado durante el tratamiento de datos:

> *Modelos femeninas. En un estudio para evaluar varios efectos de usar una modelo femenina para anunciar automóviles, a cien hombres se les mostraron fotografías de dos automóviles de precio, color y tamaño semejantes, pero de marcas diferentes. Uno de los automóviles se exhibió con una modelo femenina a 50 de los hombres (grupo A), y ambos automóviles se exhibieron sin la modelo a los otros 50 hombres (grupo B). En el grupo A, el automóvil exhibido con la modelo fue juzgado como más costoso por 37 hombres; en el grupo B, el mismo automóvil fue considerado como el más costoso por 23 hombres. ¿Estos resultados indican que usar una modelo femenina influye en el costo percibido de un automóvil? Use una prueba de una cola con a = .05. (Mendenhall, Beaver, & Beaver, 2010, págs. 380- 381)*

Queda claro a partir de este enunciado, cómo el cuerpo femenino todavía se trata como una mercancía para ser consumida. Hay evidencia de un cambio significativo en los roles que se le asignan a las mujeres, a pesar de que la idea de las mujeres en la publicidad como objetos sexuales todavía predomina en varios contextos. Al mercado le resulta más

rentable vender la imagen de la mujer como un ser que se restringe a mostrar su apariencia física porque el cuerpo de la mujer es más llamativo que su propia esencia desde el punto de vista del consumo.

Estas condiciones físicas son el resultado de un entendimiento tácito donde el cuerpo es tratado como un objeto a ser controlado y la importancia de la imagen se antepone a cualquier otra consideración. Pero dados los hallazgos, es posible mostrar que se pueden identificar dos fuertes extremos que forman parte de la construcción cultural de los roles de las mujeres: estar a cargo del hogar y servir como símbolo sexual. Al mismo tiempo, el consumismo ha promovido una falsa comprensión de lo que es el éxito y las cualidades que se necesitan para poseerlo y alcanzarlo. Siguiendo con el análisis de la declaración, podemos demostrar que el uso de una fotografía en la venta de un automóvil solo triunfa sobre la noción de que las mujeres son retratadas en la cultura como objetos maleables que pueden cambiarse para adaptarse a las intenciones de la persona que los usa. que poseen con respecto a ella.

## Conclusiones

Existe una gran desigualdad entre el número de autoras en relación con autores que escriben libros de estadística, lo mismo que son desiguales respecto de las representaciones que otorgan a una u otro. Esto corresponde a una tradición discursiva que otorga más importancia, valor y reconocimiento a los hombres en detrimento del reconocimiento que se otorga a las mujeres. Esto también corresponde a una jerarquía en la que los hombres son superiores a las mujeres, lo que perpetúa prácticas sociales de exclusión y subordinación de las mujeres. Se puede decir que, con base en la competencia, las diferencias de género y el capitalismo silencioso, la existencia de roles de género es la base para que estas jerarquías funcionen.

El uso del lenguaje se puede expresar como violencia simbólica según lo expresado por Bourdieu, en ese sentido, la carencia en los nombramientos, recrea y potencia los roles de género, que como dan cuenta históricamente se ha relegado a las mujeres a la esfera privada, en su mayoría, lo cual ocasiona que no se tomen en cuenta para la toma de decisiones, esto las mantiene en el anonimato y potencia la exclusión femenina como un fenómeno natural, y el mayor beneficiario de estas prácticas es el patriarcado, porque refuerza la persistencia del sexismo, por ende, la participación de las mujeres en la esfera pública se vuelve mínima y se torna difícil sobresalir en está. Históricamente se explica en términos de borrado de la mujer, debido a que el sistema patriarcal escribe la historia en

una posición centrada en el hombre, a las mujeres no se les ha permitido hacer contribuciones y aportes teóricos; para el caso, se puede ver la poca información que hay sobre escritoras a pesar de la variedad de muestras analizadas, mostrando una realidad desigual.

En el tratamiento de datos, se evidencia que, aunque el comportamiento de los enunciados por género parece ser consistente, la realidad es que los hombres hacen más declaraciones que las mujeres, y la proporción supera el 30% de los datos. Es claro que no parece haber un espacio académico o profesional para que las mujeres escriban. Estas son formas de exclusión y violencia que deben ser criticadas para emprender acciones transformadoras basadas en el empoderamiento. Lo anterior muestra que mujeres y hombres tienen un largo y arduo camino para cerrar la brecha entre uno de los polos cuando se trata del binario de género hegemónico.

## Referencias bibliográficas

Ávila, D., Vargas, M., Hernández, C., & García, J. (2015). Acerca de la feminización de profesiones. Caso: la docencia en preescolar en la ciudad de México. Revista estudios de género la ventana, 134.

Butler, J. (2020). Sin miedo. Formas de resistencia a la violencia de hoy. Barcelona: Random House.

Caballero García, P. Á., & Fernández Palop, M. P. (2017). El libro de texto como objeto de estudio y recurso didáctico para el aprendizaje: fortalezas y debilidades. Revista electrónica interuniversitaria de formación del profesorado, 203.

D'Ovidio, A. C. (2020). Roles y estereotipos de género: experiencias de socialización en adolescentes. Congreso-Memorias 2020 (págs. 84-90). Buenos Aires: Facultad de Psicología-Universidad de Buenos Aires.

Lerner, G. (1990). La creación del patriarcado. Barcelona: Crítica.

Flick, U. (2007). Introducción a la investigación cualitativa. Madrid: Morata. García Perales, R. (2012). La educación desde la perspectiva de género. Revista de la Facultad de Educación de Albacete, 1-18

Mendenhall, W., Beaver, R., & Beaver, B. (2010). Introducción a la probabilidad y estadística. 13a. Edición. Ciudad de México: Cengage Learning Editores

# LA ENSEÑANZA Y LAS CONCEPCIONES DE LAS MATEMÁTICAS EN INSTITUCIONES EDUCATIVAS MULTIGRADO

Laura Alejandra Castillo Niño – laura.castillo06@uptc.edu.co

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

Luis Eduardo Sánchez Murcia – luis.sanchez07@uptc.edu.co

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

## Resumen

Esta investigación que está en andamiento tiene como objetivo analizar dinámicas de la clase de matemáticas en algunas instituciones educativas multigrado y las concepciones que los docentes tienen en cuanto a su enseñanza en la educación rural, por medio de una metodología etnográfica de tipo pragmático se buscó obtener una comprensión de la cultura y las realidades sociales. De esa manera se llevaron a cabo cinco etapas: 1) reconocimiento, 2) observación, 3) entrevistas, 4) análisis de la información, 5) consolidación. Algunos resultados obtenidos señalan que las dinámicas de clase de los docentes en escenarios multigrado potencian el trabajo en equipo de los estudiantes. En consecuencia, las estrategias utilizadas por los profesores van encaminadas a fortalecer este tipo de actividades dentro del aula, las cuales son promovidas por el modelo Escuela Nueva que es considerada una herramienta enriquecedora para la construcción del aprendizaje en comunidad. Por lo tanto, resulta relevante para este proyecto observar y comprender algunos factores que posibilitan el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en aulas multigrado.

## Palabras clave

Educación del campo, etnografía, dinámicas de aula, estrategias de aprendizaje, educación matemática.

# Introducción

Las investigaciones en el contexto rural son esenciales para el desarrollo educativo del país, puesto que permiten conocer la trascendencia del docente en los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como algunos desafíos particulares propios de estos escenarios. En este sentido, Vargas (2003) señala que las condiciones de pobreza, infraestructuras inadecuadas y ubicaciones geográficas remotas, entre otros factores, limitan las dinámicas educativas. Ante estas condiciones adversas, se desarrollaron proyectos que tuvieron como finalidad contrarrestar los altos índices de deserción, analfabetismo, la limitada disponibilidad de docentes y el rezago educativo en áreas desfavorecidas geográficamente.

Como respuesta a estas dificultades, se implementaron estrategias y programas educativos que buscaban atender las necesidades del estudiante en su contexto local; de esta manera, nace la escuela multigrado cuyo origen se remonta a 1961 cuando la UNESCO propone el proyecto principal para la extensión y mejoramiento de la educación primaria, que impulsa la creación de la escuela unitaria como un escenario valioso para fomentar la comunidad de trabajo, la ayuda mutua y el intercambio de conocimientos. A partir de ello, en la década de los sesenta, el gobierno colombiano comenzó a crear múltiples escuelas unitarias en todo el país. Sin embargo, la falta de apoyo al campesinado y de oportunidades para una vida digna en el campo, llevó a la búsqueda de alternativas pedagógicas que permitieran adaptar las características propias de las zonas rurales en el currículo educativo nacional, dando inicio al programa Escuela Nueva. Este es caracterizado por el Ministerio de Educación Nacional (2010) como como un modelo que brinda una educación primaria completa en escuelas multigrado con uno o dos maestros en aras de fortalecer la relación entre la escuela y la comunidad, en la construcción de un aprendizaje activo para los estudiantes.

Por consiguiente, se hace necesario que los docentes busquen formas efectivas de conectarse con sus estudiantes, comprendiendo sus estilos y estrategias de aprendizaje adecuados al entorno social. En este sentido, Gutierres et. al (2020) plantea que la enseñanza y el aprendizaje se logra cuando el maestro emplea enfoques metodológicos y estrategias de enseñanza que se ajustan a su contexto, con la finalidad de mejorar la calidad educativa y la formación integral del estudiante. Debido a esto, surge la necesidad de comprender los procesos educativos en matemáticas que se desarrollan en las instituciones multigrado. De acuerdo con Lima y Lima (2013) estas escuelas enfrentan dificultades debido a la heterogeneidad de sus estudiantes y la diversidad de niveles

académicos en un mismo salón, asimismo los docentes se enfrentan a ciertas limitaciones que impactan directamente en la calidad de la enseñanza y el desarrollo de competencias matemáticas.

Es por esto que esta investigación tiene el objetivo de analizar aspectos claves que inciden en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en escenarios educativos rurales, mediante la comprensión de las dinámicas de clase y las concepciones que los profesores tienen en cuanto a experiencias y saberes adquiridos durante su labor. Desde esta perspectiva, Pinilla y Ávila (2022) consideran que es necesario conocer las reflexiones que surgen de los docentes con base en sus trayectorias y entornos culturales, con el fin de realizar una aproximación a sus conocimientos y compartir sus propuestas pedagógicas.

## Descripción de la propuesta

Las dinámicas en los procesos de enseñanza y aprendizaje han adoptado diversos enfoques propuestos para el desarrollo sociocultural de los estudiantes, refiriendo la práctica pedagógica del docente como una parte esencial de esta transformación. En este sentido, el papel del educador, según lo menciona Zorro (2020) “resulta ser el más importante al considerarlo como la base de una sociedad más desarrollada y productiva; son ellos los llamados a crear y diseñar las estrategias” (p. 15) en los centros educativos distribuidos en todo el territorio nacional.

Bajo este contexto, en la educación colombiana, las instituciones educativas multigrado surgen de la prioridad de atender a niños que generalmente viven en sectores rurales pequeños y aislados, por ello Vargas (2003) precisa que “ las escuelas multigrado están insertas en un contexto rural, son las escuelas de los campos del país y sus contextos están permeados por las condiciones socioeconómicas de la ruralidad ” (p. 11) donde se presentan carencia de recursos, materiales didácticos y espacios complementarios que según Gutierres et. al (2020) deben ser sustituidos por la creatividad e innovación del docente. Del mismo modo, un único profesor es responsable de dos o más niveles educativos simultáneamente. Con base en ello, la presente investigación aborda un planteamiento desde la propuesta de Sachs (2014) con base en la relación entre el programa de etnomatemática y la educación del campo, para lo cual:

> *El Programa de Etnomatemática, en principio, busca comprender y conocer el conocimiento y la práctica matemática de las culturas marginadas. Además, busca comprender el ciclo de generación, organización intelectual, organización social y difusión de este*

> *conocimiento. "La cultura marginada" que trato en esta investigación es la campesina y, en lugar de buscar conocer su conocimiento y práctica matemática, busco comprender y proponer una reflexión sobre la escuela en este contexto. (p. 19).*

A partir de ello se buscó también trabajar con otros autores que ayudaron en ese abordaje, como Bishop (1998), Cavalcante (2015), Lima y Lima (2013), quienes centran su atención en la educación matemática, su relación socio-cultural y sus dinámicas de aula. Para tal fin, se utilizó un enfoque cualitativo de tipo pragmático, que es definido por Taylor y Bodgan (1987) como un modelo flexible, inductivo y contextual que busca comprender y describir la realidad social en toda su complejidad. Así se desarrolló un trabajo de campo enfocado en describir el contexto académico, normativo y curricular de dos instituciones rurales de educación básica primaria del municipio de Caldas (Boyacá). La ejecución de esta investigación se llevó a cabo mediante las siguientes etapas:

*Etapa 1: reconocimiento.* Se revisaron documentos como tesis, artículos, trabajos de investigación, libros, entre otros, sobre las dinámicas de la clase de matemáticas enfocados en las concepciones pedagógicas y del quehacer educativo del docente. El intervalo de búsqueda tuvo un radio comprendido de 2003 a 2022.

*Etapa 2: observación.* Se usó la observación etnográfica definida por Angrosino (2012) como "el arte y la ciencia de describir un grupo humano: sus instituciones, comportamientos interpersonales, producciones materiales y creencias" (p. 35) incluyendo el uso de técnicas para la recolección de información como diarios de campo los cuales Taylor y Bodgan (1987) consideran que constituyen una fuente primordial de datos debido a que permiten describir las situaciones observadas, capturar información detallada y sistemática para generar nuevas preguntas y líneas de investigación.

*Etapa 3: entrevistas*. La información se recolectó mediante entrevistas semiestructuradas que según Corbetta (2003) brindan al investigador una estructura general de la misma, estableciendo un estilo propio de conversación que puede adaptarse libremente sobre los temas a tratar para una mayor profundización de los mismos. Bajo este enfoque, se realizaron preguntas abiertas a dos docentes para visibilizar sus concepciones, perspectivas y experiencias educativas en la educación rural.

*Etapa 4: análisis de la información.* Se hizo una síntesis en cada uno de los siguientes aspectos: práctica pedagógica en escenarios rurales teniendo en cuenta el tipo de enseñanza, los recursos y materiales didácticos usados por el docente en el área de

matemáticas; formación docente incluida la formación académica y experiencia en ámbitos rurales y procesos formativos con base en las concepciones y perspectivas educativas de los docentes en aulas multigrado.

*Etapa 5: algunos resultados*. Las dinámicas de la clase de matemáticas en aulas multigrado fomentan la participación, el compromiso y la comunicación entre los estudiantes a través de actividades grupales que promueven un ambiente de aprendizaje colaborativo. Además, desarrollan un proceso de evaluación integral tanto a estudiantes como a padres de familia, mediante una rúbrica que busca fortalecer la relación entre la comunidad y la escuela.

Los docentes consideran que sus clases deben partir desde la individualidad, atendiendo necesidades específicas de cada estudiante (situaciones económicas, familiares, etc.) reconociendo como parte primordial el desarrollo integral del ser humano. Además, conciben el modelo de Escuela Nueva como un enfoque que brinda flexibilidad y facilidad para distribuir el tiempo de manera adecuada, al igual que permite abordar los temas requeridos en el área de matemáticas a través del desarrollo de actividades individuales, grupales y familiares que fortalecen el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

En resumen, se analizó las dinámicas de la clase de matemáticas en dos sedes multigrado de educación básica primaria de la institución educativa Francisco José de Caldas, con el objetivo de caracterizar las estrategias y los procesos formativos que implementaron los docentes durante el desarrollo de las clases. Del mismo modo, se consideró también la propuesta curricular establecida por los profesores en relación con el contexto, refiriendo la importancia de una matemática escolar pensada para los niños y niñas que habitan en zonas rurales de Colombia.

## Conclusiones

Las dinámicas de clase en aulas multigrado permiten fomentar el trabajo en equipo con el objetivo de que los estudiantes compartan sus conocimientos y experiencias, las cuales son valoradas no solo por el docente sino también por sus compañeros a través de ejercicios de coevaluación. En la construcción de este aprendizaje colaborativo, se involucran estudiantes de distintos niveles educativos al igual que integrantes de un mismo grupo familiar para así potenciar el desarrollo de habilidades interpersonales, comunicación, respeto y empatía. Reconocer la trayectoria de los docentes en aulas multigrado permite entender las realidades sociales que se presentan en la escuela. La

interpretación de las estrategias y procesos formativos implementados para sortear dificultades, son parte de una reflexión más profunda acerca de la práctica pedagógica, que puede ser compartida para la transformación de la educación rural.

## Referencias bibliográficas

Angrosino, M. (2012). Etnografía y observación participante en investigación cualitativa. *Ediciones Morata*.

Bishop, A. (1998). Aspectos sociales y culturales de la Educación Matemática. Enseñanza de las Ciencias. *6*(2), 121 - 125.

Cavalcante, N. (2015). *Educação Matemática nos contextos de educação do campo: reflexões a partir de perspectivas teóricas* (Vol. 2). Congresso Nacional De Educação.

Corbetta, P. (2003). *Metodología y técnicas de investigación social.* McGraw-Hill.

Gutierres, Y., Nieto, M., & Portilla, H. (2020). Estrategias pedagógicas en el aula multigrado en los escenarios de la educación rural en Colombia. Revisión documental. Obtenido de https://ciencia.lasalle.edu.co/maest_docencia

Lima, A., & Lima, I. (2013). Educação Matemática e Educação do Campo: desafios e Possibilidades de uma articulação. *Revista de Educação Matemática e Tecnológica, 4*(3).

Ministerio de Educación Nacional. (2010). *Manual de implementación escuela nueva. Generalidades y Orientaciones Pedagógicas para Transición y Primer Grado.*

Pinilla, P., & Ávila, L. (2022). Trayectorias de maestros rurales desde sus narrativas. *Educación y Ciencia, 26*. doi:10.19053/0120-7105.eyc.2022.26.e12982

Sachs, L. (2014). Entendimentos a respeito da matemática na educação do campo: questões sobre currículo.

Taylor, S., & Bogdan, R. (1987). Introducción a los metodos cualitativos de investigación. *Editorial Paidós*. Obtenido de https://acortar.link/guZsAa

Vargas, T. (2003). Escuelas multigrado: ¿Cómo funcionan? Reflexión a partir de la experiencia evaluativa del proyecto Escuelas Multigrado Innovadas. *Santo Domingo: Editora de colores S.A.*, 11.

Zorro, Y. (2020). Práctica pedagógica en matemáticas en escuelas rurales: Un estudio de caso. 15.

# UNA MIRADA AL CONTEXTO SOCIOCULTURAL Y A LAS PRÁCTICAS MATEMÁTICAS REALIZADAS POR FAMILIAS DE LA PLAZA DE MERCADO DEL SUR DE TUNJA

Karol Jimena Moreno Gómez– karol.moreno01@uptc.edu.co

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

María José Rubio Romero– maria.rubio02@uptc.edu.co

Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia

## Resumen

Las prácticas matemáticas son muy importantes en la cotidianidad, pues expresan mediante su contexto una cierta forma de hacer y pensar la matemática. Un ejemplo claro es lo que acontece en las plazas de mercado. Por ese motivo, este proyecto fue realizado con el fin de dar visibilidad desde una perspectiva sociocultural a las prácticas matemáticas de dos familias que trabajan en la plaza de mercado del sur de Tunja, mediante una investigación etnográfica teniendo en cuenta cinco fases: a) exploración inicial; b) ubicación de la población; c) Inmersión en la comunidad; d) elaboración de instrumentos de recolección de información, y, e) consolidación del trabajo. Finalmente, gracias a esta investigación es posible afirmar que se practican las seis actividades universales planteadas por Bishop (1999) las cuales son: contar, diseñar, jugar, localizar, medir y explicar, todo esto con la ayuda de medios que ellos crean a partir de lo que encuentran en su contexto, facilitando así su trabajo. Dejando así que este tipo de investigaciones son de gran importancia para entender las prácticas matemáticas de cada cultura o contextos fuera de la educación formal.

## Palabras clave

Etnomatemática, prácticas matemáticas, actividades universales, plaza de mercado.

## Introducción

Las prácticas matemáticas se pueden encontrar en distintos escenarios, incluso fuera del ámbito educativo, esto también es posible identificar mediante la etnomatemática cuando se investiga comunidades y las prácticas que realizan dichas comunidades, dándose así un acercamiento a las costumbres y sus tradiciones. Desde ese punto de vista autores como Bishop (1988; 2002) propone dos áreas de investigación en la Educación Matemática: la primera referida a los aspectos sociales, y una última, relativa a las culturales, pues para el autor no hay una separación entre el entorno y la producción cultural. Además de eso, esa relación posibilita que "las matemáticas se entiendan mejor en qué consisten, cómo sirve para comprender nuestro mundo y por qué son tan importantes para los escolares" (Bishop, 1988, p.12).

Por lo tanto, para este proyecto se tuvieron en cuenta las seis actividades universales planteadas por Bishop (1988) llamadas así debido a que todos los grupos culturales participan en ellas, estas son: **contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar.** Así como también el enfoque etnomatemático (D'Ambrosio 2001) que permitió visibilizar "la matemática practicada por grupos culturales, tales como shop urbanas o rurales, grupos de trabajadores, clases profesionales, niños de cierta edad, sociedades indígenas y otros grupos que se identifican por objetivos y tradiciones comunes a los grupos" (p. 9). Este proyecto se centró en la comunidad de la plaza de mercado de sur de Tunja, donde laboran cientos de personas en diferentes roles; en algunos casos se encuentra el núcleo familiar, personas que no poseen un nivel educativo, así como diferentes realidades que aportaron a lo largo de la elaboración del proyecto. Por ese motivo, está propuesta se enfocó en hacer un acompañamiento etnográfico a dos familias teniendo en cuenta lo anteriormente mencionado, el propósito de este proyecto fue visibilizar las prácticas matemáticas de dos familias desde una perspectiva sociocultural en la plaza de mercado del sur de Tunja.

# Descripción de la propuesta

A lo largo de nuestras vidas hemos evidenciado en varios contextos el desarrollo de las matemáticas en general, para poder hablar de esto y entrar en el propósito del proyecto es importante mencionar como han influenciado las matemáticas en nuestro día a día, en cuanto a nuestra infancia especialmente en los primeros años consideramos entonces que desde las prácticas de nuestros padres y la manera como ellos nos fueron acercando a las matemáticas, nos ayudaron a pensar y posibilitar la propuesta de este proyecto. Pues, según Alberti (2007), "la escuela no es el único foco de conocimiento matemático" (p.51) sino que en parte se producen desde las prácticas cotidianas de los seres humanos y, por eso nos preguntamos ¿Qué practicas matemáticas producen en su cotidianidad dos familias trabajadoras de la plaza de mercado del sur de Tunja? Para así evidenciar que no necesariamente es preciso un espacio escolarizado para que la matemática se emerjan y con esto posibilite demostrar que no siempre estar en un contexto educativo se puede aprender matemáticas.

Es por eso que está propuesta se llevó a cabo por medio de una investigación etnográfica definida por Murillo y Martínez (2010) como "descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones y comportamientos que son observables. Incorpora lo que los participantes dicen, sus experiencias, actitudes, creencias, pensamientos y reflexiones tal como son expresadas por ellos mismos y no como uno los describe" (p. 32). Por medio de ello, se tiene que una de las cosas que caracteriza esta investigación es la inmersión que se hace en la comunidad, ya que para ellos se requiere un análisis descriptivo de la cultura, de sus tradiciones, costumbres, la forma en que se relacionan y el conocimiento que desarrollan a partir de sus experiencias, para nuestro caso, su lugar de trabajo. De acuerdo a lo anterior el proceso investigativo se desarrolló siguiendo los planteamientos de Goetz y LeCompe (1988) en las siguientes fases:

- *Exploración inicial:* se realizó varias visitas a la plaza de mercado para realizar una observación no participante, para conocer el contexto en el que viven estas personas.
- *Ubicación de la población de estudio:* se intervino en la comunidad para así ubicar las dos familias deseadas, por una parte, la primera familia Muñoz

Fonseca[14] con un integrante con especialización y por otra, la familia Samacá Samacá con un integrante que dejo la educación formal.

- *La inmersión en la comunidad:* se hicieron 10 observaciones participativas con las familias.
- *Elaboración de instrumentos para recolectar información:* como se mencionó anteriormente se llevó a cabo el método etnográfico, por lo cual se hicieron notas de campo, registros permanentes (audiovisuales) y una entrevista narrativa (Jovchelovitch; Bauer, 2010) a un integrante de cada familia.
- *Algunos resultados:* exponemos como algunos resultados un texto llamado "La plaza de mercado más que un lugar de trabajo" que posibilitó describir por medio de un contexto sociocultural Bishop (1999) la realidad del lugar donde se hizo el trabajo de campo. Además, se muestra como resultado de un vocabulario etnográfico indispensable para comprender la realidad habitada, para exponer la inmersión necesaria de todo proceso investigativo encamina. Finalmente se encuentra la relación de las practicas matemáticas con las actividades universales planteadas por Bishop.

## *La plaza de mercado más que un lugar de trabajo*

Tunja tiene tres plazas de mercado: la del norte, la del occidente (plaza del Carmen) y la del sur; al entrar a la capital de Boyacá por la avenida que atraviesa la ciudad, en el sentido sur-norte encontramos la plaza de mercado del sur, centro de negocios donde se comercializa principalmente frutas, verduras, legumbres, granos, tubérculos, amasijos, carnes y comida, como ropa y cacharrería. Allí se encuentran miles de trabajadores en un rango de edad variado, ya que se ven niños, adolescentes, adultos y adultos de la tercera edad dedicados al quehacer de la plaza; muchos de ellos trabajan allí desde hace 25 o 50 años atrás cuando la plaza de mercado se encontraba donde ahora es conocido como "Plaza real". Así también algunos de estos trabajadores van a otras plazas de otros municipios.

Una persona en medio de una charla nos mencionó lo siguiente: "yo trabajo Villa de Leyva, Samacá, Puente nacional, Siachoque, Sogamoso y acá, yo me paro los jueves en los muiscas al frente de las canchas" también la familia Muñoz Fonseca en medio de la observación nos contaba que ellos los domingos se dividían, entonces, unos iban a Villa de Leyva y otros a la plaza de mercado del norte en Tunja.

[14] Contamos con un consentimiento informado de las dos familias para participar de la investigación.

Por otra parte, las personas consideran la plaza como algo más allá que un lugar de trabajo, ya que pasan la mayor parte de su tiempo en ese lugar. Ellos realizan afirmaciones como la siguiente: "*la plaza es mi otro hogar, mi otro hogar porque ya llevo arto aquí*", así como también demuestra que ha sido un lugar llevado de generación a generación: "*para mí la plaza significa la vida, porque es de generación en generación, mi padre duro 60 años y yo soy generación nueva de él*". La plaza de mercado va más allá de la estructura física, es el sustento diario de cientos de familias desde los diferentes roles: mayoristas, minoristas, compradores, coteros, tinteros, empleados, ésta se encuentra formada y sostenida por cada una de las personas que laboran con sus diferentes realidades, estar en la plaza es un estilo de vida. Así como también nos cuenta Doña Pilar: "*en la plaza usted consigue plata, consigue amigos, usted congenia, pelea, ríe, vive contenta, vive alegre, pero como tiene sus más tiene sus menos, mire usted aquí en la plaza aprende a tomar, en la plaza usted aprende a ser grosera, en la plaza usted aprende a ser tramposa, aquí en la plaza hace falta como que le digo yo, educación, como formación*".

A pesar de que la plaza es un trabajo bastante duro según ellos, las personas viven agradecidas porque han logrado sacar a sus hijos adelante, así como lo mencionaba una trabajadora: *"tengo un oficial del ejército sacado de esto, tengo un guardia del IMPEC, tengo una nieta que es patrullera; todo lo hemos sacado nosotros del gremio de la plaza, por eso dice un dicho que "Dios y plaza", ¿por qué? Porque aquí uno no tiene contrato laboral, no está expuesto a que si usted no cumple un horario le quitan el trabajo a uno, solo tiene a Dios y a la plaza".* La plaza ha formado personas, familias, ha visto crecer a los hijos, a los negocios; ha ayudado a miles de familias, pero también se ha despedido de ellas, ya sea porque deciden buscar otro empleo o por una triste despedida, pues muchos han partido a la eternidad. Es por esto por lo que la plaza de mercado es más que un lugar de trabajo para ellos.

*El vocabulario* que se usa en la plaza se considera bastante particular, ya que hay algunas palabras que en nuestro diario vivir significan algo completamente diferente, por esto en la siguiente tabla encontraremos un pequeño glosario. Es importante mencionar que el acento de las palabras comunes es diferente al usual, pues al decir "ponerle" suelen decir "ponele" o al decir "por ahí" se escucha el "puahi", por lo tanto, se guardan las raíces campesinas en el dialecto.

| Palabra | Significado | Palabra | Significado |
|---|---|---|---|
| **Bocadera** | La parte superior de un costal, es decir donde finaliza el bulto de algún producto. | **Bolsa azul** | Es el plátano artón parejo o mediano que sale de la cosecha |
| **Carreta** | Vehículo de madera construido por los coteros para transportar más carga y de una manera fácil. | **Carullera** | Caja plástica en la cual se empaca la papaya y melón. |
| **Chancear** | Sinónimo de jugar, suele ser una acción entre los coteros unos a otros | **Cómodo** | Es sinónimo de económico |
| **Cotero** | Persona que carga y descarga los camiones. | **Costal** | Saco de Cintas para empacar productos |
| **Detaliar** | Vender al por menor un producto | **Echar** | Vender un producto, o cargar un producto dependiendo el contexto |
| **Envidar** | Ofrecer el producto | **Extender puesto** | Ubicar los productos que serán vendidos de manera estratégica |
| **Fiar** | Dar el producto a un cliente y que después lo pague | **Gaja** | Grupo de bananos o plátanos que se encuentran unidos por un extremo de estos |
| **Guacal** | Cajón de madera donde vienen empacados los bananos | **Lazo** | Persona que carga y descarga los camiones. |
| **Manojo** | Es la medida del cilantro | **Mueche** | Mostrar algo |
| **Ñapa** | Dar un producto adicional sin costo por la compra realizada | **Paquetear** | Empacar en bolsas plásticas los productos |
| **Patrón** | Sobre nombre para hombres, usado para llamar su atención y ofrecer el producto. | **Pica** | Es el plátano artón más pequeño que sale de la cosecha |
| **Pila** | Es el arrume de un producto | **Pintón** | Es el plátano que está en término medio, ni verde, ni maduro |
| **Pucho** | Medida de algunos productos | **Regatear** | Pedir descuento |
| **Rejuda** | Cuando la yuca esta fea, es decir negra por dentro. | **Rey/reina** | Sobre nombre para hombres o mujeres usado para llamar su atención y ofrecer el producto. |
| **Sumercé** | Palabra usada para dirigirse a otras personas y no usar el “usted” | **Transbordar** | Pasar de un lado a otro, normalmente de un carro a otro o de una caja a otra |
| **Volear** | Acción de ayudarle al cotero a cargar bulto | **Zorra** | Vehículo de madera construido por los coteros para transportar más carga y de una manera fácil. |

*Tabla 15. Vocabulario en la plaza*
*Fuente: elaboración propia*



*Figura 20. Organización plaza de mercado*
*Fuente: elaboración propia*

### *Las prácticas matemáticas y las actividades universales*

*Contar:* los trabajadores en la plaza hacen una selección de los productos con respecto al tamaño, los productos como: plátanos, melones, sandias, manzanas, guayaba y banano, tienen 3 de tamaños: delgado, parejo y grueso; además realizan un inventario de cada producto usando así la técnica del conteo, al igual que cuando los clientes llegan a realizar sus pedidos y quien los atiende empaca los productos haciendo un conteo para luego realizar la cuenta de los precios y dar el valor total.

*Diseñar:* independientemente de que todos los productos ya vengan empacados desde el lugar donde los compran, es posible evidenciar que cada uno de los productos tiene una forma característica en la que están organizados

*Medir:* es posible entonces relacionar la actividad de diseñar, con la actividad de medir, además de que cada forma de organizar o empaquetar cada producto se realiza con el fin de establecer medidas que sirva en el contexto, es por esto que "*en lugares como la plaza del sur de Tunja es normal escuchar que se los clientes lleguen pidiendo una canastilla de guayaba a que digan 20 kilos de guayaba*" Las unidades de medida que normalmente se escuchan en la plaza son: Pucho, canastilla, bulto, bolsa, manojo o atado, además de que ellos usan el "pulso" y otros basculas como se ve en la ilustración 4.

*Explicar:* los trabajadores explican a sus clientes el por qué la forma de venir empacado los productos y también sobre por qué sale mejor comprarlo de esta forma y aquí en la plaza, además de que le explican la relación de las medidas que allá son muy. Otra manera en la que se ve la explicación presente es en cuanto a la variación de precios entre semanas, ya que al ser productos que tienen una época donde son escasos y otras en donde hay mucha abundancia existe una variación enorme para cada mes del año dependiendo de la producción y el proceso del producto.

## Conclusiones

Finalmente, se infiere que proyectos de investigación como este, son de gran importancia para la formación de docentes de matemáticas, pues hace posible un acercamiento a comunidades que viven diferentes realidades, donde se involucran las matemáticas en su cotidianidad, y, que también nos permite abrir una comprensión de las practicas matemáticas usadas en contextos diversos.

Por otra parte, la plaza de mercado es algo más que un lugar de trabajo, pues hay familias que viven gracias a la labor que cumplen, siendo un lugar rico en costumbres propias de esa cultura y que son un foco importante de comercialización, que beneficia a campesinos y familias que visitan y laboran en la plaza, ya sea para adquirir productos o venderlos. Además de esto, propuestas como estas, son necesarias para comprender diferentes realidades y contextos, importantes para la formación de los futuros profesores de matemáticas.

## Referencias bibliográficas

Alberti, M. (2007) “Interpretación situada de una práctica artesanal” Tesis Doctoral. Departamento de didáctica de las matemáticas y las ciencias experimentales. Universidad Autónoma de Barcelona.

Bishop, A. J. (1988). Aspectos sociales y culturales de la Educación Matemática. Enseñanza de las Ciencias, 6(2), 121-125.

Bishop, A. J. (2002). Critical challenges in researching cultural issues in mathematics education. Journal of Intercultural studies, 23(2), 119-131.

D’Ambrosio, U. (2001). Etnomatemática: Elo entre las tradições e a modernidad. Colección: Tendencias en educación matemática. Autêtica.

Goetz, J. & LeCompte, D. (1988). Etnografía y Diseño Cualitativo en investigación educativa. Madrid: Editorial Morata S.A.

Murillo, J. & Martínez, C. (2010). Investigación etnográfica. Madrid: UAm, 141.

Jovchelovitch, S. & Bauer, M. W. (2010). Entrevista Narrativa.Petrópolis, RJ: Vozes, p. 90-113

# COMPRENSIÓN DEL CÁLCULO DE ÁREAS EN ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO

Edilson Armando Castellanos Fagua – eacastellanosf@universidad.edu.co

Maestría en Educación – Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

Este trabajo representa un avance en la propuesta de investigación por medio de la realización de una prueba piloto, que se centra en la comprensión del cálculo de áreas en estudiantes de sexto grado del Colegio Liceo Mayor de Soacha, ubicado en el departamento de Cundinamarca, Colombia. Los estudiantes involucrados en este estudio tienen edades comprendidas entre los 11 y 12 años. La propuesta se fundamenta en la teoría del Enfoque Ontosemiótico de Godino (2003) y Godino (2023), abordando los elementos relacionados con la comprensión, así como las configuraciones cognitivas y epistémicas que se desarrollan a partir de los objetos matemáticos que los estudiantes utilizan al resolver las situaciones planteadas en el taller. El objetivo de este trabajo es generar una aproximación a la comprensión del cálculo de área en grado sexto.

## Palabras clave

Comprensión, medida, área, configuraciones cognitivas y epistémicas.

## Introducción

En las instituciones educativas, se da prioridad a los métodos numéricos y a la aplicación de fórmulas en el desarrollo didáctico del cálculo de áreas. Los estudiantes suelen utilizar estos métodos de manera mecánica y carente de significado (Chamorro, 1998), lo que contribuye a acentuar las deficiencias en la comprensión de los procesos de medición y cálculo de áreas, cobrando relevancia la comprensión de estos procesos. A su vez, la solución de situaciones problemas pone en juego sistemas de prácticas personas o instituciones, colocando significados pragmáticos los cuales, según Godino (2023), se

puede reconstruir un significado global mediante los sistemas de práctica expresados en su solución, donde los significados globales son usados como modelo epistémico y cognitivo de significados parciales del cálculo de áreas, interpretando la comprensión en términos de acoplamiento de significados personales a los institucionales. Además, establece la relación al concepto de compresión con la competencia y la disposición (Godino, 2003).

## Descripción de la propuesta

Uno de los procesos que experimenta un extenso desarrollo según los Estándares de Educación Nacional de 2006 es la medición de áreas, tanto en la educación primaria como en la secundaria. Se destacan aspectos relevantes en los grados 6º y 7º, tales como la selección de una unidad de medida, el uso de magnitudes de longitud y área en la resolución de situaciones tanto aditivas como multiplicativas, y las relaciones entre el perímetro y el área. A pesar de estos esfuerzos, de manera constante se observan conflictos cognitivos en la medición y cálculo de áreas.

Para el desarrollo de esta propuesta, se han revisado investigaciones relacionadas con los procesos de enseñanza y aprendizaje al medir áreas. Entre los autores consultados se encuentran Chamorro, C. y Belmonte, J. (1991), Chamorro (1998 y 2003), Godino et al. (2002) y Vergnaud (1990). Estas investigaciones destacan los esquemas e invariantes operativos propuestos en el cálculo de áreas. En particular, Chamorro (1998, 2003) y Vergnaud (1990) resaltan tres procesos fundamentales en la comprensión del cálculo de áreas. Estos son: 1) La capacidad de distinguir las características geométricas de la figura. 2) Los procesos aditivos de pavimentación al repetir la unidad en la superficie a medir. 3) El usar de la estructura multiplicativa al multiplicar dos dimensiones de la figura.

Los sistemas de prácticas relacionados con los procesos cálculo de áreas, que son expresados en la solución del taller propuesto, permiten establecer las configuraciones cognitiva y epistémicas que dan cuenta de los significados parciales del cálculo de áreas, para la captura de la información se propone dos fuentes de recolección: 1) Las soluciones proporcionadas en el taller; 2) Entrevistas semi- estructuradas que permitieron identificar las características de los objetos matemáticos emergentes.

### *Taller de área*

En el colegio se desea usar un salón para juegos lúdicos para los estudiantes durante el descanso. Se tiene la opción de los salones A y B.

- ¿Cuál salón tiene mayor área o miden lo mismo?
- ¿Cuánto mide en área el salón A y el salón B?, dibuja unidad de medida utilizada.

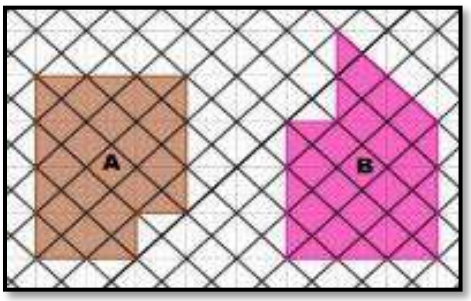



*Figura 21. Salones para juegos lúdicos*
*Fuente: elaboración propia*

Para el salón de juegos lúdicos, se presentan las siguientes formas de adornos.

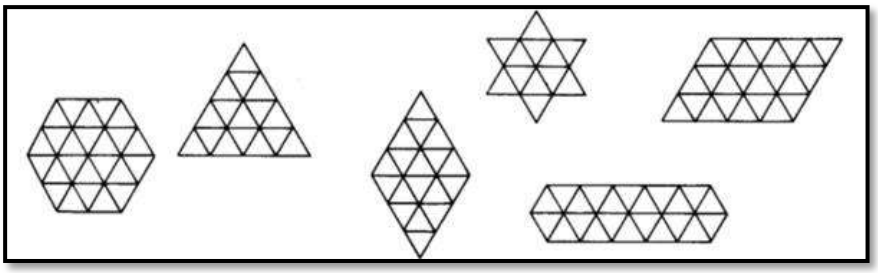


*Figura 22. Formas de adornos*
*Fuente: Caviedes et al. 2020.*

- ¿Cuánto miden las áreas de las anteriores figuras?
- ¿Cuáles son las medidas de áreas y perímetro de las anteriores figuras de los afiches?

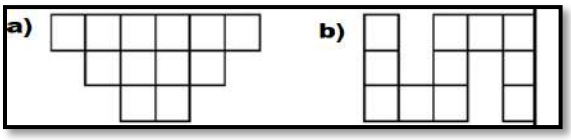



*Figura 23. Figuras de afiches*
*Fuente: elaboración propia*

- En un juego de matemáticas se presentan tres figuras, gana quién tenga mayor área. Calcula el área de las siguientes figuras A, B o C.

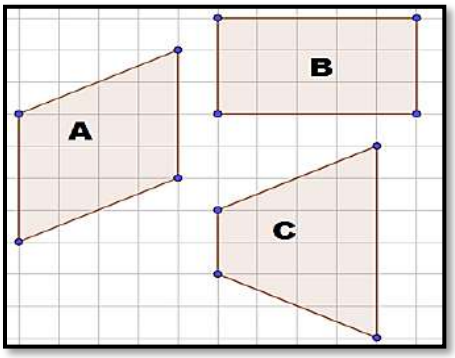



*Figura 24. Figuras A, B, C*
*Fuente: elaboración propia*

- En el colegio hay un terreno para hacer un jardín y se quiere saber el área ¿cuál es el área del terreno?

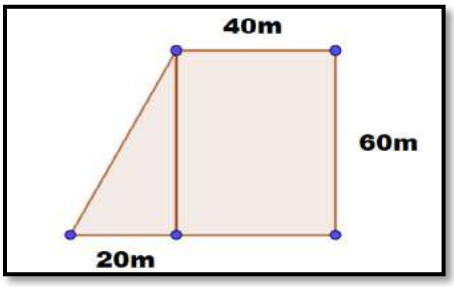



*Figura 25. Terreno para jardín*
*Fuente: elaboración propia*

## *Características del sistema de prácticas*

Dentro del sistema de prácticas desarrollado por los estudiantes al abordar las situaciones planteadas, se observó la acción de seleccionar una unidad que permitiera medir ambas figuras. Los estudiantes aplicaron unidad al iterarla sobre las figuras y comparar sus medidas, llegando a la conclusión de que ambas tenían la misma media de área. Este proceso es descrito por Chamorro y Belmonte (1991), donde se genera la idea de una unidad de medida universal para la medición de diferentes figuras.

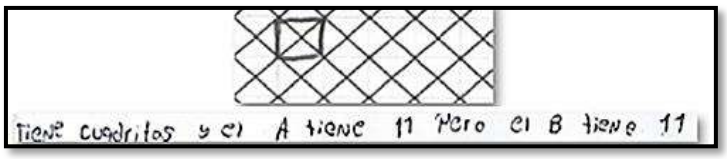



*Figura 26. Unidad*
*Fuente: elaboración propia*

*Nota.* el estudiante selecciona una unidad y mide las figuras A y B.

Al realizar la medición de área de las figuras, se llevó a cabo la acción de descomponer y componer la unidad de manera geométrica para crear unidades completas y expresar la medida de las figuras. Además, otro objeto emergente que se identificó es el uso de la propiedad transitiva al medir los cuadrados contenidos en cada figura con un lápiz, verificando su tamaño y posteriormente, utilizar estos cuadrados para medir las figuras. Esta acción es sustentada por Chamorro (2003), en los procesos de abstracción de la unidad de medida.

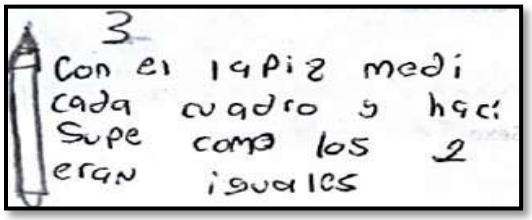



*Figura 27. Uso de la propiedad transitiva*
*Fuente: elaboración propia*

En la medición de áreas, se distinguió el uso de unidades triangulares y cuadradas, para las hallar áreas de polígonos regulares e irregulares mediante el proceso aditivo, al sumar las unidades que permiten el recubrimiento de las figuras, esta acción es considerada dentro del proceso de medición por Godino, et al. (2002), al utilizar de unidades cuadradas o con forma de teselado. Este desarrollo se presentó aun con la dificultad para expresar la notación de unidad empleada.

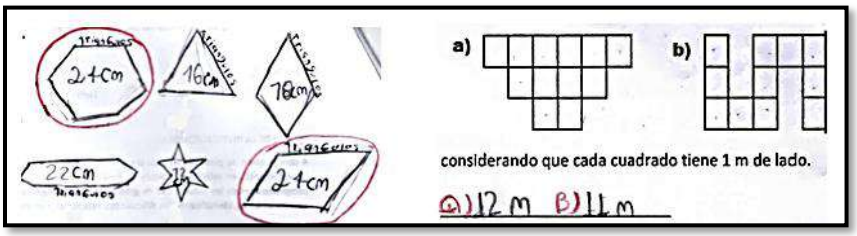



*Figura 28. Áreas*
*Fuente: elaboración propia*

Otra dificultad de los estudiantes fue la identificación de unidades no enteras dentro de la figura, generando el proceso visual de descomponer y componer, tomando las partes de las unidades que no enteras para ser reconstruidas como partes enteras, aplicando la propiedad de conservación. Este proceso permitió generar una aproximación de la medida del área en términos de unidades enteras. Asimismo, se evidenció la

dificultad en la distinción del área y del perímetro, lo que llevaba a asignar medidas de área a las del perímetro y viceversa, esta dificultad.

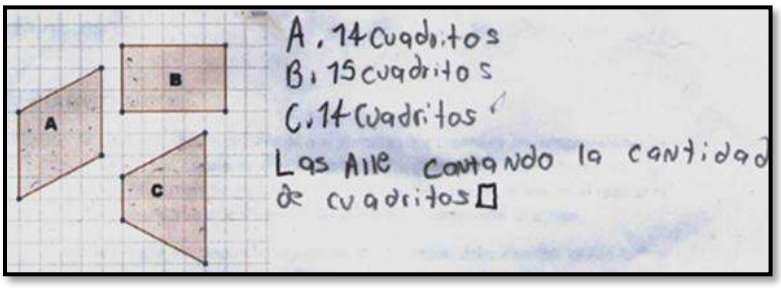



*Figura 29. Área y perímetro*
*Fuente: elaboración propia*

En las situaciones que involucraban la multiplicación, los estudiantes no conocían las expresiones matemáticas que permiten calcular el área de polígonos, como el rectángulo y el triángulo, acción que conllevo a realizar un método erróneo que consiste en sumar las cantidades numéricas presentadas en la figura y expresar el resultado en longitud en lugar de área.

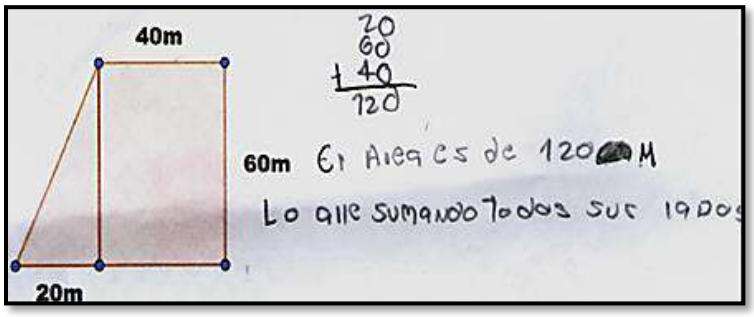



*Figura 30. Terreno*
*Fuente: elaboración propia*

A partir de las soluciones presentadas por los 5 estudiantes, se identificaron características similares en el uso de objetos matemáticos, como el lenguaje, procedimientos/acciones, conceptos/definiciones, proposiciones/propiedades y argumentos. Las relaciones de estos objetos expresan los significados dentro sistemas de prácticas donde significados globales, se pueden asociar a las configuraciones cognitivas y epistémicas de cálculo de área (Godino, 2003 y Godino, 2023).

*Configuraciones cognitivas y epistémicas 1: técnica aditiva.* Esta respuesta se basa en la selección de una unidad de medida, ya sea triangular o cuadrada. Luego, se coordina la suma de las unidades empleadas dentro de la figura para calcular su área. Además, se

establece una comparación de medidas con otras figuras, aplicando la propiedad transitiva, acción que relaciona Chamorro (2003) en los procesos de medición con la unidad de medida.

*Configuraciones cognitivas y epistémicas 2: técnica aditiva.* Esta respuesta se origina al identificar unidades cuadradas dentro de las figuras. Sin embargo, algunas de estas unidades no están del todo contenidas en la figura. Los estudiantes recurren a procesos de descomposición y composición de unidades de forma geométrica y visual, aprovechando las propiedades de conservación de área para calcular un número entero de unidades dentro de la figura. El resultado propuesto es una cantidad igual o aproximada de medida de área.

*Configuraciones cognitivas y epistémicas 3: errores de confusión entre perímetro y área, y el reconocimiento de la unidad de medida.* En esta configuración, los estudiantes expresan la solución de la medida de la figura basándose en las características del otro concepto (perímetro - área). En algunos casos, asumen que la medida del área corresponde al perímetro y viceversa. Además, realizan los procesos de medición al sumar las unidades cuadradas que da cuenta de la medida de la figura, pero se expresa en términos de longitud en lugar de área.

*Configuraciones cognitivas y epistémicas 4: errores de estructura multiplicativa.* Los estudiantes que presentan esta configuración tienen dificultades para calcular el área de polígonos. En lugar de realizar la multiplicación de las magnitudes, suman las cantidades presentes en la figura.

## Conclusiones

La identificación de las configuraciones cognitivas y epistémicas propuestas en el Enfoque Ontosemiótico (EOS) proporciona una descripción de la comprensión del cálculo de áreas por parte de los estudiantes de grado sexto en el Colegio Liceo Mayor De Soacha. dado que, a partir de los significados pragmáticos desarrollados en la solución del taller propuesto, se pueden reconocer los sistemas de práctica, estos significados parciales son descritos dentro del modelo de configuraciones epistémicas y cognitivas (Godino, 2023), que dan cuenta de una aproximación de la comprensión del cálculo de áreas en grado sexto. De este modo, en la práctica se observa la utilización de esquemas e invariantes operativos (Chamorro, 1998, 2003, y Vergnaud, 1990) y significados parciales en los procesos de cálculo de áreas. Esto permite identificar los objetos matemáticos considerados por los estudiantes y las dificultades que experimentan en el proceso.

## Referencias bibliográficas

Caviedes, S., Gamboa, G., y Badillo, E. (2020). Procedimientos utilizados por estudiantes de 13-14 años en la resolución de tareas que involucran el área de figuras planas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática, 34*, 1015-1035.

Chamorro, C., y Belmonte, J. (1991). *El problema de la medida didáctica de las Magnitudes lineales.* Síntesis.

Chamorro, M. (1998). *Diez recomendaciones sobre la enseñanza de la medida en la formación inicial de los maestros de primaria.* Departamento de Matemáticas y Complutense.

Godino, J. (2003). Teoría de las funciones semióticas. *Un enfoque ontológico semiótico de la cognición e instrucción matemática.* [Trabajo de investigación, Universidad de Granada].

Godino, J. D. (2023). Enfoque ontosemiótico de la filosofía de la matemática educativa. *Revista Paradigma Edição Temática: EOS. Questões e Métodos/junio de*, *7*, 33.

Godino, J., Batanero, C., y Roa, R. (2002). *Medida de magnitudes y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada.

Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos de Competencias Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanía.* Ministerio de Educación Nacional de Colombia.

Vergnaud, G. (1990), La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, *10*(2,3), 133-170.

# ANÁLISIS INFINITESIMAL EN GOTTFRIED LEIBNIZ, DESDE LA PERSPECTIVA DIAGRAMÁTICA DE SU PRÁCTICA

Anyelo David Moreno Henao – anyelo.moreno@fesa.edu.co

Colegio Parroquial San José de Fontibon

Sol Karina Vega Medina – skvegam@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

El estudio de una práctica matemática tiene como propósito revelar elementos y objetos que fueron importantes para consolidar conceptos matemáticos, en este caso particular, se pretende presentar un análisis sobre las perspectivas infinitesimales propuestas por Gottfried Wilhelm Leibniz, a partir de algunos escritos originales, para ello, se acude principalmente a la práctica matemática que el autor constituye, a los discursos y a las actividades matemáticas que se tengan como foco. Este análisis pretende apoyar los procesos de comprensión de las prácticas matemáticas vinculadas al cálculo, como un medio para fortalecer elementos vinculados al conocimiento didáctico del profesor de matemáticas.

## Palabras clave

Actividad matemática, diagrama, infinitesimales, práctica matemática.

## Introducción

Históricamente se ha discutido sobre los elementos que se ven inmersos a la hora de hacer procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, es así como se han involucrado algunos enfoques particulares, entre ellos, la Historia de las Matemáticas (en adelante HM). Atendiendo a la conexión entre HM y la Educación Matemática (EM en adelante), esta investigación centró su interés en el estudio de los discursos vinculados al *análisis infinitesimal* que realizó Gottfried Leibniz, con un propósito inicial de fortalecer la enseñanza de la Didáctica del Cálculo en la actualidad.

En concordancia con lo dispuesto anteriormente, se tomó como referencia la idea de Práctica Matemática (PM) enmarcada en lo que presentan autores como José Ferreiros (2016) y Philip Kitcher (1984). Ellos indican que el estudiar objetos o elementos asociados a las matemáticas no se basa en revisar el producto final obtenido, sino que involucra el estudio de la *práctica humana* inmersa, en este sentido, se requiere abordar e indagar sobre el lenguaje, los problemas relevantes en el momento que se esté revisando, las ideas que se plantean, los razonamientos que se aceptan, etc.

## Descripción de la propuesta

Con el fin de poder llevar a cabo la propuesta se tuvo en cuenta que, Bello (2021) establece que el conocer de HM tiene influencia en el conocimiento del docente de matemáticas ya que brinda herramientas que permiten generar nuevas preguntas, situaciones, métodos, gestiones, problemas, etc, que pueden ser planteados a sus estudiantes por parte del docente. En correspondencia, Guacaneme (2010) afirma que la HM nutre el conocimiento pedagógico del profesor de matemáticas y permite comprender las formas de resolver problemas en diversas culturas. Por su parte, Kilpatrick (1998) en su discurso titulado “La investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad” menciona que hacer procesos de enseñanza - aprendizaje se presenta en varias disciplinas, algunas de las mencionadas por el autor son: las matemáticas, la epistemología y la ciencia cognitiva.

Partiendo de lo expuesto, se puede establecer un vínculo claro entre la Historia de las Matemáticas y la Educación Matemática, ahora bien, como medio de vinculo de estas ideas se consideró la como propuesta principal de práctica matemática la de Kitcher que es citado por Salamanca (2019), donde menciona que una práctica matemática es una quíntupla compuesta por: “Lenguaje, conjunto de ideas metamatemáticas, conjunto de

preguntas aceptadas, conjunto de razonamientos aceptados y declaraciones aceptadas" (Salamanca, 2019, p.12). Comprendiendo así, que la práctica matemática no es ajena al tiempo, sino que lo toma como eje de ejecución, en concordancia, investigadores como Ferreiros (2016) indican que se debe tomar como una producción que realizan humanos haciendo que se involucren culturas, formas de tratamiento, problemas, hechos y/o particularidades históricas, etc.

Durante el desarrollo de esta propuesta, el instrumento que se usó para poder evidenciar la PM inmersa en el tratamiento de los infinitesimales realizado por Leibniz fue el diagrama, basándonos en la idea de Giardino quien indica que son "herramientas cognitivas de representación que permiten la investigación, manipulación e interpretación de los elementos que se encuentran inmersos" (Giardino, 2013). Así mismo, el diagrama, permite ser una especie de *mapa guiado* que permite revisar la forma de actuar del autor, como, reconocer aquellos elementos específicos que él pone en juego a la hora de construir sus concepciones. En este caso, se hizo una primera revisión de los diagramas construidos por Leibniz en sus artículos o libros publicados en la época con el propósito de sistematizarlos en tablas, estudiarlos y analizarlos (es de aclarar que en su mayoría los diagramas estaban acompañados de un texto que permitía realizar un mejor análisis cognitivo referente a las ideas consolidadas).

### *Elementos encontrados al desarrollar la propuesta*

En un primer momento, se abordó el libro: "De quadratura arithmetica circuli ellipseos et hyperbolae" del año 1682 y que fue traducido por Knobloch en 2016, ya que en las primeras proposiciones sienta las bases sobre las cantidades en orden natural o perturbadas (cuya principal característica es que siempre cumplirán una relación con sus diferencias sin importar que estas cantidades sean muy pequeñas), sin embargo la perspectiva infinitesimal de forma clara se encuentra en la proposición VI (Fig. 1A) (Proposición 6, I, Knobloch). En el apartado mencionado, está dividido en ocho etapas donde principalmente se considera que las alturas de los rectángulos especiales cada vez serán menores a una altura dada sin importar que está sea pequeña y por consiguiente el área a calcular será cada vez más aproximada, lo cual se consideró como un primer acercamiento hacia la perspectiva de infinitesimal generada por Leibniz.

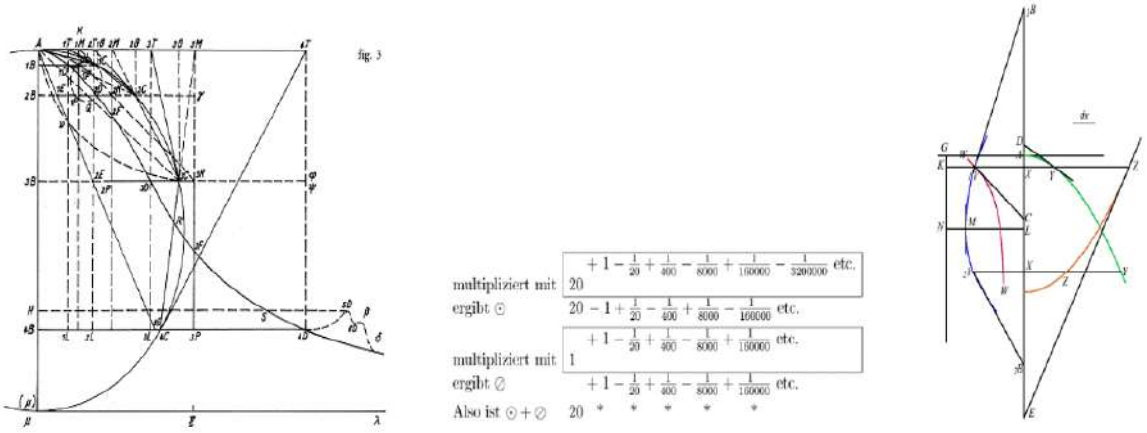



*Figura 31. A. (6, I) Knobloch. B. (5, I) Jürgen & Ludolf. C. (1, I) Leibniz*
*Fuente: elaboración propia*

El siguiente texto es titulado "*Juristisch - mathematische Überlegungen zum einfachen zwischenzeitlichen Zins*" (1684) menciona el pago de un préstamo que depende de una cuota e interés, esté texto es importante porque el abordaje lo realiza por suma de diferencias (Fig. 1B) (Proposición 5, I, Jürgen & Ludolf.) y enuncia lo que a su consideración sería el primer "lema del cálculo diferencial", es así como una suma de potencias inversas son re escritas como diferencias y cada vez las diferencias serán menores y cercanas a cero.

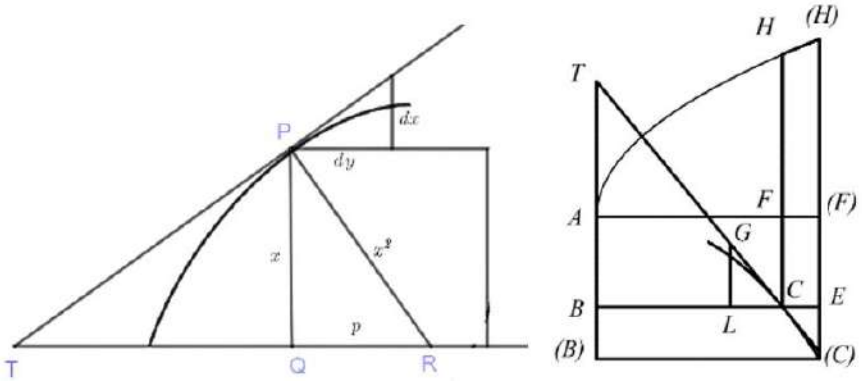



*Figura 32. A. (1, I) Leibniz. B. (1, I) Leibniz*
*Fuente: elaboración propia*

A partir de los abordajes ya propuestos, Leibniz simboliza las cantidades infinitamente pequeñas como “dx” “dz” dy” etc y continúa su trabajo con “Un nuevo método para los máximos y los mínimos, así como para las tangentes, que no se detiene ante las cantidades fraccionarias o irracionales, y es un singular género de cálculo para estos problemas” de 1684 G. W. aquí enuncia la relación entre la diferencia de las ordenadas XY, XZ, XV, etc. de las rectas dadas y una cantidad ya establecida “dx” (Fig. 1C) (1, Leibniz.), esto le permite concluir que la diferencia de las ordenadas en el punto máximo o mínimo siempre será -0 = +0 porque son estáticas y por tanto dv = 0.

Sin embargo, este abordaje no fue claro para la comunidad matemática de ese tiempo y publica un nuevo artículo llamado *Sobre una geometría altamente oculta y el análisis de indivisibles e infinitos* (1686) para responder las inquietudes presentes, es aquí cuando por primera vez el triángulo característico o triángulo indeterminado (Fig. 2A) (I, Knobloch) es representado por la relación entre dos infinitesimales dx y dy Leibniz (1686) “imaginé rápidamente el triángulo que en todas las curvas yo llamaba característico, cuyos lados son indivisibles”, es decir, que este triángulo era indeterminable por la magnitud de sus lados, pero sus relaciones internas se mantienen con respecto a cualquier triángulo semejante a él, más adelante en el artículo manipula los diferenciales para resolver situaciones.

Para finalizar, con base al libro “Gottfried Wilhelm Leibniz - Die mathematischen", Cap 30, Leibniz construye una curva por movimiento que cumpla una condición, para ello considera una cantidad “a” dada, una recta tangente y una curva dada, concluye que la recta tangente es cuadratriz de la recta H(H) por las ordenadas de la recta C(C) multiplicadas por la constante “a” ya establecida con anterioridad es igual a la suma de las ordenadas H(H) respecto a las abscisas AF.

Lo anterior permite indicar que los diagramas pueden evidenciar el cambio, evolución y avance de perspectivas que tuvo Leibniz, un ejemplo claro de lo anterior es cuando el autor no solamente nombra las cantidades sino las opera y les brinda una nomenclatura.

## Conclusiones

### *A nivel de los diagramas sobre infinitesimales que hace Leibniz*

Se puede indicar que en los textos analizados de Leibniz por medio de los diagramas existe una transformación en la idea de infinitesimales, puesto que, al analizarlos de manera cronológica se pone en evidencia los cambios que realiza con el

paso del tiempo frente a su concepción. Sin embargo, para que sea clara está idea a continuación se irá referenciando cada uno de los diagramas y los alcances que tuvieron con respecto al anterior.

En primer lugar, en el texto de cuadratura (es decir, el primer diagrama) Leibniz usa los infinitesimales, sin embargo, no los define de manera rigurosa, sino que usa expresiones como “Difieren en menor cantidad para cualquier dato dado”, “Será menor que cualquier error justificable” y Pero la zona en forma de escalera se puede continuar hasta el punto de que la diferencia y la de la línea mixta se hace más pequeña que cualquier otra, como he demostrado” (Knobloch, 2002), lo cual indica que es una concepción inicial de la idea que se basa principalmente en lo que ya habían trabajado otros como Euclides, Arquímedes, Fermat, etc.

Posteriormente, G.W. L en el segundo diagrama analizado pone en juego la idea de infinitesimales sobre una situación específica y configura un “LEMMA” haciendo uso de sumas de diferencias, para este caso, ya crea una idea un poco más estructurada y general. Para el tercer texto, se denota de igual forma un cambio importante en la concepción, el autor ya involucra representación propia para los infinitesimales, así mismo, les da una utilidad importante en su demostración que hace que sea algo fundamental porque le permite resolver situaciones de optimización y estudiar el comportamiento de algunas curvas.

Luego, en el texto “Sobre una geometría altamente oculta y el análisis de indivisibles e infinitos” se muestra una definición que genera Leibniz que ya no se entiende desde la “ambigüedad” sino que es mucho más clara y especifica (si se piensa en el tipo de problemas que resolvía Leibniz). Por último, en el diagrama donde G.W.L enuncia su método inverso se puede observar que él ya hacía un uso claro y específico de la nomenclatura, definición, argumentación y justificación, por lo que ya da entender que es un uso amplio de la teoría constituida.

### *A nivel de uso en la Educación Matemática*

Se puede establecer que al hacer este tipo de abordajes a la Educación Matemática surge un apoyo al conocimiento didáctico del docente, en esencia al conocer los elementos asociados a épocas específicas hace que se amplíen las capacidades profesionales en lo que refiere a plantear problemas, constituir prácticas, conocer la evolución de objetos matemáticos, etc. en este caso relacionados con el cálculo.

## Referencias bibliográficas

Bello, J. (2021). Diagrama y práctica matemática en la geometría cartesiana (1637-1750): Contribución de la historia de la matemática a la formación de profesores. Universidad del Valle. https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/entities/publication/1a1562cb-584d-4637-beb9-233f72c603a3

Ferreiros, J. (2016). Mathematical Knowlegde and the Interplay of Practice. Princeton: Princeton University Press. https://press.princeton.edu/books/hardcover/9780691167510/mathematical-knowledge-and-the-interplay-of-practices

Guacaneme, E. (2011). La historia de las matemáticas en la educación de un profesor: razones e intenciones. Brasil: Memorias de la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática. https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/view/2029/934

Kilpatrick, J., Gómez, P. & Rico, L. (1998). Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia (2.a ed.) https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/educacion-matematica-errores-y-dificultades-de-los-estudiantes-resolucion-de-problemas-evaluacion-historia/

Leibniz (1682). De quadratura arithmetica circuli ellipseos et hyperbolae.

Leibniz (1684). Un nuevo método para los máximos y los mínimos, así como para las tangentes, que no se detiene ante las cantidades fraccionarias o irracionales, y es un singular género de cálculo para estos problemas. Acta Eruditorum.

Leibniz (1686). Sobre una geometría altamente oculta y el análisis de los indivisibles y los infinitos. Acta Eruditorum.

Pietarinen, Chapman, Bosveld-de, Giardino, Corter & Linker (2020). Diagrammatic representation and inference. Springer. https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-030-86062-2

Salamanca, D. (2019). Una experiencia con las prácticas matemáticas asociadas en el hacer de las cuadraturas. [Tesis de pregrado]. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. https://repository.udistrital.edu.co/handle/11349/23216

Verlag (s.f). Gottfried Wilhelm Leibniz - Die mathematischen .

# FOREGROUND Y DIÁLOGO, ALGUNAS DISCUSIONES

Luis Eduardo Bisbicus Guanga – bisbicusluis@gmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Julio Cesar Yory – jyory2407@hotmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

Desde el enfoque sociopolítico de la educación matemática, hemos problematizado el aula de clase en la que interactuamos como un espacio donde no se tiene en cuenta las perspectivas a futuro de los estudiantes, en este sentido, sus aspiraciones y esperanzas no tienen relevancia en su proceso de aprendizaje de las matemáticas, por lo cual, con el ánimo de imaginar otras posibilidades pretendemos abrir un escenario de investigación, en el que pretendemos explorar sobre los foreground de los estudiantes con el ánimo de reflexionar entorno a su papel en los procesos de constitución del aprendizaje dialógico.

## Palabras clave

Foreground, aprendizaje, diálogo, enfoque sociopolítico, investigación crítica.

## Introducción

El aprendizaje de las matemáticas en la perspectiva que inscribimos nuestra investigación, no se puede ver enmarcada únicamente desde lo que sucede en el aula de clase en una relación entre estudiante, profesor y contenido matemático, sino que también abarca aspectos que concibe que el aprendizaje se encuentra relacionado con las condiciones sociopolíticas, con lo que está afuera del aula de clase, por ello los motivos para aprender matemáticas y el aprendizaje de estas debe discutirse desde las políticas educativas, la organización escolar, los padres de familia, el contexto cultural, las

condiciones socioeconómicas y las subjetividades de los estudiantes (García, Valero & Camelo, 2013).

Como una alternativa a la clase tradicional sentimos la posibilidad de generar espacios de confianza abiertos al diálogo y a las diversas formas de ver el mundo. Posibilitamos espacios donde los estudiantes pudieron compartir sus formas de comprenderlo en relación con las matemáticas y sus experiencias de vida, reflexionaron sobre ella y sobre la vida en un futuro.

Estos espacios deben seguir posibilitando que los estudiantes se conciban como sujetos que hacen parte de una comunidad, de un momento histórico, de un mundo que es dinámico y cambiante, en un ambiente educativo que busque vincular sus sueños, esperanza y perspectivas a futuro, que las haga sentir importantes y que propenda al cultivo de estas, en espacios de diálogo, que permita a cada uno sentirse en equidad con los demás atreviéndose a compartir sus ideas y aventurarse en ellas.

## Descripción de la propuesta

Nos problematiza comprender que la clase de matemáticas sólo se centra en lo que ocurre en el salón con los estudiantes y el contenido curricular, siendo el único motivo del encuentro en el aula el aprender las matemáticas escolares y que otros factores como sus experiencias personales, sus sueños y esperanzas no se tengan en cuenta. Esto puede determinar que las matemáticas que se enseñan no representan ninguna relevancia para sus vidas (Biotto, 2015). En este sentido nuestro interés en abrir esta investigación está ligado a reflexionar entorno a cómo se están constituyendo así mismos los estudiantes y sus formas de aprender en relación con el contenido matemático y sus perspectivas a futuro. Por ello, nos preguntamos ¿Cuál es el papel de los foreground en los procesos de constitución del aprendizaje dialógico en la clase matemáticas en estudiantes de grado séptimo?

Discutiremos dos categorías teóricas, los *foreground* y el *diálogo* las cuales abordaremos desde autores como Olé Skovsmose, Hellen Alrø y Denival Biotto, quienes han abierto su espacio de trabajado en la perspectiva sociopolítica de la educación matemática. En el artículo *Intencionalidad* Skovsmose (1999) plantea una relación entre las disposiciones, la intención de aprendizaje y el aprendizaje como acción. Desde esta perspectiva, el aprendizaje como acción sugiere dos efectos esenciales en el sujeto; el primero, que pueda elegir su participación y la segunda, que sea consciente de lo que hace, esta conciencia determina que en todo lo que hace el sujeto, deben estar presentes

sus intenciones de aprendizaje, las cuales pueden contener visiones sobre su futuro, así la satisfacción de una intención es equivalente a la realización de una acción.

Las intenciones de aprendizaje surgen de las disposiciones que sólo se revelan cuando la persona actúa (Skovsmose, 1999) y estas se pueden interpretar en dos categorías, los antecedentes (background) y los porvenires (*foregrounds*). Los background se entienden como la historia de la persona, lo que le pertenece en tanto, representan sus oportunidades y experiencias, que parte de la interpretación que hace de estas. Por otro lado, los *foregrounds* se entienden como las posibilidades u oportunidades que la situación social le ofrece al sujeto y cómo los interpreta para su futuro, así el aprendizaje de una persona está sujeta a las condiciones sociales, políticas, culturales, económicas, que posibilitan la construcción de sueños, anhelos y esperanzas. En este sentido, las acciones de una persona no están únicamente determinadas por su pasado, sino que también dan cuenta de las formas en las que se imagina el futuro.

Biotto & Skovsmose (2015), amplían la noción de *foreground* exponiendo ciertas características: *Son dinámicos* siempre está cambiando ya que se forma y reforma continuamente a través de la experiencia de la persona lo que conlleva a establecer nuevas expectativas y perspectivas de futuro; *Múltiples*, puesto que una persona, simultáneamente, puede visualizar diferentes posibilidades de vida incluso inconsistentes y contradictorios entre sí; *Colectivos,* representan las posibilidades de un conjunto de seres, los foregrounds desde la dimensión externa se pueden ver configurados por parámetros socioeconómicos y culturales, aunque como se mencionó anteriormente, no es una cuestión determinista, pueden definir tendencias en visualización de perspectivas a futuro compartidas; *incluyen esperanzas y estereotipos* que se forman a través de parámetros colectivos y responden a estereotipos sociales.

Por su parte el *diálogo* desde esta perspectiva, Alrø & Skovsmose (2002, 2012) discuten la noción de *diálogo* con el ánimo de buscar otras alternativas a la clase de matemáticas tradicional, donde el docente se encuentra en una posición de privilegio, enmarcada en unas matemáticas orientadas al señalamiento de lo correcto e incorrecto. Alrø & Skovsmose (2002, 2012) precisan tres connotaciones del aprendizaje dialógico: en primer lugar el diálogo es un encuentro hacia lo desconocido, que nos saca del lugar de comodidad, como *proceso de indagación*, nos invita a ir más allá, a relacionarnos con otros de tal forma que nos podamos abrir espacios de colectividad y colaboración, que busque cuestionar todo de nosotros, nuestras comprensiones; en segundo lugar, es una invitación a *correr el riesgo*, puesto que el diálogo no tienen una dirección predefinida, los

participantes se aventuran en un proceso de indagación, donde no hay respuestas previstas; por último, el diálogo como lo afirman los autores, busca *mantener la igualdad*, donde no se debería usar la fuerza o el poder, lo que implica reconocer la diversidad y las diferencias.

Desde lo metodológico nos interesa abordar los elementos que surgen de la perspectiva de la educación matemática crítica y el modelo de investigación crítica, buscando una transformación social que pueda surgir de las interacciones entre los participantes, en un camino hacia la duda y la incertidumbre, por ello "hacer investigación crítica significa no solo considerar lo que está sucediendo sino también considerar lo que podría haber sucedido y lo que podría imaginarse como posibles alternativas a lo que está sucediendo" (Skovsmose & Borba, 2004, pág. 211).

El modelo de investigación crítica de Vithal (2004) ponen en discusión tres situaciones (actual, imaginada y dispuesta), la *situación actual* o real, representa el aula de clase tal y como es, donde no se ha realizado la intervención pedagógica, es el espacio de problematización. La *situación imaginada* es el espacio donde la situación actual puede ser imaginada de manera diferente, entrando allí las expectativas y esperanzas del profesor y el investigador. La *situación arreglada* o dispuesta como la alternativa práctica que surge de la negociación entre los participantes de la investigación y trata de confrontar lo real y lo que podría ser.

Para determinar la *situación actual* tuvimos que realizar una serie de entrevistas, estas propuestas por Kvale (2012), las cuales se utilizan frecuentemente en este tipo de investigaciones por su misma naturaleza, donde el investigador junto al participante de la investigación se adentra en un proceso de construcción conjunta. Esta busca que el entrevistador asuma una actitud abierta a la curiosidad y la incertidumbre, a partir de ello pueda posibilitar que los entrevistados compartan sus opiniones, emociones y sensaciones. La *situación dispuesta* surge de la realidad del aula de clase y de lo que podría ser, es un punto de encuentro entre lo que es y lo que podría llegar a ser, a través de procesos de elección y negociación entre docente y estudiantes. Reconocer los intereses particulares de los estudiantes dio lugar al montaje del escenario de investigación. Los equipos de trabajo se conformaron de acuerdo con los intereses en común y perspectivas a futuro lindantes.

En el inicio del escenario de investigación vimos que no surgió de manera natural un ambiente de indagación y curiosidad que problematizara o pudiera poner en discusión sus *foreground.* No es fácil desvincularse de un conjunto de prácticas constituidas

históricamente, en la que los estudiantes en primer lugar no tienen la posibilidad abrir un espacio de trabajo en la escuela a partir de sus propios intereses, en segundo lugar, las practicas educativas llevan a los estudiantes a dar respuestas, no plantearse preguntas y responder de manera tácita lo que el docente sugiere o propone.

El escenario de investigación en su desarrollo determinó una serie de actuaciones entre profesor y estudiantes, que como sujetos sociales pertenecen a una diversidad cultural y sus formas de ver el mundo confluyen en la clase de matemáticas (García, Valero & Camelo, 2013). Involucrar los *foreground* a la clase posibilitó que estos, desde sus experiencias personales pudieran transformar el aula en un espacio de construcción conjunta, en el cual al ser dueños de su actividad y responsables de su desarrollo y lo que pueden aprender en ella, les permitió poder ir más allá, al no tener una dirección predefinida y les permitió transformar sus modos de interacción y comunicación, entre ellas invitarse a conocer, motivándose los unos a los otros a trabajar desde la colectividad, corriendo un riesgo en su proceso de indagación (Skovsmose y Alrø, 2002).

A pesar de reconocer algunos momentos en que los modos de interacción se vincularon con los *foreground* de los estudiantes, estos no fueron razón suficiente para abrir espacios dialógicos, sin embargo, les permitió reflexionar entorno a su determinación por el contexto económico, cultural y social, de los mismos, al cuestionarlos y discutirlos. En algunos episodios reconocimos algunas cualidades dialógicas presentes en la interacción entre los participantes, pero no estuvieron determinadas por los foreground sino desde el trabajo que se realizó en el aula de clase, en el desarrollo de la tarea.

## Conclusiones

Vincular los *foreground* en la clase de matemáticas involucra al estudiante en toda su complejidad, reconociendo sus experiencias de vida y su interpretación del futuro en el que se vinculan sus intereses, miedos, esperanzas y anhelos, en la que se reconoce sus intenciones para aprender (Skovsmose, Alrø & Valero, 2008). El reconocimiento de las intenciones de aprendizaje determina modos de interacción que posibilitan espacios de colaboración y colectividad cuando tratan de cuestionar sobre lo que conocen de sí mismos y de la lectura que ellos realizan de su entorno sociopolítico. Hablar de los *foreground* posibilita cuestionar nuestras expectativas a futuro desde las experiencias individuales en una reflexión conjunta.

Los *foreground* se entienden como la interpretación que hace la persona del espacio de posibilidades que el contexto sociopolítico le ofrece, estos pueden determinar

en la interacción con otros un lugar para escucharse, de compartir sus intereses, de darle importancia al otro, al que está al lado mío, de reconocerlo en su complejidad, lo que permite promover formas de interacción entre estudiantes y profesor que promueven el mantenimiento de la equidad (Skovsmose y Alrø, 2002)

El aprendizaje dialógico en el aula de clase es un fenómeno muy frágil, su fragilidad la determina los modos de ser que han venido siendo constituidos históricamente, para algunos es mucho más fácil compartir sus intereses, de darle importancia al otro, una actitud individual no les permite explorar con otros frente a temas desconocidos.

## Referencias bibliográficas

Alro, H., & Skovsmose, O. (2012). Aprendizaje dialógico en la investigación colaborativa.

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2004). Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique (Vol. 29). Springer Science & Business Media.

Biotto Filho, D. (2015). Quem não sonhou em ser um jogador de futebol?: trabalho com projetos para reelaborar foregrounds.

Garcia, G., Valero, P., & Bustos, F. J. C. (2013). Escenarios y ambientes educativo de aprendizaje de las matemáticas. Construcción de subjetividad en educación matemática elemental. In Procesos de inclusión/exclusión: Subjetividades en educación matemática (pp. 43-76). Universidad Pedagógica de Colombia, Fondo Editorial.

Kvale, S. (2012). Las entrevistas en investigación cualitativa (Vol. 2). Ediciones Morata.

Skovsmose, O. (1999). Hacia una filosofía de la educación matemática crítica. Una empresa docente.

Skovsmose, O., & Borba, M. (2004). Research methodology and critical mathematics education. In Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology (pp. 207-226). Boston, MA: Springer US.

Valero, P., & Zevenbergen, R. (Eds.). (2004). Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology. Boston, MA: Springer US.

# MODELANDO ANDO: UN ANÁLISIS AL PROCESO DE MODELACIÓN MATEMÁTICA DESARROLLADO EN PROYECTOS EDUCATIVOS.

Yeison Isacc Bohorquez Borja – yeisonbohorja@gmail.com

Universidad Distrital Francisco Jose de Caldas

## Resumen

Parece común afirmar que para los estudiantes las matemáticas que se enseñan y aprenden en la escuela secundaria, resultan sin utilidad en la vida, en general son poco prácticas, a pesar de la importancia y practicidad de las mismas (Fernández, 2019). Desde la percepción de los estudiantes, las matemáticas no tienen conexión con el mundo real, más allá de las compras y transacciones habituales. Ante esta situación, se considera la modelación matemática, la cual abre posibilidades para poner en discusión tales percepciones, pues ha sido utilizada con el fin de comprender diversos campos del conocimiento. Por lo tanto, este documento desarrolla un análisis a algunos proyectos planteados por un grupo de estudiantes de grado undécimo de una Institución Educativa Distrital en Bogotá, con la intención de identificar el nivel de apropiación de las matemáticas que los estudiantes ha desarrollado a lo largo de su educación hasta la media, con estos proyectos se reconoce cómo las matemáticas se involucran en las actividades diarias y en problemáticas cercanas a los estudiantes, al igual que la apropiación del ciclo de modelo en un contexto escolar, estableciendo así que los estudiantes no construyen modelos matemáticos, ya que, en su mayoría construyen ecuaciones asociadas al problema.

## Palabras clave

Ciclo de modelación, modelación matemática, modelo y proyectos educativos.

# Introducción

La Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, brinda dentro de los espacios de formación una experiencia en la que los estudiantes para profesor tienen la oportunidad de experimentar como podría ser el hacer docente en una institución educativa formal, denominada práctica intensiva. Los hechos que aquí se relatan hacen parte de la experiencia del autor de este documento desarrolló en un curso de undécimo de una Institución Educativa Distrital de la localidad Rafael Uribe Uribe — localidad 18— de Bogotá, bajo la asesoría del docente titular. Los estudiantes pertenecientes a este curso han planteado un proyecto final en el área de matemáticas, bajo una pregunta orientadora que formuló el profesor titular de la asignatura y con la que se pretendía cerrar el ciclo de formación de los estudiantes antes de su graduación: ¿cómo utilizar las matemáticas en mi contexto?

Para responder a esta cuestión, los estudiantes seleccionaron un tema de su interés y, a partir de allí fueron delimitando hasta conseguir construir una problemática, una pregunta y unos objetivos a alcanzar en un periodo académico. También debieron construir un marco teórico, un análisis y ofrecer una alternativa de solución a sus cuestionamientos, lo que implicó plantear unas conclusiones. La versión final de estos proyectos será el objeto de análisis en este artículo, para ello se hace uso de una serie de categorías que parte desde la modelación matemática y la coherencia de los proyectos.

El análisis de dichos proyectos se realiza a partir de la modelación matemática, la cual se percibe como un medio que permite plantear representaciones de un fenómeno de interés y tiene como objetivo el establecer conclusiones a partir del modelo, por lo cual ha de utilizarse un procedimiento de observación desde diferentes factores, necesarios para la comprensión del fenómeno. Este proceso de observación se denomina ciclo de modelado, el cual desde Perrenet (2012) inicia y finaliza con una problemática del contexto socialmente relevante de los estudiantes.

Con el análisis desarrollado de los proyectos académicos es posible reconocer el nivel de apropiación de los conceptos matemáticos abordados en la escuela, al igual que la utilidad que le da cada estudiante en relación con el contexto particular. Por otro lado, se logra reconocer hasta qué punto del ciclo de modelado (ver figura 32) el estudiante está llegando o que pasos se está saltando.

Donde el reconocimiento de estos pasos permite mejorar la construcción del modelo matemático asociado a la problemática del estudiante. La modelación matemática

involucra más de un concepto para generar el modelo, permitiéndole al docente reconocer dificultades y fortalezas de cada estudiante en diferentes temáticas y le sirve de guía para saber dónde es posible mejorar o ajustar las metodologías utilizadas en clase.




*Figura 33. Ciclo de modelación matemática*
*Fuente: adaptado de Villa, J. A. (2007)*

## Descripción de la propuesta

Pará ejecutar el análisis de los ciclos de modelación de los proyectos finales de 1102 se establecen 3 fases: describiendo, analizando y clasificando

*Describiendo:* para esta fase se describen los elementos principales de cada proyecto. En total se entregaron 17 proyectos en su versión final, sin embargo, el análisis no se lleva a cabo con todos estos, es por ello que una vez se realice la tabla descriptiva, se aplican unos criterios de selección, los cuales son:

- Relación y coherencia entre los elementos del proyecto.
- La profundidad en el análisis.
- Relación entre nociones matemáticas y los objetivos planteados.

*Analizando:* esta fase se centra en el proceso que siguió cada estudiante en el desarrollo de su proyecto. El análisis que se realiza de estos proyectos se lleva a cabo a partir del ciclo de modelado especificado en la figura 1. Cabe resaltar que este análisis se ejecuta únicamente con los proyectos seleccionados en la primera fase.

Aplicando los criterios de selección para el análisis del ciclo de modelado, es posible identificar cuatro proyectos que cumplen con estas características y son aquellos que en la profundidad del análisis han obtenido una valoración alta. Los proyectos seleccionados para la fase analizando son los desarrollados por los estudiantes A, C, J y P. La segunda fase se ejecuta teniendo en cuenta el ciclo de modelación matemática (Ver figura 1), donde la intención es reconocer si los estudiantes siguen estos y si presentan dificultades en el paso de uno a otro.

*Estudiante A:* en el mundo animal por pequeño que seas tienes una función muy importante, un ejemplo de ello son las abejas que desde el punto de vista del estudiante son de gran ayuda, es por ello que este proyecto parte desde la pregunta ¿cuándo se acabaran las abejas? Para responder la anterior pregunta se lleva a cabo una revisión donde se consideran variables como la cantidad de abejas que nacen y mueren por día, aunque estas se expresan mediante una tasa de natalidad y fallecimiento de las abejas. La segunda acción del estudiante es proceder con la búsqueda de una base de datos relacionada con el número de abejas vivas por año. Los datos encontrados son el medio para efectuar una interpolación y determinar la ecuación asociada al modelo, lo que implica que las tasas de natalidad y fallecimiento pasen a un segundo plano y no sean relevantes para la construcción del modelo.

La siguiente acción del estudiante es hacer uso de la herramienta Excel y efectúa un ajuste de curva, donde el eje X representa el año y el eje Y el número de abejas vivas, las coordenadas utilizadas para la interpolación son el producto de la búsqueda de la base de datos. El ajuste de curva se desarrolla mediante una estrategia de ensayo y error, aunque el estudiante reconoce el hecho de que se presenta un aumento en los datos recolectados, llegando así a la conclusión de que se trata de una función exponencial o polinómica, luego de varios intentos el modelo que para el estudiante describe mejor el número de abejas es un modelo asociado a una ecuación polinómica.

El estudiante logra establecer un modelo, sin embargo, en el paso de solución esta se centra en lo que pasaría si las abejas ya no existieran, dando a entender que en el análisis del modelo no se logró una comprensión de este. El ciclo de modelado que se desarrolla en este proyecto sigue la estructura sin mayores inconvenientes hasta una pequeña validación del modelo, este hecho se realiza de forma oral durante una de las sesiones de clase, donde el estudiante da a conocer que no le es posible identificar una posible solución con este modelo y que por ello la solución se centra en la extinción de las abejas. Anteriormente, se menciona que el estudiante cuenta con las tasas de natalidad y

fallecimiento de las abejas, las cuales de haberse aplicado en el moldeo habrían permitido tener un mejor acercamiento a la solución del problema.

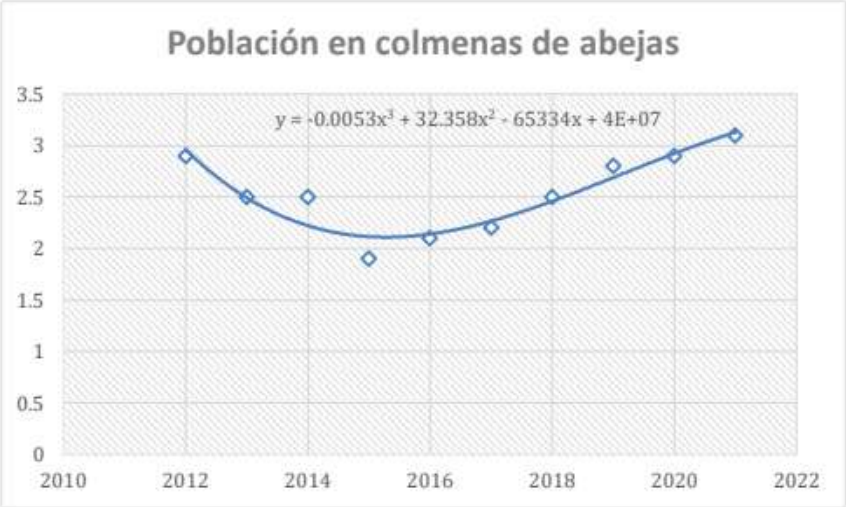



*Figura 34. Modelo estudiante A*
*Fuente: estudiante A (2022)*

*Estudiante C:* el fútbol es un deporte amado por un gran número de personas, entre ellas el estudiante C quien busca predecir las posibilidades que tiene el deportivo Cali de quedar como ganador en la liga BetPlay, para ello se hace importante para el estudiante entender cómo funciona el sistema de puntuación de esta liga. El proyecto del estudiante inicia con una explicación de cómo se le asignan los puntos a cada equipo en caso de ganar, empatar o perder un partido, además expone el número de partidos jugados y por jugar del Deportivo Cali (DC). Partiendo de los encuentros por jugar el estudiante realiza una breve descripción de lo que pasaría si el DC gana, empata o pierde, este hecho también lo realiza con los equipos que se enfrentan con el DC.

El hecho de que el estudiante considere los posibles resultados que afectarán los puntos que recibe el DC y los puntajes de los otros equipos permite decir que se están considerando varias variables que permitan conocer si el DC será campeón de la liga. De haber considerado este tipo de variables en la formulación del modelo, se hablaría de un modelo de naturaleza estocástica o determinista, ya que tenemos variables aleatorias involucradas en el problema. En la creación del modelo el estudiante no logró involucrar las diferentes variables y datos recolectados, de esta forma el estudiante se quedó

únicamente con el resultado obtenido en la descripción de los posibles resultados, concluyendo que el DC no quedaría campeón.

En cuanto al ciclo de modelado, el estudiante desarrolla principalmente el planteamiento del problema, generando un proceso de contextualización, el cual no le permite llegar a la conformación del modelo. La solución que brinda el estudiante no se considera dentro del marco de la modelación, ya que este bebe poner generar una respuesta numérica, específicamente el problema ha de obtener un posible total de puntos a favor del DC, donde dicho resultado permite definir si será o no ganador de la liga. El proceso de modelación que desarrolla el estudiante puede llamarse primitivo, en cuanto solo se desarrollan los elementos del inicio del ciclo.

*Estudiante J:* en varios hogares colombianos el ahorro relacionado con los servicios públicos es una acción común y es el caso de la familia del estudiante J, ya que el problema planteado gira en torno al aumento en el costo de los servicios públicos en dos hogares, específicamente de estrato 1 y 2. El problema considera variables como los gastos básicos de la familia, al igual que la cantidad de dinero que llega mes a mes, este valor corresponde a dos salarios mínimos del 2021 y por último se considera el posible aumento que se genera en los servicios. El aumento en el costo de los servicios del estudiante a partir de la variación del dólar establece que este valor será de un 10 por ciento para el año 2022.

Para establecer un posible modelo el estudiante primero realiza una serie de tablas con los valores de los recibos públicos, dentro de estos se considera energía, acueducto y alcantarillado, cabe resaltar que dichos recibos fueron expedidos por las entidades pertinentes. Una vez el estudiante cuenta con esta información realiza la consulta de los gastos básicos de los hogares, especialmente del arriendo y alimentación; sin embargo, estos datos solo corresponden a un estrato 2.

Con los datos recolectados, el estudiante concluye que una familia de estrato dos que se encuentre en las mismas condiciones del hogar consultado, debe contar con un ingreso de por lo menos 1´870.000 pesos colombianos. Al centrarse únicamente en la solución que brinda el estudiante, esta no resulta de un modelo matemático, es el resultado de una serie de operaciones aritméticas que no permite clasificarlo en alguna de las características naturales de los modelos matemáticos.

En lo que respecta al ciclo de modelado, el estudiante J, al igual que el estudiante C se encuentra en una fase primitiva en el desarrollo del modelo matemático y el análisis que permite llegar a la solución es ejecutado para la construcción del posible modelo.

*Estudiante P:* muchos jóvenes en algún momento de su vida piensan en la posibilidad de independizarse, esta preocupación aqueja al estudiante P, quien aborda una problemática relacionada con los gastos que debe cubrir una persona haciendo uso exclusivamente del salario mínimo del año 2022. Las variables que el estudiante considera necesarias para este problema son el costo de alimentación, vivienda, transporte, aseo y vestimenta, considerando que la suma de estos gastos debe ser menor o igual a 1´117.000 pesos colombianos (con el auxilio de transporte). Lo que respecta al valor de cada uno de los gastos el estudiante realiza una lista de los productos que él utilizaría para desayunar y el almuerzo se calcula con el precio que maneja un restaurante cercano a su zona, este mismo proceso se realiza con los productos de aseo, para el transporte se toma el valor del pasaje de Transmilenio (2650 pesos colombianos) considerando el viaje de ida y vuelta durante el mes completo, la parte de vestimenta no es considerada, ya que el estudiante dice “ya deberías tener ropa antes de depender únicamente de ti solo”

Una vez realizada la recolección de datos, el estudiante considera que el valor del salario mínimo no es suficiente para independizarse. La respuesta a la problemática abordada resulta de una comparación del valor inicial con el valor final y a pesar de haber hecho de ciertos procedimientos matemáticos para obtener el valor en pesos que se dispone para cada aspecto, no fue posible conformar un modelo que dé solución al problema. Respecto a la naturaleza de los modelos, solo se puede decir muy poco, ya que solo se logró consolidar un único modelo que se clasifica en una naturaleza de tipo educativo, dado que se obtiene a partir de deducciones visualizaciones que realiza el estudiante A.

## Conclusiones

A partir de los análisis realizados a los cuatro proyectos, se hace posible reconocer que el ciclo de modelado matemático aún se encuentra en una fase temprana de desarrollo, en la cual los estudiantes reconocen diferentes variables involucradas en un problema particular, las cuales se ven envueltas en la búsqueda de una solución mediante un modelo matemático.  En el proceso de construcción y análisis de este modelo, los estudiantes presentan dificultades que se centran en la relación entre las variables

involucradas que darán origen al modelo. Los análisis de los modelos con el fin de dar solución al problema son en su mayoría abordados desde la problemática en sí, dejando a un lado los resultados numéricos y la relación de estos con el problema.

## Referencias bibliográficas

Fernandez-Cezar, R., Adriano-Rincón, G., & Prada-Núñez, R. (2019). ¿Se relacionan las creencias sobre las matemáticas con el rendimiento académico en matemáticas en estudiantes de contexto vulnerables? *Eco matemático*, *10*(2), 6-15. Obtenido de: https://revistas.ufps.edu.co/index.php/ecomatematico/article/download/2588/2674/12625#:~:text=La%20correlaci%C3%B3n%20entre%20estas%20dos,acad%C3%A9mico%20de%20estos%2C%20y%20viceversa

Niss, M., & Blum, W. (2020). The learning and teaching of mathematical modelling. Routledge. Obtenido de: https://www.researchgate.net/publication/338662258_The_Learning_and_Teaching_of_Mathematical_Modelling

Perrenet, Jacob & Zwaneveld, Bert. (2012). The Many Faces of the Mathematical Modeling Cycle. Journal of Mathematical Modelling and Application. JMMA. 3-21

EXPERIENCIA DE AULA

# ENSEÑANZA DE FUNCIONES A TRAVÉS DE MODELOS FUNCIONALES EN EL CONTEXTO DEL CICLISMO

Edgar Samir Díaz Yara – esdiazy@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Johan Alejandro Donado Romero – jadonador@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Ana Sofía Velásquez Bogotá – asvelasquezb@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

A continuación, se presenta una propuesta de experiencia en el aula, centrada en el análisis de diferentes fenómenos asociados al ciclismo, vinculando el comportamiento funcional y de modelado de la situación. Se cuenta con un archivo que recopila varios modelos que funcionan para enseñar funciones (lineales, exponenciales, logarítmicas, sinusoidales, entre otras) dentro de la escuela, dándole importancia al deporte y a las alteraciones que algunas sustancias pueden presentar en el cuerpo del deportista.

Dichos modelos son de autoría propia, en conjunto con algunos compañeros del espacio de formación Modelos funcionales del periodo 2021-3, a cargo en su momento de la docente Magda Liliana González Alvarado. Para ello se usa el software GeoGebra en la creación de un libro, apoyando la enseñanza y la comprensión por breves explicaciones en el Libro de GeoGebra.

## Palabras clave

Modelos funcionales, ciclismo, función, dopaje, enseñanza, aprendizaje, software.

## Introducción

El ciclismo es un deporte que ha capturado la atención de personas de todas las edades y continúa creciendo en popularidad en Colombia. Sin embargo, más allá de su aspecto deportivo, el ciclismo presenta una amplia gama de fenómenos que pueden ser estudiados y comprendidos a través de diferentes modelos diseñados para que sea más provechoso el estudio de estas situaciones que involucran relaciones entre variables. Es en esta intersección entre el ciclismo y las matemáticas donde se encuentra el potencial para una experiencia educativa enriquecedora.

Esta propuesta se basa en el uso del software GeoGebra, una poderosa herramienta de modelado matemático, con la cual se puede representar gráficamente el comportamiento de los fenómenos relacionados con el ciclismo. Estos modelos funcionales permitirán a los estudiantes visualizar y comprender mejor las relaciones conceptuales y las implicaciones matemáticas asociadas con el ciclismo. A través de estos modelos se le puede brindar a los estudiantes una visión más profunda y significativa de la relación entre las matemáticas y el mundo que les rodea.

Una de las finalidades de la propuesta planteada es el motivar a los estudiantes a practicar el deporte, no solo como ocio sino como un fenómeno de estudio, además de tomar conciencia sobre el uso del dopaje y cómo este afecta de manera negativa la salud del sujeto.

## Descripción de la propuesta

Durante el desarrollo del curso se buscó promover el interés y la motivación de los estudiantes hacia los elementos matemáticos en un ambiente realista, por ello se les presentó un tema relevante y atractivo como lo es el ciclismo, en este contexto se logra visualizar el comportamiento de las variables asociadas, y realizar una modelación la cual es visualmente atractiva y de fácil comprensión para el público general.

Como menciona Kwon (2002), el usar matemáticas realistas ayudara a evitar que se abra una brecha grande entre los conocimientos abstractos y el sentido común de los educandos. Además, se espera fortalecer su capacidad de análisis, modelado y resolución de problemas, habilidades fundamentales en el desarrollo académico y profesional, partiendo desde la necesidad de ofrecer a los estudiantes un enfoque pedagógico innovador y atractivo que les permita desarrollar habilidades matemáticas de manera significativa. Al conectar los conceptos matemáticos con situaciones concretas, como los fenómenos relacionados con el ciclismo, se logra una mayor comprensión y aplicación de los conocimientos.

Para esto, se propuso hacer un libro recopilatorio en GeoGebra, donde se pueda tener acceso a los distintos modelos asociados a los fenómenos que se presentan en la actividad ciclística. Se inició trabajando con funciones lineales y cómo estas están presentes en algunos modelos, uno donde la variable independiente es la cantidad de barras energéticas que consume un ciclista, y la variable dependiente es su precio en el mercado; y otro modelo donde la variable independiente es la cantidad de giros que da una rueda de bicicleta de 69.85 cm, y la distancia recorrida por la bicicleta. Estos fueron los primeros modelos trabajados a lo largo del curso.

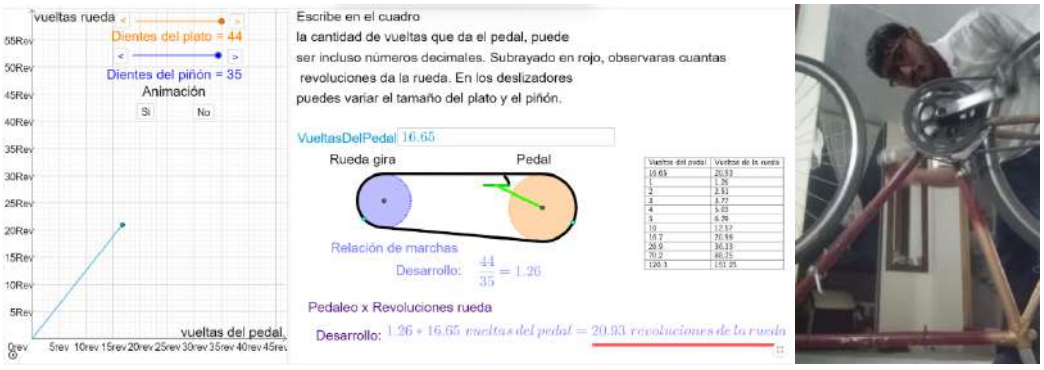



*Figura 35. Sistema desarrollado en GeoGebra*
*Fuente: elaboración propia*

El desarrollo de esta propuesta implicó un proceso experimentación y análisis en varias etapas. Para elaborar y analizar los modelos planteados, se tuvieron en cuenta aspectos encontrados en la experimentación con nuestras respectivas bicicletas, como: el tamaño de la bicicleta (tanto el rin y el marco), la relación entre marchas de la bicicleta (piñones y platos), cómo estas influyen y son importantes en el recorrido, si este es plano, o si tiene inclinación positiva o negativa, para determinar qué relación funciona mejor. Estas pruebas empíricas permitieron recolectar datos y examinar las relaciones entre estos

factores y el rendimiento del ciclista. Paralelamente, se llevó a cabo un estudio exhaustivo del software GeoGebra para comprender su funcionamiento y utilizarlo en la creación de libros interactivos; dentro del libro se incluyeron explicaciones claras y concisas para facilitar la comprensión de los estudiantes y fomentar su participación activa.

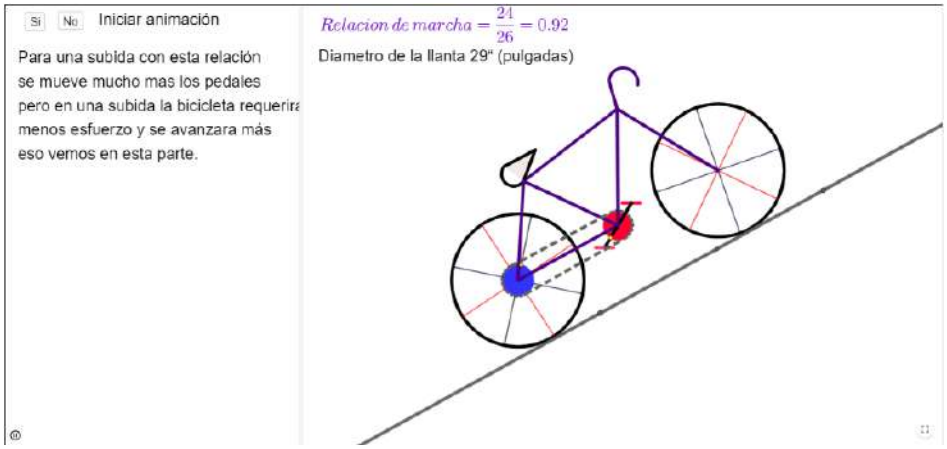



*Figura 36. Desarrollo de animación en GeoGebra*
*Fuente: elaboración propia*

Por otro lado, y siguiendo con la idea de mostrar el comportamiento de algunas funciones y su relación al ciclismo, se realizaron modelos relacionados al sistema circulatorio del ciclista en actividad.

Por ejemplo, se relacionó la función logarítmica con el comportamiento del ritmo cardiaco del deportista en una bicicleta fija, siendo la variable independiente el tiempo en que realiza el ejercicio, esto medido en minutos, y la variable dependiente su ritmo cardiaco medido en pulsaciones por minuto (ppm).




*Figura 37. Simulación y toma de datos*
*Fuente: elaboración propia*

Para la función exponencial se realizó una investigación exhaustiva sobre tratamientos médicos utilizados en el ciclismo, específicamente en relación con la eritropoyetina, una sustancia considerada dopaje en el deporte (Reyes, 2011). Se analizaron los efectos de esta sustancia en el cuerpo del ciclista y su influencia en el rendimiento deportivo. Esta investigación proporcionó una comprensión integral de las implicaciones éticas y de salud relacionadas con el uso de sustancias prohibidas en el deporte, la cual a día de hoy su uso es considerado como dopaje, ya que esto altera el rendimiento físico del ciclista al darle mayor capacidad de transportar oxígeno en la sangre, a su vez proporcionando mayor elasticidad a sus músculos y reducir la fatiga.

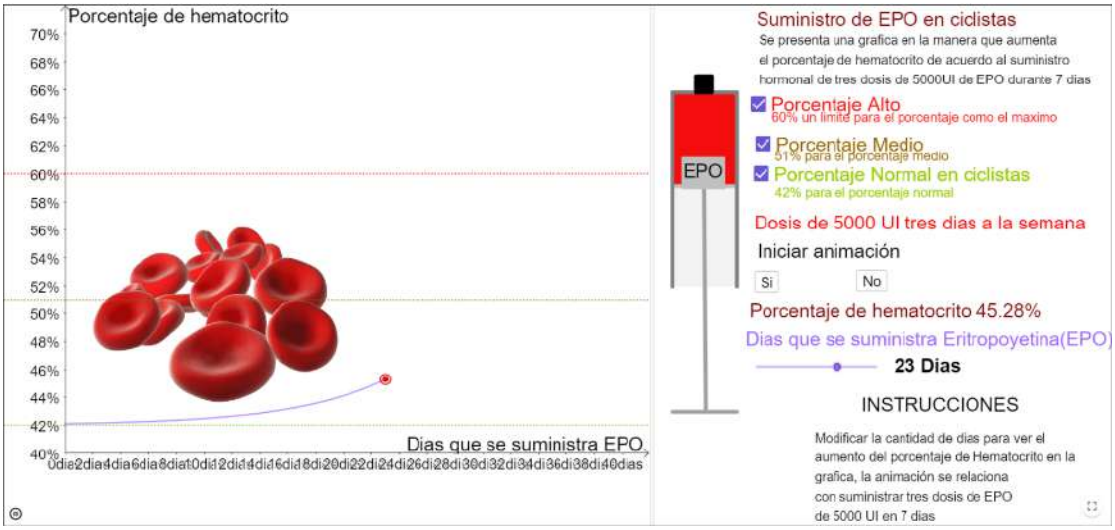



*Figura 38. Porcentaje de hematocrito*
*Fuente: elaboración propia*

Para efectos prácticos de este modelo, se tomó como variable independiente la cantidad de días en los que se proporciona eritropoyetina (EPO) al deportista, y como variable dependiente el porcentaje de hematocritos en la sangre del mismo.

Lo que nos llamó la atención de este fenómeno fueron los casos de dopaje que se generan en este deporte, siendo el más famoso el que presentó el afamado multicampeón del tour de France, Lance Armstrong, el cual usaba como excusa su cáncer testicular para consumir medicamentos los cuales no eran permitidos en ese momento o estaban en

regulación, en el caso de la EPO, este y su equipo consumían cantidades alarmantes de la sustancia, las cuales podrían provocarle un gran daño a su cuerpo.

Al haber comprobado el caso de dopaje sus siete títulos del Tour fueron revocados.El propósito de este libro dentro del proyecto es ser expuesto al público general y explicar su funcionamiento, a manera general se espera que se interactúe con el público en general para que conozcan el recurso, se motiven al respecto de la formación de docentes para el diseño de recursos similares a los mismos para que se considere algo fundamental para la formación de profesores, algo que todos deberíamos contemplar.

Para luego servir como apoyo a los asistentes dentro de la resolución de situaciones problema. Para ello se propone dividir a los asistentes de la ponencia en tres grupos, a cada grupo pedirles que expresen una situación real que se asocie a una función lineal, logarítmica, o exponencial dependiendo del grupo de trabajo.

Después, realizar un intento de modelado de la situación que puede ser a mano y realizar una breve explicación del modelo. También considerar un trabajo con el recurso de exploración del mismo, para considerar la creación del diseño de actividades que incluyan el tratamiento del artefacto, posterior a esto también se considera la posibilidad de que traten de emplear GeoGebra para hacer un modelo pequeño con deslizadores en pequeños grupos para de esta manera asociar este interés nuestro por este tipo de recursos.

## Conclusiones

La experiencia de aula desarrollada en el marco de esta propuesta ha sido enriquecedora y significativa tanto para los estudiantes como para los docentes involucrados. A lo largo de este proceso, se lograron diversos objetivos y se obtuvieron importantes logros que merecen ser destacados.

En primer lugar, la integración del software GeoGebra como herramienta principal en la creación de un libro interactivo permitió a los estudiantes explorar la parte funcional y de modelado de una manera visual y dinámica. La utilización de modelos funcionales basados en el ciclismo proporcionó a los estudiantes una conexión directa entre los contenidos matemáticos y situaciones reales, lo cual facilitó su comprensión y aplicación además de la importancia de los saberes que requiere un docente de matemáticas.

También, la experimentación práctica con bicicletas y la comparación de diferentes variables relacionadas con el rendimiento ciclístico permitió a los estudiantes adquirir

conocimientos fundamentales y desarrollar habilidades de análisis y razonamiento. Estas actividades prácticas fomentaron la participación para el desarrollo de la propuesta para ir más allá para desarrollar el libro interactivo y los motivaron a explorar el mundo del ciclismo desde una perspectiva matemática.

El ciclismo es una actividad la cual refleja la variación y el movimiento del sujeto, lo cual implica varios elementos de estudio alrededor de la misma, dentro de la práctica se logran ver algunas generalidades que nos ayudan a comprender el comportamiento de las distintas variables que entran en juego durante esta actividad. Los tratamientos médicos en el ciclismo, en particular la eritropoyetina, también desempeñó un papel importante en la experiencia de aula.

Este enfoque permitió reflexionar sobre aspectos éticos y de salud relacionados con el deporte, promoviendo una mayor conciencia sobre el juego limpio y la integridad en el ciclismo, además de alejarnos de los típicos modelos lineales, vinculando también logarítmicos o exponenciales. Esta experiencia ha dejado una huella positiva en el proceso educativo de los estudiantes, demostrando el potencial de las metodologías activas y contextualizadas en la enseñanza.

## Referencias bibliográficas

Amaya, T. (2019) Modelación matemática de relaciones funcionales contextualizadas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa.* Vol 32, Número 2. Recuperado de: https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/modelacion-matematica-de-relaciones-funcionales-contextualizadas/

Kwon, O. (2002). Conceptualizing the realistic mathematics education approach in the teaching and learning of ordinary differential equations. Recuperado de: https://eric.ed.gov/?id=ED472048

Pineda, D. (2009). Las matemáticas en nuestro mundo cotidiano. *Revista Digital Universitaria.* Vol 10, Número 1.Recuperado de: https://www.revista.unam.mx/vol.10/num1/art02/art02.pdf

Reyes, U. González, C. Reyes, U, Reyes D. (2011) Eritropoyetina recombinante humana y dopaje, riesgo en adolescentes deportistas. *Revista Mexicana de Pediatría.* Vol 78, Número 6. Recuperado de https://www.medigraphic.com/pdfs/pediat/sp-2011/sp116e.pdf

## Anexo

Link de Libro de GeoGebra:

https://www.geogebra.org/m/mm4cb4s7

# DESAFÍOS DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS CON LOS MAESTROS EN FORMACIÓN DE LA ENSD MARÍA MONTESSORI

Claudia Patricia Mancipe Caicedo –cmancipe@educacionbogota.edu.co

Escuela Normal Superior Distrital María Montessori

## Resumen

La enseñanza de las matemáticas representa un desafío importante para los maestros en formación de las Escuelas Normales en el contexto educativo actual. La organización curricular y los lineamientos establecidos por el Decreto 1236 han buscado mejorar la calidad de la formación docente en estas instituciones, sin embargo, la enseñanza de las matemáticas sigue presentando desafíos significativos como lo son la actualización y adaptación de los planes de estudio a los cambios constantes en la enseñanza y aprendizaje del área.

La incorporación de enfoques innovadores, como el uso de tecnologías educativas, la resolución de problemas, el pensamiento crítico y la inclusión de la población sorda; requiere la revisión permanente sobre la organización curricular.

Las Escuelas Normales y para este caso la Escuela Normal Superior Distrital María Montessori (ENSDMM). Como única Normal del Distrito tiene la responsabilidad de preparar a los futuros maestros para enfrentar el reto de enseñar matemáticas de manera efectiva y significativa en los grados de educación inicial y primaria. Esto implica superar diversas dificultades que van desde la falta de confianza y habilidades matemáticas sólidas en los estudiantes hasta la selección e implementación de estrategias pedagógicas adecuadas.

## Palabras clave

Escuelas Normales, Decreto 1236, Organización curricular, Maestros en formación, desafíos, Enseñanza de las matemáticas.

# Introducción

A lo largo de nuestra experiencia docente como formadoras de maestros para la infancia hemos reflexionado sobre nuestra práctica educativa y de qué manera podríamos mejorar y aportar al desarrollo de las habilidades de los maestros en formación en relación con el pensamiento crítico, la escritura, el análisis y argumentación incluyendo el uso pedagógico de nuevas tecnologías.

Este documento enmarca una reflexión de nuestra práctica pedagógica en matemáticas con los maestros en formación del programa de formación complementaria de la Escuela Normal Superior Distrital María Montessori (ENSDMM) describiendo cuatro aspectos incidentes en el desarrollo de nuestra práctica: **1.** Las orientaciones por las que se reglamenta la organización y funcionamiento de las Escuelas Normales Superiores (ENS) públicas y privadas en Colombia (Decreto 1236) e inclusión de estudiantes sordos y el servicio de interpretación. **2.** La organización curricular de matemáticas para el programa de formación complementaria (PFC) de la ENSDMM: Introducción a las matemáticas I, Desarrollo del pensamiento matemático I y Desarrollo del pensamiento matemático II. **3.** Prácticas Pedagógicas del PFC (ENSDMM). La diversidad e interdisciplinaridad las prácticas: van desde la enseñanza en educación inicial en preescolar hasta el trabajo con estudiantes de necesidades educativas especiales (NEE). **4.** Asesorías de trabajos de grado de los maestros en formación del PFC (ENSDMM): Para obtener el título de normalista Superior el maestro en formación debe presentar un proyecto de investigación en el campo que sea de su agrado, algunos estudiantes desarrollaron estas investigaciones en el campo de las matemáticas, aquí nombramos tres de estas: A. Patrones y Secuencias: Diseño de actividades didácticas para el desarrollo del pensamiento variacional en poblaciones diversas; B. El juego como mediación para el desarrollo del pensamiento espacial en el ciclo I; C. Uso de material didáctico para la enseñanza y aprendizaje de la estructura aditiva e inicio de la estructura multiplicativa. Es importante recalcar que los proyectos propuestos por los maestros en formación se caracterizaron por incluir material didáctico y juego lo que favorece al aprendizaje de los estudiantes a quienes se intervienen como a la consolidación de los conceptos matemáticos de los maestros en formación.

La profesión docente se construye durante toda la vida profesional con una formación y actualización permanente (Imbernón, 2014) a partir de las necesidades de la población y los retos innovadores que emergen con la sociedad. Las asesorías, clases, estrategias, organización curricular, didácticas que se han desarrollado en esta experiencia

se han planteado con el objetivo de acercar a los maestros en formación a las matemáticas y que la enseñanza-aprendizaje sea efectiva y significativa.

## Descripción de la propuesta

La Escuela Normal Superior Distrital María Montessori es una institución formadora de maestros, única Normal oficial en el distrito. Desde sus comienzos (1951) fue una escuela de oficios solo para señoritas, posteriormente y acogiéndose a las reformas educativas establecidas, ha mantenido el liderazgo a través de su historia. Una de las transformaciones más exigentes que tuvo que afrontar está relacionada con el proceso de acreditación de calidad que se inició en 1999 y en el 2003 inicio del ciclo de formación complementaria y el título de los egresados de este programa "Normalista Superior".

Para el 2008, con el decreto 4790, las escuelas Normales asumen la verificación de condiciones de calidad. Segunda etapa del proceso de acreditación, para el caso de la Normal Superior Distrital María Montessori, en el año 2020 se expide el decreto 1236 que surge de un trabajo de varios años entre comunidades educativas de las Escuelas Normales y las entidades que regulan las políticas públicas a nivel Nacional. Nuevamente es necesario actualizar, reorganizar y acoger las exigencias del decreto para contribuir a la formación inicial de maestros para la infancia que la misión principal de la ENSDMM.

Es importante resaltar que el decreto 1236 que organiza las Escuelas Normales en el territorio nacional en su **Artículo 2.3.3.7.2.2. Organización curricular** y como lo expresa Ariza (2020), esta normativa abarca tanta diversidad de los contextos escolares que no es clara sobre cuáles deben ser los aprendizajes de los maestros en formación en la disciplina de las matemáticas, es por ello que esta experiencia ha tenido distintas etapas que permiten analizar la enseñanza de las matemáticas con maestros en formación en la ENSDMM.

Inicialmente queremos mencionar que, uno de los desafíos más comunes es la falta de confianza y habilidades matemáticas sólidas en los propios estudiantes. Muchos maestros en formación han experimentado dificultades en su propio aprendizaje de las matemáticas, lo que puede afectar su seguridad al enseñar este tema. Es crucial abordar esta dificultad proporcionando oportunidades de desarrollo profesional que fortalezcan sus conocimientos matemáticos y su confianza para impartir clases efectivas. Para ello se construyen actividades a través de distintos recursos físicos y virtuales durante el semestre que contribuyan al afianzamiento de su conocimiento como estrategias para la enseñanza de las matemáticas en PFC.

A continuación, mencionaremos las principales actividades que conllevan los retos de la formación de maestros en la ENSDMM en la enseñanza de las matemáticas para la primera infancia.

- La Escuela en su proceso de inclusión acoge a maestros en formación sordos, esto ha implicado tanto para nosotras como maestras en ejercicio, como para los estudiantes sordos e intérpretes buscar infinitas posibilidades para la comprensión de los conceptos matemáticos, así como las herramientas que ellos puedan emplear para su práctica docente y la enseñanza de las matemáticas; uno de los principales recursos que empleamos para contribuir al aprendizaje de las matemáticas en con estos estudiantes es la plataforma de INSOR con sus recursos educativos: Matemáticas archivos - Insor Educativo. Por otro lado, a pesar de que se buscan o crean recursos se debe mencionar que se tiene la dificultad de la falta de capacitación del servicio de interpretación en el lenguaje matemático, así como la falta de compromiso de algunos estudiantes sordos para usar plataformas para el aprendizaje autónomo.
- La organización curricular de matemáticas para el programa de formación complementaria (PFC) de la ENSDMM empieza con Propedéutico o semestre "0" que corresponde a los estudiantes que tengan un título de bachiller diferente al pedagógico, este espacio académico trabaja Introducción a las matemáticas I con una intensidad horaria 4 horas a la semana; Semestre I. Desarrollo del pensamiento matemático I y su intensidad horaria 2 horas a la semana y Semestre II. Desarrollo del pensamiento matemático II con intensidad horaria 2 horas a la semana.

  Esta organización curricular ha tenido varios énfasis y estructura según la formación de quien orienta el espacio académico y su experiencia. A lo largo de la historia se han evidencia dos grandes objetivos: normativa y política educativa en la enseñanza de las matemáticas y conocimiento – didácticas de las matemáticas requeridas para el para el desarrollo de las prácticas según la organización de la Escuela.

- Prácticas Pedagógicas del PFC (ENSDMM). Las cuales conllevan a la interdisciplinaridad por el origen de sus prácticas: Propedéutico, realiza la práctica en preescolar, Primer semestre ruralidad y Segundo semestre estudiantes con necesidades educativas especiales (NEE). La diversidad de las practicas según la organización curricular del PFC e intensidad horaria del programa ha requerido la formación constante de las maestras que orientamos las sesiones de clase y el reconocimiento por parte de los maestros en formación de la importancia que tienen las matemáticas escolares. En este punto en particular se debe acompañar a los estudiantes tanto en el aprendizaje de los conceptos fundamentales de las matemáticas como en la asesoría semestral de

su práctica docente con la elaboración de recursos didácticos, planeaciones para su puesta en el aula de clase con estudiantes de distintos contextos y diversidad.

- Uno de las últimas actividades como maestras pertenecientes a una Escuela Normal y como parte de nuestra formación es asesorar a los estudiantes que deciden realizar su trabajo de grado en la línea de investigación: articulación curricular durante el tercer y cuarto semestre, donde su pregunta investigativa involucre las matemáticas, es allí donde se logra mayor avance y construcción de conocimiento de las matemáticas escolares debido a que durante este tiempo se realiza inicialmente un reconocimiento de las problemáticas que presentan los niños y niñas en los grados de preescolar y primaria en el en el aprendizaje de las matemáticas. El objetivo del trabajo es proponer posibles soluciones a través de distintos recursos a las dificultades del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas.

La profesión docente se construye durante toda la vida profesional con una formación y actualización permanente (Imbernón, 2014) a partir de las necesidades de la población y los retos innovadores que emergen con la sociedad. Las asesorías, clases, estrategias, organización curricular, didácticas que se han desarrollado en esta experiencia se han planteado con el objetivo de acercar a los maestros en formación a las matemáticas y que la enseñanza-aprendizaje sea efectiva y significativa.

## Conclusiones

A continuación, se presentan las conclusiones con respecto a la experiencia presentada:

- La experiencia con las matemáticas que presentan los estudiantes que ingresan al programa de formación complementaria en etapas escolares anteriores incide en algunos casos con la disposición que el estudiante tome frente al área. Sí su experiencia ha sido grata, presenta cierta seguridad y deseo por desarrollar las habilidades matemáticas. Pero, sí su experiencia implicó una no muy buena relación con las matemáticas genera sin duda, falta de confianza y el afirmar que las habilidades matemáticas en esta disciplina no son sólidas.
- La relación entre las habilidades matemáticas y estrategias didácticas apoyadas en las Tics: AVA, aplicativos como GeoGebra, cursos en línea como Coursera o herramientas de autor que se utilizaron en esta experiencia, presentan un desarrollo mutuo, la primera apoya el desarrollo de competencias matemáticas en el entorno donde se desarrolla el estudiante y la segunda permite un rol dinamizador tanto del maestro como del estudiante de mejora continua de procesos, contenidos y metodología de los cursos creados. Sin embargo, es

importante aclarar que algunas de estas estrategias requieren de autonomía por parte del estudiante y la necesidad de contar con recursos como dispositivos electrónicos e internet.

- La actualización y adaptación del plan de estudios en la organización curricular de la ENSDMM ha sido un gran reto debido a los cambios presentados en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la interdisciplinaridad con la práctica pedagógica de cada semestre, la inclusión de la población sorda y la intensidad horaria del área en el programa de estudios.
- Se puede concluir que los maestros en formación que presentan gusto por las matemáticas y que decidieron realizar el proyecto de investigación con el cual obtienen su título de Normalista Superior se centran en sus prácticas en aplicar recursos didácticos y el juego lo cual favorece al grupo de intervención en el aprendizaje de habilidades matemáticas, así como en quien las aplica (maestros en formación) pues consolida los conceptos y habilidades matemáticas propuestas en dicha investigación. Sin embargo, se recalca que la preferencia de los estudiantes que realizan estas investigaciones se centra en el desarrollo del pensamiento geométrico.

## Referencias bibliográficas

Ariza, E (2020). El conocimiento matemático que logran en su formación inicial los licenciados en matemáticas y normalistas superiores de la región del Caribe de Colombia visto desde el TEDS-M. Universidad de Castilla – La Mancha

Cadena y Forero. (2018). Incidencia de una estrategia didáctica en el desarrollo de la competencia matemática de comunicación en los estudiantes de formación inicial de maestros-Propedéutico de la Escuela Normal Superior Distrital María Montessori a partir del aula virtual Moodle.

Imbernón, F. (2014). *Calidad de la enseñanza y formación del profesorado. Un cambio necesario*. Octaedro.

MEN (2020). Decreto 1236. Organización y funcionamiento de las Escuelas Normales Superiores como instituciones educativas formadoras de docentes.

Rengifo, A y otros (2015). *Escuela y educación superior: temas para la reflexión*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

# CARACTERÍSTICAS QUE DEBE TENER UNA PROPUESTA DIDÁCTICA FUNDAMENTADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE PERMITA DESARROLLAR LA NOCIÓN DEL NÚMERO RACIONAL EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO.

Sandra Milena Umbacia Sutachan – smumbacias@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

Para establecer las características de una propuesta didáctica fundamentada en la resolución de problemas que permita desarrollar la noción del número racional en los estudiantes de grado séptimo de educación básica. Se aplica una metodología de tipo cualitativa con base a la ingeniería didáctica. El procedimiento a seguir consiste en que se les propone a los estudiantes una situación didáctica enfocada en el diseño de una propuesta didáctica basada en la resolución de problemas a través de tareas del aprendizaje de aspectos asociados a las representaciones semióticas de los números racionales. Se diseña una didáctica que debe ser trabajada principalmente hacia el mismo estudiante por el profesor para que otros docentes la trabajen a futuro. El diseño del instrumento para la recolección de información, inicialmente se basó en una prueba diagnóstica orientada a determinar los conocimientos previos que los estudiantes poseen, las destrezas implementadas y las dificultades que cometen al resolver problemas que involucran fracciones. Posteriormente, el diseño de tareas a implementar destaca la descripción, estructura y justificación de 7 actividades a desarrollar.

Los resultados establecerán la dificulta la interpretación y el uso de los números racionales, porque está vinculada a diferentes significados, y existe confusión en su aprendizaje.

## Palabras clave

Números racionales, propuesta didácticas, Ingeniería didáctica, resolución de problemas, enseñanza.

## Introducción

La investigación busca establecer las características de una propuesta didáctica fundamentada en la resolución de problemas a través de tareas del aprendizaje de aspectos asociados a las representaciones semióticas de los números racionales con relación a los estudiantes de grado séptimo, planteada en conocimientos de las escuelas relacionados con un saber específico en un campo conceptual, con el objetivo de la viabilidad de las tareas y como una herramienta heurística que sea perceptible y combine el pensamiento crítico y reflexivo con la creatividad y el ingenio necesarios para transformar y superar los conexiones más complejos de la realidad educativa, desde allí surge la pregunta: ¿Qué características debe tener una propuesta didáctica fundamentada en la resolución de problemas que permita desarrollar la noción del número racional en los estudiantes de grado séptimo?

Asimismo, en el que la parte conceptual y procedimental de los números racionales, está articulado a los objetos matemáticos para estructurar varios conceptos y de representar su función en ciertos contextos. Al respecto, Fandiño (2009) destaca la necesidad de controlar la lingüística y cognitivamente estos usos hasta alcanzar una conceptualización estable y significativa del término de números racionales, a fin de construir un conocimiento sucesivo. En la ejecución, son rediseñados y utilizados en las diversas situaciones relacionadas con los estudiantes, para llegar a ser comprendidos y requieran una apropiación de conocimiento; posteriormente permitir ser adquiridos y caracterizados en su aprendizaje como conceptos matemáticos más específicamente en las representaciones semióticas de los números racionales.

Posteriormente, se explican los principales aspectos de un ambiente de resolución de problema, el cual, de acuerdo a Bohórquez (2013), “como posibilidad de construcción de conocimiento matemático y como metodología de trabajo en el aula, al mismo tiempo que propone una estructura curricular en la que los diferentes tipos de pensamiento matemático y su didáctica tengan un lugar explícito en la formación planteada” (p. 5). Por ende, se presentan algunas de las tareas para guiar el proceso de enseñanza y aprendizaje en este tipo de ambiente, y luego se presentan los elementos que forman la base para el entendimiento, basado en reconocimientos y concepciones. Finalmente, se explican los aspectos más importantes de un entorno de resolución de problemas y se presentan algunas de las tareas que gobiernan la enseñanza y el aprendizaje en dicho entorno.

Para esto, se realiza una búsqueda teórica efectuando en la revisión de tesis, documentos institucionales, investigaciones, artículos y para determinar los métodos que se tomará para la adaptación y complementación de la resolución de problemas con respecto a la temática, buscando una revisión rigurosa estructurada de la investigación en curso. Con ello la enseñanza a través de la resolución de problemas sigue una secuencia similar a la siguiente, según Beltrán (2021):

- Los escolares se enfrentan a situaciones problemáticas sin haber recibido instrucción previa sobre los contenidos que quieren enseñarse.
- Los problemas deben promover la reflexión y la indagación hacia la búsqueda de estrategias que permitan resolverlos y ver la efectividad.
- El investigador utiliza las respuestas de los alumnos para organizar una propuesta didáctica en común que permita introducir al concepto y a su viabilidad.
- Por último, los alumnos resuelven algunas tareas para afianzar y ver la veracidad de la propuesta didáctica.

Por ello el objetivo de esta tesis se fundamenta en “Establecer las características de una propuesta didáctica fundamentada en la resolución de problemas que permita desarrollar la noción del número racional en los estudiantes de grado séptimo de educación básica”. En relación al diseño de una propuesta didáctica basada en la resolución de problemas a través de tareas del aprendizaje de aspectos asociados a las representaciones semióticas de los números racionales, permitieran justificar el uso de las estrategias didácticas para orientar al alumno al tránsito entre cada una de ellas, aumentando el nivel de dificultad en cada paso, con el fin de reducir las dificultades que presentaron en la prueba los alumnos con respecto al concepto de número racional, el

cual, cabe señalar, es un concepto con el que están familiarizados desde el nivel básico escolar.

Además, al establecer relaciones entre las causas identificadas de las dificultades y los atributos de la fracción tematizados con los estudiantes, el diseño de las actividades didácticas tiende a disminuir las dificultades que presentan los estudiantes de primero de bachillerato con respecto al concepto de número racional, llevando a cabo no sólo la evocación de imágenes mentales, sino también la transformación de ellas aterrizadas en los cuatros registros de representación semiótica.

## Descripción de la propuesta

Se aplicó una metodología de tipo cualitativa con base a la ingeniería didáctica, en sus dos fases iniciales. La población consiste en grupos conformados por los estudiantes de los grados séptimos de educación básica. El procedimiento a seguir consiste en que se les propone a los estudiantes una situación didáctica enfocada en el diseño de una propuesta didáctica fundamentada en la resolución de problemas a través de tareas del aprendizaje de aspectos asociados a las representaciones semióticas de los números racionales.

Se diseña una didáctica que debe ser trabajada principalmente hacia el mismo estudiante por el profesor y que sea trabajado por otros docentes a futuro. El diseño del instrumento para la recolección de información, inicialmente se basó en una prueba diagnóstica orientada a determinar los conocimientos previos que los estudiantes poseen, las destrezas implementadas y las dificultades que cometen al resolver problemas que involucran fracciones. Posteriormente, se diseña de la propuesta didáctica a implementar a futuro por otros docentes. Para ello, el diseño de la propuesta didáctica, se utilizarán 7 actividades como instrumentos y herramientas.

Obersteiner, Van y Van (2019) consideran el disminuir las dificultades encontradas en el proceso aprendizaje de los educandos, llevan a la idea de implementar desde otras perspectivas las estrategias didácticas, fortalecer el concepto de los racionales y su puesta en el aula de clase, por lo que se revisa primero el marco teórico y la evidencia empírica que ayudan a comprender las dificultades de los estudiantes con los números racionales. Luego se evidenciarán si las dificultades de los números racionales son las mismas para los estudiantes con y sin dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Con el fin de

determinar métodos de enseñanza efectivos, revisando brevemente estudios de intervención recientes sobre el aprendizaje de números racionales. Finalmente, se observará la viabilidad de una propuesta didáctica de las operaciones de los números racionales y la necesidad de futuras investigaciones.

A lo anterior, la ingeniería didáctica, de acuerdo a Campeón et al. (2018) tiene dos características básicas, la primera consistente con el hecho de que las intervenciones educativas experimentales se basan en un marco teórico, que sirve de referencia para el diseño, implementación e interpretación de los resultados, situaciones educativas. Este marco teórico no solo debe servir como base, sino también establecer una validez en el logro de los objetivos de la enseñanza. La segunda característica corresponde al uso de casos prácticos y al tipo de valor generado de poder comparar las hipótesis formuladas con los resultados que se pueden obtener. La caracterización de los métodos educativos es principalmente interna, basada en la confrontación entre el pre-análisis (controlando las variables de la situación educativa) y el post-análisis (análisis de los datos obtenidos en cada tarea).

### *Fase 1. Análisis preliminar*

Se lleva a cabo una evaluación preliminar; se aplicó una prueba diagnostico desarrollada por los alumnos de grado séptimo de educación media del Colegio Madre Paula Montal, participantes en el proceso de estudio. En esta fase se recolecta la información necesaria para determinar los conocimientos previos que los estudiantes poseen. Para ello, se diseña una prueba diagnóstica conformada por 10 puntos orientados a evaluar el manejo de las tres interpretaciones del concepto de fracción parte–todo, medida, operador en contexto discreto-continuo, con la finalidad de describir las posibles causas de las dificultades que aparecen en los estudiantes en el proceso de aprendizaje del número racional, y las dificultades encontradas en el proceso de la enseñanza de la noción del número racional.

En este análisis de resultados, observaremos algunas dificultades mostradas por Fandiño (2018) sistemáticos y predominantes en lo relativo al uso de las fracciones. En primer lugar, se mostrará el porcentaje de alumnos que cometieron dificultades en cada una de las categorías propuestas.

- Dificultades en el ordenamiento, el 89.28% de los alumnos no identifican el ordenamiento de las fracciones

- Dificultades en la realización de las operaciones, el 75% de los estudiantes muestran la dificultad conceptual de la realización de las operaciones entre fracciones
- Dificultades en el reconocimiento de esquemas, el 96% interpretan erróneamente la región sombreada, en un contexto discreto y continuo
- Dificultades en la gestión del adjetivo "igual", el 48.21 % de los estudiantes no interpretan que la unidad debe estar fraccionada en partes iguales
- Dificultades en la gestión de la "fracción irreducible", el 78.2% de los alumnos no establecieron simplificar la fracción
- Dificultades en la gestión de figuras estándar, el 71% de la población no maneja figuras diferentes para establecer partes iguales entre las representaciones de las fracciones.

*Fase 2. Análisis a priori*

En esta fase se les propone a los estudiantes una situación didáctica enfocada en el diseño de una propuesta didáctica fundamentada en la resolución de problemas a través de tareas del aprendizaje de aspectos asociados a las representaciones semióticas de los números racionales. Aquí se concibe la idea de un plan.

El rol del docente consiste en diseñar una didáctica que debe ser trabajada principalmente hacia el mismo estudiante, respetando la autonomía del alumno, para que otros docentes la trabajen a futuro. Para ello, el diseño de tareas a implementar destaca la descripción, estructura, metas y justificación de cada actividad a desarrollar, las cuales son:

- Actividad 1: ¡A comprender los Números Racionales!
- Actividad 2: Interpreto los racionales en diferentes contextos
- Actividad 3: Representación de números racionales en la recta numérica y plano cartesiano
- Actividad 4: Conocimiento de número racional
- Actividad 5: ¡Jugo con los racionales!
- Actividad 6: Racional de otro racional es un producto
- Actividad 7: Juguemos con los racionales.

La resolución de problemas les permitirá a los estudiantes ingresar en el ciclo de diseñar, aplicar, evaluar, reflexionar y adaptar sus estrategias en función de la obtención de soluciones coherentes a los problemas propuestos. Asimismo, permitirá el fortalecimiento de las actitudes: manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas;

abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas; y demostrar una actitud de esfuerzo y perseverancia (dificultades como fuente de aprendizaje).

El propósito es apoyar los métodos de enseñanza y el desarrollo de habilidades a través de una actividad de enseñanza para resolución de problemas y números racionales.

## Conclusiones

Al describir las posibles causas de las dificultades que aparecen en los estudiantes en grado séptimo de básica secundaria en el proceso de aprendizaje del número racional, se concluye que, a los estudiantes se les dificulta la interpretación y el uso de la fracción, porque está vinculada a diferentes significados. Al respecto, las matemáticas han presentado una diversidad de problemas para su comprensión por parte de los alumnos que enfrentan dicho aprendizaje, esto se da por la complejidad del número racional; desde esta misma perspectiva, las operaciones con fracciones son una de las temáticas que presenta mayor grado de dificultad.

Por otra parte, al establecer las dificultades encontradas en el proceso de la enseñanza de la noción del número racional, se destaca que, existe gran confusión en el aprendizaje de los números racionales, que puede surgir debido al cambio del conjunto de los números enteros al conjunto de los números racionales, que requiere de transformaciones de las representaciones semióticas.

De ahí la importancia de adoptar modelos matemáticos, ya sea de forma de representación o en el proceso de creación, dimensionados de manera adecuada a la realidad educativa de las comunidades escolares, como un medio para que el alumno alcance un mejor desempeño.

En relación al diseño de la propuesta didáctica fundamentada en la resolución de problemas a través de tareas del aprendizaje de aspectos asociados a las representaciones semióticas de los números racionales, permitieron justificar el uso de las estrategias didácticas para orientar al alumno al tránsito entre cada una de ellas, aumentando el nivel de dificultad en cada paso, con el fin de reducir las dificultades que presentaron los alumnos con respecto al concepto de número racional, el cual, cabe señalar, es un concepto con el que están familiarizados desde el nivel básico escolar.

## Referencias bibliográficas

Bohórquez, L. Á. (2020). Concepciones sobre la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje y sus cambios en estudiantes para profesor en ambientes de aprendizaje fundamentados en la resolución de problemas. UD Editorial. (2),63- 74 https://die.udistrital.edu.co/publicaciones/concepciones_sobre_gestion_proceso_ensenanza_aprendizaje_cambios_estudiantes_para_profesor_ambientes_aprendizaje_fundamentados_resolucion_problemas

Beltrán, P. (2021). Tierra de números. Resolución de problemas. https://tierradenumeros.com/tags/resolucion-de-problemas/

Duval, R. (1995). Sémiosis et pensé humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Suisse: Peter Lang

Fandiño, M.I. (2018) Las Fracciones: Aspectos conceptuales y didácticos. Cooperativa Editorial Magisterio, Colombia.

# DIVERSIDAD COGNITIVA Y APRENDIZAJE DE LA ARITMÉTICA INICIAL

Elba Azucena Martínez Cárdenas – elamartinezc@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

Conversemos sobre los retos de la reflexión didáctica frente a la diversidad cognitiva en la clase de matemáticas. Para esta reflexión se tienen en cuenta aspectos semióticos, cognitivos y afectivos frente al acceso al aprendizaje de todas las poblaciones, particularmente se describen experiencias y hallazgos en investigación de diseño de ambientes de aprendizaje accesibles de la matemática inicial, para población con discapacidad intelectual en un contexto escolar. Se propone el juego como dispositivo didáctico que se puede vincular en el diseño de trayectorias hipotéticas de aprendizaje y de enseñanza, posibilitando el acceso de todas las poblaciones y permitiendo evaluar de forma diferenciada trayectorias reales de aprendizaje. Finalmente, se presenta la evolución de tecnologías de análisis del aprendizaje de las matemáticas con juegos estructurados matemáticamente, como un recurso para comprender el aprendizaje de todas las poblaciones y la naturaleza de la diversidad cognitiva en todos los ambientes de aprendizaje.

## Palabras clave

Accesibilidad, Diversidad Cognitiva, Trayectorias de Aprendizaje, Juego Estructurado, Tecnologías de análisis.

## Introducción

Garantizar una educación inclusiva, equitativa de calidad y promover oportunidades de aprendizaje para todos, es el objetivo de desarrollo sostenible en el campo de la educación (UNESCO, 2016); para garantizar este derecho, no solo corresponde

incluir al estudiante en un aula, sino posibilitar el proceso de aprendizaje (Martínez, 2019). Las poblaciones con mayor marginación en la educación son las poblaciones con discapacidad (UNESCO, 2016), por lo que se requiere comprender la discapacidad para aportar en el diseño de ambientes accesibles que permitan el aprendizaje de todos.

Desde el campo educativo se requiere comprender que la discapacidad, no solo refiere a un diagnóstico médico, sino que se asocia con el entorno y con la participación en el ambiente (OMS, 2001), de acuerdo con los criterios que se tengan en cuenta en el diseño de un ambiente de aprendizaje, se propicia o no la inclusión y participación de todos. La Discapacidad Intelectual en particular, está definida como un trastorno del desarrollo intelectual, que incluye limitaciones del funcionamiento intelectual como también del comportamiento adaptativo en los dominios conceptual, social y práctico (APA, 2014).

Por otro lado, la Discalculia refiere a un patrón de dificultades que se caracteriza por problemas de procesamiento de la información numérica, aprendizaje de operaciones aritméticas y cálculo correcto o fluido (APA, 2014, p.40), se ha demostrado que la discalculia del desarrollo es una discapacidad de aprendizaje persistente (Shalev, 2004); es decir que, si no se reconocen los rasgos de discalculia en los estudiantes y no se realizan apoyos para eliminar barreras en su aprendizaje, estas dificultades persisten y pueden generar indicadores de discapacidad intelectual.

Se requiere ampliar los procesos de reflexión didáctica, ya que las dificultades de aprendizaje de las matemáticas no solo responden a razones neurológicas, sino también a la enseñanza, al entorno o de situaciones diversas vividas por los alumnos con o sin discapacidad y en la práctica se suele reducir la cantidad de saberes a enseñar, considerando que los estudiantes no pueden hacer cierto proceso, se renuncia a una enseñanza que contribuya a resolver problemas (Broitman y Sancha, 2021).

En el aprendizaje de la aritmética inicial se plantea dar la entrada desde los patrones aritméticos, los cuales son más que un objeto matemático, se pueden considerar como un hábito de la mente, desde el cual se identifican relaciones aritméticas, cantidades, modelos, estructuras, que pueden llevar al aprendizaje de otras ideas matemáticas, como la subitización, el conteo, los procesos aditivos, la comparación, entre otros (Clements y Sarama, 2015). Juegos como “la escalera” en el grupo de investigación GIIPLyM y desde el proyecto ACACIA, han tenido una evolución en la tecnología para el análisis del espacio del problema y del desarrollo del juego (Palomá, 2018; Rodríguez, 2018), además, este juego se articuló con una trayectoria hipotética de aprendizaje de la

aritmética inicial, que permitió identificar la progresión en el aprendizaje de estudiantes con DI (Martínez, 2019). La analítica de datos en los procesos de aprendizaje permite desarrollar modelos de representación de los datos que conlleven a comprender mejor las trayectorias de aprendizaje de los sujetos (Páez, et.al., 2022). El reto actual en investigación es realizar procesos interdisciplinares, hacer uso de minería de datos y se propone en este camino, la integración de lectura de ondas electroencefalográficas de atención y meditación, durante el desarrollo de juegos, con el fin de hacer uso de estos datos cuantitativos y cualitativos para ampliar la comprensión de los procesos de aprendizaje de patrones aritméticos en poblaciones con evidencia de diversidad cognitiva por múltiples factores.

## Descripción de la propuesta

Como punto de partida se identifica que existe un desarrollo semántico de la noción de discapacidad que ha evolucionado desde un enfoque de beneficencia en el que se siente compasión por el individuo, a un enfoque médico desde el cual las acciones desarrolladas se basan en el tratamiento, progresa a un enfoque social en el que la sociedad debe aportar en la eliminación de barreras de participación y un enfoque de derechos que garantice esas posibilidades de participación para todos (ONU, 2014).

El campo educativo puede hacer uso de la noción de diversidad funcional, desde la fundamentación de la Clasificación Internacional del Funcionamiento (en adelante CIF) propuesta por la Organización Mundial de la Salud (OMS, 2001) y descrita en los criterios de diagnóstico DSM-5 (APA, 2014), en la que se articulan los diagnósticos médicos con la diversidad funcional que tienen las personas y las demandas del entorno; en estos manuales de diagnóstico se visibiliza la naturaleza de la diversidad funcional de las personas y en particular la necesidad de conocer la heterogeneidad existente en la discapacidad.

Cuando la diversidad funcional se relaciona con barreras físicas, desde el campo educativo se actúa generando recursos que permitan las transformaciones arquitectónicas que se requieran (ACACIA, 2015), sin embargo, cuando la diversidad es cognitiva el campo reacciona con la identificación de barreras para el aprendizaje desde las prácticas pedagógicas mismas, por el desconocimiento cultural de la Discapacidad Intelectual (en adelante DI) en particular, Cobeñas (2021) señala que en la escuela se presentan eufemismos en el reconocimiento de los estudiantes con

discapacidad, que los hace ver como un grupo de sujetos “anormales” signados por la deficiencia.

En la emergencia de comprender la diversidad cognitiva en relación con el aprendizaje de las matemáticas se encuentra la condición de Discalculia, que al igual que la DI se encuentra clasificada en APA (2014) como un trastorno de neurodesarrollo, el cual afecta en particular el aprendizaje de las matemáticas, desde la comprensión de los números, de las operaciones o del razonamiento lógico.

Cuando se revisa la literatura frente a las barreras de aprendizaje que presenta la población con discalculia, se encuentra que la mayor parte de las experiencias de fracaso en matemáticas, no necesariamente responden a razones neurológicas, sino que son derivadas de la enseñanza o de situaciones diversas vividas por los alumnos con o sin discapacidad, las dificultades que presentan niños con bajo rendimiento en matemáticas, están relacionadas con una interacción de factores ambientales como la calidad de la educación, las oportunidades de aprender, sin olvidar el desarrollo temprano y el entorno de aprendizaje en el hogar (Butterworth, 2005; Broitman y Sancha, 2021; Clements y Sarama, 2015; Fritz, et.al. , 2019).

Se requiere identificar esos procesos y hechos que son indicadores de progresión en el aprendizaje, para entender de qué se trata el aprendizaje de las matemáticas, así como qué impide que un niño aprenda con éxito, explorar lo que hacen y piensan los niños mientras realizan las matemáticas. Se trata de asignar más valor a lo que los niños hacen, en lugar de lo que no pueden hacer (Gaidoschik, 2019).

Como una acción práctica para caracterizar el diseño de ambientes de aprendizaje accesibles, se realiza una investigación en diseño desde el enfoque de Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje (en adelante THA), en la que se parte de THA propuestas por Clements y Sarama (2015) las cuales describen una evolución en los procesos de aprendizaje de los niños de los 0 a los 8 años. Se articula una THA de la aritmética inicial involucrando Subitización (S), Conteo (C), Comparación – Orden – Estimación (COE) y Operaciones Aditivas (OA), asociado a heurísticas de solución de juegos como el Circuito Cerrado, la Escalera y la Mancalahoria, lo que permite realizar un seguimiento de Trayectorias Reales de Aprendizaje en todos los estudiantes y particularizando en la movilización en los niveles de la TRA de un estudiante con DI (Martínez, 2019).

La investigación en educación matemática requiere procesos de evolución y continuidad, actualmente se ha caracterizado que el acceso al aprendizaje de las

matemáticas esta permeado por aspectos cognitivos, semióticos y afectivos, interrelacionados por las interacciones en la clase, la participación en el ambiente, entre otros. Se reconocen de forma preliminar dos perspectivas semióticas que se van a articular con los aspectos cognitivos y los afectivos:

- El acceso a los objetos matemáticos solo se da a través de representaciones y se requieren operaciones cognitivas de tratamiento; en un mismo registro, y conversión; entre dos o más registros (Duval, 2016).
- Los juegos de interpretación en el aula permiten la evolución de los interpretantes de los objetos matemáticos, esto se da a través de los procesos de comunicación e interacción en el aula, y son mediados por el profesor, quien lleva su interpretante, la actividad matemática y en el desarrollo de las clases se construyen diversidad de interpretantes en cada estudiante (Saenz-Ludlow, 2016).

El juego estructurado matemáticamente es un dispositivo didáctico que permite la progresión en el aprendizaje de la aritmética inicial en población con DI (Martínez, 2019), en el desarrollo de estos juegos se identifican inicialmente patrones corporales, los cuales se transforman en medios para el establecimiento de patrones aritméticos (Rodríguez, 2018).

Como reto actual está la articulación de observación de ondas electroencefalográficas (en adelante EEG) durante el desarrollo de juegos como la escalera, para identificar el efecto de estos datos en la comprensión de los procesos de aprendizaje de la aritmética.

## Conclusiones

Se invita en esta conversación a una reflexión sobre el papel del profesor de matemáticas, como profesor y como investigador en la educación matemática, así como el efecto de los procesos de investigación en la transformación de las prácticas pedagógicas. Se propone este espacio desde el contexto de una investigación de maestría que ha avanzado en el nivel doctoral, en la fundamentación y conocimiento de la población con DI, en la identificación de la discalculia como un trastorno de neurodesarrollo que se constituye en algunos entornos como discapacidad intelectual y evoluciona en la propuesta de la implementación del juego como dispositivo didáctico que aporta en la movilización de una THA de patrones aritméticos y en las tecnologías de análisis de los cambios de estado en el desarrollo del juego articuladas con el seguimiento de ondas electroencefalográficas de atención y meditación, con el fin de ampliar la comprensión del

aprendizaje de patrones aritméticos, y analizar los efectos de estos datos en el diseño didáctico que favorezca la accesibilidad al aprendizaje en ambientes que naturalmente manifiestan diversidad cognitiva.

## Referencias bibliográficas

ACACIA (2015). *Discapacidad: Guía de detección y trato de la discapacidad.* Editora: Gutiérrez y Restrepo, E. https://acacia.red/wp-content/uploads/2018/11/9-Discapacidad.pdf

Asociación Americana de Psiquiatría. American Psychiatric Association - APA. (2014). Manual diagnóstico y estadístico de los trastornos mentales DSM-5 (5a. ed.). Madrid: Editorial Médica Panamericana.

Broitman, C. y Sancha, I. (2021). Diálogos ineludibles entre Didáctica de la Matemática y Educación Inclusiva. En Cobeñas, P., Grimaldi, V., Broitman, C, Sancha, I y Escobar M (Eds). *La enseñanza de las matemáticas a alumnos con Discapacidad.* La Plata. Ed. EDULP https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/libros/pm.4593/pm.4593.pdf

Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psichology and Psychiatry.* 46 (1), 3-18. https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x

Clements, D. y Sarama, J. (2015). *El Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas a Temprana Edad: El Enfoque de las Trayectorias de Aprendizaje.* Traducido por: León O. y Otros. Learning Tools LLC.

Cobeñas, P. (2021). Pensar la discapacidad para (re) pensar las escuelas. En Cobeñas, P., Grimaldi, V., Broitman, C, Sancha, I y Escobar M (Eds*). La enseñanza de las matemáticas a alumnos con Discapacidad.* La Plata. Ed. EDULP https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/libros/pm.4591/pm.4591.pdf

Duval, R. (2016). Un análisis cognitivo de problemas de comprensión en el aprendizaje de las matemáticas. En Universidad Distrital Francisco José de Caldas (Ed). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas.* 61-94. https://die.udistrital.edu.co/publicaciones/capitulos_de_libro/un_analisis_cognitivo_de_problemas_de_comprension_en_el_aprendizaje

Fritz, A., Haase, V. & Räsänen, P. (2019). Introduction. In Fritz, A., Geraldi, V. & Räsänen, P. (Eds). *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties.* Springer International Publishing AG. https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3

Gaidoschik, M. (2019). Didactics as a Source and Remedy of Mathematical Learning Difficulties. In Fritz, A., Geraldi, V. & Räsänen, P. (Eds). *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties.* Springer International Publishing AG. https://doi.org/10.1007/978-3-319-97148-3

Martínez, E. (2019). *Juego y trayectorias de aprendizaje de la aritmética inicial en ambientes de aprendizaje que incluyen estudiantes en situación de discapacidad intelectual.* [Tesis Maestría] Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. http://hdl.handle.net/11349/15638

OMS (2001). *Clasificación Internacional del Funcionamiento, de la Discapacidad y de la Salud: CIF.* (WHO Library Cataloguing-in-Publication Data)

ONU (2014). *Convención sobre los derechos de las personas con discapacidad.* Guía de formación No. 19. https://www.ohchr.org/sites/default/files/Documents/Publications/CRPD_TrainingGuide_PTS19_sp.pdf

Páez, J., Cobos, J., Aguirre, D., Molina, R., y Lievano, L. (2022). Learning analytics: Exploring the hypothetical learning trajectories through mathematical games. [International conference in methodologies and intelligent systems for techhnology enhanced learning] 156–165. https://doi.org/10.1007/978-3-030-86618-1_16

Palomá, N. (2018). *Una trayectoria real del juego la escalera vinculada a hipótesis que potencian el Aprendizaje de las funciones desde poblaciones Diversas.* [Tesis Maestría]. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. Colombia. http://hdl.handle.net/11349/14304

Rodríguez, L. (2016). *Trayectoria hipotética de aprendizaje: aprendizaje de las operaciones suma y resta en aulas inclusivas con incorporación tecnológica.* [Trabajo de grado para título de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas]. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá. Colombia. http://hdl.handle.net/11349/4163

Saenz-Ludlow, A. (2016). Juegos de interpretación en el aula: construcción evolutiva de significados matemáticos. En Universidad Distrital Francisco José de Caldas

(Ed). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas.* 157-191. https://die.udistrital.edu.co/sites/default/files/doctorado_ud/produccion/juegos_de_interpretacion_en_el_aula_construccion_evolutiva_de_significados_matematicos.pdf

Shalev, R. (2004). Developmental Dyscalculia. *Journal of Child Neurology* 19 (10), 765-771. https://doi.org/10.1177/08830738040190100601

UNESCO (2016). Educación 2030. *Declaración de Incheon y Marco de Acción, para el objetivo de desarrollo sostenible 4.* Hacia una educación inclusiva, equitativa y de calidad y un aprendizaje a lo largo de la vida para todos. https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000245656_spa

# EL SEMINARIO DE ÁLGEBRA: UN ESPACIO PARA *HACER* MATEMÁTICAS

Michael Alejandro Zambrano Prado – mazambranop@upn.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional

César Guillermo Rendón Mayorga – cgrendonm@upn.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional

## Resumen

Se reporta la experiencia de aula desarrollada en el Seminario de Álgebra de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional durante los semestres 2022-2 y 2023-1, espacio en el cual los estudiantes participantes desarrollaron actividades ligadas al estudio de las propiedades algebraicas que tienen las 16 diferentes operaciones posibles entre dos proposiciones, dinámica que se extendió al estudio de operaciones entre conjuntos y entre matrices. Así, se presentan algunas de las actividades desarrolladas en el Seminario, así como distintos resultados que de estas han derivado, haciendo particular énfasis en el carácter constructivo y creativo que se procura imprimir a la metodología del Seminario, de forma que los participantes potencien su conocimiento matemático a partir de vivir la actividad matemática en acciones como: realizar conjeturas, proponer demostraciones, buscar contraejemplos, hacer ensayo y error, representar en diferentes registros, construir definiciones, diseñar algoritmos, etc.; además se comenta sobre la posibilidad que ha dado este espacio para integrar el estudio de asuntos del álgebra abstracta con la programación, particularmente el lenguaje Python y el software Geogebra. Finalmente, se describen algunas de las dificultades y de las oportunidades de este espacio formativo.

## Palabras clave

Conectores lógicos, estructuras algebraicas, operaciones, semigrupos, formación del profesor.

## Introducción

La experiencia de aula que se reporta gira alrededor del estudio de las posibles operaciones que hay entre dos proposiciones, idea que se va ampliando y profundizando para considerar las propiedades de estas, su generalización a operaciones entre conjuntos o matrices, la caracterización de algunas estructuras algebraicas subyacentes, la posibilidad de realizar algoritmos en lenguajes de programación que faciliten el estudio de estos asuntos, entre otras cuestiones que serán descritas más adelante. Tal experiencia se desarrolló fundamentalmente en el Seminario de Álgebra, perteneciente a la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional [UPN], cuyo propósito central es configurarse como un espacio de formación en el programa curricular que permita brindar un espacio para que los estudiantes de la Licenciatura se puedan reunir, compartir ideas, buscar contraejemplos, formular conjeturas, representar un objeto de diferentes formas, diseñar algoritmos, presentar hallazgos a sus compañeros o debatir junto con los profesores líderes del Seminario sobre sus avances en torno a los temas matemáticos que se estén tratando. Es decir, en suma, y como lo señalan Luque, Jiménez y Ángel (2013), vivenciar la actividad matemática y tener la posibilidad de crear matemáticas que sean nuevas para ellos.

Aunque en principio parecería que las intenciones descritas pueden hacer parte de uno o varios espacios académicos del pregrado, lo cierto es que se ha identificado que por las dinámicas en los tiempos de los semestres, y lo ajustado de los programas que se deben cumplir en cada curso, muchas veces no hay oportunidad para profundizar en la actividad matemática que subyace al estudio de las estructuras algebraicas y que debería ser vivida por los futuros profesores (Jiménez y Rendón, 2023), por el contrario, debido a los tiempos institucionales muchas veces el estudio de algunas estructuras algebraicas (v.g. semigrupos, monoides, retículos) se realiza de forma apresurada y presentando terminados los resultados principales de la teoría sin posibilidad de adelantar procesos de construcción y reflexión que conduzcan de forma natural a ellos.

En consonancia con lo anterior, el Seminario amplía la mirada de los participantes sobre lo que significa realizar actividad matemática, concentrándose principalmente en el

desarrollo de contenidos que tienen como marco inicial definiciones de la Teoría de Conjuntos (v.g., operaciones usuales entre conjuntos como unión, intersección, diferencia; complemento de un conjunto; conectores lógicos), las cuales son intencionalmente modificadas por los profesores líderes del espacio para que los estudiantes exploren, analicen, conjeturen, realicen demostraciones, busquen contraejemplos, etc. Fruto de estas actividades académicas, los mismos participantes notan la necesidad de incorporar herramientas tecnológicas como Geogebra (para, por ejemplo, la representación gráfica de las 16 posibles operaciones entre dos conjuntos) o Python (para el diseño de programas que permitan estudiar propiedades como la asociatividad, conmutatividad o distributividad en estructuras algebraicas definidas por el usuario).

En suma, la experiencia de aula aporta al conocimiento matemático de los futuros profesores, asunto que es suficientemente reconocido como relevante en los Phelps, 2008; Godino, Giacomone, Batanero y Font, 2017; Rowland, 2005) pero además, procura hacerlo desde una perspectiva constructivista a partir de tareas que fomenten su creatividad y los lleve a vivir de primera mano, aunque a menor escala, algunas actividades que realizan los matemáticos profesionales en sus investigaciones; idea que no es menor por cuanto la investigación en Educación Matemática ha evidenciado que los profesores suelen repetir en las aulas escolares aquellas vivencias que tuvieron cuando fueron estudiantes, por lo tanto, es deseable proponer tareas matemáticas a los futuros profesores que sean susceptibles de llevar al contexto escolar (Ribeiro, 2016), no necesariamente conservando la temática de estructuras algebraicas, pero sí guardando el espíritu de las acciones que plantean las tareas, como se mencionó previamente: realizar conjeturas, hacer ensayo y error, proponer contraejemplos, diseñar algoritmos, entre otras.

Entre los aportes que derivan de la experiencia vivida en el Seminario de Álgebra destaca, además de las actividades enriquecedoras comentadas previamente, por ejemplo, que algunos de los desarrollos del Seminario son una proyección que pueden tener los estudiantes para la elaboración de artículos, ponencias o su trabajo de grado. Adicionalmente, se ha procurado la elaboración de unas memorias del Seminario, alimentada principalmente por los estudiantes, quienes se abocan a la tarea de redactar lo realizado en las sesiones con la complejidad que un texto académico demanda para que sea coherente, comprensible, con un uso correcto del lenguaje matemático, entre otros. También se reconoce como una contribución importante del Seminario la posibilidad que tienen los participantes de integrar álgebra abstracta con programación, vínculo que no es tan usual en las asignaturas de un programa de pregrado.

## Descripción de la propuesta

Inicialmente, en el Seminario se propuso el estudio de algunas definiciones y nociones elementales de la Teoría de Conjuntos (conectores lógicos, tablas de verdad, subconjuntos, cuantificadores, contenencia e igualdad de conjuntos, operaciones clásicas entre conjuntos) para tener un lenguaje matemático común entre todos los participantes. Enseguida, pero a propósito de dicho estudio inicial, los profesores líderes (el Seminario de Álgebra está orientado por dos profesores del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional) cuestionan, ¿qué pasa si se modifica la definición de contenencia entre conjuntos?, específicamente si en la definición

$$\mathrm{A} \subseteq B \leftrightarrow (\forall z \in X)(\mathrm{z} \in \mathrm{A} \rightarrow z \in B)$$

Se cambia el conector de implicación por alguno de los otros 15 que son posibles, siendo $X$ el conjunto universal y $A$ y $B$ subconjuntos de $X$. Así, los estudiantes analizan lo que significan y representan las nuevas definiciones que se generan al remplazar por cada conector lógico, además de representar gráficamente los avances que se van obteniendo. Por ejemplo, con la disyunción exclusiva la definición de contenencia (que se nota con $\subseteq_{\underline{\vee}}$, usando el subíndice para representar el conector que se está empleando) se convierte en:

$$A \subseteq_{\underline{\vee}} B \leftrightarrow (\forall x \in X)(x \in A \,\underline{\vee}\, x \in B)$$

Los estudiantes analizan la definición y encuentran que esta se cumple solamente cuando $A \cup B = X$ y $A \cap B = \emptyset$; es decir, cuando $A$ y $B$ generan una partición sobre $X$; adicionalmente lo representaron en Geogebra (Figura 39):

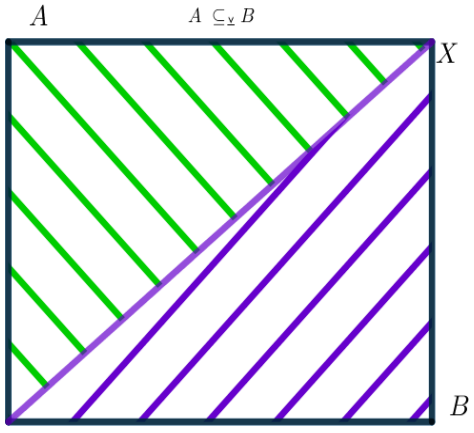



*Figura 39. Definición de contenencia con disyunción exclusiva*
*Fuente: elaboración propia*

Esta tarea fue realizada para cada una de las otras 15 opciones de conector lógico, ampliando la mirada de los estudiantes sobre lo que significa la contenencia de un conjunto dentro de otro, toda vez que llegan a casos/definiciones poco usuales que ponen en juego los saberes que tienen de la Teoría de Conjuntos.

Asimismo, otra de las actividades propuestas en el seminario consistió en estudiar las propiedades algebraicas que cumplen las 16 operaciones posibles entre dos proposiciones, lo cual derivó en la identificación de propiedades que requirieran más de dos elementos (*v.g*. asociatividad o distributividad) y de propiedades no usuales como la unipotencia, idempotencia, absorbencia, etc.

Esta tarea permitió llegar a las definiciones de semigrupo y de monoide de manera natural. Al tenor de lo anterior, se extendieron las 16 operaciones para definir nuevas operaciones entre conjuntos. Al respecto, los participantes del Seminario reconocen las propiedades heredadas de las proposiciones, advierten la importancia del complemento de un conjunto, de tener un conjunto de referencia siempre y del papel del conjunto vacío.

Luego, se propone diseñar un código en Python para la comprobación de propiedades de las operaciones entre conjuntos y la representación en Geogebra de las 16 operaciones entre dos y tres conjuntos. La Figura 36 muestra la gráfica de la operación entre conjuntos $A \downarrow B$ donde $\downarrow$ (funtor de Peirce) es uno de los 16 conectores lógicos; mientras que la Figura 3 ilustra el menú del programa en Python que se estaba diseñando para la comprobación de propiedades algebraicas.

```
Este archivo imprime las propiedades de la operación que escojamos

Digite una de las siguientes operaciones
0. Contradicción (⊥)
1. Intersección (∧)
2. Resta (-·)
3. Primera proyección (π_1)
4. Resta reciproca (·-)
5. Segunda proyección (π_2)
6. O excusivo (⊻)
7. Unión (∨)
8. Fundor de Peirce (↓)
9. Doble implicación (↔)
10. Negación de la primera proyección (*)
11. Implicación reciproca (←)
12. Negación de la segunda proyección (⊗)
13. Implicación (→)
14. Barra de Sheffer (|)
15. Tautología (⊤)
```

*Figura 40. Algoritmo en Python para propiedades algebraicas*
*Fuente: elaboración propia*

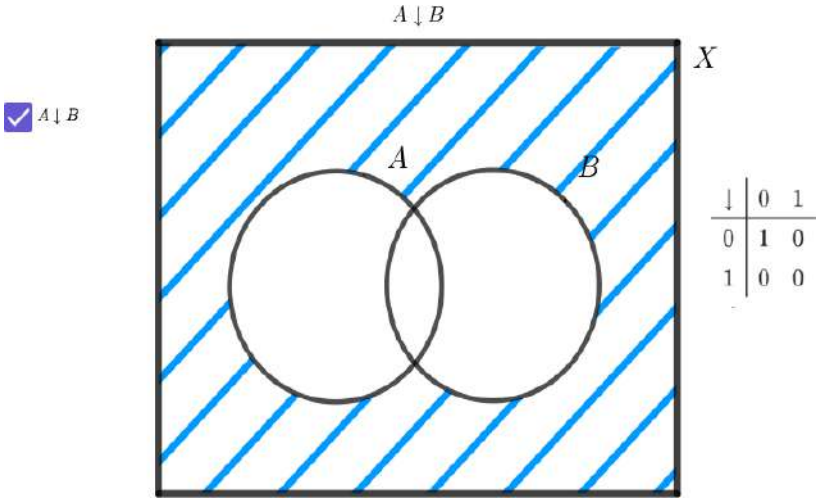



*Figura 41. Operación entre conjuntos con funtor de Peirce*
*Fuente: elaboración propia*

En una sesión posterior del Seminario los profesores sugirieron extender aún más la idea de operaciones y estudiar qué sucede al operar matrices usando los diferentes conectores lógicos. En particular, se inicia con el estudio de las matrices

$M_{2\times2}(\underline{2})$ en el conjunto $\underline{2} = \{0,1\}$, esta actividad permitió reconocer que el estudio con matrices contribuyó en los participantes a ampliar su idea sobre los semigrupos.

En cuanto a los tiempos de las actividades, el Seminario de Álgebra de la UPN se realiza de forma semanal durante una hora, con asistencia voluntaria y procurando un horario que sirva a los estudiantes de la mayoría de los semestres; pues una de las apuestas del Seminario es que todos quienes lo deseen puedan participar. Al respecto, entre las dificultades que ha comportado el Seminario vale la pena señalar que, al tratarse de un espacio voluntario de formación, no tiene la acogida esperada; en particular en épocas de exámenes parciales la afluencia de estudiantes disminuye considerablemente. Adicionalmente, no siempre se cuenta con los mismos participantes, lo cual puede llegar a dificultar el avance durante las sesiones.

Por otro lado, el rol que manejan los profesores líderes es de orientadores que proponen tareas, preguntas e ideas para que los estudiantes las desarrollen. Por su parte, el rol de los estudiantes se caracteriza por la exploración y desarrollo matemático de las actividades propuestas por los docentes, además de tener un papel protagónico, pues dado que la metodología es de Seminario (es decir, no se configura como una clase

magistral), los estudiantes tienen la responsabilidad de llevar aportes para la discusión, preguntas nuevas, presentaciones para sus compañeros y, en general, de liderar la mayoría de los encuentros semanales.

## Conclusiones

El Seminario de Algebra es un espacio que genera experiencias significativas en la formación matemática pero también pedagógica de los estudiantes para profesores, porque pueden indagar de forma autónoma sobre diferentes asuntos matemáticos normalmente no se tratan con la misma profundidad en las asignaturas del programa, 0además el trabajo que desarrollan los estudiantes allana el camino para la creación de artículos, presentación en eventos académicos o como avances para trabajos de grado.

Dentro de las actividades desarrolladas se exploran diferentes *softwares* para la creación de gráficas o códigos que permiten un mejor estudio sobre los temas que se tratan. Los archivos generados en GeoGebra son llamativos y ayudan a tener una mejor comprensión sobre las operaciones entre conjuntos, por lo que en el futuro puede configurarse como una herramienta central en el diseño de tareas matemáticas escolares.

Algunos cuestionamientos son cruciales para entender los objetos matemáticos que usualmente se estudian en los cursos del componente de Álgebra del programa de Licenciatura, pero el preguntarse del por qué se emplean algunas definiciones específicas y no otras, le permite a los estudiantes, por un lado explorar los implicaciones de modificar una definición y, por otro lado, una mejor comprensión de las estructuras algebraicas, asunto que resulta fundamental en la formación del profesor de matemáticas.

## Referencias bibliográficas

Ball, D., Thames, M., y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journalof Teacher Education*, 59(5), 389-407.

doi:10.1177/0022487108324554

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31, 90-113.

Jiménez, H., y Rendón, C. (2023). *Diseño de tareas para el estudio de algunas estructuras algebraicas finitas* [Informe de gestión inédito]. Universidad Pedagógica Nacional.

Luque, C., Jiménez, H., y Ángel, J. (2013). *Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos: Representar estructuras algebraicas finitas y enumerables* (2ª ed.) Universidad Pedagógica Nacional

Ribeiro, M. (2016). *Tareas para alumnos y tareas para la formación: discutiendo el conocimiento especializado del profesor y del formador de profesores de matemáticas*. En Estrella, Soledad; Goizueta, Manuel; Guerrero, et al. (Eds.), XX Actas de las Jornadas Nacionales de Educación Matemática (pp. 31-39). Valparaíso, Chile: SOCHIEM.

Rowland, T. (2005). The Knowledge Quartet: A Tool for Developing Mathematics Teaching.

# REDEFINIENDO EL TEJIDO FAMILIAR Y SOCIAL A TRAVÉS DE LA CLASE DE MATEMÁTICAS

Rocío del Pilar Díaz Gonzalez – rddiaz@educacionbogota.edu.co

Colegio CEDID San Pablo IED

Martha Cecilia Clavijo Riveros – mcclavijor@udistrital.edu.co

Colegio CEDID San Pablo IED - Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

En este artículo se describe una experiencia significativa y valiosa en la enseñanza de matemáticas que va más allá del mero aspecto disciplinar. La docente, a pesar de no ser licenciada, ha asumido el reto de acompañar a sus estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con una sensibilidad socioemocional destacada.

La investigación llevada en el marco de un laboratorio de prácticas docentes (Clavijo, 2023) ha permitido repensar y reflexionar sobre las prácticas matemáticas, enfocándose en la importancia del reconocimiento del otro y las formas de encuentro entre los sujetos, elementos que tienen implicaciones directas en el aprendizaje de las matemáticas. Destacan los principios de la ética comunitaria de la Teoría de la Objetivación de Radford (2020a): la responsabilidad, el cuidado del otro y el compromiso por el trabajo conjunto.

La integración de las matemáticas financieras como núcleo común ha sido fundamental para reconstruir los lazos entre: los estudiantes, los estudiantes y sus padres, y también en relación con las lógicas de las prácticas matemáticas en la sociedad. La contextualización de los problemas de clase está en torno a las dinámicas del gasto para los insumos diarios, la idea de salario, uso de cajero y manejo de dinero.

## Palabras clave

Socioemocional, Educación financiera, Educación inicial.

## Introducción

Por organizaciones institucionales durante los primeros grados asumimos todas las áreas y desde el tercer grado cada docente diseña y gestiona un área específica. Esto ha hecho que varias docentes sin tener formación en didáctica de las matemáticas asuman el reto de disponer las actividades para acompañar el aprendizaje de las matemáticas. En la institución educativa en la que laboramos llevamos varios años trabajando juntas, sin embargo, no habíamos tenido la oportunidad de reflexionar profundamente sobre la clase de matemáticas. Cada una asumía el reto con sus angustias, alegrías, aciertos y desaciertos a puerta cerrada, en la intimidad del aula.

Durante este año hemos estado trabajando en un laboratorio de prácticas docentes (Clavijo, 2023) que nos ha permitido identificar las características, potencialidades y fortalezas de nuestras propias experiencias.

Y a partir de esos análisis y diálogos conocer las prácticas docentes de nuestras compañeras para poder nutrir nuestro quehacer. Este colectivo está conformado por cinco docentes, todas con una particularidad específica; dentro de este artículo solo profundizaremos en la experiencia de la profesora y psicóloga Rocío del Pilar, profesora de todas las áreas para veintiocho niños de grado segundo, sin embargo, describiremos específicamente su clase de matemáticas.



*Figura 42. Docentes de primaria pertenecientes al laboratorio de prácticas docentes*
*Fuente: elaboración propia*

La profesora Rocío desde su clase de matemáticas busca trascender los límites tradicionales de la enseñanza de matemáticas al enfocarse en aspectos socioemocionales, trabajo colaborativo, vínculo con la familia y comprensión de la realidad, a través de cuestiones financieras. Esto ha permitido un impacto significativo en la vida de los estudiantes.

En la actualidad, la sociedad enfrenta desafíos relacionados con la cultura del trabajo individual y la competencia, lo que condiciona el tejido social tanto dentro como fuera de la escuela. En este contexto, la docente ha asumido la responsabilidad de atender las necesidades sociales, emocionales y afectivas de los niños y sus familias en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

A través del laboratorio hemos encontrado evidencia que esta experiencia de aula desarrollada hace ya varios años tiene coincidencia con aspectos de enfoques socioculturales [Ver por ejemplo Radford (2019; 2020b)] y socio políticos [Ver, por ejemplo, Skovsmose y Valero (2012)] de la educación matemática. Especialmente en lo referido a la responsabilidad, el cuidado del otro, el compromiso por el trabajo conjunto, el reconocimiento de los sujetos sus contextos y porvenires.

## Descripción de la propuesta

La propuesta " Redefiniendo el tejido familiar y social a través de la clase de matemáticas " se centra en el desarrollo de actividades significativas que permitan a los estudiantes reflexionar sobre la importancia de las matemáticas en su vida diaria. Durante el proceso, los estudiantes y la docente han asumido roles activos y participativos, fomentando un ambiente de colaboración y aprendizaje conjunto. Esta dinámica busca contrarrestar la cultura del trabajo individual y promover la colaboración y el apoyo mutuo entre los estudiantes.

Las principales actividades propuestas han abordado temas de matemáticas financieras relacionados con las dinámicas del gasto diario, conceptos como el salario, el uso del cajero y el manejo del dinero. A su vez esto permite que los niños comprendan algunas de las problemáticas de su hogar y se establece un puente de diálogo entre padres y niños. Pues evidenciamos falencias en el dialogo entre los niños y sus familias. Se inicia con el reconocimiento de las distintas monedas y billetes, operaciones básicas con compras y prestamos entre estudiantes, se va aumentando su

complejidad a través de los problemas que se llevan para desarrollar. Con esos contextos se encuentran excusas para profundizar en el lenguaje formal y desarrollo de trabajo algorítmico.

Al contextualizar los problemas de clase en torno a la economía de sus hogares, los estudiantes adquieren una comprensión más profunda de cómo funcionan las finanzas en su vida cotidiana. Esto no solo fortalece sus habilidades matemáticas, sino que también les permite generar diálogos con sus padres, creando espacios para la comunicación, la empatía y la disminución de la violencia intrafamiliar.




*Figura 43.Interacción simulada del uso del cajero automático*
*Fuente: elaboración propia*

El uso del contexto de los estudiantes permite nuevas maneras de construcción de conocimiento matemático (Clavijo, 2002a, 2022b, 2023), así como permite dotar de sentido los procesos operativos característicos de las matemáticas. Esto ha permitido que los niños tengan un mayor nivel de modelación y razonamiento matemático, y por medio del trabajo colaborativo y las exigencias comunicativas que esta experiencia les ha colocado a los niños hace que se alcances unos niveles de comprensión. Y esto ha traído consigo que la mayoría de los estudiantes abandonen de a poco la idea de que las matemáticas son el coco o solo pocos la pueden aprender, este es un reto que seguimos asumiendo ya que se evidencia no solo en los discursos de los niños si no también en el de los padres y cuidadores.

Sin embargo, hemos afrontado grandes retos de lograr que el estudiante genere destrezas para el desarrollo de algoritmos de la forma tradicional. Esto es objeto de análisis y crítica dentro del laboratorio; a partir del diálogo con otra docente del equipo hemos identificado posibles soluciones, pero esto se encuentra aún en desarrollo.

A lo largo del proceso, se han enfrentado dificultades y retos, como la resistencia a abandonar la cultura de la competencia y la individualidad; es decir se hace complejo romper con las formas tradicionales de interacción entre los sujetos (Clavijo, 2022a, 2022b, 2023). Sin embargo, con creatividad y compromiso, la docente ha logrado superar estas barreras y ha enfocado la evaluación en el proceso de aprendizaje y en el desarrollo de habilidades socioemocionales, más que en una calificación tradicional. De esta manera, se busca valorar el esfuerzo, la cooperación y la capacidad de relacionarse con los demás, promoviendo la construcción de una comunidad educativa más fuerte y unida. A sí como la confianza de los estudiantes para abordar cualquier situación o reto que se le presente en la clase de matemáticas.

## Conclusiones

La experiencia de redefinir la enseñanza de matemáticas mediante una perspectiva socioemocional y colaborativa ha demostrado ser altamente enriquecedora. La integración de las matemáticas financieras y su contextualización en la vida diaria ha permitido fortalecer los lazos familiares y sociales, generando una mayor comprensión y disfrute de la clase de matemáticas. La propuesta ha contribuido a la construcción de un ambiente educativo más humano y solidario, donde se fomenta la colaboración, la empatía y la comprensión mutua.

Los principios de la ética comunitaria, como la responsabilidad, el cuidado del otro y el trabajo conjunto, han sido fundamentales para crear un ambiente de aprendizaje enriquecedor y significativo. Es importante aclarar que el acercamiento a la teoría y los enfoques de la educación matemática emerge como necesidad de comprender y transformar la propia práctica.

Esta experiencia puede servir como un modelo inspirador para otras experiencias educativas que busquen un impacto más allá del aspecto académico y que promuevan el desarrollo integral de los estudiantes. Al atender las necesidades sociales, emocionales y afectivas de los niños y sus familias desde la educación inicial, se sientan las bases para una sociedad más cohesionada y empática, donde el tejido familiar y social se fortalezca en beneficio de todos.

## Referencias bibliográficas

Clavijo, M. (2022a). La actual complejización del rol del profesor desde la mirada de las nuevas generaciones de educadores matemáticos. Las consideraciones éticas en las concepciones de profesores en formación. *CIEG, Revista Arbitrada Del Centro de Investigación y Estudios Gerenciales*, *56*(2244–8330), 20–30. https://revista.grupocieg.org/wp-content/uploads/2022/06/Ed.5620-30-Clavijo-Riveros.pdf

Clavijo, M. (2022b). La ética imperante en la clase de matemáticas como elemento base para la formación inicial y continuada de los docentes. *Anuario Colombiano de ética, 3 n.4. Revista del Instituto Nacional de Investigación e Innovación Social. 263-281.*

Clavijo, M. (2023). Laboratorios de prácticas docentes como posibilidad para identificar la ética imperante en la clase de matemáticas. *CIEG, Revista Arbitrada Del Centro de Investigación y Estudios Gerenciales*, *59*, 206–221. https://revista.grupocieg.org/wp-content/uploads/2022/12/Ed.59206-221-Clavijo-Martha.pdf

Radford, L. (2019). Alcune connessioni tra musica e matematica. In B. D'Amore & S. Sbaragly (Eds.), *Didattica della matematica e professionalità docente* (pp. 39–42). Pitagora Editrice Bologna.

Radford, L. (2020a). Un recorrido a través de la Teoría de la Objetivación. In S. Gobara & L. Radford (Eds.), *TEORIA DA OBJETIVAÇÃO: Fundamentos e Aplicações para o Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática* (pp. 15–42). http://www.luisradford.ca/pub/2020%20-%20Radford%20-%20Un%20recorrido%20a%20trav%C3%A9s%20de%20la%20TO.pdf

Radford, L. (2020b). El aprendizaje visto como saber y devenir: una mirada desde la teoría de la objetivación. *REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura*, *15*(36), 27–42. https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/download/80/79/79

Skovsmose, O., & Valero, P. (2012). *Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas E ducación matemática crítica Colección en Educación Matemática* (O. Skovsmose & P. Valero (eds.)). : Universidad de los Andes, Centro de Investigación y Formación en Educación. https://www.researchgate.net/profile/Paola_Valero/publication/281438280_Educacion_matematica_critica_Una_vision_sociopolitica_del_aprendizaje_y_la_ensenanza_de_las_matematicas/links/58e3502992851c1b9d6a10e4/Educacion-matematica-critica-Una-vision-sociopolitica-del-aprendizaje-y-la-ensenanza-de-las-matematicas.pdf

# FÁBRICA DE APRENDIZAJES MATEMÁTICOS

Sigrid Melania Valdez Luna – melaniav@colegiomontemaria.edu.gt

Colegio Monte Maria, Guatemala

## Resumen

El proyecto Fábrica de aprendizajes matemáticos surge como una propuesta para lograr que las alumnas de sexto primaria salgan de primaria dominando las destrezas matemáticas que aprendieron durante los 6 años cursados. La idea es trabajar 3 proyectos durante el año donde pongan en práctica y refuercen las destrezas trabajadas.

En el primer proyecto, las alumnas crearon y diseñaron cuentos matemáticos basados en los contenidos abordados en clase. Estos cuentos están destinados a presentar los conceptos matemáticos de una manera divertida e intuitiva, promoviendo el aprendizaje efectivo, además estos cuentos se compartieron en otros grados de primaria, para contribuir de alguna manera al desarrollo de los temas que se están aprendiendo.

Pazos (como se citó en Fernández 2014) afirma que “los cuentos, como recurso también de las matemáticas, además de útiles e interesantes:

- Sirven para conectar las distintas partes de las matemáticas entre sí y con otras áreas, evitando compartimentos estancos, siempre perjudiciales para el proceso de enseñanza-aprendizaje. Permiten la puesta en práctica de recursos intelectuales y estrategias diversas al intentar resolver los problemas que se plantean en ellos.
- Ayudan a perseverar en la búsqueda de soluciones o de estrategias ganadoras al constituir para determinados alumnos un desafío e iniciarse en la inducción, la generalización, etcétera.
- Facilitan al profesorado una evaluación reguladora que permite suministrar a cada alumno, en cada caso, la ayuda pertinente para seguir avanzando en la construcción de conocimiento matemático manteniendo una estimulación adecuada.
- Favorecen la integración e incorporación a la actividad matemática de aquellos alumnos que tienen bajo rendimiento escolar por diversos motivos, pero que la enseñanza de las Matemáticas a través de los cuentos reacciona positivamente en

situaciones abiertas de aprendizaje fuera del marco clásico, por el que no demuestran ningún interés.

- Contribuyen a crear un clima distendido en clase que favorece aprendizajes cooperativos y la regulación de comportamientos sociales en situaciones muchas veces espontánea".

El segundo proyecto consiste en la producción de videos educativos. Las alumnas seleccionarán un tema de los bloques previos para elaborar un tutorial, con la intención de crear un canal de recursos educativos de fácil comprensión. Los videos a su vez han podido ser utilizados por algunos docentes para iniciar un tema nuevo como introducción o como cierre.

Rodríguez (2017) menciona que para que un video adquiera un enfoque educativo en el proceso de enseñanza aprendizaje "debe incentivar, despertando el interés del estudiante por los contenidos, además de ser globalizador, al permitir trabajar bajo diferentes perspectivas una misma temática, estimulando la discusión grupal".

En el último proyecto se involucra la creación de historietas basadas en los temas estudiados en los primeros meses del año, permitiendo a las alumnas expresar su comprensión de manera creativa y mejorar sus habilidades de redacción y edición.

Muñoz, Fernández y Redondo (como cito Sánchez-Babero, 2020) explican que "la utilización del cómic como recurso didáctico se considera adecuada en las aulas de matemáticas, pues la lectura matemática muestra la relación entre la materia y el entorno; acerca al alumno a las matemáticas a través de la ficción; motiva y mejora la actitud hacia las matemáticas; fomenta y desarrolla la lectura y reflexión; y facilita una enseñanza interdisciplinaria y globalizada".

El objetivo general de estos proyectos es asegurar la comprensión y dominio de los contenidos matemáticos, haciendo los aprendizajes significativos. Los objetivos específicos incluyen la creación de recursos varios que evidencien y apliquen las habilidades matemáticas adquiridas y la creación de material que posteriormente puede ser utilizado por las alumnas para reforzar algún concepto o por los mismos docentes.

Según Sousa (2006), el cerebro aprende según la motivación y lo significativo que sean las experiencias de adquisición del conocimiento, cuanto más valor le puedan dar a las experiencias vividas se puede garantizar una mayor apropiación del conocimiento, y es en ese momento cuando se puede decir que se cumplió con el objetivo de la educación.

## Palabras clave

Conocimientos previos; tecnología; presaberes; videos; cuentos

## Introducción

Los contenidos y destrezas matemáticas que las alumnas aprenden en sexto grado son el cierre de un ciclo y la mayoría deben estar dominados para que el desempeño en el nivel de secundaria sea el óptimo, no obstante, se ha observado que la mayoría de las alumnos presentan dificultad en el dominio de los contenidos y habilidades matemáticas a largo plazo ya que no se retoma lo visto en los meses anteriores, por este motivo surge la interrogante: ¿Qué recursos y herramientas se pueden utilizar en la clase de matemáticas para reforzar y lograr un dominio de los contenidos y habilidades desarrolladas durante sexto grado de primaria? Por lo que surge la idea de implementar proyectos trimestrales que retomen contenidos previos trabajados en sexto grado y hacer un recordatorio de los trabajados en años anteriores. A lo largo del año las alumnas pueden realizar 3 proyectos de la fábrica de los aprendizajes matemáticos, los cuales pueden ser: cuento matemático, historieta y video corto.

## Descripción de la propuesta

A lo largo del año las alumnas de sexto grado trabajan 3 proyectos donde demuestran de manera creativa, en diferentes aplicaciones tecnológicas, sus aprendizajes adquiridos y la aplicación de estos para la resolución de problemas.




*Figura 44. Ejemplo de aplicación*
*Fuente: elaboración propia*

Entre las construcciones y creaciones que las alumnas realizan están: videos de youtube, cuentos en Story Jumper e historietas cómicas en Pixtón.

El objetivo general de este proyecto es lograr que las alumnas dominen los contenidos declarativos, procedimentales, habilidades y destrezas de sexto grado de primaria con el fin de volverlos aprendizajes significativos.

Para lograr alcanzar esto se establecieron 3 objetivos específicos

- Crear, escribir y editar historietas infantiles y cuentos que permitan evidenciar las destrezas matemáticas que han dominado.
- Diseñar, armar y elaborar juegos de lógica matemática donde sea visible la aplicación de destrezas matemáticas vistas durante el año.
- Publicar videos tutoriales de destrezas, contenidos y habilidades matemáticas hechos por ellas en un canal de YouTube creado por la maestra.

Una semana de cada trimestre ellas investigan para crear productos innovadores. Se les proponen a las alumnas los contenidos procedimentales correspondientes a las unidades de geometría, sistemas de numeración, operaciones aritméticas y teoría de números donde ellas pueden seleccionar uno de ellos. La metodología en cada uno de estos es desde la creación del problema a resolver, la construcción del guion o borrador del cuento o historieta, la revisión junto con el docente para las correcciones y arreglos pertinentes antes de iniciar las grabaciones o escritura del cuento o la historia. Cuentan con un tiempo y espacio determinado para la elaboración de sus productos finales y pasa nuevamente por una revisión para poder darle los últimos retoques a su proyecto.



*Figura 45. Estudiante desarrollando los proyectos*
*Fuente: elaboración propia*

Este año las alumnas tuvieron la oportunidad de compartir sus cuentos con alumnas de 3ro a 5to primaria y de esta experiencia elaborar encuestas para comprobar la efectividad de los cuentos para el aprendizaje de destrezas matemáticas, además se unió con la unidad de estadística donde desarrollaron y profundizaron en




*Figura 46. Socialización de los proyectos*
*Fuente: elaboración propia*

destrezas como construcción de tablas y elaboración de gráficas circulares y de barras. En los resultados obtenidos se concluyó que más del 95% de las alumnas encuestadas consideran que el cuento es una herramienta favorable para el aprendizaje matemático y la comprensión de destrezas matemáticas.

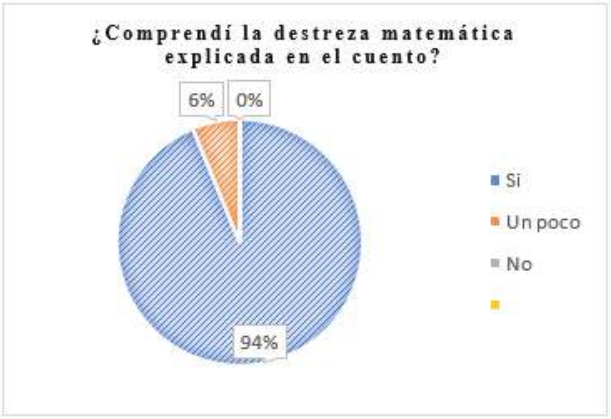



*Figura 47. Resultados obtenidos*
*Fuente: elaboración propia*

Nota: Gráfica elaborada por Valeria León (Sexto primaria, 2023)

## Resultados obtenidos

- El 100% de las alumnas de sexto grado ha aprobado el curso de matemáticas en los 3 años de implementación del proyecto.
- Las alumnas logran un dominio satisfactorio de los conceptos matemáticos trabajados en el ciclo escolar que se evidencian en los resultados de las pruebas sumativas aplicadas.




*Figura 48. Canal de YouTube creado*
*Fuente: elaboración propia*

- En este momento, contamos con más de 100 cuentos e historietas publicadas en Story Jumper y Pixton por las alumnas de sexto grado desde el 2019 al 2021.
- En el año 2022 y 2023 se construyeron un aproximado de 50 cuentos los cuales fueron impresos. Todos con diferentes temáticas donde desarrollan alguna destreza matemática de numeración, conjuntos, operaciones, teoría de números y geometría.

- Los videos que cumplen con todos los aspectos solicitados, además de cumplir con ciertos requisitos indispensables como: iluminación, sonido y una ortografía correcta han sido subidos a un canal de youtube donde las mismas alumnas y otros docentes pueden ingresar para utilizar o ver sus productos finales.

## Conclusiones

- A lo largo del ciclo escolar desarrollan habilidades para la resolución de problemas, lo cual contribuye a un buen desempeño en secundaria.
- Las alumnas disfrutan estos espacios de trabajo colaborativo donde se integran las matemáticas, se resuelven problemas y se construye conceptos; a su vez, desarrollan habilidades de escritura y de expresión oral, aplicando las nuevas tecnologías.
- Las estudiantes aprenden, refuerzan y aplican los conceptos matemáticos desarrollados en cada temática en los distintos proyectos elaborados, además les gusta porque aprenden a utilizar con eficacia aplicaciones que normalmente frecuentan.

## Referencias bibliográficas

Castillo, W. (2016). Asì estamos enseñando matemàticas, Guatemala: Direcciòn General de Evaluaciòn e Investigaciòn Educativa. Ministerio de Educaciòn.

Carneiro, R., Toscano, J. C., & Díaz, T. (2021). Los desafios de las TIC para el cambio educativo. Madrid, España: Fundación Santillana.

Rodríguez, M. M. (2019). Enseñar y aprender matemáticas con cuentos. Narcea, S.A. de Ediciones.

Rodríguez, R. A., López, B., & Mortera, F. (2017). El video como recurso abierto y la enseñanza de matemáticas. Revista electrónica de investigación educativa. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1607-40412017000300092

Sáncez-Barbero, B., Cáceres, J., Sánchez, C., & Rodríguez, M. (2020). Elaborando cómics en tiempos de confinamiento para aprender matemáticas en Educación Infantil y Primaria. Salamanca: Universidad de Salamanca. https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/203377/97-101.pdf?sequence=1

Sousa, D. (2006). How the brain learns (3rd. edition). Editorial Corwin Press.

# PARA HABLAR DE MATEMÁTICAS, PRIMERO HABLEMOS DE TI

Claudia Liliana Pita Puerto - claudiapita@gimnasiomoderno.edu.co

Programa de Capacidades Diversas

José Manuel Salamanca Acevedo - josesalamanca@gimnasiomoderno.edu.co

Gimnasio Moderno

## Resumen

Los números han rodeado la historia de los seres humanos lo que ha hecho que las matemáticas se constituyan en un aprendizaje natural que se desarrolla desde el inicio de la vida y durante la cotidianeidad. Día tras día nos encontramos con ellas en diferentes contextos y situaciones, siempre ayudando en la resolución de problemas, pues sin ellas no se podría enumerar, comprar o contar.

Bajo el modelo de escuela activa, Dewey (1859-1952) en particular con estudiantes con problemas de aprendizaje, reconocemos que cada estudiante es único, con su propio estilo de aprendizaje y ritmo. En este contexto, exploraremos cómo las matemáticas no solo son una disciplina académica, sino una herramienta fundamental que te rodea y te ayuda a comprender el mundo, según tu edad y capacidades.

## Palabras clave

Diseño Universal del Aprendizaje, matemáticas, solución de problemas, ser, hacer.

## Introducción

La siguiente propuesta de trabajo sobre la experiencia en el aula tiene sus cimientos en la necesidad que tienen los estudiantes, con alguna condición de discapacidad o de dificultades en el aprendizaje, de adquirir el aprendizaje matemático como herramienta de desarrollo cognitivo, social y emocional.

En el siguiente relato se cuenta una experiencia exitosa que nace del conocimiento inicial del estudiante, en cuanto a gustos, su vida, sus necesidades se refiere, es decir lo que primero se hizo fue conocerlo, trabajar en su ser y luego se diseñó lo que ustedes encontrarán a continuación en el siguiente texto.

Esta experiencia aporta al quehacer pedagógico en tanto constituye una idea para poder ser desarrollada con otros estudiantes y por otros maestros, allí se logra obtener un proceso de desarrollo paso a paso, paulatino pero con el firme objetivo de garantizar que el estudiante aplicara las matemáticas para la vida y fundamentalmente sintiera afecto por ellas, necesidad de aprender a utilizarlas y finalmente una ganancia en su autonomía con respecto al manejo del dinero, a la mejoría en la capacidad para planear y ser consciente de la utilidad que tienen las matemáticas para la vida.

## Descripción de la propuesta

El Gimnasio Moderno en su modelo pedagógico expuesto dentro del Proyecto Educativo Institucional "Vuelo al Bicentenario" (Gimnasio Moderno, 2014). Propone como uno de los objetivos en los procesos de enseñanza y aprendizaje ayudar al desarrollo de las capacidades, competencias y cualidades humanas que requiere un ciudadano contemporáneo.

Para cumplir este objetivo los profesores buscan que los estudiantes comprendan el mundo en el que se encuentran, de tal forma que puedan ser críticos frente a las situaciones que se les presenta, es decir solucionar problemas desde la cotidianidad.

Y qué mejor forma de entender el mundo que planear un viaje. Fue así, como en el 2022 se propuso a un estudiante de 14 años del programa de capacidades diversas organizar un viaje. La instrucción al principio no era otra que: *¿a dónde vamos a viajar?* Como adultos, cuando planeamos a dónde viajar, pensamos en los sitios, los tiquetes, los

días de vacaciones y otras cosas más, pero para este caso no se pueden dar tantas instrucciones y tampoco una instrucción muy larga.

El primer acercamiento del estudiante para este proyecto fue buscar a dónde ir, rápidamente él decidió Kabul. Así que, elegido el destino, ahora sí empezar a organizar el viaje. Para viajar se necesita conseguir un tiquete. A veces la juventud cree que todo lo puede, y este caso no era la excepción. Entonces nuestro estudiante dijo: Si voy a planear un viaje, pues aprovechar y buscar en plataformas de vuelos tiquetes en primera clase.

Después entendimos que esto no fue por capricho, sino porque el costo del vuelo le parecía acorde. Mil ochocientos, $1800, no era nada costoso. Y aquí apareció la primera dificultad, la moneda no estaba en pesos sino en dólares. En este momento se tenían dos caminos, entrar a los ajustes de la página y cambiar la moneda a pesos, o aprovechar esta magnífica oportunidad y consultar el valor del dólar y hacer las conversiones necesarias.

Por suerte decidimos la segunda, y tuvimos la oportunidad de explicar la conversión monetaria, sin embargo, encontramos que el estudiante tenía otro tipo de procesos matemáticos que aún no registraba en sus procesos de aprendizaje. Eso podría llevarnos a iniciar un camino que se podría tornar largo y tedioso, o seguir las recomendaciones de Cockcroft (1985) quien mostró en sus investigaciones que los alumnos al usar la calculadora mejoran su actitud hacia la matemática, las destrezas de cálculo, la comprensión de los conceptos y la resolución de problemas.

Igual, eso es lo que ven los estudiantes hacer a la mayoría de los adultos. ¡Usar la calculadora! cada vez que necesitamos hacer una conversión o un porcentaje. O levante la mano el lector que usa el papel y lápiz para saber cuál es el cobro total de una compra en dólares, o el impuesto del valor agregado (IVA) en una cuenta.

Si bien, su proceso de aprendizaje matemático no le permitía identificar y operar con claridad números de más de 5 cifras, su edad y el manejo del dinero le permiten leer cifras mayores y tener claro que 5 mil es más pequeño que 500 mil, o que 5 millones.

El tema de la conversión monetaria se pudo solucionar más rápido de lo pensado y eso permitió ir avanzando en el objetivo de planear el viaje. Con preguntas orientadoras que lo ayudaran en procesos de funciones ejecutivas como el de planeación o estimar el tiempo, se buscó ir construyendo un andamiaje que lo llevara a conseguir su objetivo final.

Se pidió que escribiera las cosas que necesitaba para el viaje y la lista fue más larga de lo esperado. En ésta incluía documentación, el tipo de ropa y hasta el bloqueador. A

simple vista se podría pensar que listar algo, no lleva a procesos matemáticos complejos, ¿pero si a esta lista se le pone una jerarquía?, o se dan algunos criterios de clasificación la cosa cambia.

La tarea era entonces para nosotros como docentes identificar los conceptos previos que el estudiante tenía sobre número, cantidad, cardinalidad y orden, para llevarlo desde unos pensamientos de orden inferior a pensamientos de orden superior dentro de la taxonomía de Bloom (1956).

En cuanto a los roles que cada uno cumplía, el del estudiante era permitir que el proceso de enseñanza tuviera un efecto, valorar sus aprendizajes previos y significativos a la hora de “armar” toda una estrategia para viajar. El rol de los docentes fundamentalmente partió de su deseo de “motivar”.

El cual es uno de los dispositivos básicos para el aprendizaje que los docentes debemos tener con claridad para que puedan abrirse las puertas del conocimiento, del interés, de la adquisición de conceptos.

Es decir que su maestro titular y la maestra de apoyo en diálogos reflexivos, abiertos y flexibles diseñan para él la mejor estrategia que se ajustara a sus procesos de desarrollo y por ende de aprendizaje.

Los avances fueron bastantes, aprender a manejar el dinero es una posibilidad funcional en los estudiantes con capacidades diferenciales, los hace sentirse útiles, importantes, autónomos e independientes. Si, se ven los avances, pero obviamente existen dificultades puesto que tener una condición en el desarrollo cognitivo frena algunos procesos, sobre todo los relacionados con la memoria, por tanto, no es fácil que recuerde siempre todo lo que se le ha enseñado.

Tampoco es sencillo planear y llevar paso a paso el proceso que requiere para organizar un pretexto: “el viaje”. También resaltan dificultades en los aprendizajes específicos como la lectura, la escritura y evidentemente las matemáticas. Sin embargo, mantenerlo ocupado, motivado, atento al proceso y participando del mismo le genera esfuerzo, ganas, dedicación y esto constituye la fuerza impulsadora para querer aprender y ser alguien en la vida.

Ustedes dirán: qué es ser alguien en la vida, entonces nosotros contestaremos, es sentirse útil, aprender, caminar paso a paso frente al propio proceso, asumir responsabilidades, buscar apoyo tanto de padres como de profesores para superar las

barreras no solo del aprendizaje, sino también las de la autoestima, la autovalía y el autoconcepto.

Con respecto a las formas de evaluar, se generaron distintas estrategias desde las tradicionales, hasta las indicadas en el diseño universal para el aprendizaje (DUA), múltiples formas de motivación, múltiples formas de representación y múltiples formas de acción o expresión. Es decir:

- Solucionar operaciones.
- Escribir listas con procesos o procedimientos para alistar el viaje.
- Hacer averiguaciones por internet.
- Ver distancias, mapas, imprimir, dibujar, leer, escribir.
- Un sin número de *procesos* deben ser evaluados.

Finalmente, todo lleva al éxito, lo aprendido mucho más, lo que queda pendiente para seguirlo trabajando, un estudiante jamás está terminado, un docente tampoco, nos construimos en el día a día, en el diálogo y el compartir con nuestros estudiantes y compañeros, ahí está el currículo oculto, el verdadero currículo.

Ese que reposa en el papel es una ruta de navegación, el otro, el vivo, el verdadero es el que vibra en el **co-razón.** Entendiendo esta palabra como la mezcla perfecta entre la razón, la emoción y la socialización, invitándonos a qué sin importar el aula para hablar de matemáticas, primero hablemos de ti**.**

## Referencias bibliográficas

Bloom, B. S., Engelhart, M. D., Furst, E. J., Hill, W. H., & Krathwohl, D. R. (1956). Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. Handbook I: Cognitive domain. David McKay Company. https://web.archive.org/web/20201212072520id_/https://www.uky.edu/~rsand1/china2018/texts/Bloom%20et%20al%20-Taxonomy%20of%20Educational%20Objectives.pdf

Cockcroft, W.H. (1985). Las matemáticas sí cuentan: informe Cockcroft. Madrid: Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia. https://books.google.com.co/books?id=mM09CgAAQBAJ

Carmen Alba Pastor. (2017). Diseño Universal para el Aprendizaje: un modelo teórico práctico para una educación inclusiva de calidad. Universidad Complutense de Madrid. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7449797

PEI Gimnasio Moderno. (2018). Gimnasio Moderno. Recuperado 6 de julio de 2023, de https://pei.gimnasiomoderno.edu.co/vuelo-al-bicentenario/

Toro Ales (2005). Educar con co-razón. Desclée De Brouwer. Edición en español https://www.edesclee.com/img/cms/pdfs/9788433020116.pdf .

# CONTRIBUYENDO A LA CONSTITUCIÓN DEL PENSAMIENTO CRÍTICO EN ESTUDIANTES DE GRADO DÉCIMO APOYADOS EN EL USO DE MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL: LA INFLUENCIA DE LOS CÁNONES DE BELLEZA

Herson Sebastián Paramero Arias – hsparameroa@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

En este documento se describe de manera sucinta una experiencia de modelación matemática con estudiantes de grado décimo, inscrita en las visiones socio críticas, producto del trabajo de grado que el autor desarrolló para optar por el título de licenciado en matemáticas en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas (UDFJC) —Bogotá, Colombia—. Se propuso a los participantes desarrollar un estudio sobre las implicaciones que producen los cánones de belleza propiciados por el uso de las redes sociales en el marco de la aceptación de sus propios cuerpos. Atendiendo a cinco etapas de modelación matemática, los estudiantes hacen uso de la estadística escolar —medidas de tendencia central— en la búsqueda de visiones alternativas, reflexiones y/o soluciones al fenómeno social, posibilitando la comprensión del sentido y el poder de las matemáticas.

## Palabras clave

Modelación matemática, pensamiento crítico, cánones de belleza, medidas de tendencia central.

## Introducción

Aquí pretendo brindar únicamente una experiencia de aula en el marco del desarrollo práctico de un ambiente de modelación matemática pensado desde las perspectivas socio críticas[15], que tiene lugar en una institución educativa pública de la localidad de Fontibón —Bogotá, Colombia—. En este espacio, se le propone al profesor titular de matemáticas abordar una exploración, junto con los estudiantes, tal como lo propone Barbosa (2004) en lo caracteriza como caso 2, en torno a la influencia que podrían ejercer las redes sociales en la propagación y aceptación de cánones de belleza.

Los primeros acercamientos hacia el planteamiento de la problemática surgen gracias a la participación en un espacio académico desarrollado en la UDFJC, denominado Práctica Intermedia III —gestión—. Allí se desarrolló todo un proyecto de aula asociado al aprendizaje de las matemáticas a partir de las concepciones que se identificaron en un grupo de estudiantes de grado octavo, en torno a las percepciones que podrían tener sobre sus cuerpos y la imagen que les interesa proyectar con los mismos. Con base en lo anterior y gracias a esta experiencia, los autores de esta comunicación, tomamos la decisión de profundizar la problemática, con el objetivo de caracterizar no sólo las percepciones corporales que se podrían identificar, sino involucrando, además, las posibles imposiciones sociales que se crean y recrean en el marco de la construcción de cuerpos de consumo.

Bajo este panorama, se discutió acerca del sentido que tienen los cánones de belleza en la actualidad, concepto que surge como una regla que caracteriza el conjunto de rasgos y propiedades que una sociedad considera como bello, atractivo o deseable (Llorente, 2022). Asunto que se profundizó al plantear que los cánones de belleza recaen en las percepciones corporales de las personas, aunque en lo contemporáneo no sólo condiciona el cuerpo humano sino también el estatus social basado en posesiones, hábitos, etc. La propagación y aceptación de cánones de belleza a través del uso “excesivo” de las redes sociales, de alguna manera, propician la aparición de trastornos emocionales tales como la ansiedad, la depresión, los TCA 'S, etc. Para el año 2021 el Ministerio de Salud y Protección Social, MINSAL (2021), presenta un boletín de prensa que contiene información asociada a los trastornos más comunes que padecen los adolescentes del

[15] Una versión más amplia de este documento puede encontrarse en: qué función social cumplen las matemáticas: una aproximación a los cánones de belleza mediante el uso de las medidas de tendencia central.

país. Con lo cual, se establece la fobia social, la depresión y la ansiedad como los factores que con más frecuencia se observan, conduciendo a que el 6.6 % de esta población presenta ideación suicida. Tomar conciencia de esta situación nos impulsó a plantear el desarrollo de una propuesta de trabajo de grado que considerara una población de estudiantes adolescentes bogotanos que, desde una clase de matemáticas, se permitiera reflexionar sobre tales problemáticas.

## Descripción de la propuesta

El ambiente de modelación matemática pensado en las visiones socio críticas se propone en el sentido de lo planteado por Araújo (2009), Barbosa (2003) y persiguiendo las ideas planteadas por Salazar, Mancera, Camelo y Perrilla (2017) en relación con el conocer reflexivo. Tanto el ambiente de aula, como el conocer mencionado, tienen como objetivo contribuir en la constitución de posturas críticas frente a los fenómenos estudiados (Barbosa, 2004, citado en Salazar, Mancera, Camelo y Perrilla, 2017).

Para el desarrollo y ejecución de lo que se propone, se hace uso de las cinco etapas de modelación establecidas, de manera general por Burak (2004) y reinterpretadas por Salazar, Mancera, Camelo y Perilla (2017). De manera sucinta, estas etapas de modelación matemática señalan lo siguiente:

- Escogencia del problema o tema a trabajar otorgando gran importancia al micro y macro contexto
- Desarrollo de una investigación exploratoria
- Levantamiento de los datos y delineamiento de trayectorias de acción
- Reinterpretación de la situación soportada en consideraciones matemáticas y desarrollo del problema
- Análisis crítico de los desarrollos encontrados

Basados en cada una de estas etapas de modelación matemática, se construye una serie de actividades y tareas que darán vida al ambiente de modelación. Gracias a esto fue posible el diseño de un cronograma que fue gestionado entre el 7 de marzo y el 25 de abril de 2023. A partir de las actividades diseñadas según las etapas de modelación. Lo que se persigue con la elaboración del ambiente gira al menos en torno a dos aspectos:

- Caracterizar un ambiente de aprendizaje que relacionen la estadística escolar y la modelación matemática en función del desarrollo del pensamiento crítico.

- Analizar un ambiente de aprendizaje que relacionen la estadística escolar y un ambiente de modelación matemática a la luz del desarrollo del pensamiento crítico.

El caracterizar las formas en que la modelación matemática contribuye al desarrollo del pensamiento crítico, conduce a corroborar, desde la práctica, los planteamientos expuestos por Araújo (2012). Esta autora señala que esta clase de ambientes están pensados con el objetivo de promover la formación de estudiantes críticos, conscientes y reflexivos de su realidad.

Basados en estas ideas y respetando las etapas de modelación matemáticas ya establecidas, se pretende generar un análisis con la intención de construir argumentos que permitan identificar si el ambiente de modelación propuesto contribuyó en la constitución del pensamiento crítico en los estudiantes de grado décimo, frente a la influencia que tienen las redes sociales en la propagación de los cánones de belleza. Las intenciones se clarifican con base en las ideas de Valero (2012, citado en Camelo, Mancera y Perilla, 2016), pues pensar en este tipo de modelación matemática hace que lo social antecede lo matemático.

## Conclusiones

La captura de información se hace más asequible gracias al cronograma de actividades construido para este fin, lo cual permitió estructurar el accionar de los grupos de investigación que crearon los estudiantes dentro del proceso de modelación desarrollado. Con base en esto, la recolección de información por parte de los participantes evidencia que los procesos argumentativos necesitan ser desarrollados más profundamente. Para este caso, la carencia de veracidad hace que las ideas se alejen de lo que Ramírez (2011, citado Manrique y De Castro, 2016) entiende como teoría, concepto que caracteriza la articulación de conocimientos que permiten describir o explicar un sector de la realidad, en este caso, “la influencia negativa” de los cánones de belleza en la sociedad.

Una parte de la información coleccionada por los estudiantes se plantea desde la asociación de la experiencia propia en contraste con columnas o escritos de cualquier sitio web. Esto, de algún modo, aunque alejado de los argumentos teóricos, propicia la construcción de nociones críticas frente a la problemática investigada, en los cuales, los

estudiantes asumen posturas frente al fenómeno trabajado. De este modo y con base en las ideas de Skovsmose (1999, p. 16, citado en Zapata, 2018) en relación con lo que significa la ciudadanía crítica, a fin de cuentas, los participantes identifican la problemática y basados en sus experiencias y en la información coleccionada, reaccionan frente a la misma haciendo que se generen visiones alternativas del fenómeno social.

Por otra parte, la escasez de herramientas tecnológicas hace que la aparición de las matemáticas en la problemática se presente de manera natural. La inexistencia de bases de datos frente a un fenómeno como los cánones de belleza imposibilita el análisis y tratamiento de datos, práctica que es de suma importancia para el proceso enseñanza-aprendizaje de la estadística escolar. Así mismo la falta de equipos de cómputo, en conjunto con algunas resistencias de la institución, hizo que fuese imposible diseñar encuestas para la recolección de datos e información.

Dentro de las mismas reflexiones construidas por los equipos de trabajo, en dónde relacionan la estadística escolar con la problemática, se hace evidente que el uso de base de datos hubiese permitido realizar todo un análisis descriptivo frente al fenómeno, encontrado el papel que desempeñan las matemáticas y su influencia en la sociedad. Sin embargo, las alternativas usadas por los equipos de trabajo permitieron asociar los conceptos básicos de las medidas de tendencia central y sus aportes al fenómeno investigado, tal como señala la cuarta etapa de modelación matemática —reinterpretación de la situación soportada en consideraciones matemáticas y desarrollo del problema—:

- *Con la existencia de una base de datos, el cálculo de la moda nos permite mostrar por medio de datos y gráficas cuales prendas son las más compradas —Grupo Quipitos—*
- *Las medidas de tendencia central permiten que pueda encontrarse, en números exactos si las mujeres o los hombres son los que más padecen TCA'S —Las NNSVT—*
- *Una base de datos hubiese permitido tratar información confiable para estar seguros de los argumentos dados —Grupo KSKKA—*
- *Con una base de datos y usando las medidas de tendencia central se podría saber en una población específica, cuántas personas van al gimnasio por salud y cuantas van por moda y estética —Grupo RG4—*

Este tipo de manifestaciones representan el enlace que existe entre la estadística escolar y el fenómeno social que se desarrolla, puesto que los estudiantes no solo crean nuevas visiones críticas, sino que también encuentran el sentido de las matemáticas. Con

base en esto, es posible aterrizar por medio de la práctica las ideas de Parra, Parra y Villa (2017), en cuanto a que por medio de herramientas matemáticas los estudiantes logran crear una opinión crítica frente a problemáticas sociales generando también espacios de reflexión. Por último y materializando la caracterización del pensamiento crítico frente al fenómeno social por parte de los participantes, se tienen las siguientes reflexiones finales que atienden a la última etapa de modelación —análisis crítico de los desarrollos encontrados—:

- *Gracias a las redes sociales el gimnasio se está viendo como un producto de belleza y ya no tanto de salud —Grupo RG4—*
- *Desde que empezó la pandemia el gimnasio se empezó a notar más que se utilizaba para estar actualizados y era raro que se utilizara para el bienestar de las personas —Grupo Networks Gym—*
- *Los adolescentes siempre queremos lo más nuevo así no lo necesitamos, además nos dejamos influenciar mucho por las personas famosas —Grupo Quipitos—*

El análisis realizado permite construir un panorama claro, que hace referencia a las nuevas posturas desarrolladas por los estudiantes, frente a las problemáticas estudiadas. De este modo, a su vez es posible evidenciar que el enlace entre la estadística escolar y el fenómeno social hace visible lo influyente que puede ser el conocimiento matemático en la formación de estudiantes críticos. En su accionar los participantes promueven la solución de problemáticas cotidianas, encontrando total sentido del poder de la educación matemática (Barbosa, 2006, citado en Martínez, Páez y García, 2013).

## Referencias bibliográficas

Araújo, J. (2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: A perspectiva da educação matemática crítica. ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, 2(2), 55-68. https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37948

Araújo, J. (2012). Ser crítico em projetos de modelagem em uma perspectiva crítica de educação matemática. Bolema: Boletim de Educação Matemática. https://www.scielo.br/j/bolema/a/BZxMFLPvzkSvn9PjYfL3b7c/abstract/?lang=pt

Barbosa, J. (2004). Modelagem matemática: O que é? Por qué? Como? Veritati, 4, 73-80. http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf

Barbosa, J. (2003). Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica. II Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2, 1-13. http://www.somaticaeducar.com.br/arquivo/material/142008-11-01-15-44-48.pdf

Camelo, F. Mancera, G. Perilla, W. (2016). Modelación matemática desde la perspectiva socio crítica con estudiantes de secundaria: posibilidades y retos. Encontro Nacional de Educação Matemática. https://www.researchgate.net/publication/305379248_Modelacion_matematica_desde_la_perspectiva_socio_critica_con_estudiantes_de_secundaria_posibilidades_y_retos

Clavero, F. (2018). Trayectoria, análisis y efectos del canon de belleza difundido por la publicidad y moda en mujeres adolescentes desde los años 60 hasta la actualidad. Universidad Complutense de Madrid. https://eprints.ucm.es/54978/

Llorente, M. (2022). Cánones de belleza en la era posmoderna: Instagram y su impacto negativo en la autopercepción corporal de las mujeres jóvenes y su concepción de la belleza. UNIVERSIDADE DA CORUÑA. https://ruc.udc.es/dspace/handle/2183/31256?show=full

MINSAL. (12 de octubre de 2021). Salud mental de los colombianos. https://www.minsalud.gov.co/Paginas/Minsalud-comprometido-con-la-salud-mental-de-los-colombianos.aspx#:~:text=Creciente%20prevalencia%20de%20depresi%C3%B3n%20

Manrique, T. De Castro, A. (2016). Realidad, teoría y conmensurabilidad: reflexiones en torno a las modas intelectuales en psicología. Revista CES Psicología. https://revistas.ces.edu.co/index.php/psicologia/article/view/3538

Parra, M. Parra, J. Villa, J. (2017). Gasto energético en las actividades físicas. Una experiencia de modelación matemática en la perspectiva socio-crítica. Revista Colombiana de Matemática Educativa https://funesfrpre.uniandes.edu.co/funes-documentos/gasto-energetico-en-las-actividades-fisicas-una-experiencia-de-modelacion-matematica-en-la-perspectiva-socio-critica/

Salazar, C., Mancera, G., Camelo, F. & Perilla, W. (2017). Una propuesta para el desarrollo de prácticas pedagógicas de modelación matemática en la perspectiva socio crítica. CUARTO ENCUENTRO DISTRITAL DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA EDEM-4. https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/una-propuesta-para-el-desarrollo-de-practicas-pedagogicas-de-modelacion-matematica-en-la-perspectiva-socio-critica/

Zapata, L. (2018). Enseñanza de la estadística desde una perspectiva crítica. Universidad de Antioquia. https://bibliotecavirtual.unl.edu.ar/publicaciones/index.php/Yupana/article/view/7695

# HERBICIDA: DE LA TELEVISIÓN AL HOGAR Y LA EDUCACIÓN

Kevin Andrés Suarez Machado – kasuarezm@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Laura Vanessa Pineda Marín - lvpinedam@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

En el marco de los daños causados por herbicidas en Colombia, se busca concientizar, en las aulas de clase, a los estudiantes que se encuentran alejados de las zonas de aspersión sobre las consecuencias del uso de herbicidas. Este es el propósito que justamente se busca promover en la presente propuesta, en donde se desarrolla un experimento a escala acerca del uso de herbicidas (fumicida) y sus posibles daños a los cultivos agrícolas, permitiendo que los estudiantes manipulen, experimenten y analicen las posibles variables presentes.

## Palabras clave

Herbicida, glifosato, cultivos, afectaciones, experiencia de aula.

## Introducción

La presente propuesta, surge por la curiosidad de reconocer las implicaciones que tienen los herbicidas empleados para mitigar el desarrollo de hierbas malas en terrenos de cultivos agrícolas. Estos herbicidas llegan en los alimentos a las mesas de las familias colombianas, por lo que pueden tener grandes implicaciones sobre la salud de los consumidores. Uno de los herbicidas que más ha tenido relevancia y estudios en los

últimos años es el glifosato, gracias a que ha sido empleado como la principal herramienta química para la erradicación de cultivos ilícitos.

La importancia de esta experiencia radica en su relación con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS), propuesto por las Naciones Unidas (2018); principalmente, en torno al riesgo de la salud de las comunidades, además de la afectación al medio ambiente. De esta manera, los ODS hacen referencia, entre otros aspectos, a: la salud y el bienestar, al reducir el número de muertes y enfermedades producidas por productos químicos peligrosos (objetivo 3); las ciudades y las comunidades sostenibles que son las afectadas en la fumigación y va de la mano con los cultivos cercanos a ríos que son espacios cercanos a la población (objetivo 11); y la vida alrededor de los ecosistemas terrestres, en cuanto a las implicaciones de germinación de las plantas tratadas y la tierra empleada (objetivo 15).

Bajo este contexto, la intención de la presente experiencia de aula es fomentar la conciencia en las comunidades —especialmente las ubicadas en zonas urbanas, quienes son las que se encuentran más distantes de esta problemática (quizás, solo es algo que hayan visto en televisión)— sobre las consecuencias que trae consigo los herbicidas en los cultivos. Para tal fin, se desarrolla un experimento, a menor escala, con el rocío de agua con un herbicida con diferentes concentraciones, de tal manera que se evidencien los posibles cambios en las plantas. Lo anterior, se encuentra fundamentado en las implicaciones históricas sobre el rechazo contra la aspersión aérea con herbicidas en Colombia.

Los herbicidas en general resultan ser muy tóxicos, además de generar grandes perjuiciosos a los ecosistemas; por ejemplo, el glifosato, el cual “ingresa a la planta a través de las hojas para después migrar a otras partes del tejido vegetal donde será mínimamente metabolizado” (Salazar et al, 2011, p.23), tienen una alta toxicidad y como consecuencia se transfiere a varios tipos de ecosistemas, tanto terrestres como acuáticos. Además, debe mencionarse que el glifosato causa daños al organismo humano como lo son, entre otros aspectos, el aumento en las probabilidades de contraer: cáncer, enfermedades respiratorias, y dermatológicas; así como posibles abortos espontáneos.

La matematización realizada alrededor de la experiencia, parte de un experimento realizado con un herbicida de baja toxicidad (ver imagen 1 y 2), en donde se pueden apreciar cambios en cultivos agrícolas, sin la necesidad de llegar a la exposición del glifosato (el cual tiene una toxicidad alta), pero permitiendo relacionar estos dos herbicidas, llegando a generar una conciencia reflexiva sobre esta problemática.

De manera particular, en el marco del EDEM se realizarán consideraciones acerca de las implicaciones de los herbicidas en general, y de manera particular se centrará la atención en el glifosato y los daños que este genera a la salud, así como su trayectoria en Colombia y en algunas partes del mundo. Lo anterior, permitirá sustentar la propuesta que gira en torno a la concientización del uso de herbicidas y la poca regulación de los mismos.



*Figura 49. Cultivo experimental de tomates - Cultivo experimental de rabanitos*
*Fuente: elaboración propia*

## Descripción de la propuesta

Definimos el trabajo realizado como una experiencia de aula, la cual surgió de la problematización de los ODS en la asignatura “Matematización de Problemas Medio Ambientales” de la Licenciatura de Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. De manera particular, se planteó estudiar, identificar y describir los efectos causados en el crecimiento de cultivos con rocíos diferentes de la siguiente manera: 1) agua, 2) herbicida para eliminación de insectos (Fumicida) en su concentración total, y 3) herbicida con un tercio o media concentración.

Dentro del desarrollo de la experiencia se consideró realizar diferentes actividades dirigidas a indagar sobre los ODS, antecedentes históricos del glifosato, efectos/consecuencias negativas, selección de cultivos agrícolas por características impuestas del espacio físico y límites de tiempo establecidos, recolección de datos

periódicamente sobre el crecimiento, germinación, entre otros; e identificar los posibles cambios que existen entre las concentraciones de fumicidas del cultivo.

El proceso del experimento se llevó a cabo en un lapso de tres a cuatro meses, en donde se presentaron algunas dificultades al momento de medir el crecimiento de cada planta (debido a que el crecimiento variaba de forma diferente en cada una, principalmente en los primeros días de vida); por lo tanto, se inició la aplicación del fumicida cuando las plantas tuvieran un tiempo de tres a cuatro semanas, para lograr definir el crecimiento de cada planta, a partir de la diferencia entre el crecimiento inicial (antes de aplicar el fumicida) y la altura actual del cultivo.

*Resultados:* A partir de la experiencia realizada se pudo identificar la forma en la que crecieron los diferentes cultivos según las concentraciones aplicadas. En donde $T = tiempo\ en\ semana$ , $H = Altura\ de\ la\ planta$ .

| | | | Crecimiento de la planta según el tiempo transcurrido | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 0 días | 5 días | 10 días | 15 días | 20 días | 25 días | 30 días | 35 días |
| CULTIVOS | Rabanitos | Sin Fumicida | T:0.5cm H:5cm | T:1cm H:5.5cm | T:1.5cm H:8cm | T:1.5cm H:9cm | T:1.5cm H:10cm | T:1.5cm H:10cm | | |
| | | Fumicida al 33% | T:2cm H:7.5cm | T:3cm H:8cm | T:3cm H:12cm | T:3.5cm H:9cm | T:3cm H:7cm | T:3.5 H:6.5cm | | |
| | | Fumicida al 100% | T:2cm H:4.5cm | T:2cm H:5cm | T:2cm H:6.5cm | T:2cm H:5cm | T:2cm H:5.5cm | T:2cm H:6cm | | |
| | Tomate Cherry | Sin Fumicida | T:3cm H:3.5cm | T:6cm H:3.5cm | T:6cm H:5.5cm | T:6.5cm H:7cm | T:12cm H:5cm | T:14cm H:6.5cm | T:15cm H:5cm | T:17cm H:7cm |
| | | Fumicida al 33% | T:4cm H:4cm | T:3.5cm H:5cm | T:4.5cm H:5cm | T:5.5cm H:6cm | T: 8cm H:5cm | T:10cm H:6cm | T:15.5cm H:7.5cm | T:18cm H:7.5cm |
| | | Fumicida al 100% | T:2cm H:1.5cm | T:2cm H:1.5cm | T:3.5cm H:3.5cm | T:3.5cm H:3cm | T:5.5cm H:3.5cm | T:6cm H:4cm | T: 8cm H:5cm | T:12cm H:5cm |

*Tabla 16. Resultados obtenidos sobre el crecimiento de los cultivos Rabanitos y Tomates.*
*Fuente: elaboración propia*

Teniendo en cuenta los valores recolectados, se emplearon las siguientes gráficas para el análisis de los datos (Figura 45) en dónde, la línea azul representa el cultivo sin fumicida, la línea naranja representa el cultivo con una concentración del 33% de fumicida y la línea de color gris representa el cultivo con una concentración del 100% de fumicida.

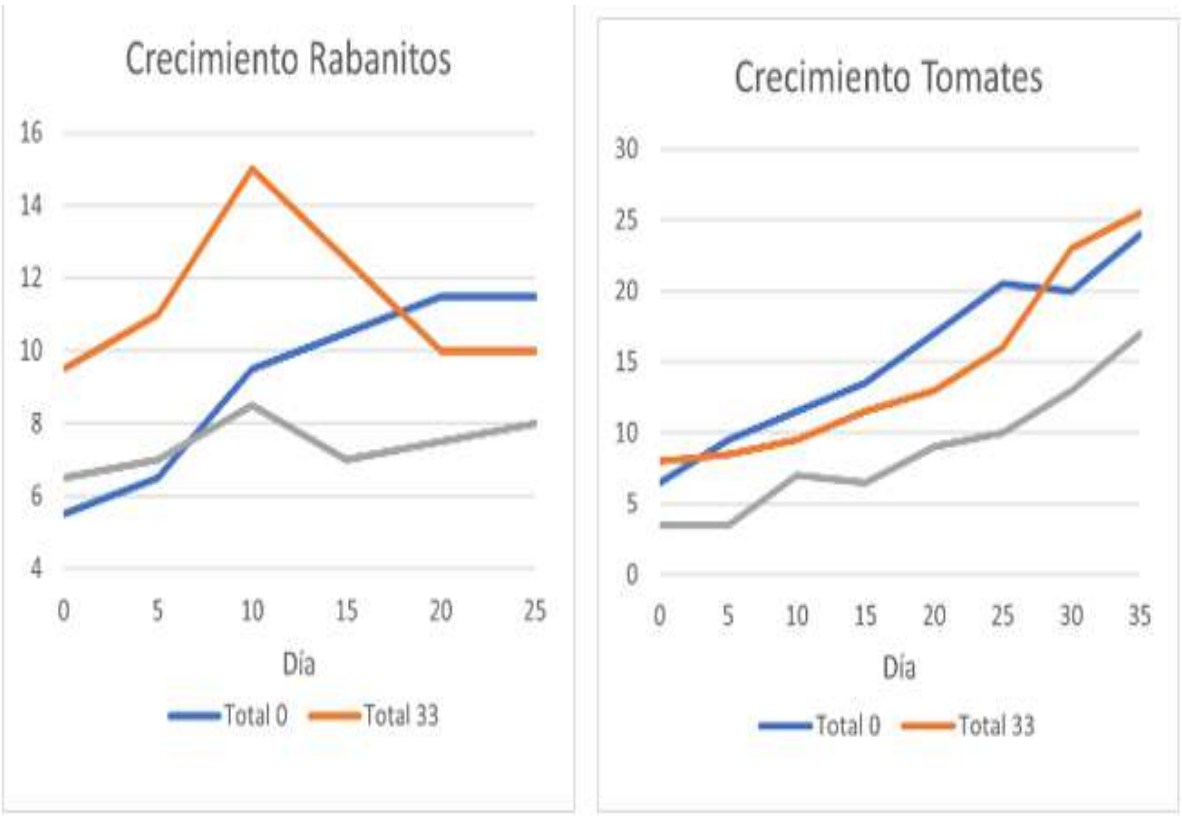



*Figura 50. Crecimiento de rabanitos y tomates*
*Fuente: elaboración propia*

En las imágenes anteriores, se puede apreciar la forma en la que los rabanitos crecieron durante 25 días, tomando el día 0 como aquel en el que se inició la aplicación de fumicida; la misma idea se aplica en la imagen 4 para el crecimiento del cultivo de tomates cherry, a los cuales se observó durante 35 días.

En el cultivo de los rabanitos se identifica que el crecimiento tanto de las plantas con el 33%, como del 100% de fumicida, después de 10 días, tuvieron un crecimiento leve

con respeto a la planta sin fumicida, puesto que esta última siempre se mantuvo en ascenso a excepción del periodo final.

Lo anterior, se puede evidenciar en el creciente total de cada cultivo. Es decir, restar la altura final con la altura inicial permitió visualizar que la planta sin fumicida creció 6 cm mientras que las pantas con concentraciones de 33% y 100% crecieron 0,5 cm y 1,5 cm respectivamente.

Por otra parte, se logró observar, en el cultivo de los tomates, que la aplicación del fumicida no afectó de forma significativa a la planta cuando tenía una concentración del 33%; en cambio el crecimiento de la planta, cuando tenía una concentración del 100% de fumicida, fue menor en comparación con las demás plantas.

Es decir, en el lapso de 0 a 35 días, la planta —cuando fue aplicado el fumicida con una concentración del 100% creció 13.5 cm; y, por otro lado, la planta —cuando no fue aplicado el fumicida (0% de concentración) y con una concentración del 33% de fumicida— creció 17,5 cm.

Lo anterior, permite evidenciar la forma en la que un herbicida de baja toxicidad afecta el crecimiento de cultivos agrícolas, permitiendo replicar este experimento, sin mayor riesgo, en la propuesta didáctica, pero evidenciando cambios en el crecimiento de los cultivos.

## Conclusiones

En el experimento realizado se encontraron diferencias entre la concentración del fumicida empleado en cada planta, debido a que los cultivos sin fumicida presentaron un crecimiento promedio en cada una de las tomas; sin embargo, para la aplicación del fumicida con una concentración del 33% y del 100% en las plantas se evidencia que al pasar de los días el crecimiento no variaba positivamente, sino que se mantenían o poco a poco se iban “recogiendo”, lo que implicaba que su altura iba en descenso.

Tomando en cuenta los resultados obtenidos y posibles análisis que se pueden realizar en el experimento, algunas posibles sugerencias para futuras investigaciones sería el interés y la capacidad de emplear algún herbicida con mayor toxicidad para identificar los posibles cambios a mayor escala, teniendo las precauciones necesarias para su uso.

De la misma manera, se pone en consideración el hecho de aplicar el herbicida desde el tiempo en que considere exista un pequeño avance en el crecimiento de las

plantas. Tal consideración se realiza teniendo en cuenta que en el presente estudio experimental se aplicó dicho producto al ya tener más de un mes de germinación, esto dado a que encontrar un herbicida con baja toxicidad complicó el tiempo de rociamiento.

Y principalmente, concientizar a personas que tienen pocos conocimientos sobre el uso, implemento y consecuencias que trae el herbicida; esto debido a que al momento de comprar el herbicida no se dan las recomendaciones necesarias para aplicarlos ni se tiene alguna restricción de la venta, la persona simplemente se queda con las precauciones del empaque, pero ¿qué sucedería si lo compra una persona analfabeta que quiere eliminar las malas hierbas de sus cultivos?

Por lo que, es importante llevar reflexiones como estas al aula de matemáticas, ya sea por medio de la estadística o de alguna otra rama de la matemática, pero teniendo claro el papel que tenemos como educadores que va más allá de desarrollar la comprensión de conceptos e ideas matemáticas.

## Referencias bibliográficas

Instituto Nacional de Salud, 2015. Apreciaciones al informe emitido por la IARC (Investigación sobre el Cáncer) y su potencial impacto en el uso del herbicida glifosato en Colombia. Obtenido de: https://www.minsalud.gov.co/sites/rid/Lists/BibliotecaDigital/RIDE/IA/INS/reporte-iarc-herbicida-glifosato.pdf

Mañas Torres, F., González Cid Urroz, M. B., García Ovando, H., Weyers Anchordoqui, I., Ugnia Vera, L., Larripa Hand, I. B., & Gorla Abrate, N. (2006). La genotoxicidad del herbicida glifosato evaluada por el ensayo cometa y por la formación de micronúcleos en ratones tratados. Theoria, 15(2), 53-60. Obtenido de: https://www.redalyc.org/pdf/299/29915206.pdf

Méndez, L., 2022. Colombia adelanta decreto que pretende erradicar definitivamente el uso del glifosato. Obtenido de: https://www.france24.com/es/am%C3%A9rica-latina/20221118-colombia-adelanta-decreto-que-pretende-erradicar-definitivamente-el-uso-del-glifosato

Naciones Unidas (2018), La Agenda 2030 y los Objetivos de Desarrollo Sostenible: una oportunidad para América Latina y el Caribe (LC/G. 2681-P/Rev. 3), Santiago. Obtenido de: https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/

Salazar-López, N. J., & Madrid, M. L. A. (2011). HERBICIDA GLIFOSATO: USOS, TOXICIDAD y REGULACIÓN. *Biotecnia*, *13*(2), 23. https://doi.org/10.18633/bt.v13i2.83

# DETECCIÓN Y RECONOCIMIENTO DE MICROPLÁSTICOS EN TRES DISTINTOS HUMEDALES DE BOGOTÁ D.C

Sarah Sofia Medina Torres - ssmedinat@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Tito Anibal Melo Rodríguez - tamelor@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

El siguiente artículo tiene un abordaje matemático sociocrítico, desde el espacio de formación “Matematización de problemas medioambientales” correspondiente al séptimo semestre de la Licenciatura en matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, hacía una problemática que hasta el momento no ha tenido afectaciones graves, pero con el paso de los años tendría serias consecuencias. La contaminación del agua con microplásticos no es un secreto en la actualidad para las grandes organizaciones de la salud como la ONU (s.f) que ponen la alarma sobre este tema. El presente es un artículo de investigación de tipo mixto (cualitativo y cuantitativo) que permite conocer la presencia de microplásticos en tres de los más extensos humedales de la ciudad de Bogotá. A partir del uso de procesos propios de la ecología acuática y la biología, se busca generar un vínculo con la educación matemática a través de la generación de un informe que tiene como objeto las fuentes hídricas donde nace el agua de Bogotá y la conservación de estos lugares junto con su fauna y flora.

## Palabras clave

Microplásticos, ecología acuática, matematización, humedales y educación ambiental.

## Introducción

En el diario vivir es posible observar que el plástico está presente en prácticamente todo nuestro entorno, fatalmente el plástico luego de usarse se convierte en un residuo que frecuentemente observamos en la basura, las calles y fuentes hídricas. La problematización del presente artículo se fundamenta a partir de la tensión encontrada en las fuentes hídricas urbanas las cuáles están contaminadas con plástico el cual se degrada con el tiempo. Los microplásticos, declaró Morillo-Velarde Martínez, L. (2021).

"son contaminantes ambientales persistentes, generados a partir de grandes piezas de plásticos que, debido a su alto nivel de fragmentación, se descomponen inevitablemente siendo liberados al medio ambiente. Como consecuencia, se produce la penetración y acumulación de micropartículas de plástico en los organismos más bajos de la cadena alimentaria, conduciendo a una posible vía de exposición para los seres humanos a través de la ingestión de alimentos por vía oral" (p.2).

Así, la presencia de microplásticos en los humedales altera significativamente los ecosistemas al igual que los organismos acuáticos, incluyendo plantas y animales los cuales pueden ingerirlos, afectando su salud y supervivencia. "Los microplásticos pueden causar obstrucciones intestinales, alterar el comportamiento de los animales y, en casos más graves, conducir a la muerte de especies" ONU (2019). Además, los microplásticos actúan como vehículos de contaminantes químicos que se adhieren a su superficie. Como menciona Morillo-Velarde Martínez, L. (2021), al ser ingeridos por la fauna, estos contaminantes pueden acumularse en la cadena alimentaria, aumentando su concentración a medida que pasan de un nivel trófico a otro; en el caso de la flora, los micropartículas también pueden afectar el crecimiento y desarrollo de las plantas acuáticas, así como su capacidad para filtrar el agua y mantener el equilibrio ecológico en el humedal.

En el marco de los objetivos para el desarrollo sostenible, se elige el objetivo 6; que invita a concienciar a la población sobre el uso prudente de los recursos hídricos y a reflexionar sobre el daño causado en nuestras fuentes hídricas. Problematizando esta situación en el contexto distrital, el presente artículo tiene como cuestión a responder:

¿Cuál es la presencia de microplásticos en los humedales de Bogotá y cómo afecta a la fauna, flora y calidad del agua? Este estudio utiliza enfoques matemáticos para generar conciencia sobre la importancia de conservar estos ecosistemas. El artículo, tiene como finalidad proporcionar una poderosa herramienta matemática para educar y concientizar a la sociedad sobre la urgencia de abordar la problemática de la contaminación. Se pretende también sensibilizar y movilizar a las comunidades locales, las autoridades y las organizaciones ambientales entorno a la protección de estos valiosos recursos naturales. Este trabajo no solo arroja luz sobre el estado de la contaminación por microplásticos, sino que también inspira a las personas a tomar medidas concretas para preservar los humedales, promoviendo una mayor responsabilidad individual y colectiva en la gestión sostenible de estos ecosistemas vitales para nuestra comunidad y para la biodiversidad local.

El enfoque holístico del presente artículo, que combina la matemática, la ecología acuática y la conciencia sociocrítica, ofrece una perspectiva integral para abordar la problemática de la contaminación del agua con microplásticos en los humedales de Bogotá. Para ello se considera una metodología de tipo mixta, es decir, tanto cualitativa como cuantitativa; la cual permite combinar actividades e información respectiva a la problemática y la responsabilidad social como al estado de los humedales visitados en relación a la cantidad de micropartículas.

A través del registro que brindan los procedimientos propios de la ecología acuática, tales como la espectrofotometría se pudo identificar la concentración de microplásticos en el agua de 3 humedales capitalinos, junto a estas actividades de laboratorio se dispuso de procedimientos matemáticos como la ecuación de Lambert-Beer para documentar la presencia de microplásticos en las muestras de agua previamente obtenidas. La concentración de los micropartículas se realiza a partir de muestras de 6ml de agua por cada humedal, es posible evidenciar que en dichas muestras fue posible encontrar una concentración de 0.0003, 0.0153 y 0.0159 moles en los humedales de Córdoba, la Conejera y Tibabuyes respectivamente; así mismo fue posible evidenciar que un factor posible de la baja contaminación del humedal de Córdoba es la responsabilidad con la limpieza y mantenimiento de estas zonas, por otro lado la extensión de los dos humedales restantes muestra que la concentración es más al tener más metros de agua con plástico.

## Descripción de la propuesta

*Propuesta Conversemos sobre experiencia de aula*

Entendemos las matemáticas como una herramienta poderosa que trasciende los límites de las ecuaciones y números, pues desempeñan un papel fundamental en nuestra capacidad para comprender los complejos fenómenos ambientales y naturales que nos rodean. En el contexto de nuestra investigación sobre la presencia de microplásticos en distintos humedales de Bogotá, abordamos las matemáticas desde una perspectiva sociocrítica. Esta orientación sociocrítica nos exige no sólo analizar los números, sino también considerar las implicaciones humanas y ambientales de nuestras conclusiones. Al utilizar la modelización matemática, queremos impulsar la conciencia pública educando a la sociedad sobre los riesgos de la contaminación por microplásticos y promoviendo una mayor responsabilidad individual y colectiva en la protección de nuestros recursos naturales.

## Metodología

En nuestro artículo de investigación sobre la presencia de microplásticos en distintos humedales de Bogotá, empleamos una metodología que abarca tanto enfoques cualitativos como cuantitativos. El enfoque cuantitativo de recopilar datos sobre la cantidad de micropartículas presentes en las muestras de agua de los humedales. Esto implicó tomar muestras de agua en los tres humedales visitados, y un análisis riguroso en el laboratorio para cuantificar las concentraciones de los microplásticos. Por otro lado, el enfoque cualitativo permitió una revisión de documentos relacionados con la contaminación por microplásticos en humedales y sus efectos en los ecosistemas acuáticos y relacionado con esto, las implicaciones éticas de la responsabilidad colectiva e individual en la protección de los humedales. Este enfoque metodológico cualitativo sociocrítico no solo nos permitió comprender las afectaciones de los microplásticos en los humedales desde un punto de vista más amplio, sino también enfocarnos en la importancia crítica de la educación ambiental como una herramienta para empoderar a la comunidad y promover cambios significativos hacia la conservación de estos valiosos ecosistemas.

La mediación con el ambiente se lleva a cabo a través del desplazamiento hacia los 3 humedales situados en noroccidente de la ciudad de Bogotá, asesorados por guardabosques de cada humedal, quienes desarrollan esta investigación tuvieron la oportunidad de acceder a las aguas más cristalinas de cada humedal, extrayendo así una muestra de cada humedal de 25 mililitros. Posteriormente las muestras son llevadas al

laboratorio de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas para llevar a cabo el respectivo análisis, todo este procedimiento de obtener muestras y analizarlas, duró alrededor de dos meses. Se siguiendo pautas relacionadas a las actividades realizadas en la ecología acuática, tales como:

Espectrofotometría según la RAE es la técnica de determinar la cantidad de luz absorbida por una sustancia con respecto a una longitud de onda determinada. En este experimento, se utilizará un espectrofotómetro para determinar la concentración de sólidos inorgánicos presentes en muestras de agua.

Ley de Beer-Lambert: la ley de Beer-Lambert establece una relación de proporción directa entre la absorbancia de una muestra y la concentración de una especie absorbente presente en la muestra. Khan Academy (s.f) La ley se expresa mediante la ecuación:

$$A = \varepsilon \cdot l \cdot c$$

Donde:

- $A$: absorbancia de la muestra.
- ε: coeficiente de extinción molar, que es una constante específica para cada especie y longitud de onda.
- *l:* longitud del camino óptico, que representa la distancia recorrida por la luz a través de la muestra.
- *c:* Concentración de la especie absorbente en la muestra.

Dado que se busca encontrar sólidos inorgánicos, la alternativa principal para seleccionar la longitud de onda corresponde a la utilización de un haz de luz del espectro visible cercana a los 680 nanómetros (nm). La espectroscopia UV-Visible se basa en el fenómeno de absorción de luz por parte de los contaminantes presentes en el agua. Estos contaminantes tienen la capacidad de absorber luz en ciertas longitudes de onda específicas.

> *Cuando los fotones de luz en una longitud de onda particular son absorbidos por los electrones en estado estacionario, estos electrones pasan a un estado excitado, lo que resulta en una disminución de la cantidad de luz que llega al detector, esto según Guo. et al. (2020)*

La absorbancia de las micropartículas se puede conocer gracias al espectrofotómetro. En cuanto a la ecuación de Beer, que exige un coeficiente de extinción molar (ε), el cual es una medida de la capacidad de la especie (microplástico) para absorber la luz a una longitud de onda específica. Este coeficiente según un estudio de Eerkes-Medrano et al (2015) relaciona la especie de polietileno a una longitud de onda cercana a los 680 nm, arrojando como resultado: $0.02\ M^{-1}cm^{-1}$. Este valor será reemplazado en la ecuación de Beer teniendo en cuenta que el polietileno es el elemento característico de las botellas, paquetes y bolsas plásticas.

El siguiente recuadro (Tabla 17) es un breve resumen de las estrategias utilizadas para conocer la cantidad de macropartículas en las muestras de aguas:

| Paso | Descripción |
|---|---|
| **1. Preparación de las muestras** | Para este experimento, se necesitan varias muestras de agua con diferentes concentraciones esperadas de sólidos inorgánicos. |
| **2. Calibración del espectrofotómetro** | Esto implica utilizar una solución de referencia (agua destilada) y registrar la absorbancia a una longitud de onda específica. Esto nos permitirá establecer una relación entre la longitud de onda y la concentración de la solución. |
| **3. Selección de la longitud de onda** | Ultravioleta (UV cercano), radiación con longitud de onda comprendida entre los 160 y 780 nm. Cabe destacar que no todos los microplásticos pueden ser detectados fácilmente en esta región. |
| **4. Medición de las muestras** | Vertiendo una pequeña cantidad de cada muestra en una cubeta de cuarzo transparente y colocarla en el compartimento del espectrofotómetro. Las cubetas miden 1 cm de anchura, por lo que en la ecuación de Beer se reemplaza este valor por (l) ya que esta es la Longitud de Trayectoria. |
| **5. Registro de la absorbancia** | Una vez seleccionada la longitud de onda adecuada, se registra la absorbancia de cada muestra utilizando el espectrofotómetro. |
| **6. Análisis de datos** | Una vez registradas las absorbancias de todas las muestras, se determina la concentración de sólidos inorgánicos en cada muestra. Esto a través de la ley o ecuación de Beer-Lambert. |

*Tabla 17. Resumen del paso a paso*
*Fuente: elaboración propia*

Algunas dificultades que se presentaron durante el desarrollo de esta experiencia de aula están relacionadas con el acceso a los lugares e instrumentos de la ecología

acuática, como lo fue entrar a los Humedales y los instrumentos que dispone los laboratorios de la Universidad. Se considera también como dificultad, la interpretación de la concentración de microplasticos encontrada, pues esta está dada en Moles (M), lo que dificulta realizar una comparación adecuada de estas concentraciones con objetos más conocidos, debido a que los Moles son una unidad de medida que representan una cantidad de masa tan minúscula, lo cual dificulta la comprensión de estos resultados cuantitativos.

## Conclusiones

La preparación de las muestras consiste en el recorrido por los humedales para extraer una pequeña cantidad de agua. Teniendo las muestras en el laboratorio y en frascos diferentes se procede a calibrar el espectrofotómetro, esta calibración consiste en dos sucesos importantes: el proceso (hallar A) y la herramienta (haz de luz). Por otro lado, el espectrofotómetro permite conocer el valor de la absorbancia de cada una de las muestras implementando la longitud de onda del espectro visible (685 nm). Una vez se tiene la mayoría de los componentes respectivos a la Ley de Lambert-Beer (A, ε y l), de tal manera que se procede a usar los resultados y reemplazarlos en la Ley de Beer con la intención de obtener el valor de la concentración; para conocer la concentración realizamos algunas estrategias de "despeje":

$$A = \varepsilon \cdot l \cdot C$$ Ley de Lambert-Beer

$$l = 1\ cm$$

$$A = \varepsilon \cdot C$$

$$C = \frac{A}{\varepsilon}$$ Dividiendo $\varepsilon$ en ambos lados

A continuación (Tabla 18), se organizan cada una de las incógnitas (A, ε y l) correspondientes a la ley de Beer y cada uno de los tres humedales visitados.

| | Córdoba | Conejera | Tibabuyes |
|---|---|---|---|
| **Absorbancia** | 0.001<br>Anexo 4 | 0.051<br>Anexo 3 | 0.053<br>Anexo 5 |
| **Coeficiente de extinción** | $0.02\ M^{-1}cm^{-1}$ | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Longitud de la trayectoria** | $1\ cm$ | | |
| **Concentración** | $c_1 = \frac{A}{\varepsilon \cdot l}$<br>$c_1 = \frac{0.001}{0.02}$<br>$c_1 = 0.05\ M$ | $c_2 = \frac{A}{\varepsilon \cdot l}$<br>$c_2 = \frac{0.051}{0.02}$<br>$c_2 = 2.55\ M$ | $c_3 = \frac{A}{\varepsilon \cdot l}$<br>$c_3 = \frac{0.053}{0.02}$<br>$c_3 = 2.65\ M$ |

*Tabla 18. Uso de ley de Beer*
*Fuente: elaboración propia*

Se presentan entonces los valores de la "concentración" obtenidos gracias a la ley de Lambert-Beer. Ahora bien, teniendo en cuenta que cada una de las muestras de agua analizadas fueron de 6 ml de agua, estos valores de la concentración se pueden interpretar de diferentes maneras; por un lado los datos numéricos obtenidos gracias al espectrofotómetro (relativo a lo cuantitativo), donde es posible especificar la concentración de polietileno por litro (L) de agua de la muestra; sin embargo las muestras obtenidas fueron de una cantidad menor, es por ello que se decide realizar la conversión de L a mililitros (mL). En el siguiente recuadro (Tabla 19) se realiza la respectiva conversión, esta vez teniendo en cuenta la cantidad de la muestra:

| **Concentración** | **Córdoba** | **Conejera** | **Tibabuyes** |
|---|---|---|---|
| M (Moles por litro) | $c_1 = 0.05\ M$ | $c_2 = 2.55\ M$ | $c_3 = 2.65\ M$ |
| En la muestra | $0.005 \cdot 0.006\ ml$<br>$0.0003\ moles$ | $2.55 \cdot 0.006\ ml$<br>$0.0153\ moles$ | $2.65 \cdot 0.006\ ml$<br>$0.0159\ moles$ |

*Tabla 19. Concentración de Polietileno*
*Fuente: elaboración propia*

Por otro lado, también se pueden interpretar los anteriores datos considerando las posibles afectaciones y la gravedad de los resultados en los humedales. Esto pues, en el humedal Córdoba se evidencia presencia de microplásticos en baja cantidad y es la más baja teniendo en cuenta los otros dos humedales. Los dos humedales restantes (Conejera y Tibabuyes) presentan una concentración de polietileno similar, pero son más elevadas, en comparación a la concentración del humedal anterior.

En estos dos casos, es conveniente prender las alarmas teniendo en cuenta que el nivel de concentración en las muestras son un poco elevado a comparación del humedal Córdoba, para ello se ha realizado algunas comparaciones para dar cuenta de la problemática, puesto que no es posible encontrar información acerca de los niveles de contaminación a causa de los microplásticos, a pesar de esto; podemos resaltar que en caso de acumulación si un organismo ingiere polietileno de manera repetida o continua, el material plástico puede acumularse en su sistema digestivo o en otros tejidos, lo que podría afectar la salud y el funcionamiento normal del organismo.

Gracias a la flexibilidad de las matemáticas para expresar los fenómenos naturales y ambientales, además del espacio de formación de matematización de fenómenos medioambientales fue posible determinar la presencia de microplásticos en 3 humedales diferentes, y teniendo en cuenta los efectos de estas diminutas partículas de microplástico en la flora y fauna de los humedales, los cuales están respaldados por diversos estudios científicos y organizaciones ambientales, incluyendo informes de National Geographic, tales como el de Daily, N. (2022), donde podemos afirmar que los micropartículas representan una grave amenaza para la flora y fauna en los humedales.

Ahora bien, el papel del profesor de matemáticas en el análisis y toma de decisiones desde una perspectiva sociocrítica, es esencial en la promoción de la educación ambiental. Los docentes de matemáticas no solo transmiten conocimientos numéricos, sino que también tienen la responsabilidad de fomentar la conciencia crítica y ambiental en sus estudiantes, ayudándolos a comprender cómo las matemáticas pueden utilizarse para abordar problemas socioambientales complejos como en este caso. Al integrar temas ambientales, los profesores pueden incentivar a los estudiantes para que se conviertan en ciudadanos informados y activos, que participen en la toma de decisiones responsables en relación con el medio ambiente.

La importancia de replicar este tipo de trabajos en aulas de clase convencionales radica en la necesidad de cultivar una ciudadanía crítica y comprometida que comprenda el impacto de sus acciones en el entorno natural y social. Al adoptar una perspectiva sociocrítica en la enseñanza de las matemáticas y al relacionarlas con la educación ambiental, los docentes contribuyen significativamente a la formación de futuras generaciones conscientes de la interconexión entre las matemáticas y el medio ambiente.

## Referencias bibliográficas

Daily, N. (2022). ¿Cómo afectan los residuos plásticos a los animales? National Geographic. Recuperado de https://www.nationalgeographic.com.es/naturaleza/asi-afecta-plastico-a-animales_12738

Eerkes Medrano, Richard Thompson, David Aldridge (2015) Microplastics in freshwater systems: A review of the emerging threats, identification of knowledge gaps and prioritisation of research needs. Water Reseach, Vol. 75.

Guo, Y., Liu, C., Ye, R., & Duan, Q. (2020). Advances on water quality detection by uvvis spectroscopy. Applied Sciences (Switzerland), 10(19), 1–18. https://doi.org/10.3390/app10196874

Khan academic (s.f) Introducción a la Espectrofotometría. recuperado de https://es.khanacademy.org/science/ap-chemistry-beta/x2eef969c74e0d802:intermolecular-forces-and-properties/x2eef969c74e0d802:beer-lambert-law/v/spectrophotometry-introduction

Morillo-Velarde Martínez, L. (2021). Efectos potenciales de los microplásticos en la salud humana.

Naciones Unidas ONU (2019) Los microplásticos en el pescado y los mariscos, ¿deberíamos preocuparnos? Recuperado de https://www.eltiempo.com/vida/medio-ambiente/informe-de-la-onu-sobre-contaminacion-del-mar-por-plastico-78184

Naciones Unidas ONU (s.f) Objetivos de desarrollo sostenible. 6° Agua y saneamiento. Recuperado de https://www.pactomundial.org/ods/6-agua-limpia-y-saneamiento/#:~:text=El%20ODS%206%20pretende%20lograr,de%20sus%20productos%20y%20servicios%E2%80%A6%C2%BB

# UNIENDO HUELLAS

Jhoan Sebastián Rivera Castro – Jhsriverac@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Juan Esteban Méndez Ortiz – Jemendezo@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Tania Valentina Alarcón Camacho – Tvalarconc@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

El presente documento es una experiencia en el aula de la licenciatura, en la cual se realizó una matematización con respecto a la sobrepoblación de perros deambulantes en la ciudad de Bogotá en la localidad de ciudad Bolívar. Teniendo como foco la incidencia de esta población respecto a salubridad pública y la enfermedad canina moquillo.

El objetivo principal es vincular los procesos de matematización, asociando internamente algunos esquemas matemáticos y estadísticos, con procesos de concientización respecto a la problemática; a partir de un análisis de datos de un grupo de estudiantes y dos charlas informativas, en el espacio de formación Matematización de problemas medio ambientales, del proyecto curricular de Licenciatura en Matemáticas (LEMA) de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Para ello, se realizó un análisis de datos a partir de un estudio de caso de tipo cualitativo y cuantitativo, teniendo como resultados alarmantes estimaciones que afectaran a la ciudadana de Bogotá y especialmente a la población de esta localidad. Con respecto a problemáticas de

salubridad, tratamiento de residuos y de una posible disminución de la población canina a causa de una epidemia de moquillo.

## Palabras clave:

Perro deambulante, estado de ánimo, estimación de población, epidemia, conciencia ambiental.

## Introducción

La matematización realizada estudio se centra en la población vulnerable de perros deambulantes en la localidad de Ciudad Bolívar en Bogotá y su impacto en la salud pública, ya que según Guzmán (2008), se ha observado que esta población contribuye a la transmisión de enfermedades como la Rabia, el Moquillo y la Leptospirosis. Cabe destacar que este estudio no es descriptivo-analítico, sino un proceso de indagación que involucra una perspectiva de la matematización alrededor de esquemas estocásticos y deterministas sobre los perros deambulantes en la localidad de Ciudad Bolívar, en Bogotá en relación con la salud pública, específicamente en cuanto a la enfermedad del Moquillo que afecta a estos animales.

Para llevar a cabo la matematización, se ha planificado una metodología que consta de cinco fases. En la primera fase, se establecerán los tiempos de desarrollo, se estudiará el marco de referencia y se planteará la problemática. En la segunda fase, se recopilará información suministrada por el Instituto de Protección Animal Distrital y la fundación Corazón Canino 11, ubicada en la localidad propuesta.

La tercera fase se enfocará en el análisis profundo de la información recolectada, utilizando métodos como la interpolación y extrapolación para calcular la densidad y estimar la población, entre otros. La cuarta fase se centrará en el desarrollo de una estrategia de concientización para abordar el problema identificado, a partir de un video en donde se muestra la entrevista realizada a Jhonatan Huila, representante legal de la fundación Corazón Canino 11, acompañado con una breve actividad y una propuesta para los espectadores.

Por último, la quinta fase denotará las conclusiones, las cuales fueron enfocadas a la preocupante cifra de perros deambulantes en la localidad de Ciudad Bolívar y Bogotá que se estima para el año 2030, pues para ese año la cifra de Bogotá estará alrededor de 30000 perros deambulantes, pero esa cifra se le atribuyera a Cuidad Bolívar, dejando de

ser un problema capitalino y pasando a un problema exclusivo de esta localidad. Lo anterior, Generaría grandes desordenes en el control de basuras, salubridad pública y sobrepoblación de perros deambulantes, perjudicando aspectos ambientales y de las personas que habitan esta zona. Además, se resalta que este trabajo tendrá un enfoque mixto, manejando aspectos cualitativos y cuantitativos.

## Descripción de la propuesta

El propósito de esta investigación es desarrollar un proceso de matematización que permita promover procesos de concientización a cerca del fenómeno de perros deambulantes y su impacto en la sociedad; para ello, será necesario inicialmente realizar una matematización con respecto a la población animal canina en Bogotá. Específicamente en la localidad de ciudad Bolívar. Además, se diseñó un video y una actividad con el objetivo de transmitir un mensaje de concientización, teniendo en cuenta aspectos como las condiciones de vida, la estimación y la predicción de la población canina.

Según el Instituto de Protección Animal, se estima que hay una población de aproximadamente 66,467 perros en Bogotá. Ciudad Bolívar es la localidad con la mayor población canina, con alrededor de 11,818 perros. Para obtener esta estimación, se utilizaron 10,473 datos en Bogotá, de los cuales el 20.39% correspondió a la localidad de Ciudad Bolívar, con 2,135 datos.

De la población canina mencionada anteriormente en la localidad de Ciudad Bolívar, se sabe que el 82.58% son perros domésticos callejeros, mientras que un pequeño porcentaje del 6.79% son semi ferales y el 0.23% son considerados ferales. Esto indica que existe una gran población canina vulnerable a enfermedades, reproducción descontrolada y otros factores ambientales. Además, solo el 7.26% de la población está esterilizada. Por otro lado, Guzmán (2008) señala diversas problemáticas de salud pública relacionadas con la población canina, como la recolección de excrementos, enfermedades como la rabia, leptospirosis y el moquillo, así como los accidentes viales. El aumento desmedido de la población canina conlleva a un incremento en la interacción entre humanos y perros, lo cual aumenta el riesgo de transmisión de enfermedades y la cantidad de reportes por agresiones, lo cual se ha extendido a toda la población (Beck 1975).

Según Vargas et al. (2022), la población de estudio se define como "perros deambulantes", que incluye a los caninos que se encuentran en la vía pública sin control

directo o indirecto por parte de los seres humanos, incluso aquellos que están en jardines o patios con acceso a la calle. Además, se define a los "perros callejeros" como aquellos animales que, en las primeras etapas de su vida, crearon un vínculo con los humanos y dependen de esta relación, ya sea directa o indirectamente, para alimentarse y sobrevivir. Por lo general, son animales abandonados o perdidos que tienen un comportamiento solitario.

## Metodología

El estudio se desarrolló mediante una metodología mixta, Por lo tanto, desde un enfoque cualitativo se puede comprender los diferentes niveles del estado anímico, nutricional y físico de los perros deambulantes. Mientras que el enfoque cuantitativo permite establecer procesos de matematización, tales como la interpolación y extrapolación lineal en aras de predecir la densidad poblacional de perros deambulantes en el territorio determinado, así como la relación $\frac{perro}{Humano}$ de esta localidad.

Las etapas en las que suelen integrarse los enfoques cuantitativo y cualitativo según Hernández, Sampieri y Mendoza son fundamentalmente las siguientes: 1) el planteamiento del problema; 2) el diseño de investigación; 3) el muestreo; 4) la recolección de los datos y 5) los procedimientos de análisis de los datos y/o la interpretación de los datos (resultados) A partir de estás, se estipularon cinco fases para el desarrollo de la investigación como se muestra a continuación.

La primera fase se centró en la búsqueda de las problemáticas que ocasiona la sobrepoblación de perros deambulantes en una determinada localidad, es así como Guzmán (2008) menciona que aumentan las posibilidades de transmisión de enfermedades tales como la Rabia, la Leptospirosis entre otras. Otros estudios, como Vargas et (2022) que indica la población estimada de perros deambulantes en la localidad de Ciudad Bolívar es de 11818 en el año 2022.

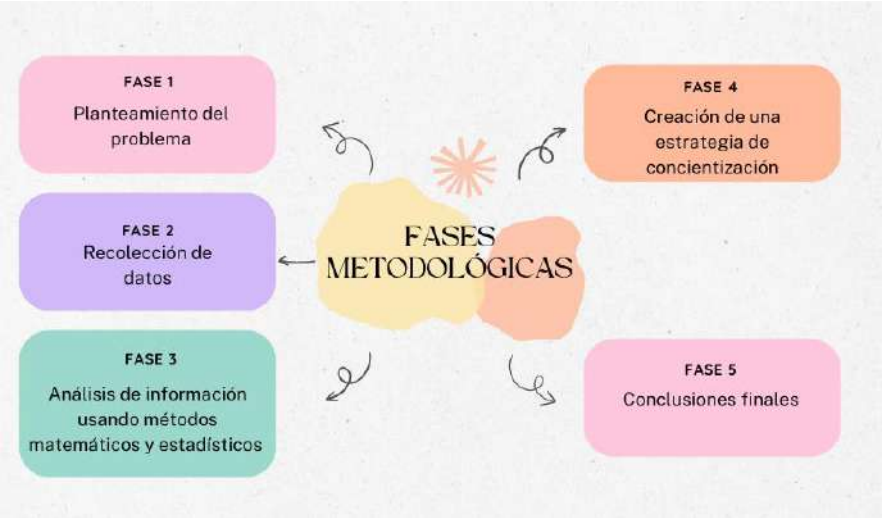



*Figura 51. Fases metodológicas*
*Fuente: elaboración propia*

Por otro lado, la secretaria Distrital de Salud de Bogotá en el año 2016 realizó la estimación de 7000 perros deambulantes en la localidad de Ciudad Bolívar. Por ende, durante los últimos 7 años hubo un incremento de aproximadamente 68.9 % respecto al año 2016, lo que genera un gran impacto en la salubridad publica de Ciudad Bolívar. Como se evidencia en el reporte de City Tv (2023) “En la localidad de ciudad Bolívar, 2 de cada 3 perros deambulantes murieron por la enfermedad de Moquillo en el mes de mayo”.

Lo anterior, fortalece la segunda fase metodológica, dado que a partir de una entrevista (anexo1) realizada al representante legal de la Fundación Corazón Canino 11, se realizó una recolección de datos en cuanto a los protocolos y procesos de acogimiento, cuidado nutricional y físico de los perros deambulantes. Por otro lado, se solicitó al Instituto de Bienestar y Protección Animal Distrital información acerca de la densidad y estimación poblacional de perros deambulantes en los últimos 8 años en la localidad de Ciudad Bolívar, por medio de una carta formal, la cual fue respondida a los 14 días hábiles.

En cuanto a la tercera fase, esta se enfocó en el análisis de la información, realizando una estimación por interpolación lineal para describir el aumento poblacional de perros deambulantes durante el periodo de (2016-2022) y por otro lado una extrapolación lineal para predecir el preocupante aumento durante los próximos 3 años (2022-2025) el cual se evidencia en el anexo 2. Además, teniendo en cuenta la densidad poblacional de perros deambulantes en Ciudad Bolívar en el año 2022, se estimó la

densidad poblacional de esta especie en el periodo de (2016-2025), teniendo en cuenta el área de la localidad.

En la cuarta fase, la estrategia de concientización fue dirigida al grupo 881 del espacio académico de matematización de problemas medioambientales de (LEMA) en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Se presentó un video de aproximadamente 7 minutos, sobre la entrevista realizada a Jhonatan Huila representante legal de la fundación Corazón Canino 11, en la cual se abordan temas sobre el estado nutricional, las condiciones físicas, los factores que influyen en el abandono animal, el estado anímico y finalmente las responsabilidades a la hora de adoptar un perro.

Por otro lado, se complementó con una breve actividad que consistía en observar de manera superficial el contenido de las redes sociales de la fundación (Instagram) y expresar sus sentimientos frente a estas imágenes. En el contenido, se encuentran diferentes casos de perros abandonados, mostrando el antes y el después seguido del tratamiento realizado por la fundación, cabe aclarar que había fotos sensibles. Al socializar, muchos de los estudiantes quedaron impactados, sensibles y concientizados frente al abandono animal.

Posteriormente, se hizo una invitación para realizar un voluntariado acompañando a los perros en una caminata de 3 horas aproximadamente y a una jornada de alimentación en los barrios aledaños, dirigida por el representante legal de la fundación.

Finalmente, en el noveno EDEM se realizará una actividad adicional donde los participantes deberán afrontarse a una situación cotidiana de la fundación, como lo sería el evaluar y determinar la cantidad de alimento necesario para alimentar a la población canina de la fundación, buscando generar un modelo optimo.

La última fase se fundamentará en las conclusiones a partir de la fase tres. Estimando que en Bogotá la relación interpolar disminuirá en el año 2025 con respecto a años anteriores siendo una reducción significativa de la densidad poblacional canina deambulante, se establece un estimado que por cada 147 humanos se espera encontrar 1 perro y que en cada kilómetro cuadrado se espera encontrar una población de 146 perros. Afirmando que existieran 54700 perros, mientras que en el presente año (2023) hay una población de 66467 perros ambulantes.

Por otro lado, se espera que la población de perros callejeros en Ciudad Bolívar tenga un aumento significativo para el año 2025, a diferencia de lo que sucede en el conjunto de Bogotá. Esto implica que el incremento en la población canina en Ciudad Bolívar será mayor que en años anteriores, y se estima que habrá aproximadamente un perro por cada 47 habitantes.

Este aumento se reflejará en una densidad de aproximadamente 417 perros por kilómetro cuadrado. En consecuencia, se estima que habrá un total de 14,227 perros callejeros en la zona, en comparación con la población actual de 11,818 perros callejeros. Teniendo en cuenta la razón entre humanos y perros realizada anteriormente.

## Conclusiones

El primer aspecto alarmante es la sobrepoblación canina en la localidad de Ciudad Bolívar, la cual se estima que seguirá siendo la localidad con mayor cantidad población canina deambulante. Si se tiene en cuenta que actualmente 2 de cada 3 perros deambulantes han muerto por moquillo, se estarían dando elementos de una posible epidemia que reduciría significativamente la población canina en dicha localidad y por ende en Bogotá. Lo cual estaría fuertemente relacionado con un grave problema de salubridad pública.

Cabe resaltar que dicha sobrepoblación en la localidad de Ciudad Bolívar está relacionada con el tratamiento de los residuos orgánicos y los protocolos de aseo de Bogotá, lo que ha conllevado a una migración masiva de perros deambulantes desde las diferentes localidades hasta Ciudad Bolívar u otras localidades que presente la misma problemática.

Finalmente, nuestra actividad de concientización tuvo impacto significativo en los estudiantes y profesor presentes en el curso 881 del espacio académico de matematización de problemas medioambientales de LEMA. Lo que conllevo a que los sujetos presentes se interesaran en realizar un proceso de adopción, participar en espacios de voluntariado con la fundación y por la naturaleza cruda de la situación, se presentaron emociones que conllevaron a realizar una reflexión profunda o querer llorar en algunos casos particulares.

## Referencias bibliográficas

Downes, M., Canty, M. J., & More, S. J. (2009). Demography of the pet dog and cat population on the island of Ireland and human factors influencing pet ownership. Preventive Veterinary Medicine, 92, 140-149.

Guzmán, L. (2008, 14 de septiembre). Perros Callejeros, Problemas de Salud Pública. Porta Veterinaria. https://www.portalveterinaria.com/actualidad-veterinaria/actualidad/16730/perros-callejeros-problemas-de-salud-publica.html

Hernández Sampieri, R., & Mendoza, C. (2014). Metodología de la investigación (6ª edición). https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf

Malaver, C. (2016, 10 de febrero). Instituto de Bienestar Animal protegería a 90.000 perros callejeros. El Tiempo. https://www.eltiempo.com/archivo/documento/CMS-16506760

Vargas-Madrid, M., Jiménez-Villegas, T., Ríos-Cobas, A., Moreno-Velásquez, J. S., Herrera-Garzón, D. S., & Rubio-Vallejo, J. G. (2022). Estimativo de la abundancia y densidad poblacional de perros deambulantes (Canis lupus familiaris) en la localidad Ciudad Bolívar, Bogotá, Colombia: una aproximación al bienestar animal. Instituto Distrital de Protección y Bienestar Animal -IDPYBA-, Instituto de Protección y Bienestar Animal de Cundinamarca -IPYBAC. Bogotá, Colombia. p. 1-41.

## Anexos

(Anexo 1) INTERPOLACIÓN Y EXTRAPOLACIÓN.docx; y (Anexo 2) SERIE DE TIEMPO LINEAL, PERROS DEAMBULANTES EN BOGOTA HASTA 2030.R

PÓSTER

# KILOCÁLCULO SOCIAL

Darly Dayana Palomino Ortiz – ddpalominoo@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

María Camila Rincón Martínez – macrinconm@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Odilia Katherin Alcazar Polo – odilia@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

El recurso principal que se desarrolló en el trabajo fue una calculadora, por medio del programa Matlab, que permite identificar las categorías en las que se encuentran respecto a su índice de masa corporal y definir cuántas kilocalorías consumen durante sus comidas diarias, dando recomendaciones para poder tener una alimentación balanceada, según sean sus datos y, para ello, se tiene en cuenta su índice de masa corporal, y la tasa metabólica basal. Para hacer uso del recurso se efectuó un cuestionario a personas pertenecientes a la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, para realizar su respectivo análisis. Se encontró que la mayoría de las personas tienen un tipo de alimentación omnívora, y su intensidad física es moderada. También hay personas que tienen un alto consumo de gaseosas, y no sufren de alguna patología que influya en su diario vivir. El proceso de recolección de datos no fue sencillo, pues dentro de la población se encuentran muchas más personas, por lo tanto, el análisis se basa solo en una muestra relativamente pequeña. Los modelos recopilados durante el análisis han sido tomados desde otros estudios ya realizados en el tema, pues al ser un tema de interés para la comunidad, se hace interesante y necesario de investigar.

## Palabras clave

Alimentación, índice, problemática, análisis, recurso.

## Introducción

La Organización Mundial de la Salud (2021) nos informa que, para el año 2021, "1.900 millones de adultos tienen sobrepeso o son obesos, mientras que 462 millones de personas tienen insuficiencia ponderal" La insuficiencia ponderal se refiere al momento en que la persona se encuentra en un estado de alimentación insuficiente. La malnutrición favorece a estas puedan presentar desnutrición o problemas relacionados con la obesidad o sobrepeso, sin olvidar también los problemas de enfermedades no transmisibles relacionadas con la alimentación, en las que se abarcan las enfermedades cardiovasculares, cáncer o diabetes, según la OMS.

Desde dicha visión, se puede indicar que muchas personas en el mundo no cuidan su alimentación diaria, a esto se le pueden asociar factores como el tiempo, la actitud, el dinero y demás aspectos que influyen de manera directa con la alimentación. La creación de la calculadora tiene como propósito que cualquier persona mayor de 18 años pueda hacer uso de ésta, para definir, el índice de masa corporal (TMC), en qué categoría se encuentra y cuántas son las kilocalorías que debería consumir diariamente, según la tasa metabólica basal (TMB) en el que influye el sexo, la edad, el peso y la altura.

Se realizó un análisis a 59 de los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Los datos recolectados fueron a través de un cuestionario, en donde se tuvieron en cuenta factores como la intensidad física, la edad, el peso, la altura, cantidad y productos de comida diaria en sus almuerzos, el tipo de alimentación y si presentaban alguna patología. La calculadora ofrece consejos sobre disminución y/o aumentos de ciertos alimentos en la dieta de la persona que quiera hacer su respectivo uso.

## Descripción de la propuesta

Uno de los grandes problemas que hoy en día enfrenta la sociedad colombiana y mundial, es todo lo referente al consumo desmedido y las afectaciones a la salud que se pueden presentar si no se tiene una alimentación balanceada, denotado así por el Ministerio de Salud colombiana y por Cadenas (2021) los cuales indican que, en Colombia, más del 50% de la población posee un exceso de peso, convirtiéndose aquello en un problema de salud pública.

Adicionalmente, la Organización Mundial de la Salud (2021) informó, en plena época de pandemia, la existencia de "1.900 millones de adultos que poseen un exceso de

peso, mientras que 462 millones de personas poseen inanición", esto junto a los posibles problemas de enfermedades no transmisibles relacionadas con la alimentación, en las que se abarcan las enfermedades cardiovasculares, cáncer o diabetes, entre otras.

Es desde dicha perspectiva que podemos indicar que muchos individuos en el mundo no poseen hábitos de cuidado alimenticios en su diario vivir, esto se puede asociar a diversos factores como lo son los económicos, los psicológicos, actitudinales, relacionados con el tiempo que disponen y también con aquellos relacionados con la falta de información, y concientización acerca de la malnutrición, causando así una predisposición ante las consecuencias que se pueden presentar en aquellos hábitos alimenticios poco saludables.

Es por ello, que la creación de la calculadora tiene como propósito que cualquier individuo pueda hacer uso de ésta, para definir, según su peso, altura y edad, lo que viene siento, el índice de masa corporal (TMC), en qué categoría se encuentra y cuántas son las kilocalorías que debería consumir diariamente, según la tasa metabólica basal (TMB) en el que influye el sexo, la edad, el peso, la intensidad física y la altura y ser comparada con las kilocalorías que consume de manera diaria.

Para ello, se realizó un exhaustivo análisis y comparativa entre diversos modelos matemáticos ya establecidos por diferentes personas o entidades como la organización mundial de la salud y, si bien, estos modelos no son deterministas o globales, sí permiten al menos un intento de pronosticar aquellos elementos relacionados con la alimentación, en donde, según el artículo "Tasa metabólica basal ¿una medición sin fundamento adecuado?", que indica que la correlación entre los modelos y los valores obtenidos en calorimetría indirecta se relacionan hasta el 70 % en el mejor de los casos, permitiendo así una predicción cercana a la cantidad del gasto energético que un cuerpo en reposo completo necesita.

Gracias a dichos análisis y comparativas, se observó que los estudios realizados para calcular la TMB estaban enfocados en una sola población objetivo, ya sea con sobrepeso, obesidad, etc. Según la Revista Colombiana de Endocrinología, Diabetes y Metabolismo (2020) se han realizado diversos estudios en ciertas poblaciones, y se han tomado los mismos parámetros, sin haber descifrado la correlación entre estos, dado que las ecuaciones utilizadas fueron creadas en poblaciones mayoritariamente de hombres, y personas jóvenes caucásicas, saludables, de peso normal y obesos, lo cual, si bien refleja a cierta población en el mundo, el cálculo de la TMB también se puede ver afectado, por ejemplo si la persona ha practicado deporte, si ha consumido algún alimento, la región y el tipo de consumo que esta posea, entre otros. Los órganos internos, como el corazón,

cerebro, hígado y riñón, que corresponden al 7 % del peso corporal, son responsables del 60 % de la TMB, entre otros elementos.

Reconociendo la inmensidad de modelos existentes para la predicción de la tasa metabólica basal, existiendo alrededor de 2000, se decidió emplear dentro del análisis los modelos realizados por FAO/WHO/UNO (1987) el cual fue modificado en el 2004, Rodríguez y colaboradores (2010), y Huang y colaboradores (2004), los cuales se tiene en cuenta poblaciones sanas, en sobrepeso, obesidad, bajo peso que fueron los datos recogidos en el cuestionario realizado. Adicionalmente, gracias al modelo propuesto por Huang, se tiene en cuenta a personas con diabetes mellitus y obesidad, lo cual permite la evaluación de estas dos condiciones de vida de manera más acertada.

Gracias a dichos modelos y una encuesta realizada a estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas, se logró no solo la producción de una herramienta intuitiva que permitiera calcular el índice de masa, el consumo energético que necesita un cuerpo para subsistir junto con el promedio de kilocalorías que un individuo consume según ciertos tipos de alimentos de manera asequible e intuitiva, además de ello, se llegó a ciertos resultados en donde se realiza un reconocimiento de la población, en la cual, si bien el 79.6% de los encuestados se encuentran en un índice de masa corporal normal, se observó que dentro de los susodichos se ha generado un hábito de mala alimentación, pues el 57,62% expuso que consumía en la semana entre 0,2 litros de gaseosa y 17 litros de la misma, por otro lado, considerando que el consumo excesivo de la misma aumenta el riesgo de contraer enfermedades no transmisibles se analizó cuántos de los encuestados consumen 2 o más litros de gaseosa a la semana lo que equivale al 20,33%, siendo este factor significativo para la muestra, ya que se aumenta el riesgo de enfermedades cardiovasculares y del sistema óseo.

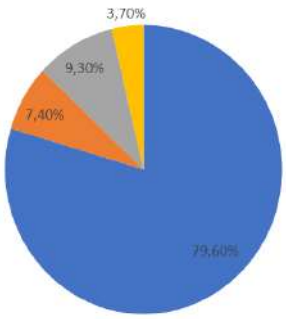



*Figura 52. Resultados encuesta*
*Fuente: elaboración propia*

## Conclusiones

Cada persona cuenta con una cultura y creencia diferente, por lo tanto, los factores que pueden influir en sus costumbres son variados e inciden en sus hábitos alimenticios. Los tipos de alimentación existentes contienen la cantidad de nutrientes, vitaminas, y demás, necesarios para que la persona cuente con una nutrición apropiada en su vida.

Dados estos factores, la calculadora se complementa con la cantidad de ejercicio que una persona realiza, siendo este vital para poder mantener un cuerpo sano y con defensas ante posibles enfermedades hereditarias o no, verificando que incidencias puede tener a corto y largo plazo en el sistema inmunológico.

Por otro lado, al cuestionar el consumo de bebidas azucaradas se consideran factores cardiovasculares que una persona puede tener a largo plazo.

Dado que la calculadora se creó a través de ecuaciones propuestas hacia ONG´s y estas fueron aceptadas según el entorno aplicado, está puede ser utilizada por aquellas personas que lo deseen si no sesgan las dietas como factor a la hora de leer los resultados y las kilocalorías que deben consumir, este es recurso que cada persona de habla hispana puede utilizar y aplicar.

## Referencias bibliográficas

Cadena, E. (2021). Obesidad un Factor de Riesgo en el COVID-19. *Ministerio de Salud y Protección Social: Bogotá, Colombia*.

CEPAL, N. (2007). Principios y aplicación de las nuevas necesidades de energía según el Comité de Expertos FAO.

Gómez-Maquet, S., Restrepo-Betancur, L. F., Velásquez-Vargas, J. E., Rodríguez-Vargas, D., & Deossa-Restrepo, G. C. (2018). Comparación entre ecuaciones para estimar el requerimiento energético en mujeres antioqueñas con exceso de peso (Colombia).

Huang KC, Kormas N, Steinbeck K, Loughnan G, Caterson ID. Resting meta-bolic rate in severely obese diabetic and nondiabetic subjects. Obes Res. 2004;12(5):840–5.

Livesey G. Energy and protein requirements the 1985 report of the 1981 Joint FAO/WHO/UNU Expert Consultation. Nutr Bull. 1987.

Malnutrición. (2021, 9 junio). https://www.who.int/es/news-room/fact-sheets/detail/malnutrition

Para adultos. (2022, 29 agosto). Centers for Disease Control and Prevention. https://www.cdc.gov/healthyweight/spanish/assessing/bmi/adult_bmi/index.html

Puche, R. C. (2005). El índice de masa corporal y los razonamientos de un astrónomo. Medicina (Buenos Aires), 65(4), 361-365.

Rodrigues AE, Mancini MC, Dalcanale L, Melo ME de, Cercato C, Halp-ern A. Characterization of metabolic resting rate and proposal of a new equation for a female Brazilian population. Arq Bras Endocrinol Metabol. 2010;54(5):470–6.

Sánchez, P. E., Polanco, J. P. & Rosero, R. J. (2020). Tasa metabólica basal ¿una medición sin fundamento adecuado? Revista Colombiana de Endocrinología, Diabetes & Metabolismo, 7(1), 30-36. https://doi.org/10.53853/encr.7.1.565

PÓSTER

# EL DISEÑO, LA CREACIÓN Y LA IMPLEMENTACIÓN DE UN VIDEOJUEGO MATEMÁTICO (ESTADÍSTICO) ENFOCADO A LOS SÍNTOMAS COMUNES DE LA ANSIEDAD EN ESTUDIANTES DE CICLO 4 DEL COLEGIO NSLG.

Juan Camilo Cortes Carrero – jcortesc-02@slgonzaga.edu.co

Colegio Nuevo San Luis Gonzaga

Juan Camilo Jiménez Velasco – jjimenez-mat@slgonzaga.edu.co

Colegio Nuevo San Luis Gonzaga

## Resumen

El principal objetivo de este poster es ofrecer una Guía que permita mostrar y dar a conocer los síntomas comunes que padecen las personas con trastorno de ansiedad, por medio de la implementación de un videojuego con un enfoque estadístico en el análisis de gráficos específicamente y actividades dinámicas, las cuales ayudarán a entender cómo reaccionar adecuadamente ante una persona que padece del trastorno de ansiedad. Haciendo uso de herramientas tecnológicas, como lo son los videojuegos, se logrará resaltar la relación entre la matemática y la psicología; dos ramas pedagógicas que pueden fortalecer la concientización acerca de los trastornos mentales, que pueden llegar a ser difíciles de manejar por una persona que los padece, además, este póster busca ayudar también a resaltar cómo la vida del paciente puede mejorar drásticamente una vez reciba el tratamiento adecuado, la importancia de dichos tratamientos y como se puede motivar a dicha persona a tomarlos, dándole a entender todas las ventajas que este supone una vez finalizado el proceso.

## Palabras clave

Ansiedad, enfoque estadístico, Trastornos mentales, Herramientas tecnológicas, Matemática.

## Introducción

Se debe tener en cuenta que hoy en día con el conocimiento de los trastornos mentales, y la presencia de los mismos en los adolescentes no se les ha brindado una atención adecuada en las instituciones colombianas; en Colombia el Ministerio de salud realizó un estudio frente al tema de salud mental en el país y afirman que desde el Sistema Integral de Información de la Protección Social (SISPRO) reporta que las atenciones por depresión y Ansiedad se han incrementado desde el año 2009 y el diagnóstico de Ansiedad moderada se realizó en 36.584 atenciones en 2015 (Minsalud, 2017).

Un reto progresivo tanto para el gobierno, empresas, instituciones públicas o privadas, instituciones educativas y otros espacios que se llegan a afectar “Las pérdidas no son solo en vidas. Económicamente, por motivos como la caída en la productividad, la apatía o la falta de energía, cuesta mundialmente más de 1 billón de dólares” (Montenegro, 2017), es decir la depresión como la ansiedad desde sus diferentes síntomas permean el contexto de manera tal que su no abordaje podría desencadenar un efecto devastador y lamentable; la estadística en este poster juega un papel importante ya que, se utiliza debido a la facilidad que tiene en explicar cifras y datos respecto a otras ramas de la matemática y la cual permite evidenciar y dar cuenta de los múltiples casos de ansiedad que se presentan;  el videojuego se utilizará como herramienta de ejecución del proyecto y facilitadora para el aprendizaje, pues es más simple retener información si se aprende por un medio didáctico que por un medio puramente teórico.

## Descripción de la propuesta

Este propuesta se encuentra en proceso de construcción ya que hace parte de una acercamiento a un documento monográfico que servirá para obtener el título de bachiller a un estudiante de la institución; la propuesta se basa en concientizar a la población respecto a la importancia de los trastornos mentales, principalmente el de la ansiedad, debido a los múltiples casos presentados en el país y en la ciudad, según la OMS y la PAHO, la ansiedad cuenta con un alarmante porcentaje de 3.6% de personas diagnosticadas a nivel mundial, sin embargo, debido a la falta de conocimiento y diagnóstico de la

enfermedad es probable que más del doble de personas que se diagnostican padezcan de este trastorno, por ello, se hace necesario generar una concientización. La población seleccionada (estudiantes de ciclo 4 es decir alrededor de los 13 y 16 años) se escogió, debido a que, según la OMS, la gente de entre 10 y 19 años hace parte de un índice del 13% de población padeciente, significando esto que el 13% de los jóvenes entre 10 y 19 años de edad presentan los síntomas diagnosticados de la ansiedad.

El primer paso para realizar la concientización anteriormente mencionada es identificar los síntomas comunes, que para este trastorno son el estrés, taquicardia, ataques constantes, irritabilidad, fatiga y falta de sueño, entre otros; una vez identificados, estos van a permitir diagnosticar el trastorno, un Estudio Nacional de Salud Mental en Colombia, realizado en el año 2003 por el Ministerio de la Protección logró determinar que el 11,7% de los hombres y el 17,5% de las mujeres han padecido un trastorno afectivo alguna vez en su vida y que, dentro de estos, el Episodio Depresivo Mayor tiene una mayor incidencia, con un 8,6% en hombres y un 14,9% en mujeres. Un tema relevante de mencionar y que se debe tener en cuenta en los planes prevención y promoción.




*Figura 53. Esquema del póster*
*Fuente: elaboración propia*

El papel del videojuego en este póster es poder implementar e inducir estrategias para que el jugador incite al paciente a visitar al profesional de la salud, lógicamente esto engloba reconocer los síntomas, por esto el videojuego dividirá su desarrollo en dos partes, la primera se basará en reconocer los síntomas y la segunda en estrategias para alentar al paciente a acudir a un profesional de la salud mental. Por otro lado, la implementación de la estadística en este videojuego cumplirá un papel fundamental, pues la estadística es la rama de la matemática con la cual se entiende de una manera más efectiva y sencilla la distribución de datos, esta distribución de datos será

fundamental a la hora de explicar la gravedad de los porcentajes y relacionarlo con el tema principal que es la concientización y el apoyo a acudir a un profesional.

## Conclusiones

La depresión y la ansiedad no es exclusiva para unos y para otros no, claramente existen predisponentes de diferentes tipos, pero el tema está en que cualquier persona puede estar presente. La problemática de manera concisa sigue en aumento, lo que se pone sobre la mesa son las herramientas o nuevas propuestas, teniendo en cuenta la necesidad particular de poder comunicar lo que pasa de quien transita los síntomas, pero existe la sensación de incapacidad de poder hacerlo, es allí donde las matemáticas y los videojuegos ofrecen un panorama distinto y es a lo que se apunta, una herramienta de sensibilización de la temática y de acercamiento a la población.

## Referencias bibliográficas

Minsalud. (2017). Boletín de salud mental Depresión Subdirección de Enfermedades No Transmisibles. Bogotá: Mindsalud. Obtenido de https://www.minsalud.gov.co/sites/rid/Lists/BibliotecaDigital/RIDE/VS/PP/ENT/bolet in-depresion-marzo-2017.pdf.

Depresión y otros trastornos mentales comunes. Estimaciones sanitarias mundiales. Washington, D.C.: Organización Panamericana de la Salud; 2017. Licencia: CC BY-NC-SA 3.0 IGO-tomado de: https://iris.paho.org/bitstream/handle/10665.2/34006/PAHONMH17005-spa.pdf

OMS. (30 de Enero de 2020). Depresión. Centro de prensa OMS, pág. 2. Obtenido de https://www.who.int/es/news-room/fact-sheets/detail/depression

Manual Diagnóstico y Estadístico de los Trastornos Mentales. (2013). Manual Diagnóstico y Estadístico de los Trastornos Mentales DSM-5. Arlington: Editorial Médica Panamericana.

PÓSTER

# TIPOS DE GENERALIZACIÓN QUE PRODUCEN LOS ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL CODEMA CUANDO SE ENFRENTAN A TAREAS DE GENERALIZACIÓN DE PATRONES EN LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA

Ana Yamile Meza Quintero – yamilemeza9@gmail.com

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

María Angélica Ramírez Archila – maramireza@upn.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Rodolfo Vergel Causado – rvergelc@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

En los últimos años, uno de los intereses de la investigación en Educación Matemática ha sido el estudio de los tipos de generalización de patrones que realizan los estudiantes, ya que es un factor fundamental para potenciar el pensamiento algebraico. Por esta razón, a través de este póster se presenta la primera parte de nuestro proyecto de tesis, el cual pretende ampliar y aportar a dichas investigaciones, pues tiene como finalidad documentar los tipos de generalización que producen los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Distrital CODEMA en la actividad matemática cuando se

enfrentan a tareas de generalización de patrones. Para ello, se realizó una prueba piloto con dos estudiantes de grado octavo de dicha institución y, a partir de las producciones de los estudiantes, se identificaron, caracterizaron y describieron los medios semióticos de objetivación que se movilizaron en cuatro tareas diseñadas y adaptadas y, de esta manera se analizó e identificó si hubo alguna presencia del componente de abducción analítica.

## Palabras clave

Teoría de Objetivación, generalización de patrones, medios semióticos, abducción analítica, pensamiento algebraico.

## Introducción

Teniendo en cuenta lo establecido por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), en lo referente a los Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas (1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), explicitan cinco tipos de pensamientos tales como el variacional, espacial, métrico, aleatorio y numérico; siendo este último, uno de los más desarrollados en las clases de matemáticas en primaria. Según el MEN (2006), el pensamiento variacional debe generar la posibilidad de analizar de qué manera cambia una secuencia, de conjeturar sobre la forma o el valor del término siguiente, de expresar en forma oral o escrita los términos siguientes, de intentar formular procedimientos que permitan reproducir un patrón o calcular el siguiente término, o de confirmar o refutar conjeturas.

En cuanto al pensamiento algebraico, las investigaciones realizadas en los últimos años han demostrado que, al momento de proponer tareas que involucren la generalización de secuencias de patrones, se potencia el pensamiento algebraico en los estudiantes. Cabe resaltar que, según el MEN (1998) la generalización es un proceso que involucra la visualización, la exploración, la manipulación de los números y de las figuras, por lo cual está en el núcleo de toda actividad matemática, siendo considerada como el nivel más alto de la modelación matemática.

Además, la generalización se logra a partir de procesos ordenados, secuenciados, orientados y guiados por el profesor, quien llevará a los estudiantes a observar, expresar, describir, formular hipótesis y verificar conjeturas a través de una secuencia. También, el estudiante tendrá la posibilidad de describir lo que cambia, cómo varía y lo que permanece constante teniendo en cuenta los términos de dicha secuencia.

De acuerdo con lo anterior, en la elaboración de esta investigación se tomaron aportes de las investigaciones realizadas por Callejo, et al., (2016), Radford (2018), Zapatera (2018a), Gustin y Pontón (2020), Ayala & Molina (2021), Vergel (2015), Uicab, et al., (2022), Vergel, et al., (2022) y Vergel (2016), las cuales contribuyeron a profundizar y analizar la manera en que los estudiantes realizan procesos de generalización de patrones.

El marco teórico de la investigación, se fundamenta en la Teoría de la Objetivación (TO). Para ello, se tomaron como referentes a Vergel (2012, 2021), Radford (2006a, 2013, 2019, 2020a, 2020b, 2021a, 2021b), Radford (en D'Amore & Radford, 2017) y Vergel et al., (2022); quienes contribuyeron a la conceptualización de: saber, conocimiento, actividad de enseñanza - aprendizaje, sujeto, labor conjunta, objetivación, artefactos, alteridad, medios semióticos de objetivación, procesos de objetivación, el rol del docente y del estudiante, la concepción de la educación y de la educación matemática.

Además, se conceptualizó el pensamiento algebraico y la generalización de patrones a partir de los trabajos realizados por Rodríguez de Chicas & Ron (2022), Blanton y Kaput (2005), Kaput (1999), Radford (en Miranda, et al., 2007), Radford (en D'Amore y Radford, 2017), Callejo et al., (2016), Stacey (1989), Zapatera & Callejo (2011), Vergel (2014, 2022), Radford (2003, 2008, 2010, 2011, 2013).

Teniendo en cuenta los antecedentes y el marco teórico, se adaptaron y se diseñaron tareas que permitieran generalizar patrones a través de secuencias figurales y numéricas con apoyo tabular. Además, se realizó un pilotaje con estudiantes de grado octavo con el fin de tener en cuenta los aspectos que surgen de las producciones de los estudiantes y los diferentes medios semióticos que se presentan durante el abordaje de las tareas propuestas. Para el registro de la información se tuvo en cuenta algunas estrategias cualitativas empleadas en la educación matemática descritas por Camargo (2021) y las fases establecidas por Miranda et al., (2007), Radford (2012) y Vergel (2015). Además, se realizó un análisis de carácter multimodal, que para Vergel (2015) la naturaleza multimodal de la cognición humana y las modalidades sensoriales (como lo táctil, lo perceptual, lo kinestésico, etc.), se convierten en partes integrales de los procesos cognitivos.

## Descripción de la propuesta

Desde la labor como docentes y la experiencia en el aula, se ha evidenciado que la mayoría de los estudiantes son involucrados en el pensamiento variacional solo al llegar a grado octavo, donde se enfrentan a sistemas algebraicos y analíticos, sin haber realizado un trabajo previo que incluya la transición del pensamiento numérico al variacional

causando desmotivación, bajo rendimiento académico y desinterés por el álgebra. Además, no solo las dificultades se dan a nivel curricular sino también a nivel cognitivo, ya que las clases en primaria se han centrado en los procesos netamente algorítmicos, que incluso, carecen de sentido y significado para los estudiantes. Cabe señalar también, que los currículos de las instituciones educativas están orientados por contenidos y por logros. De hecho, en el aula de matemáticas, las posibilidades que tienen los estudiantes de trabajar con secuencias que permitan generalizar patrones y de esta manera potenciar el pensamiento algebraico, han sido muy pocas o en algunos casos nulas.

Por ejemplo, en la Institución Educativa Distrital CODEMA se ha observado que la generalización de patrones no se trabaja en primaria, sino cuando los estudiantes cursan grado octavo. La introducción al algebra, se presentaba a través de un carácter operatorio entre las "letras y números" sin dotar de significado a las variables y sin potenciar el pensamiento algebraico, dejando de lado la identificación de una comunalidad y los procesos de abducción, entendidos como "la generalización de la característica en común" (Radford, 2013, p. 5); inducción, que hacen referencia a "diversas abducciones que están representadas en propuestas de fórmulas, las cuales parecen plausibles, y son sometidas a un número finito de pruebas … es un procedimiento basado en un razonamiento probable" (Radford, 2013, p. 6) y la deducción, "que contiene en su arquitectura la abducción analítica" (Radford, 2013, p. 7); para poder llegar a una expresión que permita determinar cualquier término de una secuencia.

El trabajo realizado en dicha institución contradice lo establecido en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) y coincide con las dificultades y conclusiones que se han reportado en las investigaciones nacionales e internacionales relacionadas con el pensamiento algebraico (Callejo, et al., 2016; Radford, 2018; Zapatera, 2018a; Gustin & Pontón, 2020; Ayala & Molina, 2021; Vergel, 2015; Uicab, et al., 2022; Vergel, et al., 2022 y Vergel, 2016).

Teniendo en cuenta lo anterior y que, posiblemente el docente "podría estar enseñando aritmética mientras piensa que está enseñando álgebra" (Vergel, 2022), este trabajo de investigación se planteó y se desarrolló con el propósito de dar respuesta a la pregunta ¿qué tipo de generalizaciones producen los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Distrital CODEMA en la actividad matemática cuando se enfrentan a tareas sobre generalización de patrones?

Para ello, se planteó el siguiente objetivo general: Documentar los tipos de generalización que producen los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Distrital

CODEMA en la actividad matemática cuando se enfrentan a tareas de generalización de patrones. Por lo tanto, se propuso identificar los medios semióticos de objetivación, caracterizar la articulación de los medios semióticos de objetivación e identificar en las producciones de los estudiantes si hay presencia del componente de abducción analítica.

Una de las tareas que se implementaron con los dos estudiantes de grado octavo fue tomada de Callejo, et al. (2016) y es la siguiente:
En un restaurante solo podemos colocar las mesas en una fila alargada. Averigua el número máximo de personas que se pueden sentar en relación al número de mesas que pongamos:

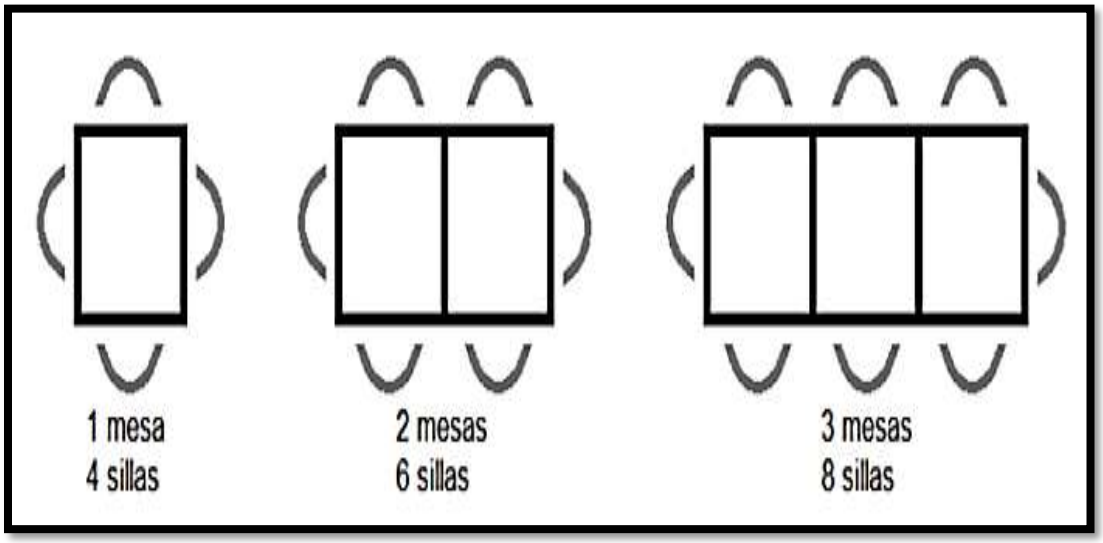



*Figura 54. Pensamiento algebraico de estudiantes de educación primaria (6-12 años) en problemas de generalización de patrones lineales.*
*Fuente: Callejo, et al., (2016, p.11) Avances de Investigación en Educación Matemática, 10.*

Responde las siguientes preguntas:

- ¿Podrías dibujar 4 mesas y sus correspondientes sillas?
- ¿Cuántas sillas podemos colocar de esta forma alrededor de 5 mesas?
- ¿Cuántas sillas podemos colocar de esta forma alrededor de 6 mesas?
- En una fiesta se han colocado 18 mesas y sus correspondientes sillas. ¿Cuántos invitados pueden sentarse? Explica cómo has encontrado el resultado.

- Si en un cumpleaños se ha invitado a 42 niños, ¿cuántas mesas necesitaremos juntar en fila? Explica cómo has encontrado el resultado.
- Explica con tus palabras una regla que relacione el número de mesas y el número de sillas.

La tarea presentada en la prueba piloto compromete secuencias figurales y numéricas apoyadas por representación tabular, lo cual permitió identificar y analizar los diferentes medios semióticos que movilizan los estudiantes y gracias a ellos, lograron realizar un conteo relacionando el número de mesas con el número de sillas correspondiente, proceso que los llevó a reconocer una regularidad.

## Conclusiones

De acuerdo con las producciones obtenidas, se evidenció la movilización de algunos medios semióticos tales como los deícticos espaciales, los señalamientos y la kinestésica (coordinación visomanual). También, se generaron espacios de discusión, de debate y de análisis, donde los estudiantes tuvieron la oportunidad de revisar y cuestionar los métodos de solución propios y del otro, que incluso tuvieron que modificar sus planteamientos iniciales. Lo anterior, refleja los vectores de la ética comunitaria y un proceso de alteridad planteados en la TO.

Por otro lado, los estudiantes utilizaron el término anterior para determinar el siguiente, por ejemplo, para hallar la cantidad de sillas que hay en 5 mesas, recurrieron al total de sillas que hay en 4 mesas. Además, para determinar el número de sillas para cierta cantidad de mesas, los estudiantes acudieron a representaciones gráficas o a cálculos mentales. Sin embargo, identificaron una regularidad ya que concluyeron que para una mesa “las sillas se ponen por los lados de la mesa” y cuando se tienen dos o más mesas “se aumentan las sillas de los lados y se quita una del lado que conecta”.

Por lo tanto, se puede afirmar que no llegaron a identificar la característica en común en esta secuencia de patrones; por esta razón, no se logró reconocer el tipo de generalización que producen los estudiantes para esta tarea.

# Referencias bibliográficas

Arzarello, F. (2006). Semiosis as a multimodal process. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics, Culture, and Mathematical Thinking (editores invitados: L. Radford y B. D'Amore), pp. 267- 299.

MEN. (1998). Lineamientos Curriculares en Matemáticas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf

MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. Relime, número especial, pp. 103 – 129. http://funes.uniandes.edu.co/9703/1/Radford2006Elementos.pdf

Radford, L. (2010). Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. Research in Mathematics Education, 12(1), 1-19. https://www.researchgate.net/publication/233043460_Algebraic_thinking_from_a_cultural_semiotic_perspective

Radford, L. (2012). Pensamiento algebraico temprano: problemas epistemológicos, semióticos y de desarrollo. http://www.luisradford.ca/pub/5_2012ICME12RL312.pdf

Radford, L. (2013). En torno a tres problemas de la generalización. En Rico, L., Cafradas, M., Gutiérrez, J., Molina, M. & Segovia, I. Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro. Granada, España: Editorial Comares. https://www.researchgate.net/publication/319057529_En_torno_a_tres_problemas_de_la_generalizacion/link/598d2efda6fdcc58acba5a03/download

Rodríguez de Chicas, S. & Ron, J. (2022). Desarrollo del pensamiento algebraico temprano mediante generalización de patrones. Órbita científica, 119 (28), pp. 1 – 10. ISSN: 1027 – 44722. http://revistas.ucpejv.edu.cu/index.php/rOrb/article/view/1665/2034

Vergel, R. (2012). Zona conceptual de formas de pensamiento aritmético "sofisticado" y proto-formas de pensamiento algebraico: una contribución a la noción de zona de emergencia del pensamiento algebraico. https://www.youtube.com/watch?v=xHe0ggSh8A8

Vergel, R. (2015). Generalización de patrones y formas de pensamiento algebraico temprano. PNA, 9 (3), 193-215. https://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/article/view/6220/5534

Vergel, R. (2016). Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación primaria. Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Recuperado el 12 de Abril de 2020, de http://funes.uniandes.edu.co/8434/1/sobre_la_emergencia_del_pensamiento_algebraico_temprano0ay_su_desarrollo_en_la_educacion_primaria.pdf

PÓSTER

# USO DEL PODCAST COMO RECURSO PARA EL APRENDIZAJE DE CONCEPTOS MATEMÁTICOS.

Darlin Lissette Pérez Estrada – darlip@colegiomontemaria.edu.gt

Colegio Monte María, Guatemala

## Resumen

El proyecto se llevó a cabo con un total de 52 estudiantes, entre niños y niñas de cuarto grado de primaria del Colegio Monte María de Guatemala consiste en la elaboración de un podcast matemático, que tiene como objetivo principal acercar a los estudiantes y al público en general al mundo de las matemáticas de una manera amena y entretenida.

El podcast está dirigido a estudiantes de educación primaria, así como a cualquier persona interesada en las matemáticas. El contenido del podcast aborda diferentes temas matemáticos como la resolución de problemas, datos importantes y curiosos de las matemáticas, distintos matemáticos y las matemáticas en la naturaleza. El formato del podcast es episódico de una duración aproximada de 5 a 7 minutos, en los cuales se presenta el tema de manera clara y sencilla, con ejemplos prácticos y aplicaciones reales. Además, se incluirán anécdotas y retos para que los oyentes puedan poner en práctica sus conocimientos.



*Figura 55. Desarrollo del podcast*
*Fuente: elaboración propia*

## Palabras clave

1. Podcast
2. Matemática
3. Resolución de problemas
4. Datos curiosos
5. Naturaleza

## Introducción

El proyecto de podcast matemático es una iniciativa novedosa que busca acercar las matemáticas a los niños de manera divertida y accesible. Su objetivo principal es despertar el interés y promover el aprendizaje de las matemáticas desde temprana edad. Ha logrado diversos beneficios, ya que proporciona una herramienta educativa interactiva que permite a los niños aprender de forma autónoma, fomentando su independencia y autodescubrimiento. El enfoque lúdico y entretenido del podcast motiva a los niños a explorar y experimentar con conceptos matemáticos, sumergiéndolos en un mundo de números y formas. La importancia de las matemáticas en la vida cotidiana y en el desarrollo integral de los niños justifica la realización de este proyecto, ya que estas habilidades son fundamentales en el ámbito académico y en situaciones prácticas de la vida diaria, como el manejo del dinero y la resolución de problemas reales.



*Figura 56. Desarrollo del podcast II*
*Fuente: elaboración propia*

# Descripción de la propuesta

El proyecto de podcast matemático busca abordar la falta de interés y la comprensión de las matemáticas entre los niños. En la actualidad, muchos niños perciben las matemáticas como una materia aburrida, complicada y difícil de entender. Esta falta de motivación y comprensión tiene consecuencias negativas en su desarrollo académico y limita sus oportunidades futuras.

El proyecto de podcast matemático propone una solución innovadora y atractiva para cambiar esta situación. A través de episodios interactivos y entretenidos, el proyecto busca despertar el interés y promover el aprendizaje de las matemáticas desde temprana edad. Se plantea transformar la percepción negativa de las matemáticas en una experiencia divertida, relevante y accesible para los niños. El podcast matemático utiliza un enfoque lúdico y participativo para presentar conceptos matemáticos de forma clara y comprensible. Esto contribuirá al desarrollo de habilidades numéricas, lógicas y de resolución de problemas, proporcionando una base sólida en matemáticas para su futuro académico. (García Herrera, 2020)



*Figura 57. Desarrollo del podcast III*
*Fuente: elaboración propia*

*Los principales objetivos son*

- ✓ Objetivos para estudiantes:
  - Proporcionar una herramienta educativa complementaria a la educación formal que permita entender mejor los conceptos matemáticos y aplicarlos en situaciones cotidianas.
  - Promover el aprendizaje autónomo a través del uso de un recurso educativo accesible y flexible como un podcast.
  - Mejorar las habilidades de comunicación y divulgación de los estudiantes involucrados en la elaboración del podcast.
  - Promover el desarrollo de habilidades de resolución de problemas y pensamiento lógico-matemático en los estudiantes y oyentes del podcast.

- ✓ Objetivos sobre el impacto del proyecto:
    - Fomentar el interés por las matemáticas entre los estudiantes de educación primaria, así como en el público en general.
    - Crear una comunidad de aprendizaje en línea donde los oyentes puedan interactuar, compartir sus conocimientos y experiencias, y aprender de manera colaborativa.
    - Ampliar el alcance del conocimiento matemático y hacerlo más accesible para cualquier persona interesada en las matemáticas, independientemente de su ubicación geográfica o nivel académico.

*Los referentes teóricos*

- ✓ *Teoría del constructivismo:* Según esta teoría, los niños construyen su propio conocimiento a través de la interacción con su entorno. En el proyecto podcast matemático, se promueve la construcción activa del conocimiento matemático a través de la exploración, experimentación y resolución de problemas. Pimienta, J. (2008).
- ✓ *Aprendizaje significativo*: Esta teoría propuesta por David Ausubel sostiene que el aprendizaje es más efectivo cuando los nuevos conceptos se relacionan con el conocimiento previo y tienen significado para el estudiante. En el podcast matemático, se busca establecer conexiones con la vida cotidiana de los niños, presentando ejemplos y aplicaciones prácticas de los conceptos matemáticos. Ausubel, D. (1983).
- ✓ *Teoría de la motivación:* Varios enfoques teóricos, como la teoría de la autodeterminación de Edward Deci y Richard Ryan, destacan la importancia de la motivación intrínseca para el aprendizaje. En el proyecto podcast matemático, se busca despertar la motivación intrínseca de los niños mediante la presentación de contenidos interesantes, retos estimulantes y recompensas internas derivadas del propio aprendizaje. Turienzo, R. (2016).
- ✓ *Aprendizaje mediado por la tecnología:* La teoría del aprendizaje mediado por la tecnología sostiene que las herramientas tecnológicas pueden potenciar el aprendizaje al brindar recursos interactivos y accesibles. El podcast matemático aprovecha la tecnología de los podcasts y plataformas digitales para ofrecer un recurso educativo interactivo y disponible en cualquier momento y lugar. Geeco (2015).

Estos referentes teóricos proporcionan fundamentos pedagógicos y psicológicos para el diseño y desarrollo del proyecto podcast matemático, garantizando un enfoque educativo sólido y efectivo para el aprendizaje de las matemáticas en los niños.

## *Metodología*

El proyecto se realiza en cada bloque utilizando 6 períodos de 40 minutos cada uno, en cada salón de clases de niñas se agruparon en grupos de 5 estudiantes, en el salón de niños se realizó dos grupos de 3 estudiantes cada uno.

Tomamos en cuenta dicha metodología para que sea una mejor comprensión.

- ✓ *Secuencia de contenidos*: el podcast matemático sigue una secuencia planificada de temas y conceptos matemáticos, que se presentan de manera progresiva y adaptada a la edad de los niños. Los episodios abordan diferentes áreas de las matemáticas, resolución de problemas, datos curiosos e importantes de la matemática, matemáticos, matemáticas en la naturaleza.
- ✓ *Lenguaje accesible y claro:* el lenguaje utilizado en el podcast es adecuado para los niños, evitando tecnicismos y utilizando un vocabulario comprensible para su edad. Se explican los conceptos matemáticos de forma clara y se utilizan ejemplos concretos y situaciones cotidianas para facilitar la comprensión.
- ✓ *Refuerzo positivo:* se utiliza el refuerzo positivo para incentivar y reconocer los logros de los niños. Se elogian los esfuerzos, los progresos y las respuestas correctas, generando un ambiente de apoyo y motivación. El refuerzo positivo ayuda a fortalecer la autoestima y la confianza en el aprendizaje de las matemáticas.




*Figura 58. Secuencia de actividades a desarrollar*
*Fuente: elaboración propia*

*Secuencia de actividades*

En resumen, la metodología del podcast matemático se centra en el aprendizaje lúdico, la interacción y la participación de los niños. A través de una secuencia de contenidos adaptada, un lenguaje accesible, narrativas envolventes y recursos complementarios, se busca hacer de las matemáticas una experiencia divertida, relevante y enriquecedora para los niños.

El podcast matemático se trabaja a lo largo de un año y este se desarrollará por bloques, enumerándolos en el siguiente cronograma.

| Bloque | Actividades | |
|---|---|---|
| **1** | - Llenar una encuesta<br>- Construir tabla de datos de la encuesta<br>- Graficar cada pregunta: por medio de barras, pictograma<br>- Conocer qué es un podcast | Trabajado |
| **2** | - Presentación del proyecto "Podcast Matemático"<br>- Construcción de la encuesta: ¿Qué quieren saber? ¿Para qué lo quieren saber?<br>- Aplicación de la encuesta<br>- Conteo de los datos y tabla de datos<br>- Construcción de las gráficas<br>- Conclusiones y análisis<br>- Investigación de datos para comentar y formar el piloto del podcast<br>- Construcción del piloto del podcast | Trabajado |
| **3** | - Presentación oral sobre lo trabajado en estos dos bloques<br>- Análisis de cada capítulo por parte de expertos en el tema<br>- Formación de diálogos para los siguientes capítulos<br>- Grabación del primer capítulo del podcast | Trabajado |
| **4** | - Grabar al menos dos capítulos por tema<br>- Difusión y presentación del podcast | En proceso |

*Tabla 20. Desarrollo del Podcast*
*Fuente: elaboración propia*

## Conclusiones

Las principales conclusiones del proyecto podcast matemático a las cuales como docente he podido llegar son las siguientes:

El podcast matemático ha logrado despertar el interés de los niños por las matemáticas al presentar los conceptos de manera atractiva y relacionada con su vida cotidiana. Esto contribuye a superar la percepción negativa y a generar una actitud positiva hacia las matemáticas.

A través de la narrativa y la participación de los niños, el podcast matemático ha fomentado el aprendizaje significativo. Los niños pueden construir su propio conocimiento matemático, relacionándolo con sus experiencias y comprensiones previas.

El podcast matemático es un recurso educativo accesible, disponible en plataformas digitales y de forma gratuita. Esto permite a los niños acceder al contenido desde cualquier lugar y en cualquier momento, fomentando la autonomía en su aprendizaje.

El proyecto podcast matemático busca impactar a largo plazo en el desarrollo académico y personal de los niños. Al despertar el interés y la comprensión de las matemáticas desde temprana edad, se sientan las bases para un aprendizaje continuo y exitoso en esta disciplina, así como para futuras oportunidades académicas y laborales. Hasta el momento, se han grabado 7 episodios en los cuales los estudiantes han puesto en práctica todas las habilidades adquiridas, abarcando desde la investigación hasta la aplicación de sus destrezas tecnológicas. Durante este proceso, han explorado y aprendido el uso de nuevas herramientas de manera efectiva.

*Figura 59. Primeros capítulos del Podcast*
*Fuente: elaboración propia*

## Referencias bibliográficas

Ausubel, David. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. Fascículos de CEIF, 1(1-10), 1-10.

Pimienta, Julio. (2008) Constructivismo. Estrategias para aprender a aprender. Pearson Educación.

Turienzo, Rubén. (2016) El pequeño libro de la motivación. Alienta Editorial.

Grupo de Investigación Geeco (2015) Evaluación del aprendizaje de la matemática mediado con herramientas tecnológicas. Universidad Sergio Arboleda.

Fernández, I. M. S., & Vera, M. M. S. (2010). Aprendiendo en cualquier lugar: el podcast educativo. Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación, (36), 125-139.

Solano Fernández, I. M., Llorente Cejudo, M. D. C., Marín Díaz, V., Gutiérrez Porlán, I., Rodríguez Cifuentes, M. T., Román Graván, P., & Matas Roca, M. (2010). Podcast educativo: aplicaciones y orientaciones del m-learning para la enseñanza.

PÓSTER

# PROBLEMATIZACIÓN DEL CONSUMO DEL AGUA EN LOS DIFERENTES ESTRATOS EN BOGOTÁ

Yefersson Arias Cifuentes – yariasc@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Yisselle Stephannie Gonzalez Duarte - yisgonzalezd@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

A partir de un análisis a las tarifas de cobro del agua potable en la ciudad de Bogotá y el reconocimiento de diferentes instrumentos accesibles para ahorrar agua en los diferentes estratos sociales de la ciudad, se busca reconocer que tan desigual es este sistema de cobro y problematizar que tan sostenible es el consumo de agua.

## Palabras clave

Consumo sostenible, Agua, Estrato social, Desigualdad, Tarifas.

## Introducción

Mediante el proceso de modelación matemática buscamos reconocer, a partir de los derechos y deberes, consumo, cobros y demás acciones no registradas en informes oficiales como lo es el ahorro del agua en los hogares de los ciudadanos, de qué forma se realiza un oportuno aprovechamiento del agua los habitantes de la ciudad de Bogotá y cómo este ahorro permite una ayuda significativa a la economía en los habitantes. A partir de un análisis de la información recolectada compararemos la potabilidad del agua que es consumida por los habitantes de las diferentes localidades de la ciudad de Bogotá con la de municipios aledaños y las formas en las que el agua es tratada.

La finalidad de esta propuesta de modelación matemática es aportar y generar conciencia entorno al objetivo 6 “Garantizar la disponibilidad de agua y su gestión sostenible y el saneamiento para todos” según los Objetivos de Desarrollo Sostenibles (ODS) planteados por la Organización de Naciones Unidas (ONU) en el año 2015; de tal forma que se aporte al cumplimiento de metas a nivel regional como:

- 6.4 - Aumentar la eficiencia en el uso del agua y asegurar los suministros de agua dulce.
- 6.A - Ampliar el apoyo en materia de agua y saneamiento para los países en desarrollo.
- 6.B - Apoyar el compromiso local en el manejo de agua y saneamiento.

## Descripción de la propuesta

### *Planteamiento del problema*

El suministro de agua que es garantizado en Bogotá debe utilizarse razonablemente, puesto que el uso regulado de este nos ayudara a prevenir problemas de escasez en un futuro. El aprovechamiento de aguas lluvias para la utilización en usos domésticos, es decir el almacenamiento de agua, es una variable que interviene y está fuertemente ligada con esta investigación.

> El uso eficiente de agua trae consigo beneficios, tanto a las empresas prestadoras del servicio de agua potable y alcantarillado en ahorro, en desarrollo y construcción de nueva infraestructura, disminución en pérdidas comerciales, disminución de costos operativos, manejo de sequías y corte de suministro, como a los usuarios, quienes obtienen un ahorro de dinero en el pago por el consumo y por el servicio de alcantarillado. (Silva, D. G. M., Erazo, J. G., & Cruz, A. M. O. 2012, p.25).

Estos beneficios no solamente parten de un ahorro económico, sino también dentro de un corte ambiental. Bogotá se encuentra en crecimiento demográfico y urbanístico, teniendo como consecuencia el incremento del suministro de agua lo cual recae en que se debe garantizar este recurso para la sostenibilidad y bienestar de los ciudadanos.

El no aprovechamiento del recurso trae como consecuencia un déficit hídrico, es decir una escases y disminución en cuanto a las fuentes las cuales nos pueden proporcionar este servicio, como son: los ecosistemas y fuentes subterráneas. Según el Minambiente (2018) Se estima que en 2025 dos tercios de la población mundial podría

estar viviendo en países con problemas de agua y para el año 2050 al menos un 25 % de la población mundial vivirá en un país afectado por escasez crónica y reiterada de agua dulce. (párr. 4). Este articulo está elaborado con el fin de responder a: ¿Cómo realizan los habitantes de Bogotá el aprovechamiento del agua y de qué manera estas acciones afectan la economía de los habitantes?

## Objetivos

### *Objetivo general*

Reconocer que tan desigual es el cobro del agua en Bogotá y como a partir de estas tarifas se crea un espacio de reflexión si existen razones económicas para ahorrar agua en los diferentes estratos de la ciudad de Bogotá.

### *Objetivos específicos*

- Analizar los costos de las tarifas (Subsidio, Cargo Fijo, Consumo Básico y Consumo no Básico) por cada estrato.
- Reconocer los ingresos supuestos de las familias por cada estrato.
- Analizar los diferentes instrumentos que se utilizan en el hogar para el ahorro del agua.

## Referentes teóricos

En el estudio del ahorro del agua e ingresos promedios por familia, intervienen dos variables importantes. Para ampliar nuestro entendimiento de este proceso, resulta fundamental recurrir a la modelación matemática ya que, esta juega un papel importante en cuanto intensificar la concepción científica del mundo. Para profundizar en esta tarea, podemos valernos de la información proporcionada por la Revista Cultura de Nuestra América sobre la Modelación Matemática de Cortés, M. C., y León, M. I. (2009). En este artículo, se demuestra cómo, partiendo de la problematización sobre el aprovechamiento del agua y sus efectos en el ahorro monetario, se puede establecer un modelo que se apoya en la abstracción y el razonamiento de datos, empleando variables como el aprovechamiento y los ingresos para determinar las interrelaciones entre los elementos.

Las herramientas matemáticas que se van a utilizar en este artículo será un análisis exploratorio y la descripción de datos, para esto tenemos en cuenta el artículo “El análisis de datos en la investigación en psiquiatría y salud mental” de Monterrey P, Restrepo C, del año 2008, en él nos menciona que “El análisis de los datos debe permitir determinar los

niveles de evidencia que ellos contienen a favor o en contra de la validez de la pregunta de investigación" (p. 268). Es decir, las técnicas que vamos a utilizar para analizar el impacto del ahorro del agua en las tarifas de consumo, es describir los datos a partir de tarifas ya dadas y luego medir la capacidad de los contenedores, para mostrar el porcentaje de ahorro que tiene cada estrato establecido por su salario.

## Metodología

Se quiere realizar en el presente artículo un análisis de los costos de referencia y tarifas que están definidas por la empresa acueducto de Bogotá. En este análisis tomaremos cada estrato y las categorías de residencia (Subsidio, Cargo Fijo, Consumo Básico y Consumo no Básico), componentes en las tarifas de cobro del agua y alcantarillado planteadas por Acueducto AAB. (empresa prestadora del agua potable en Bogotá) del vigente año 2023.

### *Primera fase*

Analizar las tarifas definidas por la empresa acueducto de Bogotá. En la página web podemos evidenciar el costo por cada estrato en zona residencial. Primero se establece el cargo fijo de **consumo no básico**, el cual está determinado por el consumo hasta $22m^3$ de agua en el bimestre, posteriormente se evidencia el **consumo básico,** esto nos quiere decir el consumo que se realiza mayor a $22m^3$, por bimestre. Cabe aclarar que este estudio está enfocado en la ciudad de Bogotá.

| **CONSUMO BÁSICO $\$/m^3$ (Hasta $22m^3$ en el bimestre)** | **COSTO** |
|---|---|
| Estrato 1 | 976,30 |
| Estrato 2 | 1.952,59 |
| Estrato 3 | 2.766,17 |
| Estrato 4 | 3.254,32 |
| Estrato 5 | 5.044,20 |
| Estrato 6 | 5.369,63 |

*Tabla 21. Costos por estrato del consumo básico por bimestre*
*Fuente: Acueducto, Agua y alcantarillado de Bogotá.*

| **CONSUMO NO BÁSICO $\$/m^3$ (Por encima de $22m^3$ en el bimestre)** | **COSTO** |
|---|---|
| Estrato 1 | 3.254,32 |
| Estrato 2 | 3.254,32 |
| Estrato 3 | 3.254,32 |

| | |
|---|---|
| Estrato 4 | 3.254,32 |
| Estrato 5 | 5.044,20 |
| Estrato 6 | 5.369,63 |

*Tabla 22. Costos por estrato del consumo no básico por bimestre*
*Fuente: Acueducto, Agua y alcantarillado de Bogotá*

## *Segunda fase*

| Estrato | Posibles salarios |
|---|---|
| Estrato 1 | 590000 |
| Estrato 2 | 1300000 |
| Estrato 3 | 2500000 |
| Estrato 4 | 4000000 |
| Estrato 5 | 6000000 |
| Estrato 6 | 10000000 |

*Tabla 23. Indagar y reconocer los supuestos salariales por estrato*
*Fuente: los posibles salarios fueron tomados por nuestra concepción, teniendo en cuenta datos de la DIAN (2021), aunque en esta fuente se clasifica cualitativamente y no cuantitativa, es decir por estrato.*

## *Tercera fase*

Se llevará a cabo un estudio sobre los diferentes contenedores de agua del hogar para el ahorro del agua, estos contenedores pueden ser desde una caneca de pintura hasta los tanques contenedores agua, es decir herramientas accesibles útiles para el almacenamiento de agua para las personas de todos los estratos. A partir del análisis realizado a la capacidad de los diferentes recipientes, representaremos no solo el impacto ambiental que tenga el ahorro del agua sino también el impacto económico en los diferentes estratos, llegando al planteamiento de qué tan importante monetariamente es ahorrar agua en los diferentes estratos, también se establecerá una relación entre el agua ahorrada en términos monetarios y el salario promedio en cada estrato.

Posteriormente, esto nos lleva a cubrir otras variables como los hábitos de consumo estos se pueden establecer como: el uso del agua en la ducha, inodoro, lavabo, lavadora, cocina, lavavajillas, el mayor consumo del agua proviene de los elementos anteriormente mencionados, por esto se debe establecer en estos lugares un ahorro de agua, porque tienen mayor impacto en el aprovechamiento.

Por último, se plantearán algunos malos hábitos que suelen tener las familias como: dejar el grifo abierto, derrochar el agua, etc. y de igual forma representarlo en valor

monetario. Todo con el fin de generar conciencia sobre el consumo sostenible del agua identificando en qué medida el Acueducto de Bogotá aporta a este con sus tarifas.

## Conclusiones

Es importante reconocer que existen todo tipo de viviendas en la ciudad de Bogotá, por ende, existirán familias que tengan más capacidad de ahorro de agua que otras debido a que algunos pueden vivir en apartamentos en donde el espacio es mucho más reducido para poder almacenar herramientas de almacenamiento de agua (como canecas o tanques) a comparación de familias que habitan en casas propias que cuenten con terraza o mayor espacio.

A partir de las tarifas de cobro y el posible salario, se puede encontrar la capacidad que tiene cada salario de cada estrato de adquirir cierta cantidad de metros cúbicos de agua, reconociendo tarifas de consumo básico y consumo no básico:




*Figura 60. Capacidad metros cúbicos según estrato y salario.*
*Fuente: elaboración propia*

Se puede identificar que no existe una igualdad en las tarifas que permita que cada estrato tener la misma capacidad de consumo de agua, por lo que la única forma de que existiese una igualdad de tarifas en el cobro del agua seria bajando los salarios de los estratos superiores o subiendo los salarios de los estratos inferiores, sin embargo, por el contexto del problema podremos identificar de que esa solución es casi imposible en la ciudad de Bogotá. Ahora bien, ¿en qué estrato es más rentable hacer un uso aprovechable del agua?, partiendo del caso hipotético en el que todos los estratos recolectaron agua lluvia en un tanque de 1000 litros (equivalente a 2816 gaseosas personales) se puede

establecer que se hacen un ahorro de un metro cubico en la tarifa de acueducto y alcantarillado (tienen un valor diferente insignificantemente pequeño), estableciendo los siguientes ahorros económicos:

| Contenedores | Capacidad | Ahorro Consumo Básico | | Porcentaje del salario | Ahorro Consumo No Básico | | Porcentaje del salario |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tanque 1000 litros | 1 | 1 | 1.952,60 | 0,33% | 1 | 6.508,64 | 1,10% |
| | | 2 | 3.905,18 | 0,30% | 2 | 6.508,64 | 0,50% |
| | | 3 | 5.532,34 | 0,22% | 3 | 6.508,64 | 0,26% |
| | | 4 | 6.508,64 | 0,16% | 4 | 6.508,64 | 0,16% |
| | | 5 | 10.088,40 | 0,17% | 5 | 10.088,40 | 0,17% |
| | | 6 | 10.739,26 | 0,11% | 6 | 10.739,26 | 0,11% |

*Tabla 24. Ahorro de consumo básico y no básico, estableciendo el porcentaje del salario*
*Fuente: elaboración propia*

**Nota.** Se toma un tanque con capacidad de almacenar 1 metro cubico y se establece el ahorro en los diferentes estratos.

Reconociendo que, si comparamos este ahorro con el salario, podemos identificar que en el estrato 1 en el consumo básico por un metro cubico se estarían ahorrando un 0,33% de su salario y en consumo no básico 1,10%. Por lo que en términos económicos en los estratos inferiores sale más rentable ahorrar agua. Sin embargo, pueden existir en los estratos superiores razones no económicas para ahorrar agua y aportar en el consumo sostenible del agua en Bogotá.

## Referencias bibliográficas

Arcila, H. R., & Zúñiga, O. E. O. (2014). Evaluación de la calidad del agua de lluvia para su aprovechamiento y uso doméstico en la ciudad de Ibagué, Tolima, Colombia. *Ingeniería solidaria*, 10(17), 125-137.

Monterrey, P., & Gómez-Restrepo, C. (2008). El análisis de datos en la investigación en psiquiatría y salud mental. *Revista Colombiana de Psiquiatría*, *37*(2), 263-271

Palacio Castañeda, N. (2010). Propuesta de un sistema de aprovechamiento de agua lluvia, como alternativa para el ahorro de agua potable, en la Institución Educativa María Auxiliadora de Caldas, Antioquia.

Parra Astudillo, D. L., Carrillo Puerto, L. J., & Velandia Durán, E. A. (2015). Estudio de alternativas para el aprovechamiento y reusó del agua doméstica. Epsilon, 1(24), 123-142.

Silva, D. G. M., Erazo, J. G., & Cruz, A. M. O. (2012). Eficiencia en el consumo de agua de uso residencial. Revista Ingenierías Universidad de Medellín, 11(21), 23-38.

PÓSTER

# BINÁRYMAL: RECURSO DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DE LOS SISTEMAS DE NUMERACIÓN DECIMAL Y BINARIO

Brayan David Herrera Guevara – bdherrerag@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Luna Valeria Pineda Chísica – luvpinedac@udistrital.edu.co

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

## Resumen

El aprendizaje de los sistemas de numeración decimal y binario es de gran importancia en la formación matemática y en otras áreas del saber, como la informática y la electrónica. En particular, desde el punto de vista de la didáctica de las matemáticas, la comprensión y dominio de estas nociones matemáticas involucra varias competencias; lo cual, al tiempo que invita a adelantar y generar acciones pedagógicas que les posibiliten a los estudiantes potenciar sus saberes y destrezas matemáticas, explica las dificultades que supone su aprendizaje. Bajo este panorama, surge la inquietud por concebir y crear un recurso didáctico junto con la proyección de una ruta didáctica con el mismo, cuyo objetivo es apoyar los procesos de enseñanza-aprendizaje de los sistemas de numeración decimal y binario, en las aulas matemáticas de la educación primaria.

Así, en este documento se presenta el recurso didáctico Binárymal, un juego que adapta el parqués y el juego de la escalera para resolver problemas aditivos de contexto con números expresados en base 2 y base 10; con ayuda de un material manipulativo tangible que posibilita trabajar con las representaciones en estos sistemas de numeración y la conversión de números entre ellos.

## Palabras clave

Recurso didáctico, sistemas de numeración, juego, representaciones.

## Introducción

En el presente documento, se da a conocer la propuesta del recurso didáctico Binárymal, que corresponde un recurso didáctico para apoyar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los sistemas de numeración decimal y binario en las aulas de matemáticas de la educación primaria, en el recurso confluye el juego como dispositivo didáctico, problemas aditivos simples y el uso de material estructurado manipulativo tangible para trabajar las representaciones de los números binarios y decimales.

La concepción del recurso didáctico surge como respuesta a una problemática documentada en las aulas de matemáticas de la educación media en torno a la enseñanza de los números binarios. Se recurre a referentes teóricos didácticos, curriculares y de inclusión educativa para el diseño y creación del recurso, así como para la proyección de una ruta didáctica con actividades secuenciadas para la implementación en el aula.

Cabe mencionar que la presente propuesta corresponde al producto final del curso práctica intermedia II: recursos didácticos de la Licenciatura en Matemáticas; por lo que, la intención de socializar la propuesta contempla — además de dar a conocer el recurso y la propuesta de aprendizaje de los sistemas de numeración decimal y binario con el mismo— socializar y visibilizar las producciones que tienen lugar en el proyecto curricular, al tiempo que se invita a la comunidad a interesarse por los recursos didácticos y su concepción o creación.

## Descripción de la propuesta

### *Planteamiento del problema*

El aprendizaje del sistema de numeración binario y, de manera más general, la comprensión y la destreza de la conversión entre este y el sistema de numeración decimal constituyen un saber relevante en la formación matemática y otras áreas del saber, toda vez que, por un lado, el sistema binario es una forma fundamental de representar la información en las computadoras y otros dispositivos electrónicos y, por otro lado, como sostienen De Guzmán (1995, citado por Mariscal, 2008) y Angulo, Pulido y Molano (2017), el trabajo con el sistema binario posibilita escenarios en los que se consoliden comprensiones conceptuales más profundas sobre el sistema de numeración decimal, al

tiempo que otras competencias matemáticas como la representación, la interpretación, el razonamiento y la resolución de problemas. (MEN, 2006).

Dada la relevancia de la comprensión y el dominio de estos objetos matemáticos, junto con la complejidad que puede suponer su aprendizaje en los estudiantes de la educación básica (Corica y Ortero, 2007, citado en Pastrana, 2018); es oportuno que en las aulas de matemáticas se diseñen y lleven a la práctica actividades que les posibiliten a los estudiantes mejorar sus competencias y comprensiones sobre estos objetos matemáticos.

Sin embargo, en las aulas de matemáticas la enseñanza del sistema de numeración binario suele reducirse a la ejecución de conversiones de números decimales a binarios y viceversa, mediante la priorización de técnicas y algoritmos, como la división sucesiva y la multiplicación por 2; lo que resulta en dificultades relacionadas con la falta de comprensión, la falta de sentido o relación con la cotidianidad y el uso de distintas representaciones. A esta problemática se suma la poca presencia de recursos didácticos en las aulas de matemáticas para la enseñanza de los números binarios (Perelman, 1980; Niskizaki, 1990; Karp, 1997; Raft, 2003, 2004; Paenza, 2005).

Ante este panorama, y bajo el interés de generar un recurso que motive a los estudiantes y permita mejorar la comprensión del sistema de numeración binario junto con otras competencias matemáticas, surge la siguiente pregunta orientadora: ¿Cómo adaptar juegos tradicionales como el parqués y, escaleras y serpientes para la consolidación de un recurso didáctico que propenda por la comprensión del valor posicional a través de la utilización y entendimiento de los sistemas de numeración binario y decimal?

Con todo, se observa la necesidad de la creación de un recurso didáctico que abarque representaciones manipulativas de dichos objetos, que pueden resultar beneficiosas para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje de los mismos. Por otra parte, tomando en consideración la población a la que se quiere dirigir el recurso, se concibió el juego como el tipo de recurso adecuado para esta ocasión.

## *Referentes teóricos*

Para la concepción del recurso didáctico y de la propuesta de aprendizaje del sistema de numeración binario y decimal, se tomaron en cuenta los siguientes aspectos con los respectivos referentes teóricos:

- Consideraciones sobre la didáctica de los sistemas de numeración: sistema de grupos, valor posicional, niveles de comprensión de la decena, registros

de representación, conversión entre sistemas de numeración, suma en los sistemas de numeración, dificultades asociadas a la comprensión del SND, habilidades y niveles de comprensión de los sistemas de numeración. (Silva, 2005; Flores & Rico, 2015; Angulo, Pulido & Molano, 2017).

- Recursos didácticos, juego como dispositivo didáctico, material estructurado manipulativo tangible. (Torres & Casallas, 2021).
- Problemas aditivos verbales: tipos, grados de complejidad, dificultades y esquemas de solución. (Bermejo & Rodríguez, 1991).
- Referentes curriculares: pensamientos matemáticos (particularmente, numéricos y sistemas de numeración), procesos matemáticos generales, estándares básicos de aprendizaje y derechos básicos de aprendizaje. (MEN, 1998, 2006, 2017).
- Accesibilidad y Diseño Universal de Aprendizaje: adaptaciones, inclusión educativa, principios y pautas. (CAST, 2018).

### *Presentación del recurso*

Es así, que en la concepción y creación del recurso Binárymal, se tuvo en cuenta, en primera medida, el objeto matemático a trabajar, apoyado en referentes teóricos para su abordaje; la incorporación de elementos manipulativos en juegos tradicionales ya conocidos en el contexto cultural; y, por último, una ruta de actividades sugerida para la implementación del recurso en el aula. En esta línea, se plantea como objetivo general: fortalecer la comprensión del valor posicional en estudiantes de grados entre tercero y quinto, a través del desarrollo de actividades involucradas con los sistemas de numeración binario y decimal, y la manipulación de representaciones graficas de las unidades de diferente orden (tanto simples como compuestas), todo mediante la implementación del recurso didáctico “Binárymal”.

El recurso en cuestión está conformado por los siguientes elementos: Un tablero de escaleras y serpientes, un tablero de parqués, 6 unidades compuestas de diferente orden y 6 unidades simples de diferente orden del sistema de numeración binario (con varios ejemplares cada una), 2 unidades compuestas de diferente orden y 2 unidades simples de diferente orden del sistema de numeración decimal (con varios ejemplares cada una), tarjetas con operaciones aditivas en lenguaje aritmético, tarjetas con problemas aditivos, tarjetas con operaciones aditivas en representación gráfica, tarjetas Switch para cambiar de usar unidades simples a emplear unidades compuestas y viceversa, y fichas para cada jugador.

Cada tablero se emplea de manera independiente como juegos distintos, pero en ambos se emplean el resto de los elementos mencionados anteriormente. El primer juego, escaleras y serpientes, tiene la misma dinámica que el juego tradicional, el cambio radica en que cuando un jugador caiga en una casilla con los símbolos de suma y resta deberá tomar una tarjeta de operación (en lenguaje aritmético) y resolver dicha operación con ayuda de los materiales de unidades simples o compuestas. Por otra parte, el segundo juego, parqués, también tiene la mayoría de sus reglas idénticas al juego original, las variaciones son las siguientes: Primero, para salir de la base y para llegar a la casilla final, el jugador debe tomar una tarjeta con un problema aditivo y resolverlo con ayuda de los materiales de unidades simples o compuestas (según lo indique la tarjeta Switch); segundo, para posicionar la ficha en una casilla de seguro, el jugador debe tomar una tarjeta con una operación aditiva en representación aritmética y resolverla con ayuda del material ya mencionado; y por último, cuando dos fichas coincidan en una misma casilla que no sea ni seguro ni salida, se debe destapar una tarjeta con operaciones aditivas en representación gráfica, y ambos jugadores deberán resolver la operación sin hacer uso de los materiales, el primer jugador que resuelva la operación enviará la ficha de su contrincante a la base.

Para ampliar la información acerca de las reglas de los juegos y la apariencia del recurso, se recomienda visitar ya sea la cartilla docente o la cartilla estudiante, cuyos enlaces de acceso se encuentran posteriormente.

Como se ha mencionado, el objetivo central de Binárymal es servir como recurso didáctico para apoyar la enseñanza de los sistemas de numeración decimal y binario en el aula de matemáticas; a la luz de esto, se proyecta la siguiente ruta didáctica en la que se relacionan los referentes teóricos, didácticos y curriculares, así como los módulos de las actividades propuestas con el recurso: Ruta didáctica. Además, la creación del recurso Binárymal, así como la proyección de la ruta didáctica para apoyar los procesos de enseñanza de los sistemas de numeración decimal y binario, viene acompañada de la creación de una cartilla del estudiante, en la cual se presentan las actividades que se proyectan para realizar con el recurso didáctico y en la cual el estudiante puede ir registrando sus desarrollos: Cartilla estudiante.pdf. Así mismo, se ha realizado la cartilla docente, correspondiente a una guía y serie de consideraciones y sugerencias dirigidas para el docente concernientes al recurso y la ruta didáctica proyectada: Cartilla docente.pdf. Con todo, finalmente, se espera promover el uso y creación de recursos didácticos, al tiempo que, dar a conocer el recurso entre la comunidad, principalmente, en los estudiantes de la Licenciatura de Matemáticas para que estos lo utilicen en sus prácticas al este estar disponible en el laboratorio de didáctica, de esta manera,

eventualmente poder reflexionar sobre los aciertos y dificultades que se puedan presentar en el aula al implementar el recurso.

## Conclusiones

En primer lugar, se destaca que el uso de recursos didácticos en el aula es pertinente para el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje de objetos matemáticos, pues, permiten la manipulación de diversas representaciones de dichos objetos. En este caso, el recurso Binárymal se enfoca en los sistemas de numeración decimal y binario, a través de la manipulación de las unidades de diferente orden que componen los sistemas mencionados, por lo tanto, se pretende dar a conocer este recurso bajo la consideración de su pertinencia en el aula.

Ligado a lo anterior, se espera incentivar el uso del recurso didáctico Binárymal por parte de los estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas, al estar disponible en el laboratorio de didáctica, para su exploración e implementación en el aula, con el fin de reafirmar su pertinencia, identificar nuevos usos o dificultades en la manipulación del recurso; y al mismo tiempo, promover la creación de nuevos recursos por parte de los docentes en ejercicio y en formación. Además, se aspira a la recepción de consideraciones provenientes de los asistentes al evento, las cuales eventualmente puedan ser implementadas para mejorar el recurso. Por último, se hace una invitación a los docentes para que, en su ejercicio diario conciban la aplicación y creación de nuevos recursos, que tengan en cuenta el contexto de los estudiantes con los cuales se va a trabajar, ya que este será determinante para que el recurso resulte llamativo y el aprendizaje sea significativo.

## Referencias bibliográficas

Angulo, A., Pulido, N., & Molano, E. (2017). *Estrategia de enseñanza para favorecer la comprensión del valor posicional.* https://acortar.link/WV8S8g

Bermejo, V., & Rodríguez, P. (1991). *La operación de sumar: el caso de los problemas verbales.* https://eprints.ucm.es/id/eprint/43156/1/035-039.pdf

MEN. (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas.* https://acortar.link/CqpCjl

MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas.* https://acortar.link/7HbqXR

Torres, E., & Casallas, A. (2021). *Materiales, recursos y juego: una distinción y relación necesaria en el aula de matemáticas.* https://doi.org/10.14483/16579089.17590

PÓSTER

# LAS ESTRATEGIAS COINSTRUCCIONALES DEL DOCENTE EN EL CURSO DE LÓGICA MATEMÁTICA

Angie Natalia Orobio Orobio - angie.orobio@correounivalle.edu.co

Universidad del Valle sede Pacífico

Danny Cristina Jiménez Salas - danny.jimenez@correounivalle.edu.co

Universidad del Valle sede Pacifico

## Resumen

Este estudio tuvo como propósito caracterizar las estrategias coinstruccionales que utiliza el docente para la aproximación a la comprensión de un objeto de conocimiento en el curso de Lógica Matemática en la Universidad del Valle sede Pacífico; caracterizado por ser un paradigma cualitativo en un enfoque positivista, fundamentado bajo las teorías de Díaz y Hernández (2010), Bruner, J (1991), Mercer, N (1998), Bustamante Carmona y Rentería (2011), entre otros. El tipo de investigación fue descriptivo con un enfoque no experimental, transversal y de campo. El salón de clases estuvo constituido por 24 hombres y 19 mujeres, sus edades hacían entre los 17-22 años, la gran mayoría es población afrocolombiana y cuenta con un profesor, quien orienta el curso de Lógica Matemática. Se hizo trabajo de campo, protocolos de observación, análisis y referentes teóricos. Se concluyó que una de las dificultades de los docentes es que algunos de los estudiantes llegan a la Universidad con muchas deficiencias en el área de Matemáticas, esta divergencia indica una sentida necesidad del mejoramiento de las estrategias empleadas por parte de los docentes para formar el camino del logro del aprendizaje significativo, interacción social y construcción del conocimiento.

## Palabras claves.

Estrategias coinstruccionales, Lógica Matemática, interacción social y construcción del significado.

## Introducción

Es pertinente puntualizar que las estrategias coinstruccionales permiten mantener la atención de los estudiantes durante un discurso, las mismas deben ser elaboradas en forma directa, precisa y entendible; de igual manera, se hace necesario dejar en claro cuando se enuncian las actividades, contenidos, y los resultados esperados que debe promover el docente pedagógico. Para ello es necesario que el docente sea constructivo, organizado, creativo, expresivo, innovador y transformador.

Es de vital importancia entender que los estudiantes pueden aprender con estrategias coinstruccionales, ya que, les permiten una interacción social, construcción de significados, potencializar sus habilidades, participación activa en las clases, ser personas innovadoras, entre otros.

Pero es necesario que los docentes de lógica matemática hagan uso de las estrategias coinstruccionales para que los estudiantes tengan una mejor retención de información, debido a que, la mayoría llega algunos vacíos en cuanto a la lógica matemática y esto les imposibilita comprender algunos temas del curso.

En el presente documento se abordaron unos análisis sobre la metodología de observación que está dirigido hacia un docente de lógica matemáticas de primer semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Valle sede Pacifico, donde se pretende caracterizar las estrategias construccionales que él implementó en el proceso de enseñanza para la aproximación a la comprensión de un objeto de conocimiento y cómo estas ayudan a el aprendizaje del estudiante.

Para analizar esta indagación, se tendrán en consideración los protocolos y los teóricos de Mercer N. (1998), Bruner, J. (1991) y Bustamante, Carmona y Rentería (2011).

## Planteamiento del problema

Es pertinente reconocer de que muchos estudiantes llegan a la Universidad con algunos vacíos en el área de Matemáticas por la resolución de problemas, la compresión de una situación, entre otros Contreras y Núñez (2021), sin embargo la complejidad radica en que los estudiantes no estudian lo suficiente, no tienen un constante aprendizaje dentro del proceso de lo que se ve en las temáticas abordadas en el curso de Lógica Matemática, ya que se debe tener mucha comprensión, lo cual conlleva a que el estudiante debe saber leer, comprender, estudiar la temática y si el estudiante no lo hace,

se hace difícil tanto para el estudiante como para el docente enseñar. En virtud de todo lo expuesto, Cerda (2005, p. 156), cree que es una necesidad de primer orden educar en creatividad, propiciando espacios académicos divergentes. Desde los cuales poder ejercitar y actualizar tanto a discentes como docentes e investigadores en las técnicas o herramientas creativas, las cuales permiten a los individuos dimensionar sus prácticas profesionales para conseguir afectar su entorno, la construcción de conocimiento por medio de interacción social favorablemente. Para ello es necesario que el docente sea constructivo, reproductivo, organizado, creativo, expresivo, liberador, innovador, transformador.

*Objetivo*

Caracterizar las estrategias coinstruccionales que utiliza el docente en el proceso de enseñanza para la aproximación a la comprensión de un objeto de conocimiento en lógica matemática.

## Marco teórico

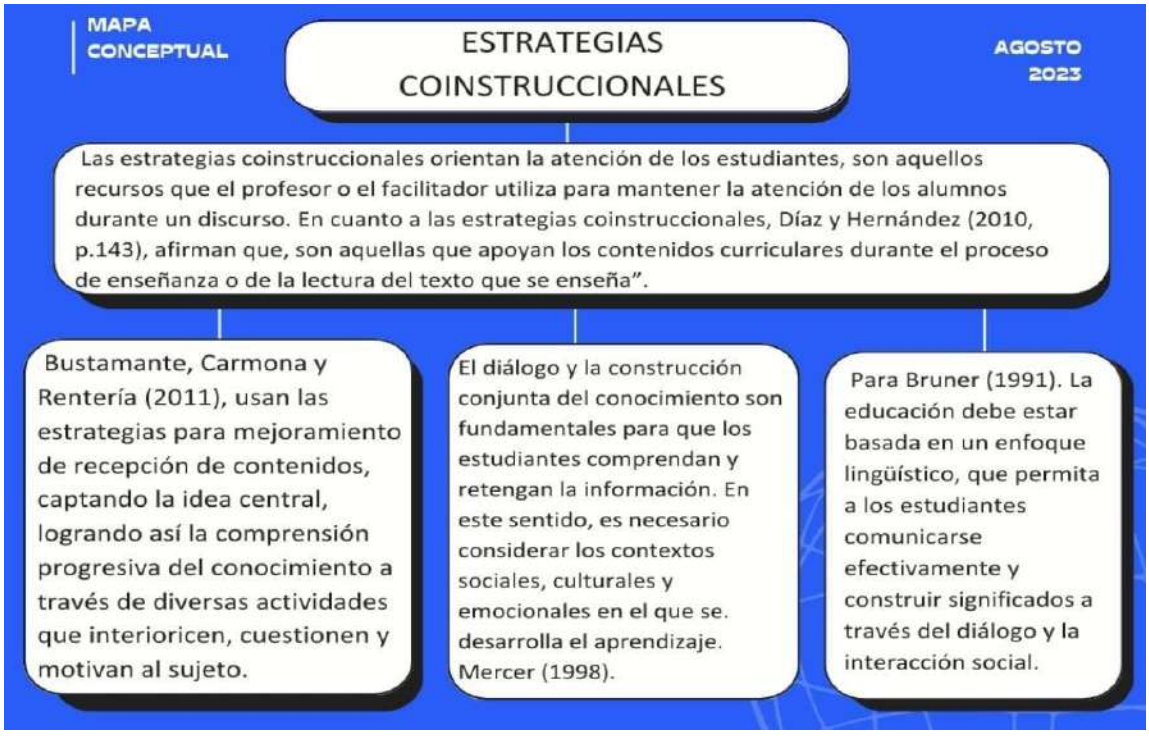



*Figura 61. Estrategias coinstruccionales*
*Fuente: elaboración propia*

Se debe destacar la importancia del lenguaje en la educación como una herramienta esencial para el desarrollo cognitivo y la construcción del conocimiento. Según Bruner (1991), el lenguaje es un medio para organizar y estructurar la experiencia, y permite a los estudiantes interpretar y comprender el mundo que les rodea.

Además, el lenguaje es fundamental para el pensamiento abstracto y simbólico, lo que permite a los estudiantes desarrollar habilidades de pensamiento crítico y creativo. Por lo tanto, Bruner sostiene que la educación debe estar basada en un enfoque lingüístico, que permita a los estudiantes comunicarse efectivamente y construir significados a través del diálogo y la interacción social.

En este sentido, las estrategias construccionales son vistas como aquel recurso que el docente usa para mantener la atención de los estudiantes durante una clase, las cuales permiten la interacción social y la participación activa de los estudiantes, tales como: discusiones en grupo, debates, trabajos en equipo, entre otros.

## Análisis

En esta situación el profesor inicia con un nuevo tema, en la cual realiza una pregunta que le va a permitir saber si los estudiantes están entendiendo la idea, cómo la están entendiendo y si son capaces de construir sus propias proposiciones lógicas, con el fin de fomentar la partición y la motivación.

*Situación 1.*

Saca sus cosas del maletín y la pone en la mesa

P: ¿Alguno de ustedes quiere decir otra proposición simple sobre algo que hayan visto hoy en la Universidad?

E1: Sí, "Las personas comen".

P: Perfecto.

Camina por el salón.

Entonces, tenemos tres proposiciones simples: p, q y r. Ahora, usemos los conectores para construir proposiciones más complejas. Por ejemplo, la proposición ($p \wedge q$) podría ser "El gato es negro y las personas comen". ¿Alguno de ustedes quiere decir otra proposición usando los conectores que acabamos de mencionar?

E2: Sí, (¬p) ∨ q" podría ser "El gato no es negro o las personas comen.

Se puede analizar que el docente está haciendo uso de las estrategias coinstruccionales, en este caso fue una pregunta a través del lenguaje mediante la interacción ": ¿Alguno de ustedes quiere decir otra proposición simple sobre algo que hayan visto hoy en la Universidad?", puesto que, es así como podrá darse cuenta cómo los estudiantes están creando el significado.

Teniendo en cuenta que no hay una única forma de crear un significado ni una manera correcta de hacerlo, en este caso, el docente se dio cuenta de que sí estaban entendiendo el tema, ya que, fueron capaces de crear la proposición lógica, a partir de la pregunta que se realizó, cumpliendo con la condición del profesor, que fue: decir una proposición a partir de un suceso observado por ellos ese día en la Universidad.

En este protocolo N°2, el docente dará la continuación de una clase de proposiciones y tablas de verdad. Se estará representado con la letra P, al mismo y el estudiante con la letra E, seguido con la numeración de acuerdo al orden en que ellos participen en la clase, el docente continúa el tema de las proposiciones lógicas y su simbología.

En esta situación se usan estrategias como lo son las representaciones visuales, que ayudarán a la retención de información y la elaboración de preguntas, lo cual, dará paso al diálogo y a la construcción conjunta del conocimiento.

*Situación 2*

P: (Saca sus libros y deja un marcador en la mano, escribe en el tablero algunas proposiciones). Excelente.

Primero, ¿pueden decirme qué es una proposición lógica?

E1: Levanta su mano mientras habla y dice: una proposición lógica es …. una afirmación que es verdadera o falsa.

P: Se levanta mirando a sus estudiantes. Muy bien. Ahora, ¿puedes ….

darme un ejemplo de una proposición lógica?

E1: Levanta el tono de la voz. Sí, "El sol es una estrella" es una ……..proposición lógica.

A partir de la interacción entre los estudiantes y el docente, se puede evidenciar que hay una construcción del conocimiento, partiendo desde los interrogantes que hace el profesor, en este caso preguntó ¿Qué es una proposición lógica? a lo que un estudiante responde de manera asertiva. En este intercambio de ideas surge el diálogo, la participación activa, la motivación y la construcción conjunta del conocimiento, sin dejar de lado el conocimiento universal.

## Metodología

El tipo de estudio se ubicó en el descriptivo, ya que el objetivo se centró en caracterizar las estrategias coinstruccionales que implementa el docente para la aproximación de un tema en el curso de Lógica Matemática, se precisaron y describieron situaciones de enseñanza que develaron algunas, así como la formulación de preguntas, los debates, el diálogo, intercambio de ideas, entre otros. Fueron las actividades de la persona que ocupa la docencia en el curso de Lógica Matemática en la educación superior.

A su vez, el diseño fue no experimental, porque solo se observaron los fenómenos tal como se presentan en su contexto neutral, sin manipulación deliberada de variables. De igual modo se consideró de campo, pues se hicieron los protocolos de observación donde las variables de estudio se expresan. La población estuvo conformada por 43 estudiantes y 1 docente en las clases de Lógica Matemática 1er semestre en la Universidad del Valle sede Pacífico.

## Resultados

La formulación de preguntas, los debates en el salón de clase y/o interacciones sociales, la manera en la que el docente relaciona el entorno socio-cultural de los estudiantes con los temas que se abordaban para la construcción de significado, entre otros, son recursos y hacen parte de las estrategias coinstruccionales, la cual desea generar los contenidos de enseñanza y es considerada como parte integral de todo el aprendizaje enseñanza (NCTM, 2000). Además, tienen instrumentos tales como: debates, mapas conceptuales y analogías, ilustraciones, entre otras.

En tal sentido, se señala que entre las funciones de estas estrategias están: la de detección de la información principal; conceptualización de contenidos; delimitación de la organización, estructura e interrelaciones entre dichos contenidos y mantenimiento de la atención y motivación, con estas estrategias se identifican aquellos pensamientos

mentales desarrollados por el sujeto, para tener un aprendizaje significativo y a la vez efectivo, desarrollando sus habilidades.

Estos resultados demuestran que las estrategias coinstruccionales proporcionan la creación de nuevos conocimientos, permitiendo al educando procesos tales como: reflexión y aplicación de estrategias que le posibilite la solución a situaciones problémicas, de tal manera que los estudiantes entiendan que sus contextos sociales, culturales y emocionales no están excluidos del entorno académico. Ya que, los valores de la originalidad, la comunicación y la innovación fueron intermediarios en el aula.

## Conclusión

Una vez analizado y discutido los resultados de la investigación, las Estrategias Coinstruccionales utilizadas por el Docente en el curso de Lógica Matemáticas, se pudo identificar que las más utilizadas fueron las formulaciones de preguntas que permitían el desarrollo de discusiones o debates en el salón de clases, la manera en la que el docente relaciona el entorno socio-cultural de los estudiantes con los temas que se abordaban para la construcción de significado.

Finalmente, al establecer la relación entre Estrategias Constitucionales y Creatividad del Docente en el curso de Lógica Matemáticas en la Universidad del Valle Sede Pacífico. se concluye que existe una relación positiva y fuerte entre estas variables, es decir, que a medida que aumenta el uso por parte de los docentes de estrategias coinstruccionales, en esa misma medida aumentará su creatividad y viceversa, si la primera disminuye la segunda disminuirá.

## Referencias bibliográficas

Bruner, J. (1991). El estudio apropiado del hombre. Actos de significado. Más allá de la revolución cognitiva, 19-45. Recuperado de: https://catalogo.uexternado.edu.co/cgi-bin/koha/opac-detail.pl?biblionumber=114068

Blanquiz, Y., & Villalobos, M. F. (2018). Estrategias de enseñanza y creatividad del docente en el área de Ciencias Sociales de Instituciones educativas de Media de San Francisco 1. Telos: Revista de Estudios Interdisciplinarios en Ciencias Sociales, 20(2), 356-375. Recuperado de: https://www.redalyc.org/journal/993/99356889008/html/

Contreras, K. N. P., Núñez, R. P., & Suárez, C. A. H. (2021). La resolución de problemas matemáticos y los factores que intervienen en su enseñanza y aprendizaje. Boletín Redipe, 10(9), 459-471. Recuperado de: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8114577

Mercer, N. (1998). Construcción guiada del conocimiento. Paidós. Recuperado de: https://www.terras.edu.ar/biblioteca/6/PE_Mercer_2_Unidad_3.pdf

PÓSTER

# FACTORES DETERMINANTES DEL RENDIMIENTO EN EVALUACIONES EXTERNAS EN COLEGIOS DE POPAYÁN: LAS CONDICIONES SOCIOECONÓMICAS Y EL PAPEL DE LAS ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS

Yonnathan David Collazos Valverde – ydcollazos@unicauca.edu.co

Universidad del Cauca

Carlos Libardo Erazo Bernal – clerazo@unicauca.edu.co

Universidad del Cauca

## Resumen

Se analizan los patrones o brechas existentes entre el nivel socioeconómico y el rendimiento en matemáticas en la prueba ICFES, con el fin de identificar estrategias pedagógicas específicas presentes en colegios de Popayán.

Los datos recopilados en este estudio son de carácter mixto, tanto cualitativos como cuantitativos, constituida por información de entrevistas estructuradas sobre las estrategias pedagógicas utilizadas por los docentes, la postura de los directivos académicos y la opinión de los estudiantes; en lo cuantitativo se tomaron el puntaje de los estudiantes en matemáticas de las pruebas ICFES del repositorio de información Data ICFES - Saber 11 de los años 2015 al 2022, y los datos socioeconómicos del núcleo familiar y el puntaje en matemáticas obtenido en la prueba.

## Palabras clave

Análisis de datos, Nivel socioeconómico, Rendimiento Prueba saber 11, Resiliencia Matemática, Estrategias pedagógicas.

## Introducción

Lo principal de este estudio es realizar un análisis transversal para investigar las estrategias pedagógicas implementadas por los docentes para la enseñanza de las matemáticas; su relación con el rendimiento académico de los estudiantes en la prueba externa aplicada por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) y cómo este es impactado por el nivel socioeconómico del núcleo familiar.

Se considera que el rendimiento de los colegios en Popayán en las pruebas del ICFES se ve afectado por las condiciones socioeconómicas de los estudiantes. Las disparidades socioeconómicas pueden influir en el acceso a recursos educativos, como materiales didácticos, infraestructura adecuada, capacitación docente y apoyo familiar. En este contexto, se utilizan los datos generados a partir del examen de Estado Saber 11, diseñado y aplicado por el ICFES, con el objetivo de reconocer estudiantes resilientes y no destacados presentes en los colegios seleccionados y como las comunidades educativas crean entornos que compensen las condiciones socioeconómicas identificando las variables que los caracterizan.

Para este estudio los colegios seleccionados se escogieron de tal forma que evidencien una relación homogénea entre estratos, población por estrato y puntaje en matemáticas, con el propósito de examinar la relación entre el nivel socioeconómico de los estudiantes y su desempeño en matemáticas de la prueba Saber 11. Ya que según Choí de Mendizábal. (2018), “el nivel socioeconómico de los hogares es uno de los principales determinantes del rendimiento de los alumnos” (p.12).

La investigación se justifica por la necesidad de reducir las brechas existentes entre niveles socioeconómicos en el rendimiento en matemáticas en la prueba SABER 11. Este análisis es importante para identificar estrategias pedagógicas específicas adaptadas a los diferentes niveles socioeconómicos presentes en los colegios seleccionados y que sean eficaces en reducir las brechas. Además, se busca examinar los datos atípicos que puedan surgir en el estudio, lo cual contribuirá a una comprensión más profunda de la relación entre el nivel socioeconómico y el rendimiento en matemáticas.

## Descripción de la propuesta

Analizar la paridad o disparidad entre el rendimiento en matemáticas de los colegios seleccionados de Popayán en las pruebas ICFES, las estrategias pedagógicas implementadas por los profesores y las condiciones socioeconómicas de los estudiantes,

con el objetivo de comprender cómo estas variables se entrelazan o se desligan en el entorno del estudiante.

Se presentan las siguientes preguntas problematizadoras: 1) ¿Qué relación existe entre el nivel socioeconómico familiar y los factores sociales del estudiante (motivación, ambiente familiar, recursos didácticos, calidad de enseñanza, etc.) con el rendimiento en matemáticas de las instituciones educativas seleccionadas, visto desde los resultados obtenidos de la evaluación externa ICFES - Saber 11 de los años 2015 hasta 2022? y 2) ¿Cuáles Colegios de Popayán implementan estrategias pedagógicas que no trasladan diferencias socioeconómicas de los estudiantes a diferencias de rendimiento? ¿cómo se caracterizan estas estrategias pedagógicas?

Se presenta el siguiente marco teórico en el cual se viene basando el presente estudios, teniendo en cuenta autores que afirman que el nivel socioeconómico se relaciona de una manera directa con el rendimiento académico y autores que piensan que no influye este nivel en el rendimiento. El estudio denominado “la resiliencia en el logro educativo de los estudiantes colombianos” fue realizado por Dueñas et al (2019) en donde:

> *Utilizando las características socioeconómicas de los estudiantes y su desempeño académico, indicando que los estudiantes con antecedentes de alto nivel socioeconómico tienen, en promedio, mayor rendimiento académico, pero que se plantean más hipótesis que expliquen cómo el contexto socioeconómico influye en los resultados académicos. Algunos de los factores que limitan los logros de aprendizaje y el acceso y permanencia de los estudiantes en el sistema educativo son las condiciones inadecuadas de salud, el trabajo infantil y la exposición a factores de riesgo que deben afrontar los estudiantes como consecuencia de la pobreza (p.71)*

La investigación denominada “estrategias pedagógicas para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes del nivel propedéutico” realizada por Marlene & Villacreses-Viteri (2023) acogen como objetivo “plantear estrategias pedagógicas que mejoren el rendimiento académico de los estudiantes del nivel propedéutico de la Escuela Superior Politécnica Agropecuaria de Manabí Manuel Félix López” (p.144). Los autores aclaran que dicha investigación se llevó a cabo utilizando un enfoque analítico y descriptivo, además, la muestra utilizada consistió en todos los estudiantes matriculados durante el primer período académico (abril-septiembre) del año 2020, adicionalmente, se realizó un análisis

exhaustivo del rendimiento académico de los estudiantes y, posteriormente, se identificaron estrategias a implementar para mejorar el desempeño en la asignatura con el promedio más bajo la cual fue matemáticas. Estas estrategias tuvieron en cuenta aspectos como el papel de los docentes, los elementos de evaluación y la motivación de los estudiantes. Para recopilar información, se utilizó una encuesta de tipo Likert.

En cuanto a los resultados Rodríguez et al. (2021) encontraron que "la diferencia de puntajes de la Prueba Saber 11 entre instituciones educativas oficiales y no oficiales en el departamento de Nariño es relativamente mínima" (p.111), siendo en su mayoría las instituciones oficiales con mejor puntaje, en este sentido:

> *Los datos analizados exponen que los estudiantes de estratos socioeconómicos bajos obtuvieron los mejores resultados en la Prueba Saber 11; en cambio, los puntajes más bajos corresponden a estudiantes de estratos altos. Por su parte, factores psicológicos como la inteligencia, la actitud, la personalidad y voluntad influyen en el rendimiento académico. (p.119-120)*

El marco metodológico se dividió en 6 fases, en la primera de ella se accede al repositorio Data ICFES, el cual tiene un acopio de los resultados de las pruebas ICFES de las instituciones educativas de calendario B (2015-1 a 2022 -1) y calendario A (2015-2 a 2022-2). De los análisis de estos datos se entrelazaron las variables ya mencionadas, con el fin de escoger los colegios con una homogeneidad entre estratos, población por estrato y puntaje en matemáticas y de obtener información cuantitativa.

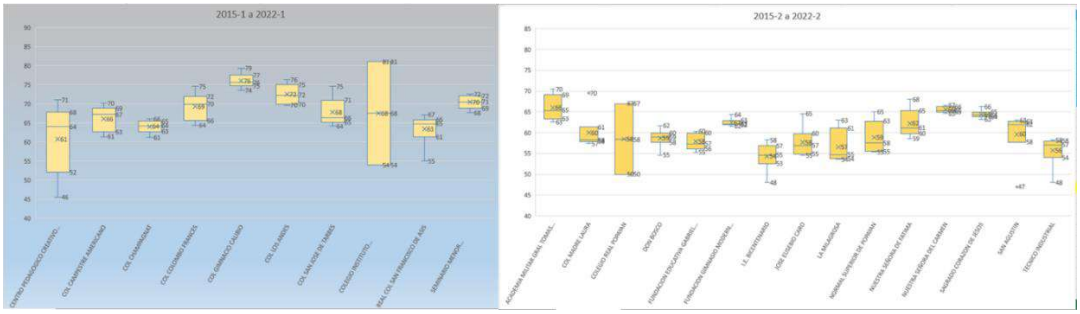



*Figura 62. Caja de bigotes del puntaje en matemáticas de los colegios públicos y privados con una mayor mediana. Fuente: elaboración propia*

*Nota.* El gráfico muestra la variación o dispersión de los datos recopilados del puntaje en matemáticas de los colegios públicos y privados con las mejores medianas. Fuente de autoría propia recuperado del Data ICFES.

En una segunda fase se realizaron entrevistas estructuradas a los profesores con el propósito de conocer las estrategias pedagógicas que han adoptado para que los estudiantes enfrenten la prueba del ICFES que se realiza dos veces al año para los calendarios académicos tanto A como B y de esta manera hacer un contraste entre colegios. Estas entrevistas serán documentadas en formato audio y constan de 11 de preguntas para profesores, las entrevistas son las mismas para los colegios escogidos.

En una tercera fase, y de manera similar a la segunda, se realizaron entrevistas estructuradas a los coordinadores o rectores con el propósito de indagar: a) Cuál es la postura de los directivos de las instituciones educativas seleccionadas frente a la brecha que se genera del nivel socioeconómico de los estudiantes, b) las estrategias pedagógicas que imparten sus docentes en el aula, c) cómo todo esto influye significativamente en el rendimiento en las pruebas ICFES. Estas entrevistas también serán documentadas en formato audio y constan de 10 de preguntas para rectores o coordinadores, las entrevistas son las mismas para los colegios seleccionados.

En una cuarta fase y de manera similar a las dos anteriores se realizaron entrevistas estructuradas a un grupo de estudiantes de grado 11 de las instituciones educativas seleccionadas con el propósito de conocer acerca de las actividades extraclase que realizan y cómo estas podrían influir en los resultados del ICFES. Estas entrevistas también serán documentadas en formato audio y constan de 10 de preguntas para rectores o coordinadores, las entrevistas son las mismas para los colegios seleccionados.

En la quinta fase se aplicó una encuesta semiestructurada de tipo Likert a los estudiantes pertenecientes al grado 11 de los colegios ya mencionados, con la finalidad de analizar cómo se sienten los estudiantes respecto a las estrategias pedagógicas implementadas por los profesores. Para la elaboración de este cuestionario se tuvo en cuenta al presentado por Raúl Quevedo Blasco et al. (2016) el cual está constituido de 33 preguntas las cuales recogen información acerca de aspectos motivacionales.

En una sexta y última fase se tomará nota en un diario de campo de las inmersiones y observaciones a los colegios escogidos en las aulas de clase de los grados 11, con el propósito de caracterizar las estrategias pedagógicas implementadas por los profesores enlazando las respuestas que los estudiantes y profesores nos suministren en las entrevistas y encuestas realizadas.

## Resultados preliminares

Con el análisis estadístico realizado se encontró que en Popayán existe una relación directa entre el nivel socioeconómico y el rendimiento en matemáticas de la prueba Saber 11, arrojando resultados en donde la mayoría de los estudiantes de colegios privados tienen un mejor resultado en esa evaluación externa que en los colegios públicos.

Hasta la fecha, no han surgido más conclusiones en relación a los factores determinantes del rendimiento en las evaluaciones externas realizadas en los colegios de Popayán. Entre los aspectos que se han analizado con mayor atención se encuentran las condiciones socioeconómicas y el papel de las estrategias pedagógicas. Si bien se han llevado a cabo diversos estudios y análisis, los resultados obtenidos hasta ahora no permiten establecer conclusiones sólidas y generalizables. Existe la necesidad de continuar investigando y recopilando datos adicionales para comprender de manera más precisa y completa la influencia de estos factores en el rendimiento académico de los estudiantes en dicho contexto educativo.

## Referencias bibliográficas

Choí de Mendizábal, Á. B. (2018). Desigualdades socioeconómicas y rendimiento académico en España. Fundación “la Caixa”, 1–9. https://acortar.link/VPgsjb

Dueñas, X., Godoy, S., Duarte, J., & López, D. (2019). La resiliencia en el logro educativo de los estudiantes colombianos*. Revista Colombiana de Educacion, 76(Educación), 69–90. https://doi.org/10.17227/rce.num76-8037

Marlene, N.-M., & Villacreses-Viteri, J. (2023). ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS PARA MEJORAR EL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE LOS ESTUDIANTES DEL NIVEL PROPEDÉUTICO. Revista Científica Multidisciplinaria Arbitrada YACHASUN, 7. https://doi.org/10.46296/yc.v7i12.0279

Raúl Quevedo Blasco, Víctor J. Quevedo Blasco, & Montserrat Téllez Trani. (2016). Cuestionario de evaluación motivacional del proceso de aprendizaje (EMPA). European Journal of Investigation in Health, Psychology and Education, 6(2), 119–132. https://doi.org/10.1989/ejihpe.v6i2.161

Rodríguez, D., Ordoñez, R., & Hidalgo, M. (2021). Determinantes del rendimiento académico de la educación media en el Departamento de Nariño , Colombia. Universidad de Antioquia, 94, 87–126. https://doi.org/10.17533/udea.le.n94a341834

PÓSTER

# DESARROLLO DE UN VIDEOJUEGO EDUCATIVO (E_RALLY) PARA EL APRENDIZAJE DE LA FUNCIÓN LINEAL BAJO LA METODOLOGÍA MEISE.

Fabio Andrés Avellaneda Castilla – faavellanedac@ut.edu.co

Universidad del Tolima

Hans Barrios Medina - hbarriosm@ut.edu.co

Universidad del Tolima

## Resumen

El presente proyecto corresponde al desarrollo de un software con aplicaciones en la educación matemática, específicamente, en el aprendizaje de funciones lineales y el concepto de pendiente. Este software, desarrollado en Godot versión 3.5.1., es un videojuego con temática de conducción de rally llamado “E_Rally”. Para el desarrollo del presente proyecto se tienen referencias regionales, nacionales e internacionales sobre desarrollo y aplicación de software en la educación matemática.

El propósito de este proyecto de investigación es desarrollar un videojuego educativo para la enseñanza del concepto de pendiente e intercepto en una función lineal, bajo la Metodología de Ingeniería de Software Educativo (MeISE), que permita generar ambientes tecnológicos y unidades didácticas contextualizadas en la tecnología. Se modela un objeto matemático o varios (en este caso el concepto de pendiente, intercepto y de función lineal) mediante una situación contextualizada y familiar para los estudiantes, todo lo anterior desde la perspectiva de la matemática corporizada, basada en el conocimiento corporizado (embodied cognition, en inglés) la cual es una teoría sostiene que, como seres

humanos, no solo procesamos la información utilizando nuestros cerebros, sino también a través de nuestras experiencias sensoriales y motoras en el mundo que nos rodea.

## Palabras clave

Videojuegos educativos, Tecnologias de la información y comunicación (Tics), Pendiente de la recta, Aprendizaje corporizada, Matemática corporizada, Metodología MeISE.

## Introducción

En este proyecto, combinaremos la emoción y la diversión de los videojuegos con el poder del aprendizaje en matemáticas. Nuestro objetivo es crear una experiencia educativa única que motive a los estudiantes a explorar conceptos matemáticos de manera interactiva, estimulante y autónoma.

E_Rally consiste en una carrera de autos de tipo Rally en el cual el juego propone una serie de escenarios, contra el tiempo y en etapas con diferentes niveles de inclinación, para esto el estudiante tendrá una variedad de opciones de motores que a su vez tendrán distintos desempeños. Para lograr los objetivos que propone el juego el estudiante debe hacer una adecuada elección del motor, de modo tal que este sea el óptimo para dicha carrera y hallar pendientes e interceptos de tal forma que para cumplir ese objetivo debe interiorizar y comprender estos conceptos.

Este software está pensado para uso didáctico, dirigido principalmente para estudiantes de grado décimo y será usado como un soporte para el docente, orientado a acercar la tecnología de la información al ambiente educativo.

Algunas características clave que estamos considerando para el videojuego son:

- **Gamificación educativa**: implementaremos mecánicas de juego, como recompensas, niveles desbloqueables con dificultad progresiva y campos de entrenamiento para incentivar la participación y el compromiso de los estudiantes.
- **Resolución de problemas:** integraremos desafíos que requieran aplicar conceptos matemáticos (pendiente de una recta y análisis grafico de rectas) para resolver problemas dentro del juego, fomentando el pensamiento crítico y la resolución de situaciones del mundo real.

- **Interacción social:** Incluiremos opciones para que los estudiantes puedan jugar en modo cooperativo o competir con sus compañeros, promoviendo el trabajo en equipo y el aprendizaje colaborativo.
- **Recursos didácticos complementarios:** Junto con el videojuego, proporcionaremos recursos educativos adicionales, como guías para profesores y actividades para el aula, para que el aprendizaje se extienda más allá de la pantalla.

Nuestro objetivo es cambiar la percepción tradicional de las matemáticas como una materia difícil y aburrida, y en su lugar, convertirla en una aventura emocionante y estimulante. Estamos emocionados por el potencial impacto que este videojuego tendrá en el aprendizaje de matemáticas y esperamos que se convierta en una herramienta valiosa tanto para estudiantes como para educadores.

## Descripción de la propuesta.

### *Planteamiento del problema*

En el marco de la sociedad actual de la información es fundamental la apropiada relación de los estudiantes con las diferentes tecnologías de la información y comunicación (TICs). Sin embargo, es fácil en nuestro ejercicio como profesores en instituciones educativas y en distintos niveles identificar el uso inapropiado de las TICs en las instituciones educativas, lo que conlleva a una baja en el rendimiento de los estudiantes observados en las prácticas. Por ejemplo, en el desarrollo de las prácticas profesionales en grado décimo y con un historial de experiencias en los grados 8° y 9° se notaron notables dificultades al momento de solucionar procedimientos algorítmicos relacionados con las funciones lineales y entender sus características, especialmente, la pendiente. Lo que conlleva a una falta de conceptos fundamentales para la resolución de problemas que necesitan estos conocimientos. Por esta razón, el videojuego será orientado a estos estudiantes de grado décimo.

Es por lo anterior que se hace pertinente preguntar ¿Cómo aprovechar el interés de los estudiantes en las TICs en el campo educativo y contextualizado? Esto requiere generar ambientes educativos óptimos que faciliten el aprendizaje de los estudiantes y contribuya a un aprendizaje significativo por medio de herramientas contextualizadas y contemporáneas.

Es así como la idea del desarrollo de un software educativo específico (E_Rally) de tipo videojuego que permita aprovechar las situaciones y contextos antes mencionados se hace presente. De acuerdo con esto, en este proyecto se abordará la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo desarrollar y estructurar el videojuego E_Rally, bajo la metodología MeISE, para la enseñanza del concepto de pendiente a estudiantes de grado décimo, teniendo en cuenta a la matemática corporizada para su desarrollo?

## *Objetivos*

### *Objetivos generales*

- Desarrollar y estructurar un videojuego usando la metodología MeISE para la enseñanza de los conceptos de pendiente, intercepto y función lineal a estudiantes de grado décimo, bajo el enfoque de la matemática corporizada.

### *Objetivos específicos*

- Modelar matemáticamente el concepto de pendiente y función lineal mediante carreras tipo rally en un videojuego.
- Utilizar el concepto de pendiente para la toma de decisiones en el videojuego.
- Describir la estructura del desarrollo del videojuego “E_Rally”

## *Referentes teóricos*

El juego es una actividad puede ser de naturaleza real y naturaleza virtual, estos últimos siendo más contextualizados a la generación de la información tan relacionada con las TIC. Esa familiarización permite la posibilidad de introducir al jugador a un mundo virtual de una manera placentera como lo menciona (Lacasa, 2011). Además, Con el jugador inmerso en el mundo virtual y habiendo caracterizado el videojuego, resulta ideal inducir al jugador en situaciones específicas con objetivos específicos en función del tipo de juego y los objetivos específicos de este.

En el campo de la educación matemática, la matemática corporizada propone una metodología de enseñanza basada en la teoría de la cognición corporizada y que busca utilizar el cuerpo y la experiencia física para ayudar a los estudiantes a comprender los conceptos matemáticos de una manera más profunda y efectiva. Danza (Gerofsky, 2013), videojuegos (Black, Segal y Fadjo 2012; Abrahamson et al, 2020) y movimientos corporales (Nathan y Walkington, 2017), son algunas de las actividades corporales usadas para promover la enseñanza de conceptos matemáticos.

Por otro lado, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) propone unos estándares mínimos que deben alcanzar los estudiantes de grado octavo y noveno dentro de los cuales tenemos “Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente”. De acuerdo a lo anterior, el MEN también establece en su línea de libros Vamos a aprender: Matemática para estudiantes, específicamente en el libro para grado noveno propone al finalizar el grado noveno el estudiante debe ser capaz de “Identificar y reconocer las características de una función” dentro de las cuales se encuentra con una gran relevancia la pendiente de una recta. Lo anterior permite reconocer las ecuaciones lineales y la pendiente como parte fundamental del currículo de grado noveno en Colombia.

## *Metodología*

Será una investigación con enfoque cualitativo y de tipo descriptiva donde se va a describir los aspectos disciplinares (matemáticos), pedagógicos y de programación necesarios para llevar a cabo el desarrollo de un videojuego con función educativa y aplicación en las aulas de clase. Lo anterior respondiendo preguntas como ¿Qué es un videojuego en educación? ¿Para quién va dirigido el videojuego E_Rally? ¿En dónde se desarrollará E_Rally? entre otras, permitirá la correcta descripción del desarrollo de E_Rally.

El desarrollo del videojuego se ejecutará de acuerdo con la metodología MeISE (metodología de ingeniería de software educativo) atendiendo al problema planteado y su forma de elaboración a través de dos etapas, etapa de definición y etapa de desarrollo, en la primera en donde se plantea la definición de requisitos, el análisis, diseño preliminar, características que pretende el videojuego alcanzar. como también los requisitos pedagógicos, además de la arquitectura en la que se construirá el software. En la segunda etapa es la cual se inicia a desarrollar el software en donde el equipo toma una iteración, la diseña, la construye, la prueba y la implementa evaluando así la conveniencia de seguir con las siguientes iteraciones hasta conseguir el producto final.

## *Resultados esperados*

- Entregar debidamente implementado todo el esquema metodológico, desde la concepción del videojuego, hasta los análisis y resultados a través de la metodología propuesta.
- Videojuego como resultado del proceso investigativo.

- Se espera que el videojuego permita a los docentes medir el progreso de los estudiantes a través de los datos generados por el juego.
- El videojuego con apartados técnicos desde su interfaz de usuario hasta los gráficos que estén a la vanguardia de videojuegos actuales.
- Hacer entrega en los plazos debidos de las actualizaciones del videojuego para sus pruebas.
- Presentación de los resultados en eventos académicos a nivel regional, nacional o internacional.

## Poster.




*Figura 63. Esquema del póster*
*Fuente: elaboración propia*

# Referencias bibliográficas.

Abrahamson D, Nathan MJ, Williams-Pierce C, Walkington C, Ottmar ER, Soto H and Alibali MW (2020) The Future of Embodied Design for Mathematics Teaching and Learning. Front. Educ. 5:147. doi: 10.3389/feduc.2020.00147

Alban, G. P., Arguello, A. E. y Molina, N. E. (2020). Metodologías de investigación educativa (descriptivas, experimentales, participativas, y de investigación-acción). *RECIMUNDO*, 163-173.

Ausebel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF*, 1-10.

Black, J. B., Segal, A., Vitale, J., & Fadjo, C. (2012). Embodied Cognition and Learning Environment Design. *Embodied cognition and learning environment design. In* .

Figueroa, A. A. (2009). MeISE: Metodología de Ingenieria de Sofrtware Educativo. *Revista Internacional de Educación en Ingenieria*.

GEE, J. P. (2003). What Video Games Have to Teach Us. *ACM Computers in Entertainment*.

Gerofsky, S. (2013). Learning Mathematics Through Dance. *Proceedings of Bridges 2013: Mathematics, Music, Art, Architecture, Culture*, 337-344.

Gómez, S. D., & Barujel, A. G. (2017). El profesorado español en la creación de materiales didácticos: los. *Dgital Education Review*, 176-195.

Johnson, K., Pavleas, J., & Chang, J. (2013). Kinecting to Mathematics through Embodied Interactions. *Entertainment Computing*, 101-104.

Lacasa, P. (2011). *Los videojuegos: Aprender en mundos reales y virtuales.* MADRID: EDICIONES MORATA, S.L.

MEN. (1999). *Nuevas tecnologias y curriculo de matematicas.* COLOMBIA: Ministerio de Educación Nacional.

MEN. (2006). Estandarés basicos de competencia en Matemáticas. En M. d. Nacional, *Estándares Básicos de Competencias* (págs. 46-95). COLOMBIA: Ministerio de Educación Nacional.

MEN. (2017). *Vamos a aprender Matemática: libro del estudiante.* COLOMBIA: Ministerio de Educacion Nacional.

Nathan, M. J., & Walkington, C. (2017). Grounded and embodied mathematical cognition: Promoting mathematical insight and proof using action and language. *Cognitive Research: Principles*, 1-20.

Piaget., J. (1999). *Play, dreams and imitation in child-hood.* London: Psychology Press.

Swart, M. I., Schenck, K. E., Xia, F., Kwon, O. H., Nathan, M. J., Vinsonhaler, R., & Walkington, C. (2020). Grounded and Embodied Mathematical Cognition for Intuition and. *ICLS 2020 Proceedings*, 175-182.

Vega, M. C., Morales, V. M., Marín, D. P., & Moguerz, J. M. (2021). Stimulating children's engagement with an educational serious videogame. *ELSEVIER*.

# $^{3}$F1 - LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS, LA FÍSICA Y LA APASIONANTE FÓRMULA 1

Abel Ricardo Sarria Mejía – ricardosarria@colegiomargaritab.com

Colegio Margarita Bosco

Nataly Rey Ayala –natalyrey@colegiomargaritab.com

Colegio Margarita Bosco

Estudiantes colaboradoras: Paula Benitez, Margarita Castillo, Diana Duarte, Laura Montañez, Lina Rey, Dana Rojas, Maria Fernanda Aguirre, Linda Zamora, Isabella Villate, Manuela Vargas y Sofia Naranjo.

## Resumen

La Fórmula 1 es deporte que se presta para aplicar las Leyes de Newton, la aceleración, y las funciones trigonométricas. El movimiento armónico simple, modelado por funciones senoidales, representa el arranque de los automóviles, donde la aceleración y la velocidad determinan el momento cero de los pilotos. La aerodinámica es esencial para que los monoplazas se mantengan pegados al suelo, mejorando su agarre y velocidad. Las curvas de la pista involucran funciones trigonométricas para calcular los ángulos y las aceleraciones que los pilotos deben aplicar. Estos conceptos, aparentemente abstractos, cobran vida en la pista de carreras.

El proyecto busca aprovechar estos principios en el contexto de la Fórmula 1, en este sentido, los talleres del encuentro matemático se centran en funciones trigonométricas, movimiento circular uniforme y su relación con la aerodinámica y la aplicación de las Leyes de Newton.

La aerodinámica es crucial para optimizar la velocidad y el agarre. El efecto Venturi reduce la presión del aire debajo de los automóviles para mejorar el agarre, mientras que el sistema de reducción de arrastre (DRS por sus siglas en inglés) reduce la resistencia aerodinámica para alcanzar altas velocidades en los trayectos.

## Palabras clave

Leyes de Newton, coeficiente de fricción, ángulo de peralte, aerodinámica, aceleración, funciones trigonométricas.

## Introducción

A partir de las temáticas trabajadas en clase como las funciones trigonométricas, el Movimiento Circular Uniforme, las leyes de Newton, la aceleración, velocidad y gravedad, se busca relacionarlo con la Fórmula 1.

En la Fórmula 1, desde la salida en el grid empezamos a analizar los fenómenos físicos que se presentan, tales como, movimiento armónico simple que relacionan una función senoidal al momento del arranque, la aceleración y la velocidad van a determinar las posiciones generales de los pilotos con la aerodinámica del monoplaza.

Por otro lado, las funciones trigonométricas identifican el ángulo presente en las curvas de la pista, en donde el piloto ejerce cierta aceleración y cambios en el manejo del automóvil, a pesar de que no encontramos estas funciones en nuestro cotidiano, son usadas en muchas cosas y acciones que realizamos, sin embargo se presenta en el taller la unión y aplicación de los temas nombrados anteriormente permitiendo su uso para entender las acciones que aplican los pilotos a los vehículos de carreras.

## Descripción de la propuesta

En el proyecto 3F1 se tiene como objetivo principal aplicar conceptos físicos como las Leyes de Newton, la aceleración y fuerzas en relación con la Fórmula 1. Teniendo en cuenta los aprendizajes obtenidos a través de las metodologías trabajadas en clase.

A continuación, se propone una organización general de los temas y aspectos que se desean trabajar en cada una de las sesiones; teniendo en cuenta el uso de diferentes materiales didácticos y la organización de cada una de las planeaciones.

| TEMA | METODOLOGÍA | RECURSOS | TIEMPO |
|---|---|---|---|
| Funciones trigonométricas | **Inicio - Motivación:**<br>Evidencias gráficas con el fin de tener un diagnóstico sobre los presentes en el aula.<br>● SENO<br>● COSENO<br>● TANGENTE<br>Introducción a elementos de la fórmula 1<br><br>**Modelación:**<br>Evidenciar las funciones trigonométricas a través de contextos de la vida real (movimientos periódicos).<br><br>**Simulación - cierre:**<br>A través de un Kahoot realizar un diagnóstico de lo previamente visto. | *Recursos necesarios:*<br>*Video Beam<br>*Recursos propios:*<br>*Presentación digital - diapositivas<br>*Kahoot | Inicio - Motivación (10 MIN)<br>Modelación (15 min)<br>Simulación - cierre (20 min) |
| Movimiento circular uniforme | **Inicio - Motivación:**<br>Explicación de conceptos de Movimiento Circular Uniforme (Ángulo de peralte, ecuación de Bernoulli, efecto Venturi, aerodinámica, entre otros)<br><br>**Modelación:**<br>Por medio de ejercicios prácticos con un balde de agua y rueda para bicicleta, observar los fenómenos en relación y analizar la fuerza centrífuga<br><br>**Simulación - cierre:**<br>Presentación y análisis de una pista con curvas<br>Ejemplos de la Fórmula 1 donde se apliquen las Leyes de Newton | *Recursos necesarios:*<br>*Video Beam<br>*Sonido<br>*Recursos propios:*<br>*Presentación digital - diapositivas<br>*Balde con agua<br>*Rueda para bicicleta<br>*Pista de carros | Inicio - Motivación (10 MIN)<br>Modelación (15 min)<br>Simulación - cierre (20 min) |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Aplicación en Fórmula 1 | **Inicio – Motivación**<br>Presentación vídeo Fuerzas G Explicadas (https://youtu.be/z1nXldxlvcY)<br><br>**Modelación:**<br>Explicación de aspectos físicos-matemáticos en relación con el video<br><br>**Simulación - cierre:**<br>Retomar análisis de la pista hecho en el día anterior | *Recursos necesarios:*<br>*Video Beam<br>*Sonido<br>*Recursos propios:*<br>*Presentación digital - diapositivas<br>*Pista de carros<br>*video fuerzas G | Inicio - Motivación (10 MIN)<br>Modelación (10 min)<br>Simulación - cierre (25 min) |

## Actividades para realizar

| TEMA | ACTIVIDAD |
|---|---|
| Funciones trigonométricas | A través del juego Kahoot realizaremos un diagnóstico de los conceptos básicos de la trigonometría. |
| Movimiento circular uniforme | Por medio de ejercicios prácticos con un balde de agua, una onda (cuerda) y rueda para bicicleta, observar el comportamiento de un cuerpo cuando está sometido a la fuerza centrífuga. |
| Aplicación en Fórmula 1 | Presentación vídeo Fuerzas G Explicadas (https://youtu.be/z1nXldxlvcY) |

## Conclusiones

El proyecto nos perite entender la relación de las leyes de Newton y la aerodinámica como un pilar de la Fórmula 1, permitiendo que los vehículos logren un desempeño óptimo y mantengan una adherencia máxima al asfalto. El Efecto Venturi, al disminuir la presión del aire bajo el monoplaza, ejerce una especie de aplastamiento que mejora el agarre y la estabilidad del automóvil en las curvas.

Finalmente, el DRS, o sistema de reducción de arrastre, desempeña un papel relevante al reducir la resistencia aerodinámica, posibilitando altas velocidades en las rectas de la pista. Además, en la Fórmula 1, diversas fuerzas están en juego, como la fricción entre las llantas y el suelo, la fuerza centrípeta que mantiene a los pilotos en el circuito, y la consideración del peso, que debe ser mínimo para alcanzar velocidades máximas y garantizar la capacidad de los conductores de ajustarse a sus vehículos. Estos aspectos resaltan la intersección entre la física y la Fórmula 1, donde la ciencia se convierte en un elemento fundamental de la competición.

## Referencias bibliográficas

Bandala-Rocha, M. R., Macedo y Ramírez, R. C., & Vélez-Ruiz, J. F. (2005). *Evaluación de Coeficientes de Fricción en el Transporte de Fluidos No-Newtonianos. Información tecnológica*, 16(2), 73-80.

Evangelista, I., Roldán, G., Benatti, E., Godino, M. E., Silva, C., Duri, L., & Cadierno, M. (2019). 7303-19 FÍSICA *Aplicaciones de las leyes de Newton*.

Fraija, I. (2006). *Estudio de la aerodinámica en los vehículos. Prospectiva*, 4(2), 66-70.

Martínez Sierra, G. (2012). *Concepciones y matemática escolar: Unidades de medida de las funciones trigonométricas en el nivel medio superior*. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 15(1), 35-62.

Sarabia, F. D. (2011). *Diseño vehicular*. Revista Vinculando.

Seco, J. G., Nieto, M. R., Heili, S., Sabillón, O., Fernández, I., Ortega, A., & Mangado, N. G. (2003). *Fiabilidad de los sistemas de Venturi en la oxigenoterapia.* Archivos de Bronconeumología, 39(6), 256-260.

Szulejko, RM (2021). *Diseño y análisis aerodinámico OFA* Ground effect sports car (Tesis de Doctorado, Instytut Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej).

Vega-Calderón, F., Gallegos-Cázares, L., & Flores-Camacho, F. (2017). *Dificultades conceptuales para la comprensión de la ecuación de Bernoulli*.

# EXPLORACIÓN DEL JUEGO DE ROL: “COMPETENCIAS MATEMÁTICAS: UNA ODISEA ESPACIAL”

Miguel Angel Montealegre Cabra – mamontealegrec@upn.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional

## Resumen

El juego de rol "Competencias Matemáticas: Una Odisea Espacial", ha sido desarrollado como parte del trabajo de grado para obtener el título de Licenciado en Matemáticas en la Universidad Pedagógica Nacional. Este juego tiene como intención principal, presentar los juegos de rol como una herramienta para apoyar el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de educación básica o media en espacios extracurriculares. El juego se concibe como un complemento para fortalecer estas competencias en los estudiantes a través de actividades secuenciadas a manera de narración en el contexto de un juego de rol ambientado en el espacio. Para esto se toman las competencias: Razonamiento y argumentación; Planteamiento y resolución de problemas; y Comunicación, modelación y representación, y se presentan dentro del juego como posibles caminos que los jugadores podrán escoger, donde cada uno de estos tendrán diferentes actividades originales y adaptadas hechas con material concreto que permitan el desarrollo lúdico de dichas competencias.

## Palabras clave

Juegos de rol, Competencias matemáticas.

## Introducción

La intención de relacionar las competencias matemáticas con los juegos de rol nace de la exploración de trabajos anteriores a este, donde diferentes educadores y futuros educadores matemáticos utilizaron los juegos de rol en diversidad de situaciones dentro del aula, sin embargo, se encontró que la mayoría de estos juegos utilizaban elementos del

rol para enseñar un tema u objeto matemático. Lo que no se encontró en esta exploración de diferentes textos, artículos, trabajos de grado e investigaciones fue un juego que explorara un enfoque más allá de los objetos y/o procedimientos propios de las matemáticas, un juego que tocara una parte más humana, por decirlo de alguna forma. Es aquí donde las competencias matemáticas toman lugar, debido a la necesidad de hacer que los estudiantes sean matemáticamente competentes para vivir en sociedad.

Para entender la relación que se quiere hacer entre el juego de rol diseñado con el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes, es necesario saber primero qué es un juego de rol y cómo se están entendiendo las competencias matemáticas, para de esta forma poder tener una idea clara de lo que se pretende hacer con este juego. Inicialmente se presenta la siguiente definición de juegos de rol de mesa:

> Son juegos de mesa que cuentan una historia narrativa la cual cambia o evoluciona dependiendo de las acciones de los jugadores, los cuales interpretan a los protagonistas de dicha historia, guiados por un jugador especial nombrado maestro de juego. Para el desarrollo de estos es necesario contar con los siguientes elementos: manual del juego, hojas de personaje, dados y miniaturas.

Esta definición es elaboración propia basada en los siguientes referentes bibliográficos: Brell, (2006); Camargo (2014); Hitchens y Drachen (2008); Darlington (1998). Esta se simplificó para presentar los elementos básicos de un juego de rol, sin embargo, como se presenta más adelante, existen más elementos dentro del juego que se enfocan en el desarrollo de competencias.

En cuanto a competencias matemáticas hay que observar que en los Estándares Básicos de Competencias (2006) se habla de ser matemáticamente competente. Para presentar esa noción de competencia hay que mencionar la significatividad del aprendizaje y de dimensiones de la comprensión refiriéndose a los contenidos, las técnicas, la comunicación, la praxis, entre otros asuntos que muestran dicha comprensión:

> (…) una noción amplia de competencia como conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores. Esta noción supera la más usual y restringida que describe la competencia como saber hacer en contexto en tareas y situaciones distintas de aquellas a las cuales se aprendió a responder en el aula de clase. (MEN, 2006, p.49)

Por lo anterior, se puede observar que tanto los juegos de rol como las competencias matemáticas tienen en cuenta una amplia variedad de aspectos de los estudiantes o jugadores, esto se puede evidenciar cuando se debe atravezar por distintos obstáculos o pruebas dentro de un ambiente el cual puede o no ser imaginario, pues será la forma en la que se afronten estos obstáculos los que definiran el avance del jugador en su evolución como protagonista de la historia, pero a su vez en el estudiante en cuanto al desarrollo que permiten dichas pruebas para ser matemáticamente competente.

Asimismo, los juegos de rol como dinámica para desarrollar las competencias matemáticas en los estudiantes implican un cambio de paradigma de los dos sujetos que intercambian interacciones en el aula normalmente, es decir, maestro y estudiante. Para Camargo (2014):

> (…) la actividad matemática desde el juego de rol es un gran acierto metodológico que permite trabajar al mismo tiempo conceptos, procedimientos y actitudes de los estudiantes, pues aprovechando que el juego de rol se basa en la narrativa, se proponen situaciones (problemas) como misiones o partidas que establece el máster (profesor) que desafían al jugador a resolverlas para continuar con la trama de la historia, dentro de un contexto interesante y motivador. (p. 145)

Esto se relaciona con la intención del juego aquí presentado, pues este quiere ser un espacio extracurricular o complementario a las clases usuales. De este modo la interacción entre docente-estudiante y estudiante-estudiante van a ser diferentes y van a implicar un cambio tanto en lo que el estudiante siente como en su comportamiento actitudinal.

## Descripción de la propuesta

Se pretende hacer una introducción al juego de rol: “Competencias Matemáticas: Una Odisea Espacial” mostrando elementos constitutivos de este y explicando aspectos relevantes sobre el contexto del juego a los asistentes, para así poder entender la intención del juego, dichos aspectos serán (sin limitarse a) creación, materiales utilizados, proceso creativo, investigación, explicaciones teóricas, etc. Así como el aporte a las competencias matemáticas que puede tener cada actividad presentada en el juego, para eso este se dividió en las tres agrupaciones hechas en el ICFES: Razonamiento y argumentación; Planteamiento y resolución de problemas; y Comunicación, modelación y representación.

Una vez se conozcan los elementos anteriores, se procede a jugar las dos actividades que se llevan al evento, a continuación, se presenta a detalle cada una de estas:

- "Círculo de monedas" y "Nim"

Se utilizan las monedas del juego (Figura 1) que además de utilizarse para esta actividad también tienen un valor real dentro del universo del juego, este valor consiste en que cada cinco Quinastros corresponden a un Junolite y ocho de estos a un billete especial denominado Rockllet, este sistema de moneda hace uso de la base 5 y 8, sin embargo, para esta actividad no será necesaria su aplicación.

Esta actividad tomada del libro Matemática para divertirse de Martín Gardner (s.f.) consiste en descubrir patrones de movimiento en las monedas a partir de las reglas establecidas con anterioridad. Para el "Círculo de monedas" se organizan diez monedas en un círculo y los jugadores deben turnarse para sacar una o dos monedas, si se sacan dos estas deben estar juntas, sin que haya entre ellas un espacio vacío u otra moneda, la persona que saque la última moneda gana: Y, para "Nim", se dispone de nueve monedas (filas de cuatro, tres y dos) y cada jugador debe sacar una o más monedas siempre que pertenezcan a la misma fila, la persona que toma la última moneda pierde. Para estos juegos se usará cualquiera de las dos monedas dependiendo de la cantidad que los jugadores quieran apostar.




*Figura 64. Junolite y Quinastro*
*Fuente: elaboración propia*

*Nota*. Las monedas están impresas en vinilo laminado sobre cartón.

- "Acertijo de piezas"

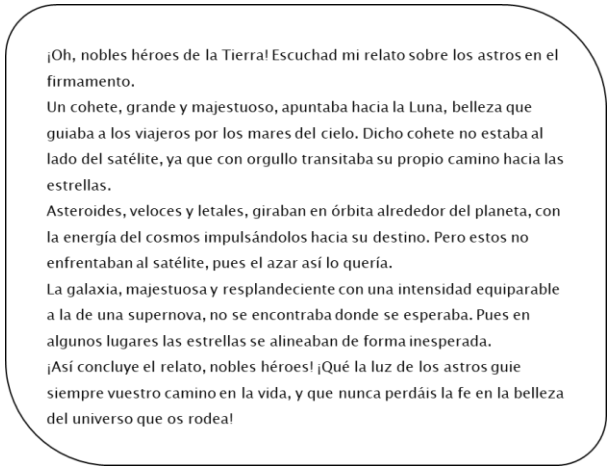
Para esta actividad se usan las fichas mostradas en la Figura 2 y los trozos del acertijo de la Figura 3, estos se utilizan a medida que se obtienen durante el juego, pues la

intención de esta prueba es que los estudiantes vayan obteniendo trozos del acertijo para así poder mover las fichas en un tablero hasta llegar a la solución deseada.



*Figura 65. Fichas: planeta, galaxia, asteroides, satélite, cohete y luna*
*Fuente: elaboración propia*

*Nota*. Las fichas están impresas en vinilo laminado sobre acrílico.



¡Oh, nobles héroes de la Tierra! Escuchad mi relato sobre los astros en el firmamento.
Un cohete, grande y majestuoso, apuntaba hacia la Luna, belleza que guiaba a los viajeros por los mares del cielo. Dicho cohete no estaba al lado del satélite, ya que con orgullo transitaba su propio camino hacia las estrellas.
Asteroides, veloces y letales, giraban en órbita alrededor del planeta, con la energía del cosmos impulsándolos hacia su destino. Pero estos no enfrentaban al satélite, pues el azar así lo quería.
La galaxia, majestuosa y resplandeciente con una intensidad equiparable a la de una supernova, no se encontraba donde se esperaba. Pues en algunos lugares las estrellas se alineaban de forma inesperada.
¡Así concluye el relato, nobles héroes! ¡Qué la luz de los astros guie siempre vuestro camino en la vida, y que nunca perdáis la fe en la belleza del universo que os rodea!

*Figura 66. Acertijo*
*Fuente: elaboración propia*

*Nota*. El acertijo se divide en tres partes impresas y es estilo pergamino.

## Conclusiones

La primera actividad permite seguir reglas, descubrir patrones y plantear estrategias, lo que se traduce en el desarrollo de la competencia Razonamiento y argumentación, mientras que en la segunda actividad se evidencia la competencia de Comunicación, modelación y representación, en cuanto se tienen que ubicar las fichas a partir de un acertijo escrito en prosa, lo que permite evidenciar el cambio de

representación. De esta manera, al presentar las dos actividades anteriores se va a poder exponer el potencial de los juegos de rol para el desarrollo de competencias matemáticas, sobre todo al hacerse en la modalidad de feria matemática se podrá observar las percepciones que los asistentes tengan sobre las actividades realizadas y en general sobre el juego de rol, esto será útil para estudios posteriores como el trabajo de grado del que sale esta propuesta y otras investigaciones futuras sobre juegos de mesa y su relación con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

El juego de rol mencionado es un material innovador en el cual se implementan distintos tipos de pruebas y actividades que los jugadores deben realizar, las cuales se enfocan en apoyar al desarrollo de competencias matemáticas, a través de la narración y el ambiente lúdico. Este tipo de juegos pueden provocar cambios positivos en los comportamientos actitudinales que los estudiantes suelen tener en las clases de matemáticas, ya que se enfoca en potenciar los procesos y no los procedimientos, siendo un complemento para el desarrollo del pensamiento matemático en niños, niñas y jóvenes. También hay que mencionar eventos como este permiten la presentación del juego a la comunidad, para así poder ser valorado, consiguiendo una realimentación en la que se destaquen los beneficios, pero a su vez se descubra qué se puede mejorar del juego, apoyando a la continua búsqueda del desarrollo de competencias matemáticas.

## Referencias bibliográficas

Brell, M. (2006). Juegos de rol. *Educación Social,* (33), 104-113.

Camargo, D. M. (2014). Juego de rol y la actividad matemática. *Infancias Imágenes,* 13(2), 138-146.

Darlington, S. (1998). A History of Role-Playing Part I: One small step for a wargamer... *Places to Go, People to Be*. Obtenido de http://www.ptgptb.org/0001/history1.html

Gardner, M. (s.f.). *Matemática para divertirse.* Granica Ediciones.

Hitchens, M., y Drachen, A. (2008). The Many Faces of Role-Playing Games. *International Journal of Role-Playing,* 1, 3-21.

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. En MEN, *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas* (pp. 46-95). Colombia: MEN.