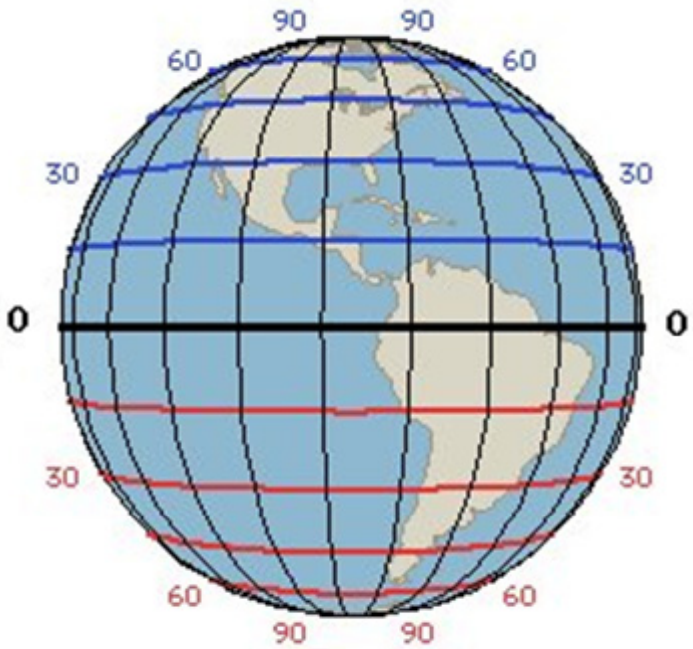
Sincronización espontánea en redes móviles ad hoc

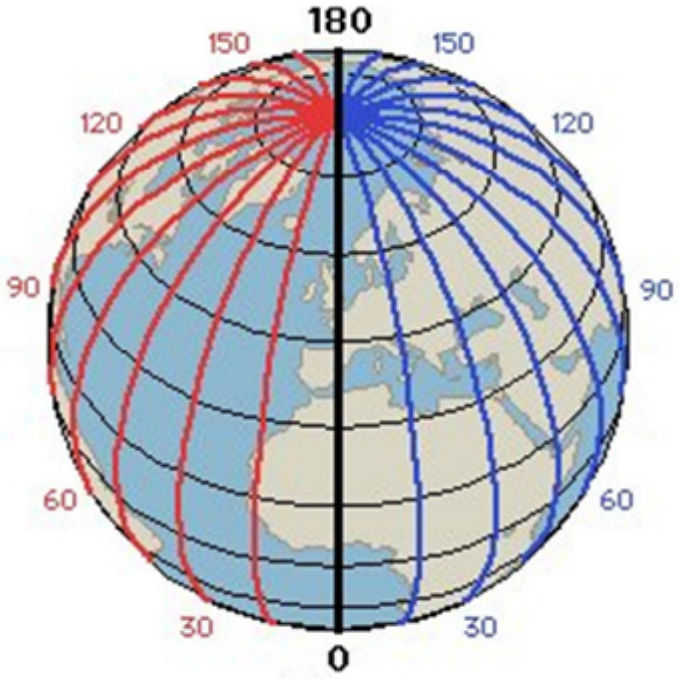
Marco Aurelio Alzate Monroy

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Navegar en el siglo XVII

¿Cómo conocer la posición sin GPS?



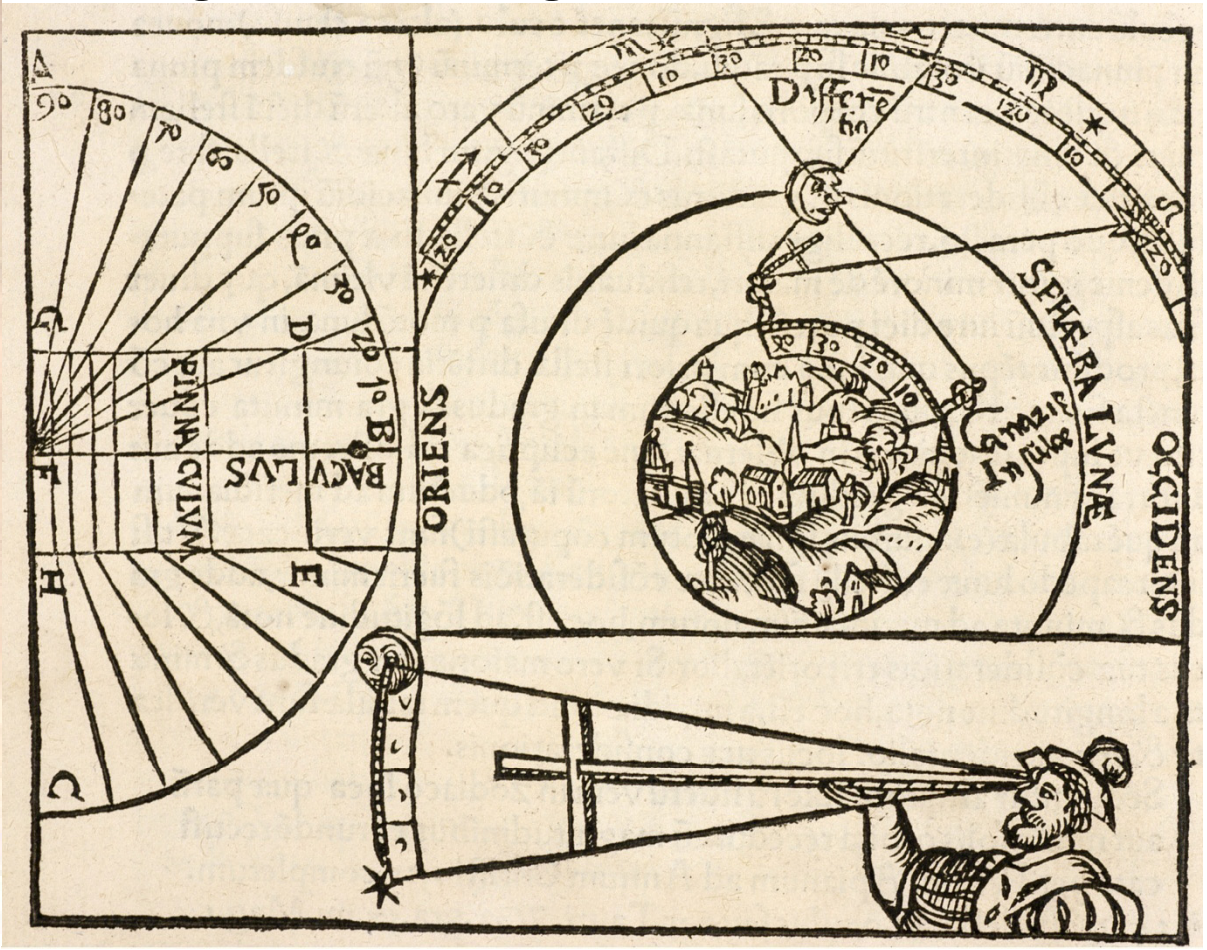


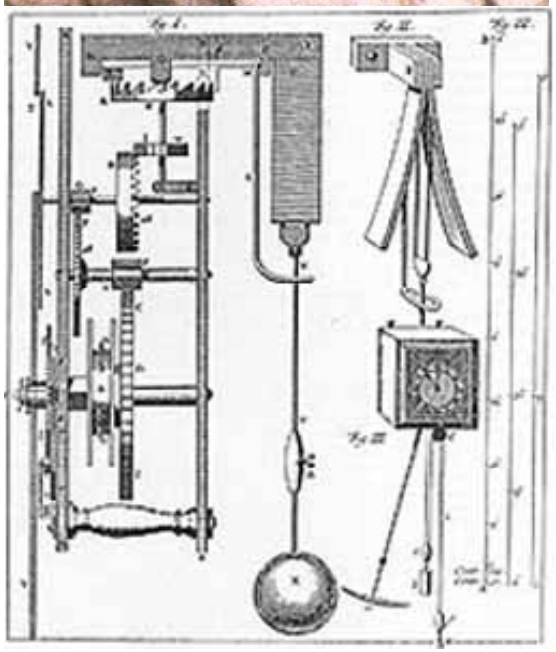
- La latitud es fácil:
  - Duración del día
  - Distancia angular entre el sol y el cenit al mediodía
  - Etc.

- La longitud es difícil:
  - España, Portugal, Inglaterra y Holanda pagarían mucho dinero al que encontrara una solución práctica

Mediante un registro preciso del tiempo

- 1530 : Gemma Frisius
- Llevar a bordo un reloj que mantenga la hora del puerto de salida
- Observar la hora del puerto de salida cuando el sol está más alto
- Cada hora de diferencia son 15 grados de longitud





Christiaan Huygens

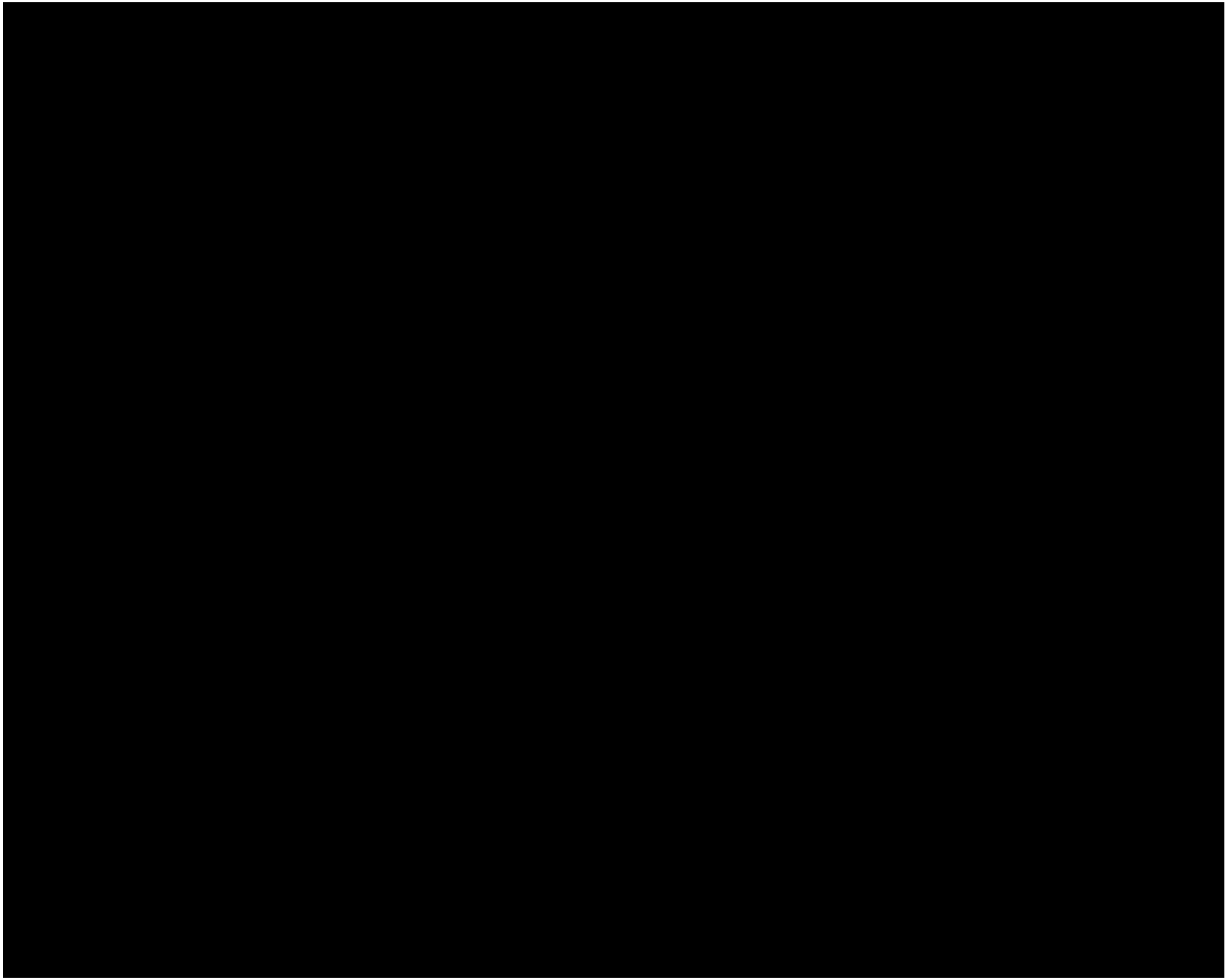
- "Serendipity" : Don de descubrir cosas sin proponérselo:
  - Alexander Flemming con la penicilina
  - Penzias y Wilson con la radiación del big bang
  - …
- Christian Huygens con la sincronización espontánea
  - Con los relojes de péndulo que inventó para navegación descubrió *"… algo maravilloso que le sorprenderá"*.

El fenómeno

Querido papá,

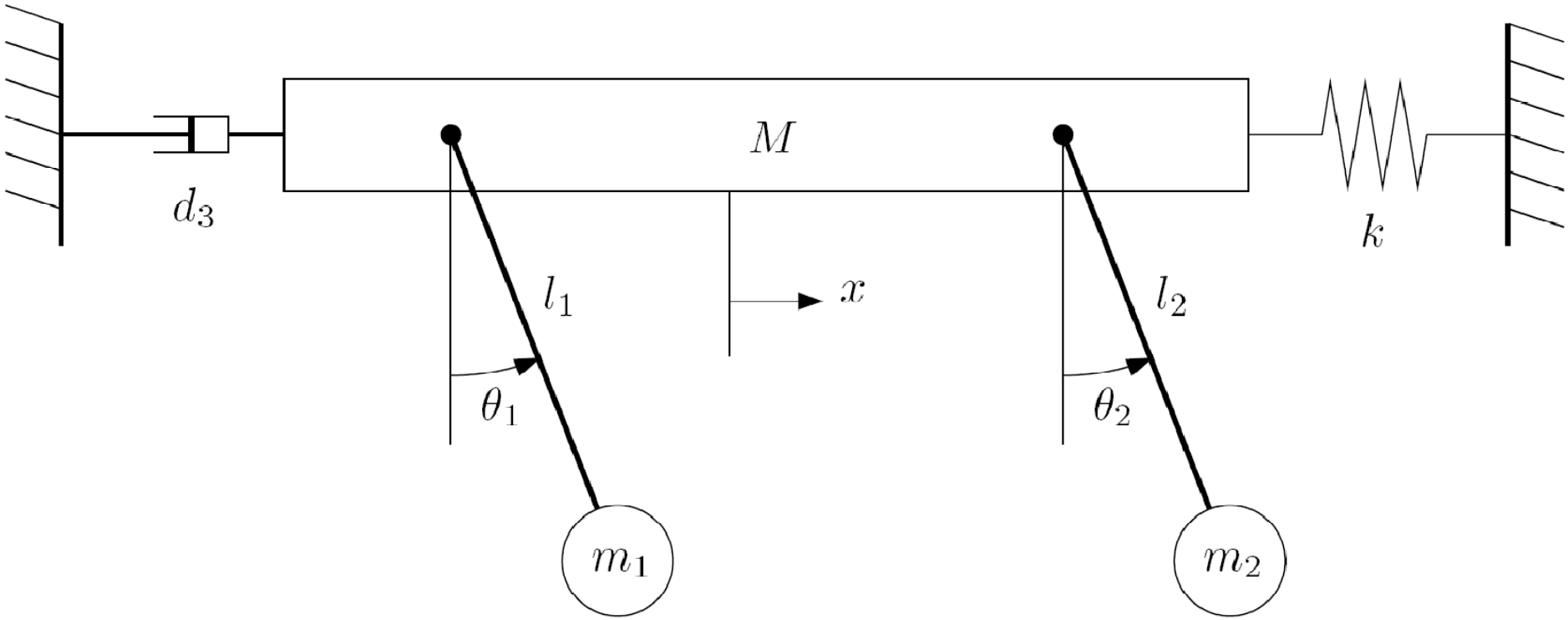
Obligado a estar en mi cuarto por varios días, estuve ocupado observando mis dos nuevos relojes y noté un efecto admirable que nadie hubiera podido imaginar. Es que ellos, cuando están separados uno o dos pies, mantienen un acuerdo tan exacto que los péndulos siempre oscilan juntos sin variaciones. Después de admirar esto por un rato, finalmente encontré una especie de simpatía: si yo desfasaba sus oscilaciones, siempre retornaban a la consonancia dentro de la siguiente media hora y la mantenían por tanto tiempo como yo les permitiera. Al separarlos quince pies observé que, después de un día, todavía había cinco segundos de diferencia entre ellos. En consecuencia, opino que su acuerdo inicial debe ser causado por una agitación imperceptible del aire debida al movimiento de los péndulos.

Christiaan Huygens
La Haya, 1665



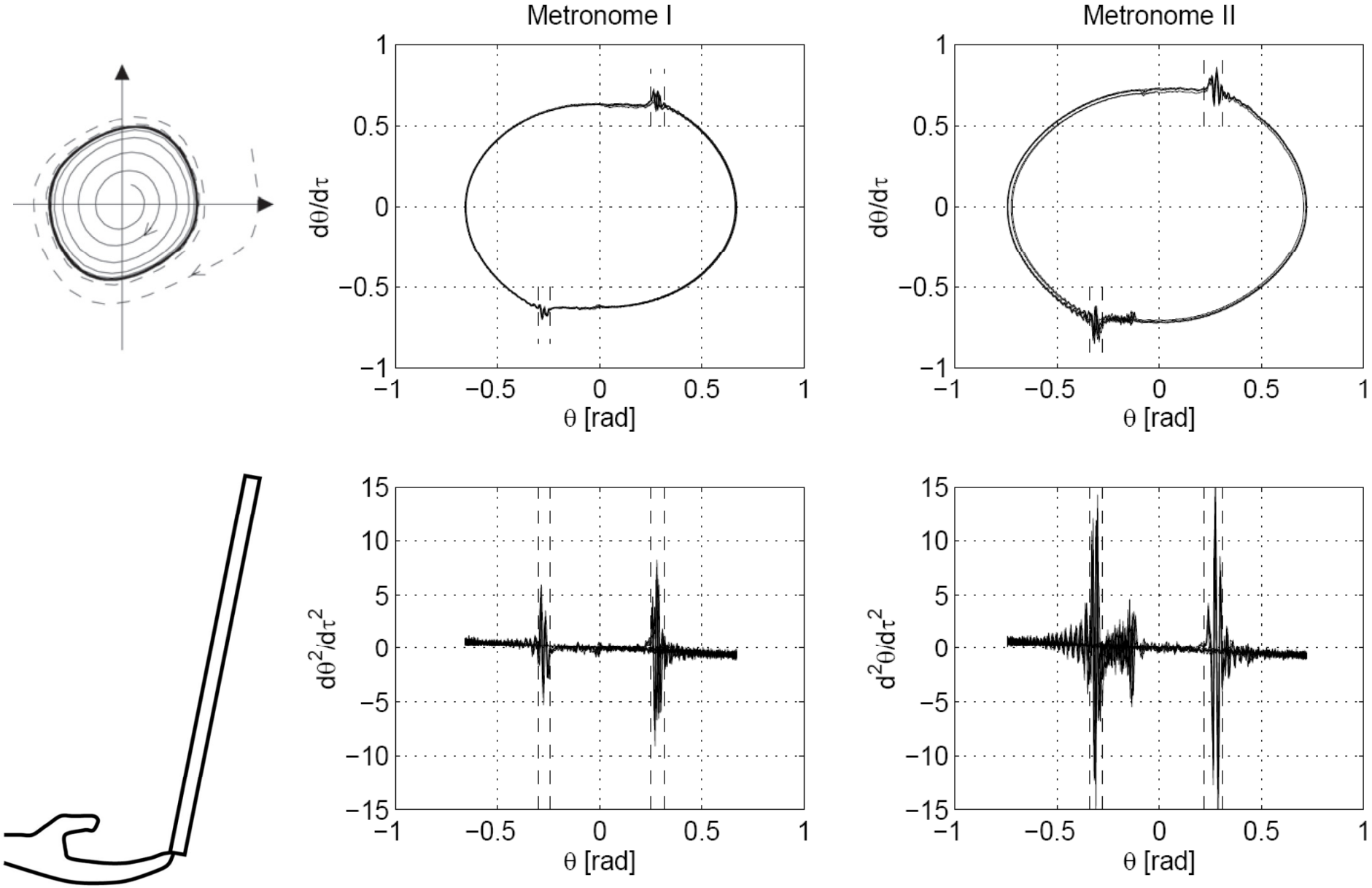
James Pantaleone. “Synchronization of metronomes.” *American Journal of Physics, 70(10):992–1000, oct.* 2002

Sincronización de metrónomos



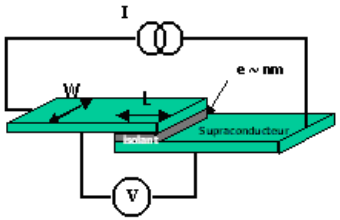
- W.T. Oud, H. Nijmeijer and A.Yu. Pogromsky “A Study of Huijgens’ Synchronization: Experimental Results”, Lecture Notes in Control and Information Sciences, Springer, 2006

Sincronización de metrónomos



Otras sincronizaciones

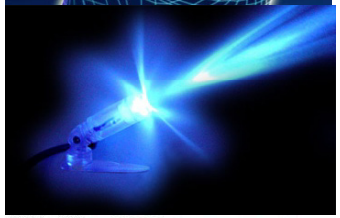
- El corazón está hecho de cientos de miles de células musculares que se deben contraer y relajar simultáneamente, para lo cual una pequeña región de células (el marcapasos) genera impulsos eléctricos sincronizadores… Pero ¿cómo se sincronizan las células del marcapasos cardíaco?



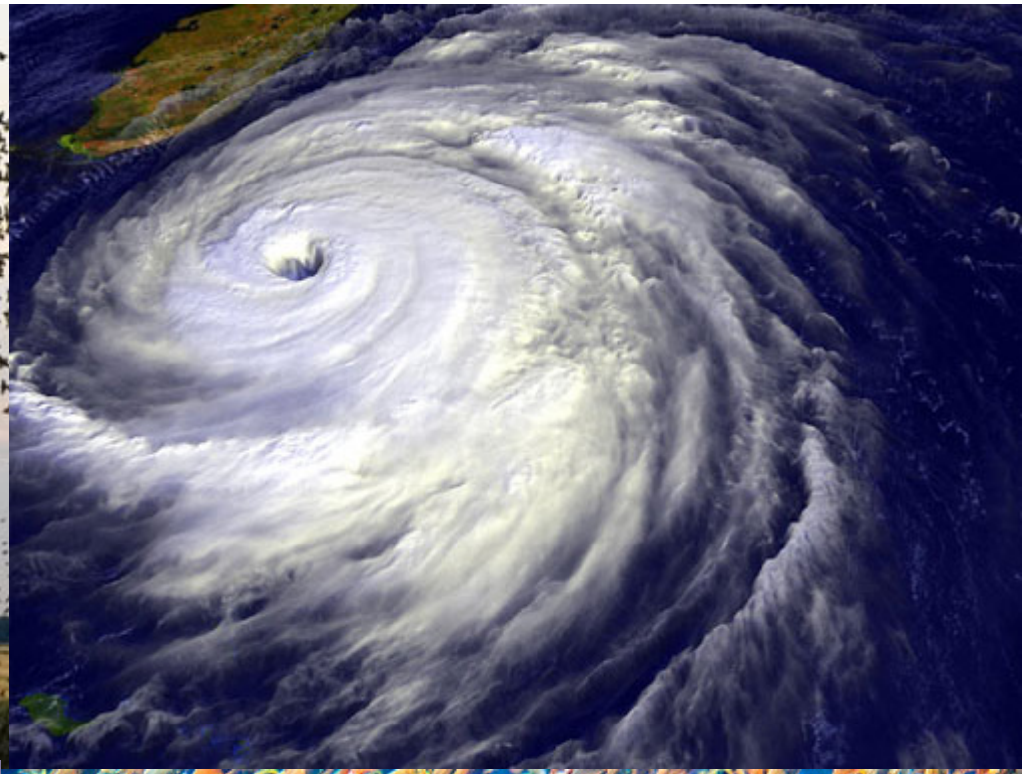
- En el efecto Josephson, los electrones atraviesen una barrera aislante entre dos superconductores. Si se aplica un voltaje DC, la corriente de electrones oscilla a una frecuencia f = 2eV/h: Sólo depende el voltaje aplicado. Pero ¿cómo se sincronizan los electrones que atraviesan la barrera?

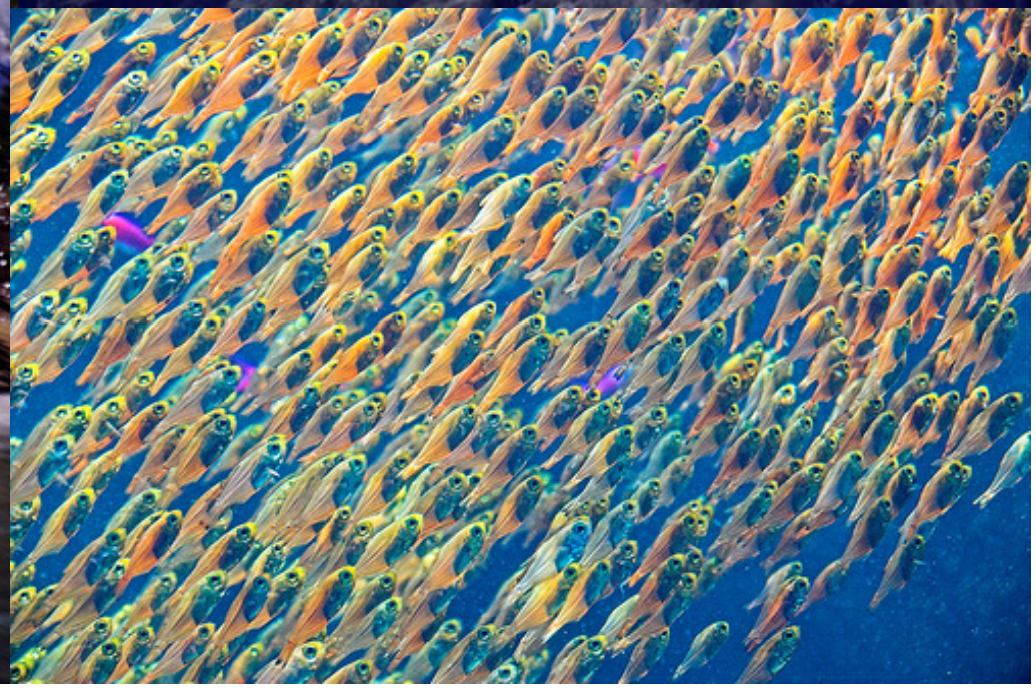
- Las amigas que pasan mucho tiempo juntas encuentran que sus períodos menstruales se sincronizan… Pero ¿cómo se comunican sus cuerpos para alcanzar esa sincronización?

Otras sincronizaciones



- Los espermatozoides, en camino al óvulo, mueven su cola al tiempo en una forma primordial de nado sincronizado.
- La epilepsia la causan millones de células cerebrales disparando señales en una sincronización patológica
- La coherencia de un rayo láser viene de trillones de átomos pulsantes, todos emitiendo fotones de la misma fase y frecuencia.
- Los ritmos circadianos están presentes en cada célula de nuestro cuerpo, regulando algunas variables biológicas globales como la temperatura. ¿Evolución en sincronía con la rotación de la tierra?
- La rotación de la luna está en perfecta sincronía con su traslación, como efecto del fenómeno de las mareas!



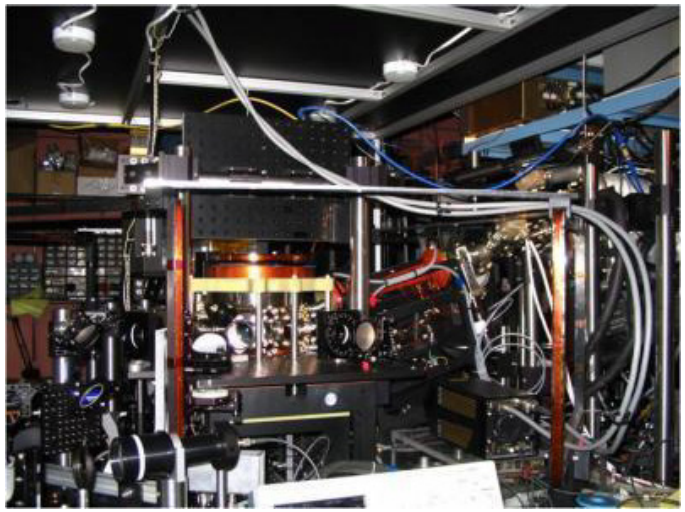


Estornino

Sincronización

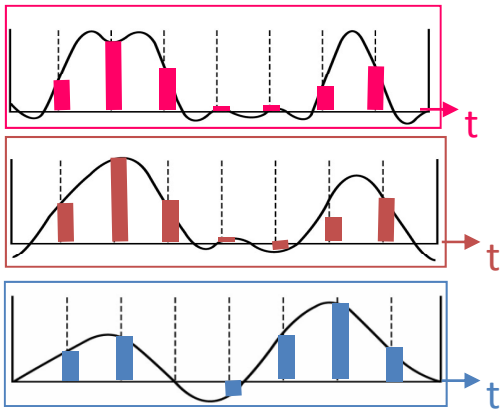
- Pareciera que la tendencia a la sincronización es uno de los motores del universo, desde partículas y átomos hasta personas, planetas y galaxias.
- El estudio de la sincronización espontánea ha estado repartido entre biólogos, físicos, matemáticos, astrónomos, ingenieros, sociólogos, geólogos, etc.
- Pero poco a poco las distintas orientaciones se difunden en el estudio general de los “osciladores acoplados”

Sincronización en redes de comunicaciones



El reloj atómico JILA, del NIST y la Universidad de Colorado, se puede desfasar un segundo en mil millones de años

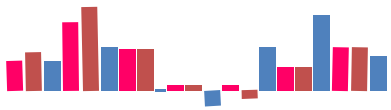
- Las redes de comunicaciones digitales necesitan estar en perfecta sincronización para una operación correcta.
- Los sistemas TDM (PDH, SDH) intercalan la información de muchos usuarios en el tiempo y es importante poder identificar cada trama y cada intervalo de tiempo dentro de una trama.
- Estos sistemas usan relojes atómicos de referencia primaria (la frontera en el estudio de las interacciones entre la materia y la luz) y distribuyen la respectiva información de tiempo.
- …
- No es lo que nos interesa…



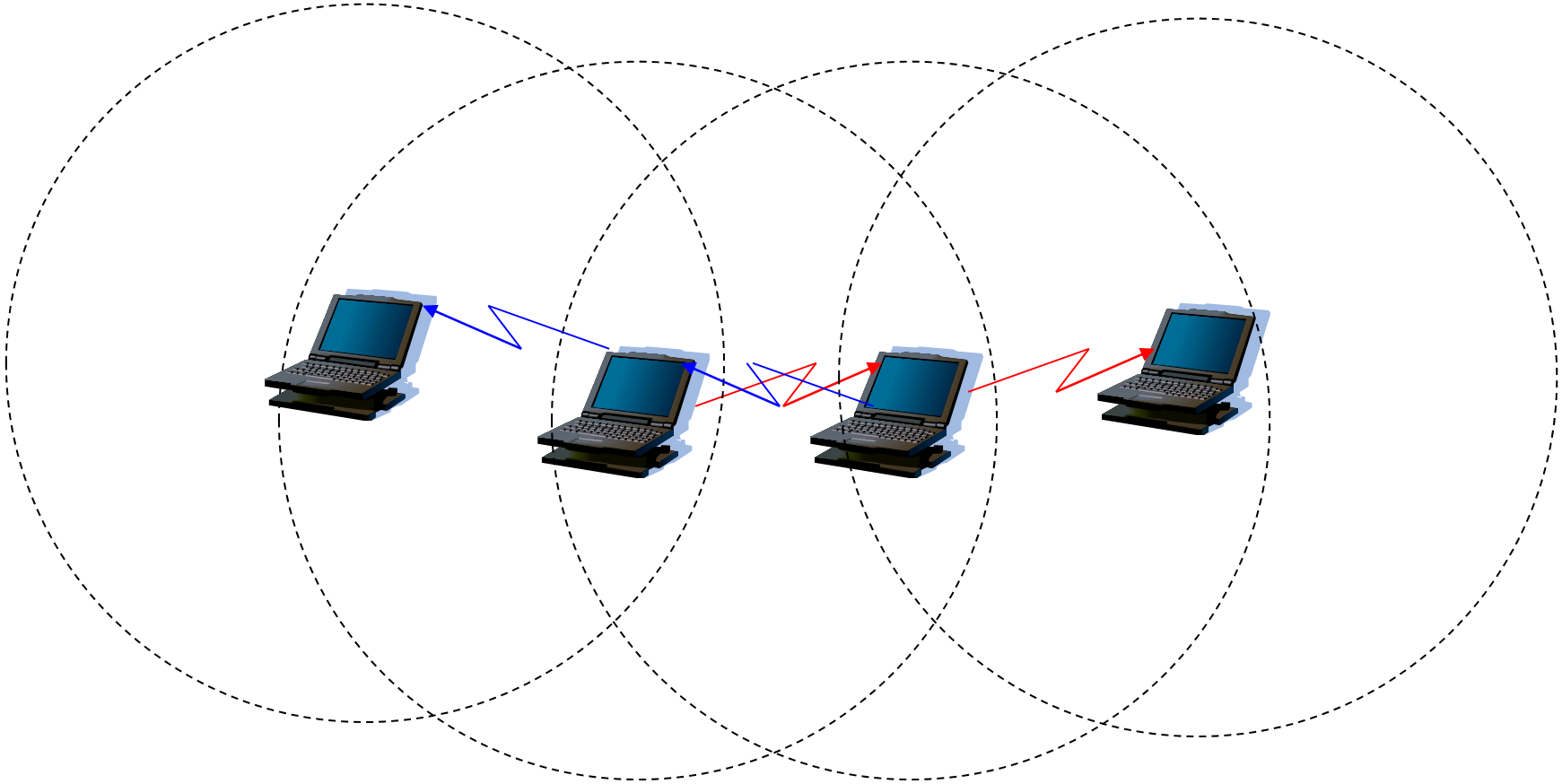
00111011 10011000 10010011

010110011 11011010 00011010

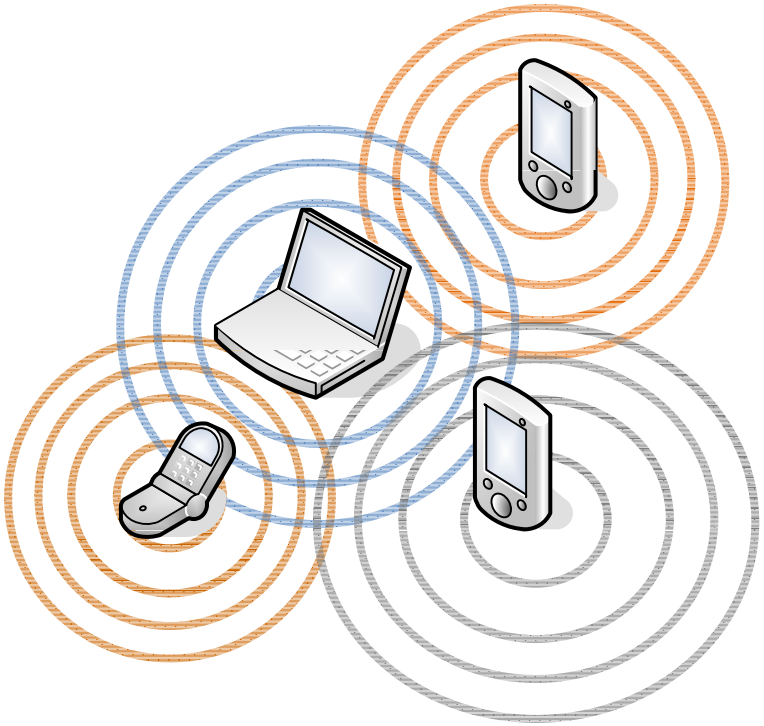
110111010 01011011 01111000



Nos interesan son las redes ad hoc

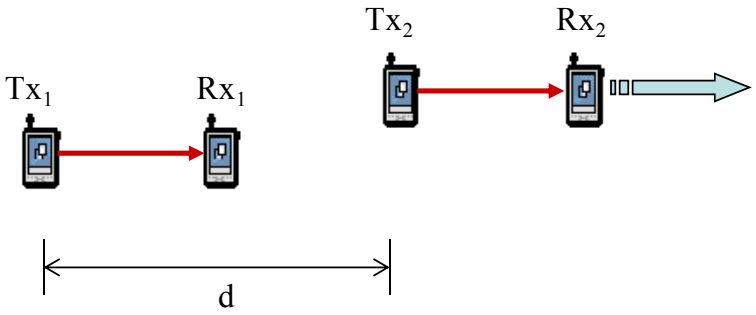


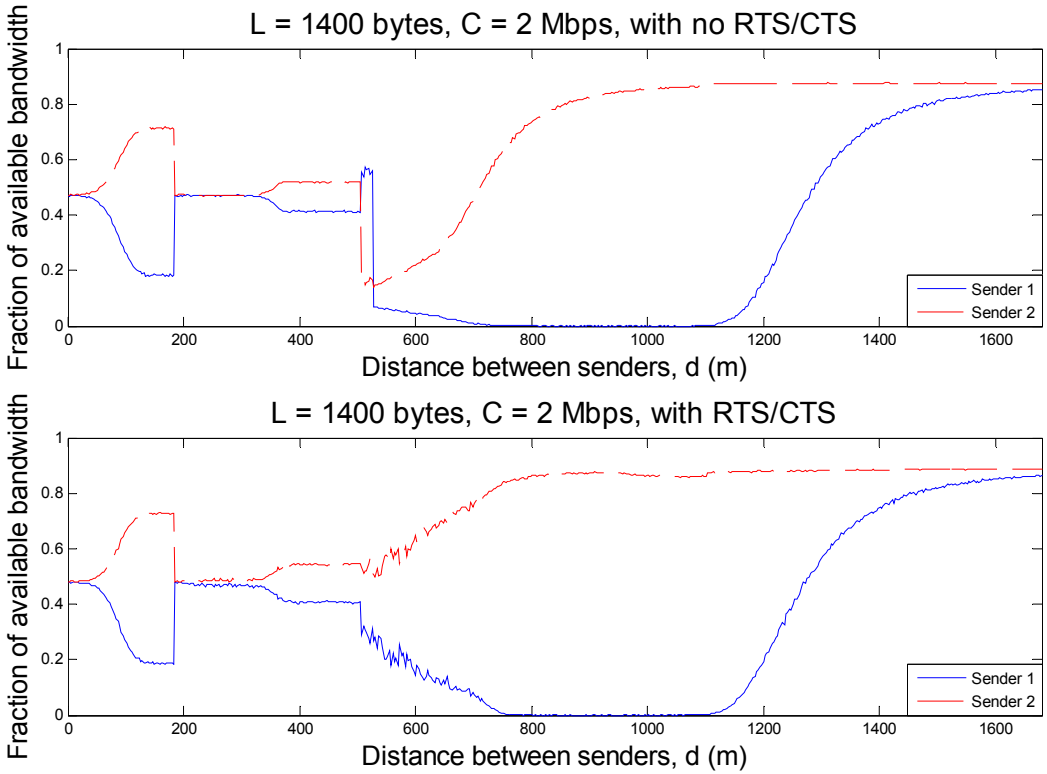
Características de redes ad hoc



- Carecen de infraestructura
- Usan transmisión inalámbrica
- Sufren cambios topológicos constantes
- Están formadas por dispositivos con recursos limitados

Ejemplo de efectos de la mobilidad y el acceso múltiple

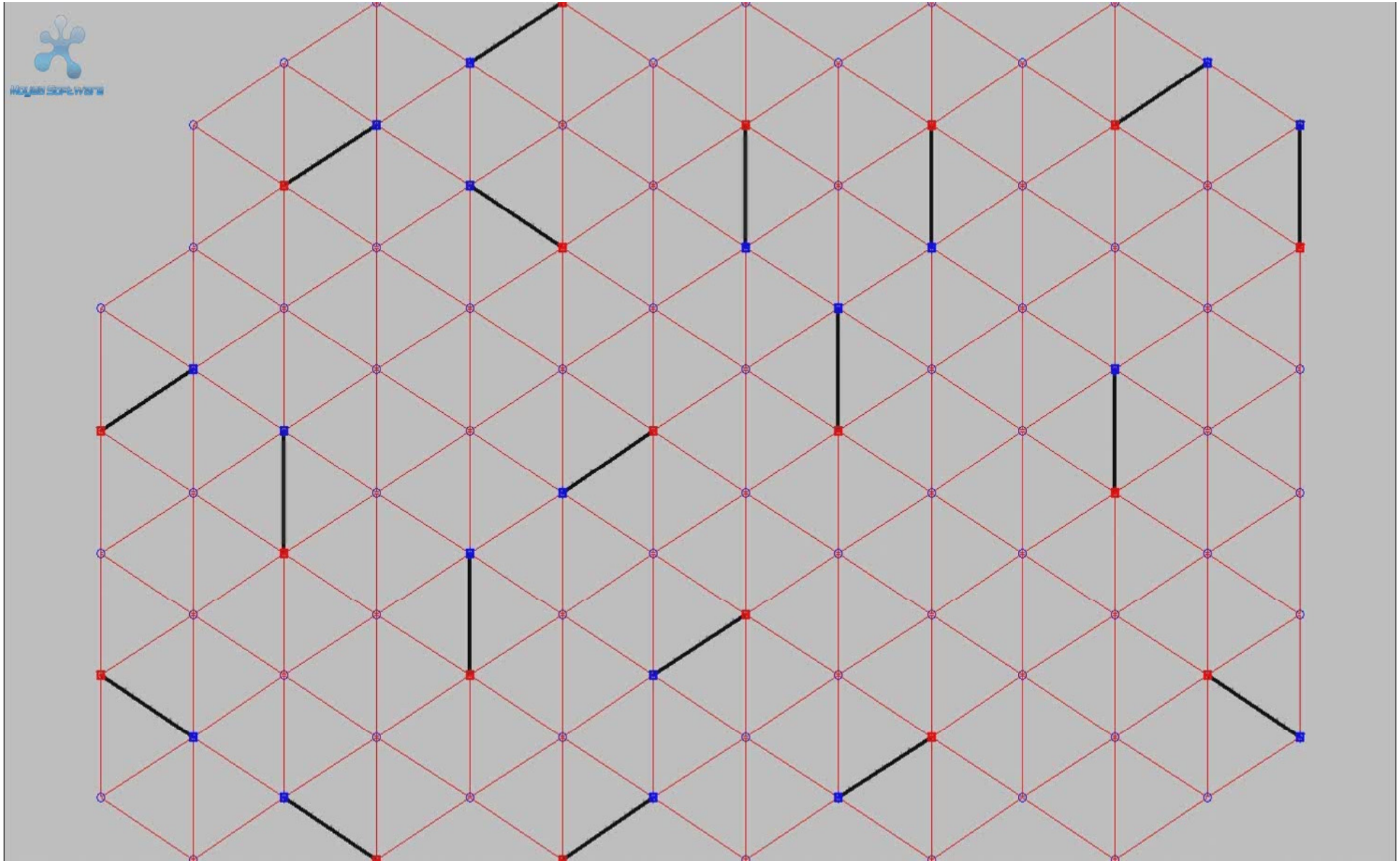




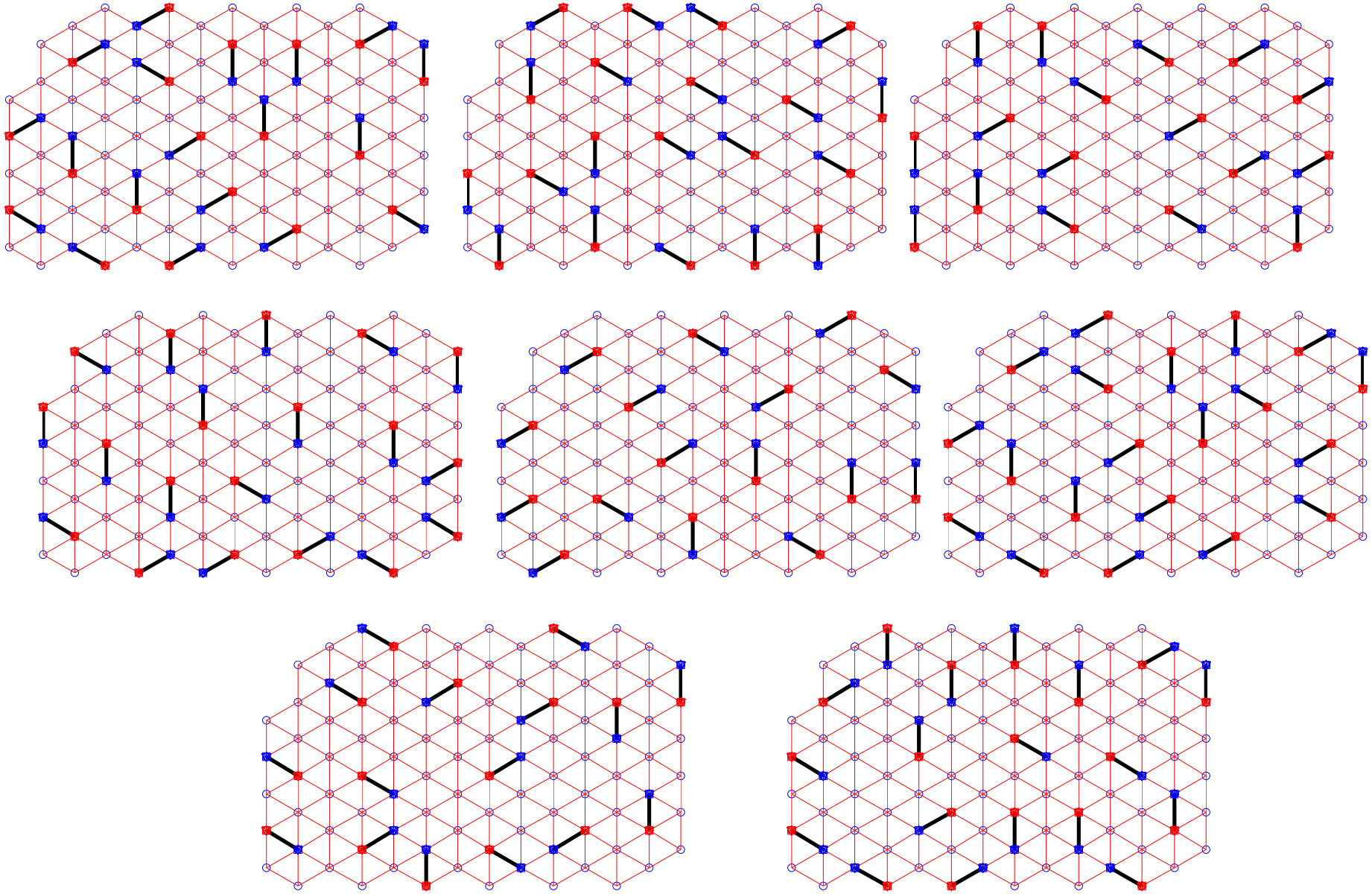
Porqué es importante la sincronización en una red ad hoc

- A nivel fisico
  - Saltos de frecuencia
  - Asignación de potencia
- A nivel de acceso múltiple
  - Packet scheduling
- A nivel de red
  - Asignación temporal de recursos de transmisión
- A nivel de transporte
  - Sincronización de patrones de transmisión para máxima utilización de recursos
- A nivel de aplicación
  - Ordenamiento consistente de eventos en redes de sensores

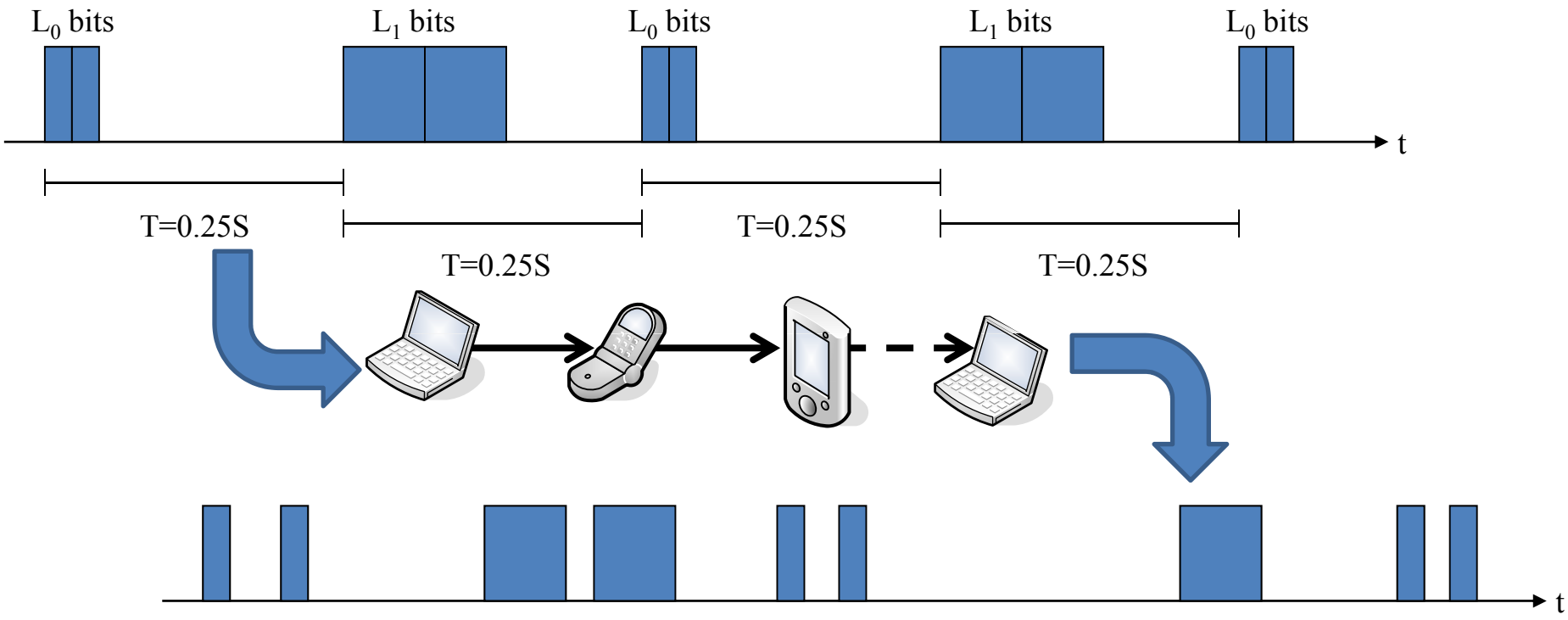
Packet scheduling



Packet scheduling

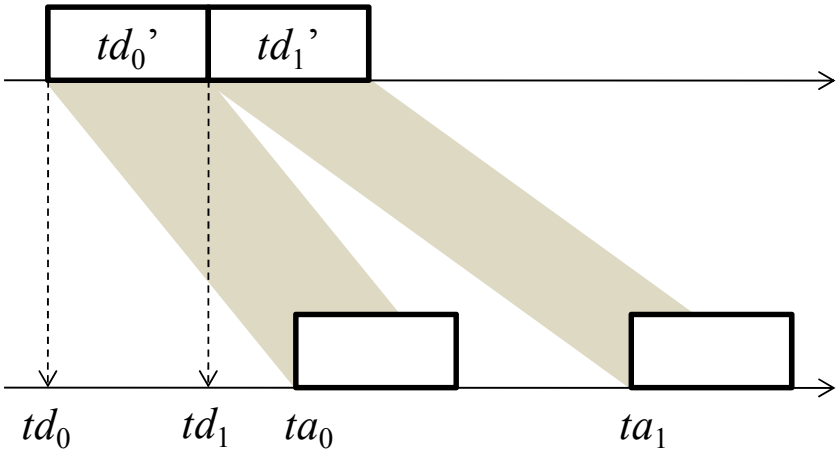


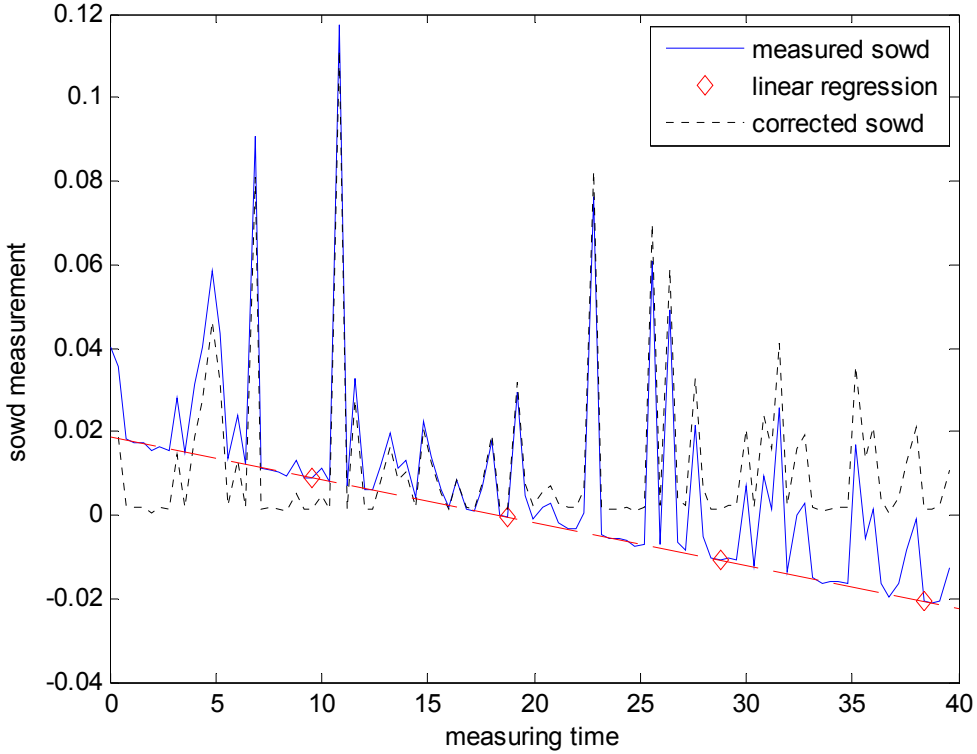
Una experiencia personal



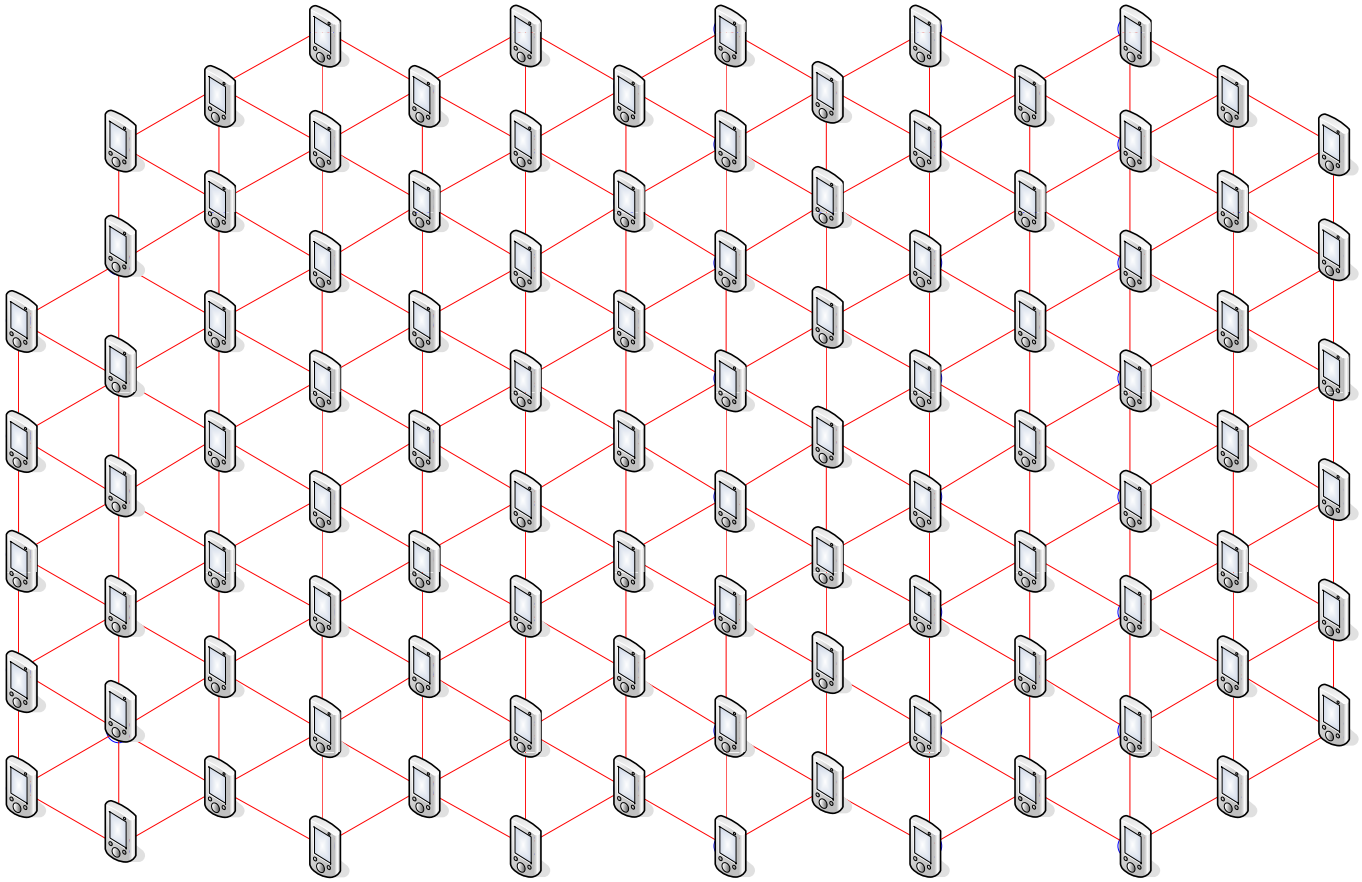
$$\text{Ancho de banda disponible} = f\left(\begin{array}{l}\text{Retardo en un sentido,}\\ \text{gap entre paquetes,}\\ \text{fracción de paquetes perdidos}\end{array}\right)$$

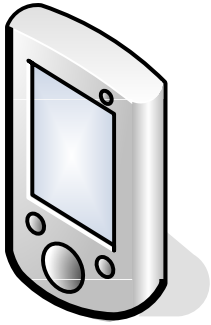
En una implementación real



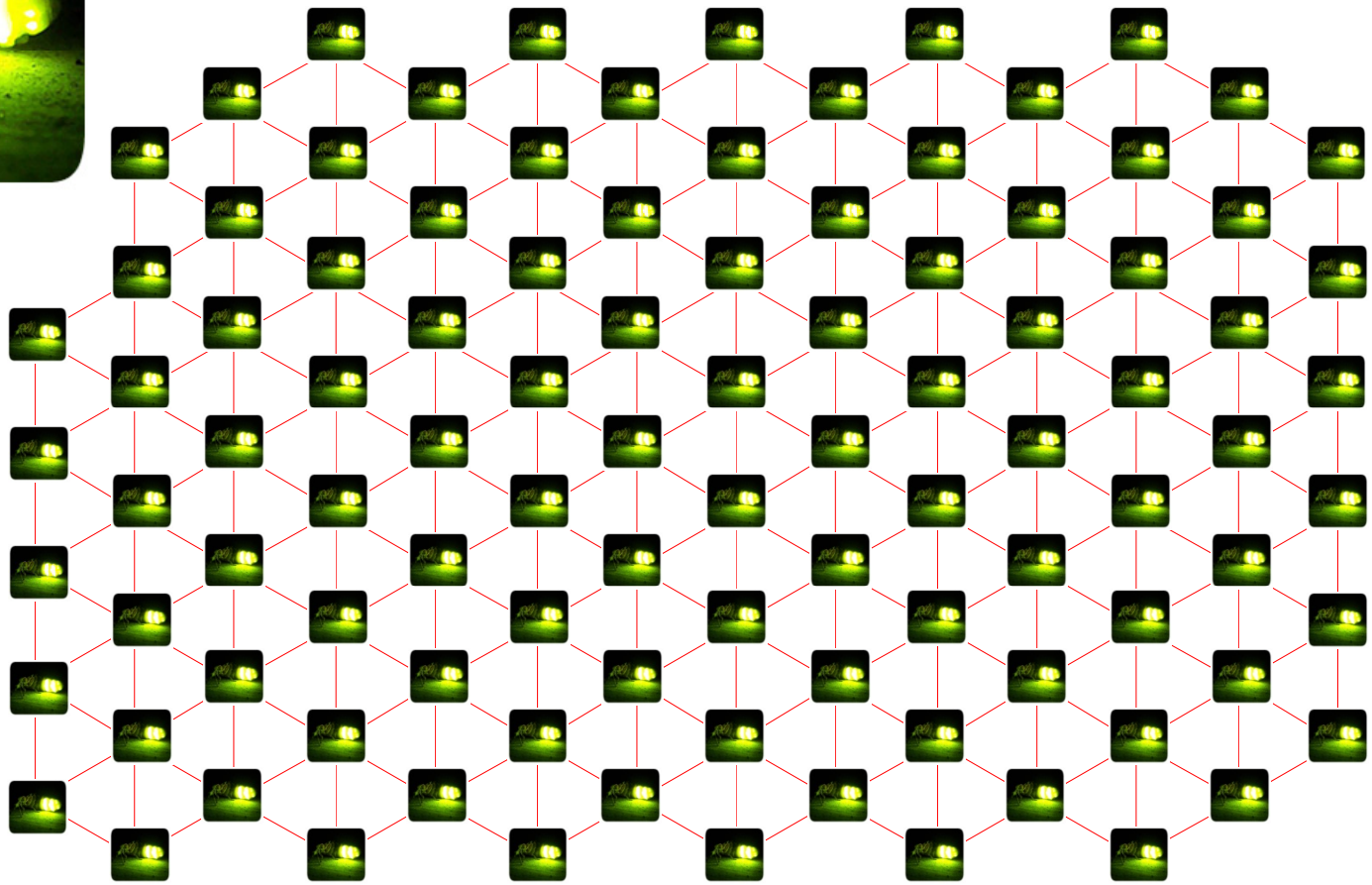


Una red ad hoc





Una romántica noche de luciérnagas



Sincronización de luciérnagas

Desde el siglo XVII (Huygens!), los viajeros occidentales que volvían del suroriente asiático contaban en su estilo romántico y fantasioso cuentos sobre enormes congregaciones de millones de luciérnagas que destellaban sincrónicamente en un espectáculo que se extendía a lo largo de kilómetros en las márgenes de los ríos.

¿Cómo podían millones de luciérnagas orquestar sus destellos con tanta precisión en semejante escala tan grande? La ciencia no estaba dispuesta a creerlo…

… Ni con sus propios ojos!

Sincronización de luciérnagas

Hace cerca de 20 años observé, o creí observar, destellos sincrónicos o simultáneos de luciérnagas. Yo no podía creer lo que mis ojos me mostraban porque, que algo así ocurra entre insectos, es claramente contrario a todas las leyes naturales. El fenómeno aparente debió ser causado por la vibración repentina de mis párpados. Los insectos no tuvieron nada que ver. . .

Philip Laurent
Science, 1917

Sincronización de luciérnagas

- Entre 1915 y 1935 *Science* publicó 20 artículos sobre este fenómeno:
  - Pura coincidencia
  - Condiciones atmosféricas particulares
  - La presencia de una luciérnaga "maestro"
- "Si queremos que varios hombres canten en perfecto ritmo, no sólo debemos darles un líder, sino que debemos entrenarlos para que sigan al líder. ¿Pueden estos insectos heredar un sentido del ritmo más perfecto que el nuestro?" George Hudson, Science, 1918
- "Algunas de las explicaciones publicadas son más admirables que el fenómeno mismo" Hugh Smith, Science, 1935 –vivió en Thailandia desde 1923–.

Sincronización de luciérnagas

Imagine un árbol de 12 metros de alto con al menos una luciérnaga en cada hoja y todas las luciérnagas destellando en perfecta sincronía tres veces cada dos segundos. El árbol permanece completamente oscuro entre destellos.

Ahora imagine 200 metros de rivera con una línea continua de árboles semejantes, en la que los insectos de los árboles extremos actúan al unísono con los insectos de los árboles del medio. . .

Hugh Smith

Science, 1935

Dos elementos claves

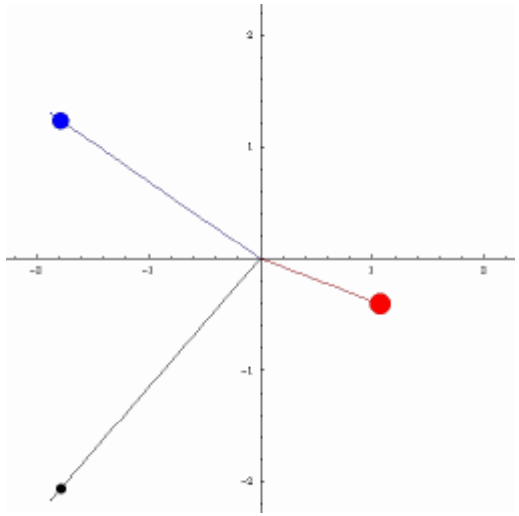
- En 1965 John Buck viajó a Tailandia y notó que cada luciérnaga ajusta su ritmo en respuesta al destello de las otras, con base en dos comportamientos característicos:
  - Aún aislada, cada luciérnaga mantiene un ritmo estable, de manera que posee un reloj interno, presumiblemente un grupo de neuronas de su cerebrito.
  - En el laboratorio notó que la respuesta depende de en qué porción de su propio ciclo está cuando recibe el estímulo, pudiendo avanzar o atrasar su ciclo.
- Se trata de un oscilador interno re-inicializable!

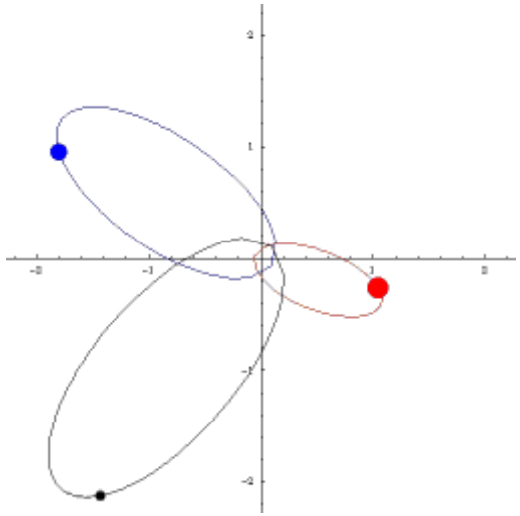
Algunos elementos

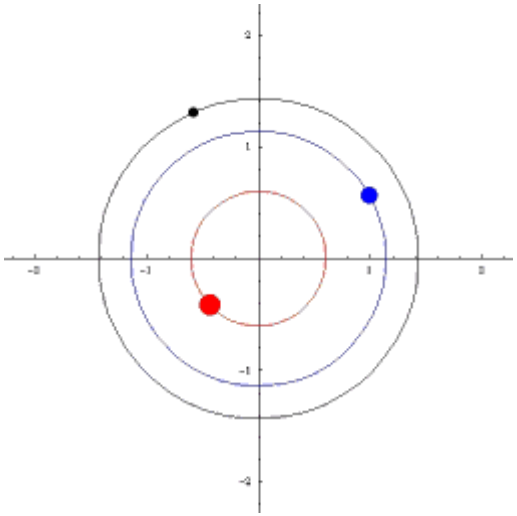
- La explicación impensable hace unas décadas…
- … es la explicación de moda hoy ☺:
  - Cada luciernaguita es un metrónomo
  - Que recibe impulsitos de sus vecinas y, a su vez, les ofrece sus propios impulsitos.
  - Elementos simples, interacciones simples…
  - Comportamiento global emergente

La sincronización de las luciérnagas es un fenómeno global emergente, propio de los sistemas complejos

Un sistema complejo







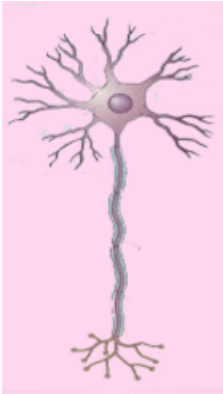
Un sistema complejo

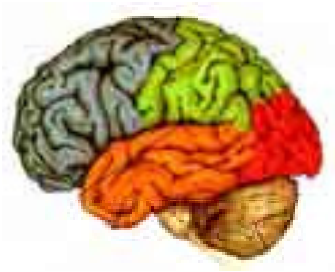
Una hormiga aislada es muy “simple”:
- Deposita feromonas
- Sigue trazas de feromonas
- Superpone una caminata aleatoria

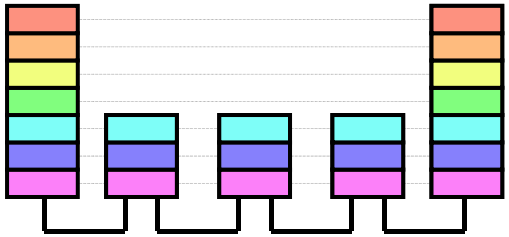
Una colonia de hormigas resuelve fácilmente probelmas complejos (NP-complete):
- Ruta más corta
- Ordenamiento

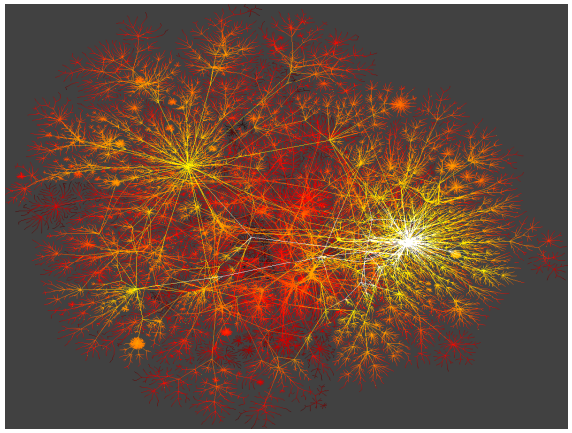
Sistemas complejos

Colombian Civilians commemorating on 26 June,
International Day against Drug Abuse and Illicit Trafficking

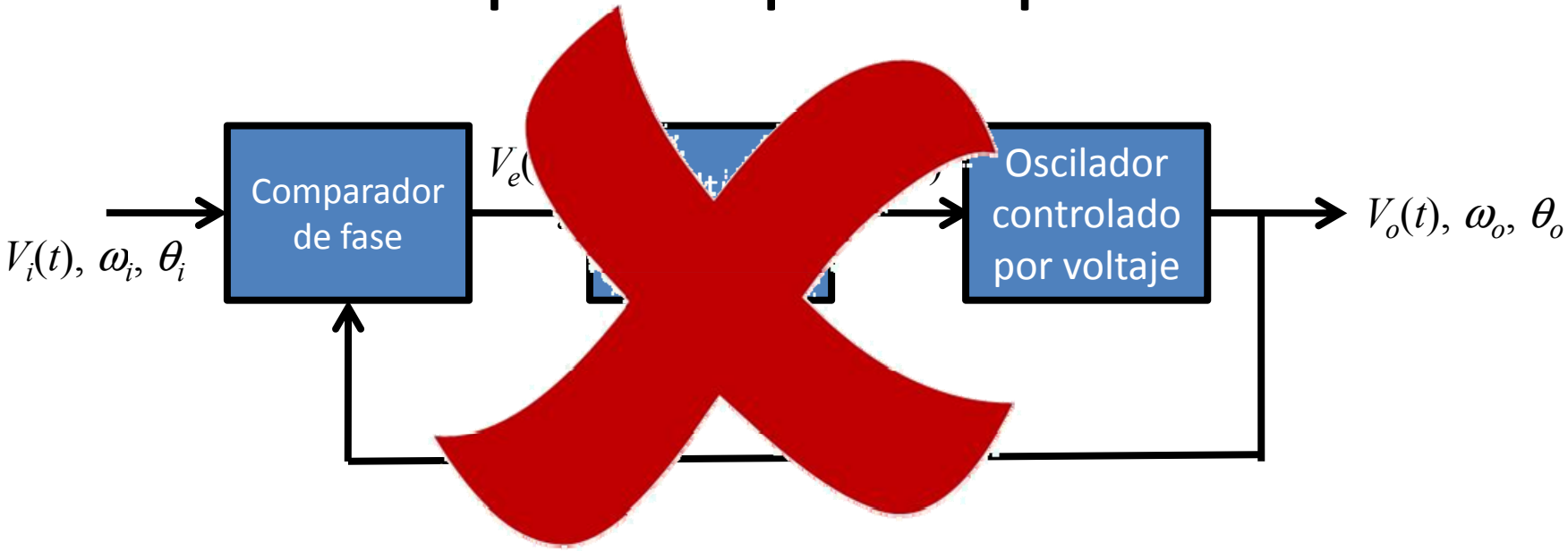


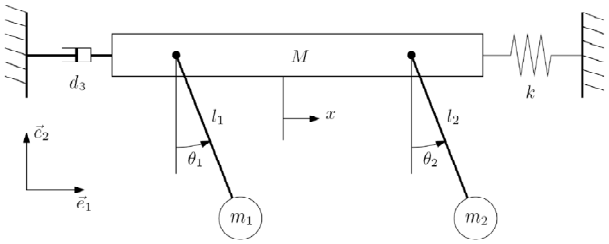


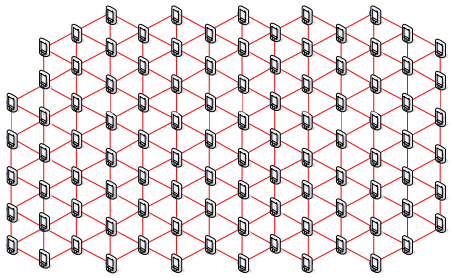


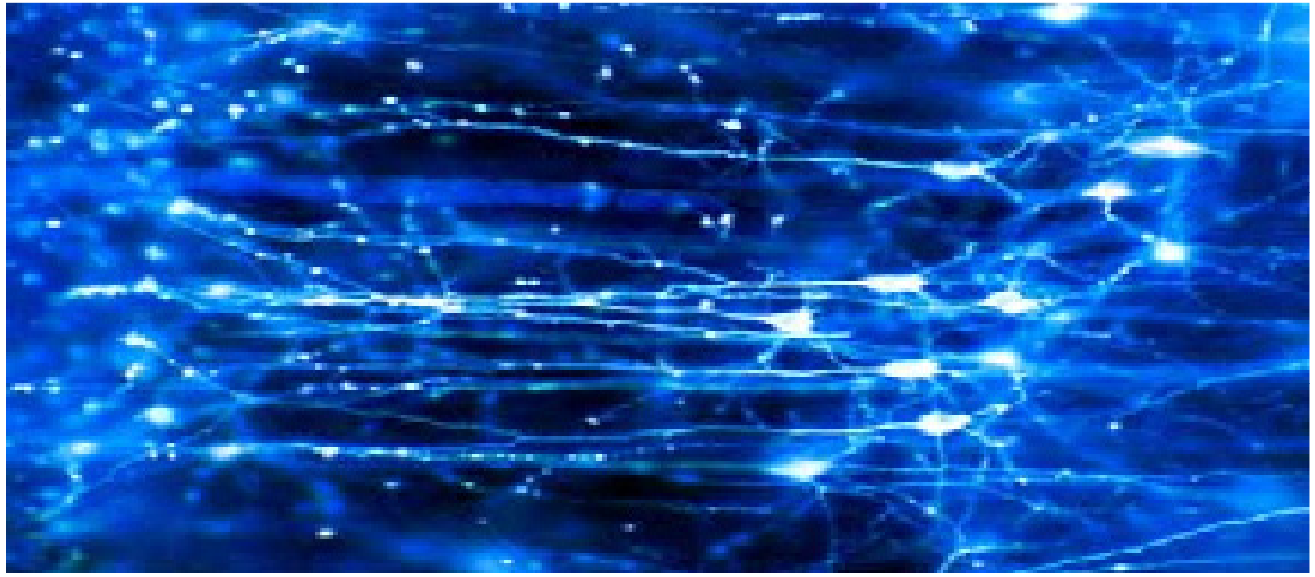


Teoría: Osciladores biológicos acoplados por impulsos



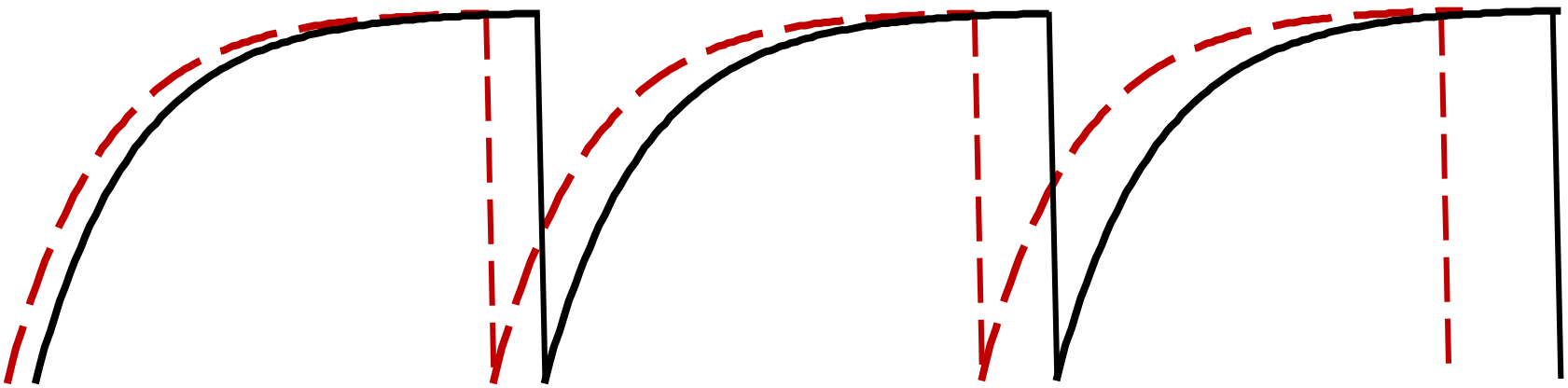






Modelo básico

- Cada oscilador independiente sigue una ley de "integrar y disparar"



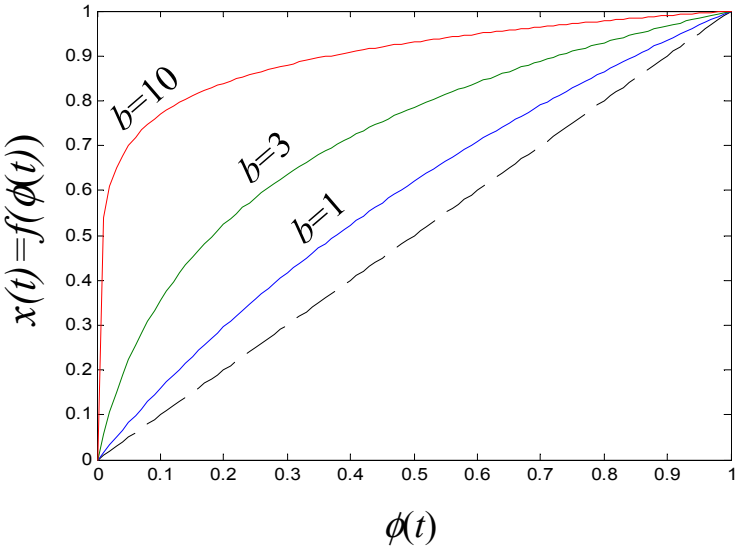
- Los osciladores interactúan muy simplemente:
  - Cuando un oscilador dispara, los vecinos avanzan una cantidad ε

$$x_i(t) = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_i(t^+) = 0 \\ x_j(t^+) = \min(1, x_j(t^-) + \varepsilon) \quad j \text{ vecino de } i, j \neq i \end{cases}$$

Una forma conveniente de la carga

- Cuando, en el instante t, un oscilador va en una fracción ϕ de su fase,

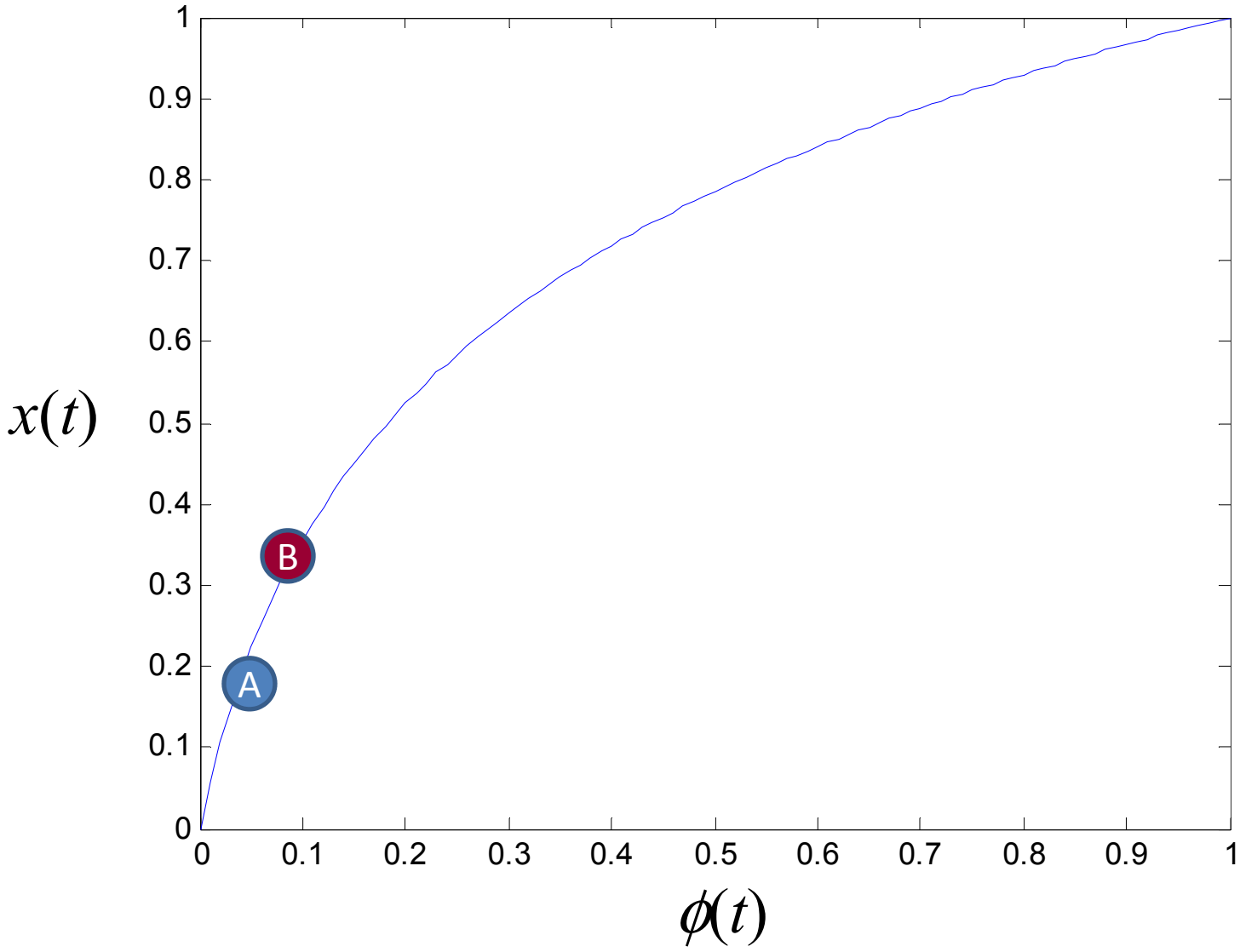
$$x(t) = f(\phi(t)) = \frac{1}{b}\log\left(1+\left(e^{b}-1\right)\phi\right)$$



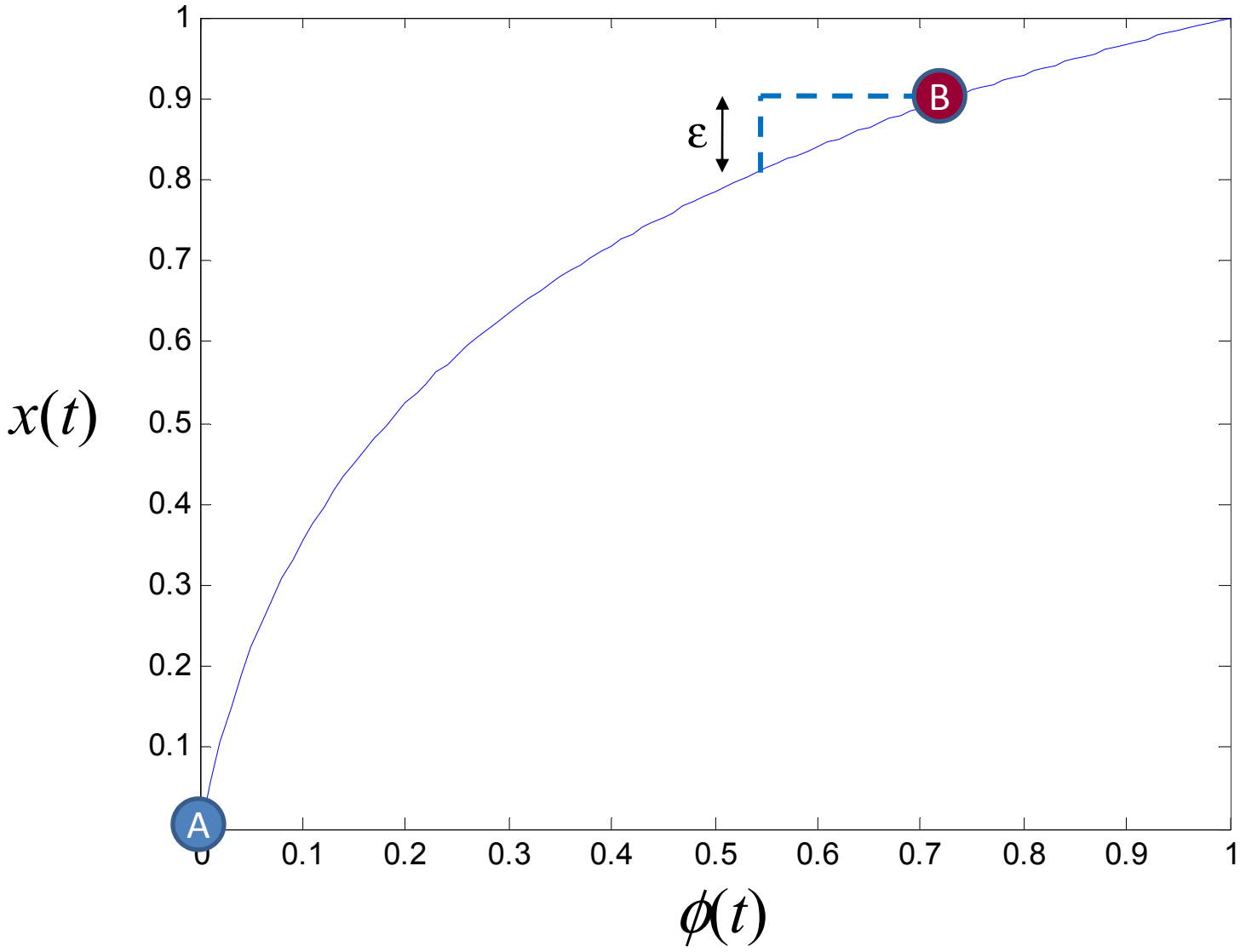
- Cuando el estado del oscilador es $x(t)$, está en una fracción ϕ de su fase,

$$\phi(t) = g(x(t)) = g\left(f(\phi(t))\right) = \frac{e^{bx}-1}{e^{b}-1}$$

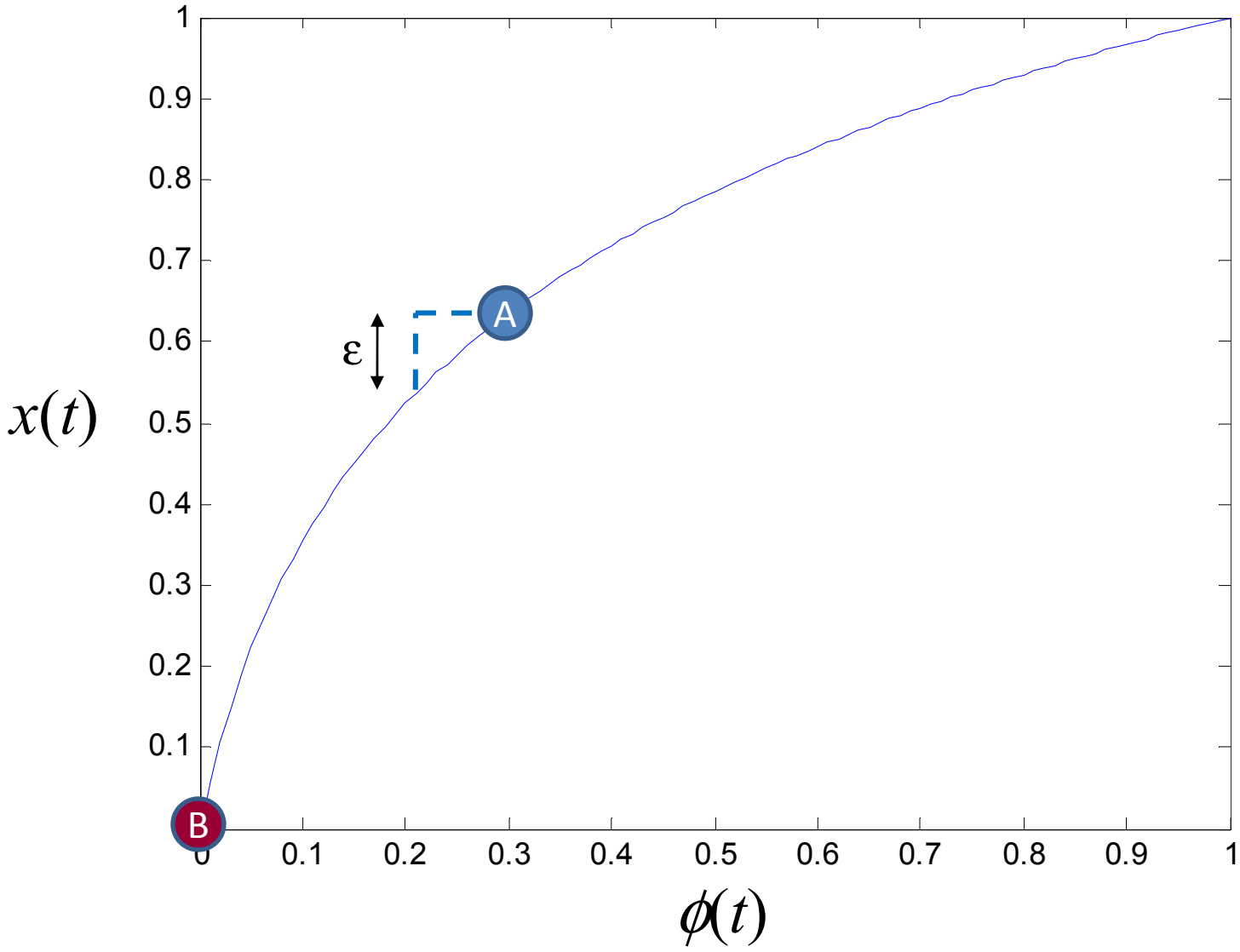
Dos osciladores



Dos osciladores

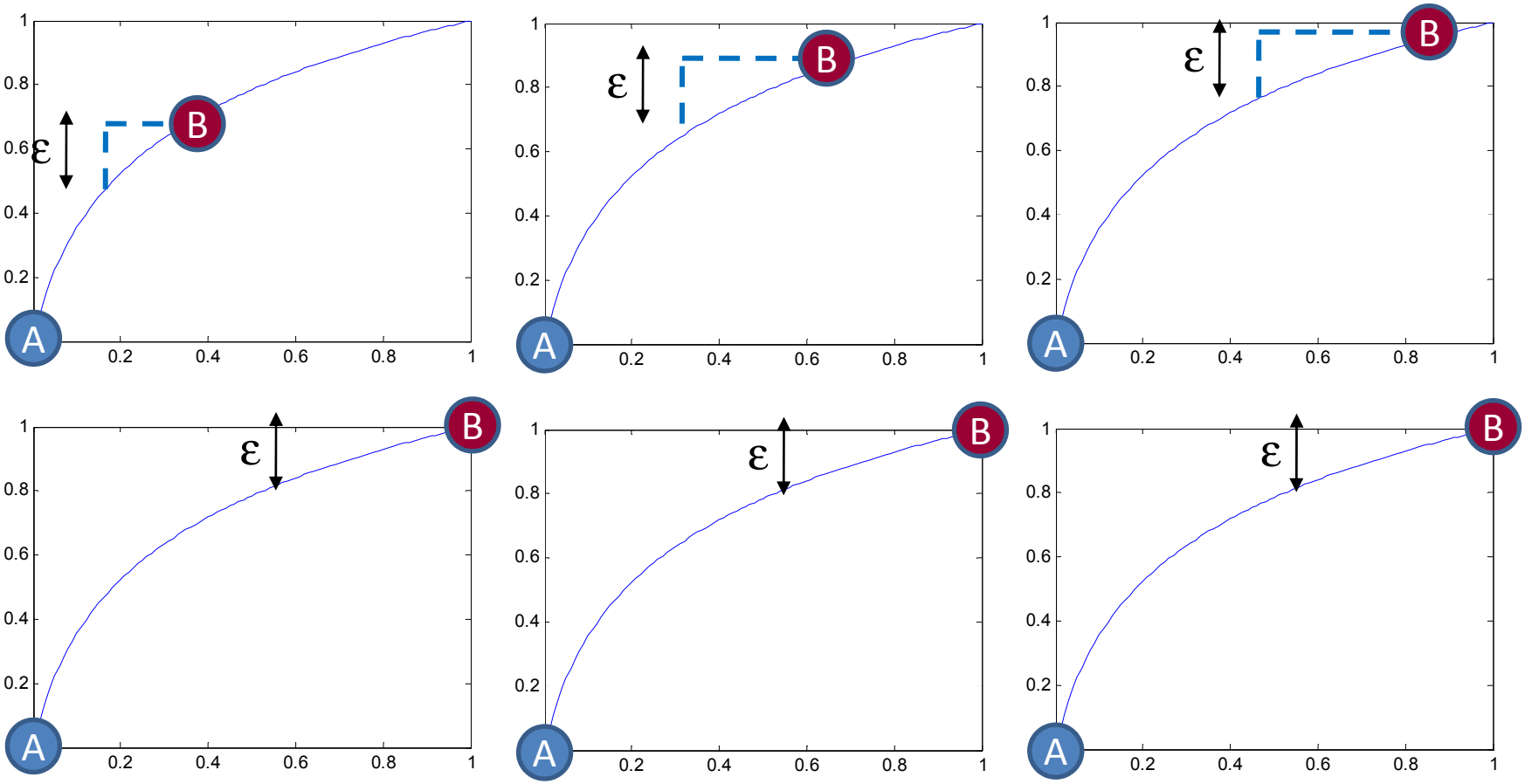


Dos osciladores



Dos osciladores

- Pongamos una luz estrobocópica en el instante inmediatamente después del disparo de *A*



Dos osciladores

- Inmediatamente después del disparo de A, la fase de A es cero y la fase de B es ϕ
- B disparará cuando su fase avance $1-\phi$, tiempo en el cual A se ha movido a $x_A = f(1-\phi)$ (suponemos que $d\phi/dt$ es el mismo para ambos osciladores.)
- Inmediatamente después, B regresa a cero y A salta a $x_A = \min(1, \varepsilon + f(1-\phi))$
- Si $x_A = 1$, logramos el sincronismo.
- Si no, $x_A = \varepsilon + f(1-\phi) < 1$ y la fase de A es $h(\phi) = g(\varepsilon + f(1-\phi))$

Dos osciladores

- En consecuencia, los osciladores pasan de las fases $(0,\phi)$ a las fases $(h(\phi),0)$
- En una vuelta más, si no se han sincronizado, las fases serán $(0,h(h(\phi)))$
- Mapa de retorno: Fase de B en el siguiente disparo de A si, en el disparo anterior de A, B estaba en su fase ϕ

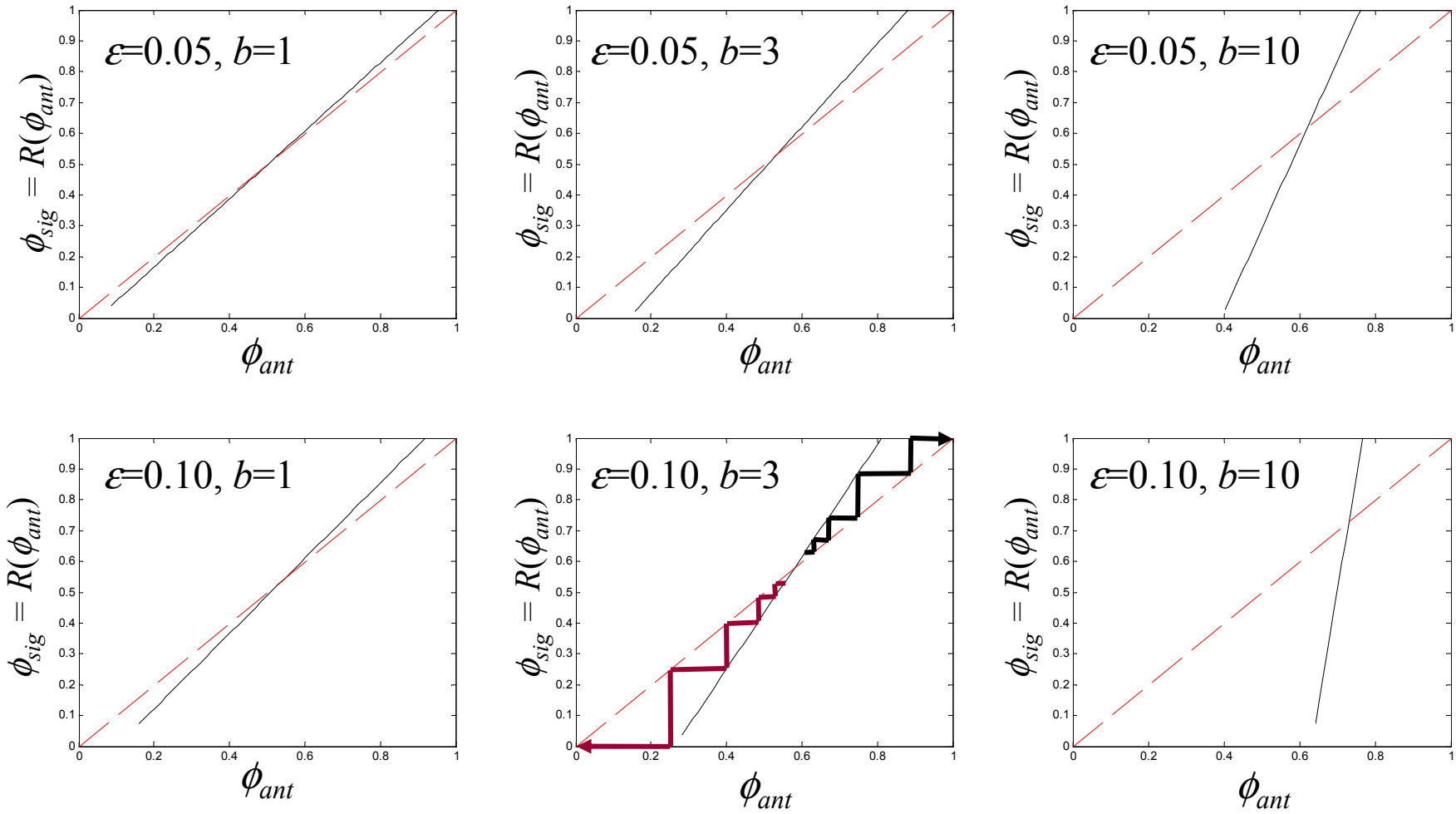
$$R(\phi) = h\big(h(\phi)\big) = h\Big(g\big(\varepsilon + f(1-\phi)\big)\Big) = g\Big(\varepsilon + f\big(1 - g\big(\varepsilon + f(1-\phi)\big)\big)\Big)$$

- Por supuesto, siempre que $\phi \in (\delta=1\text{-}g(1\text{-}\varepsilon), 1)$ porque, de otra manera, ya se habrán sincronizado.
- ¿Cuáles son los puntos fijos de $R(\phi)$, $\phi^*=R(\phi^*)$?

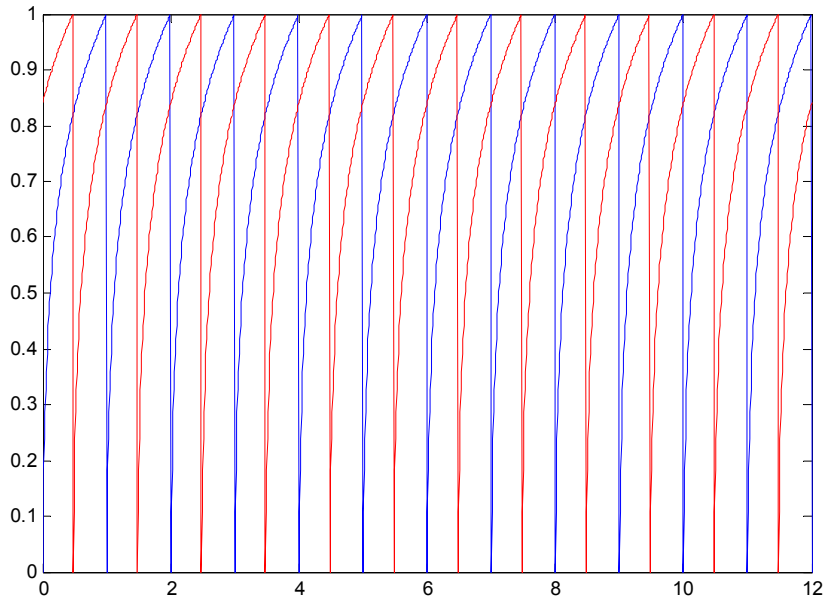
Dos osciladores

El mapa de retorno tiene un solo punto fijo, $\phi^* = \dfrac{e^{b(1+\varepsilon)} - 1}{\left(e^{b} - 1\right)\left(e^{b\varepsilon} - 1\right)}$

Y es un punto fijo repelente

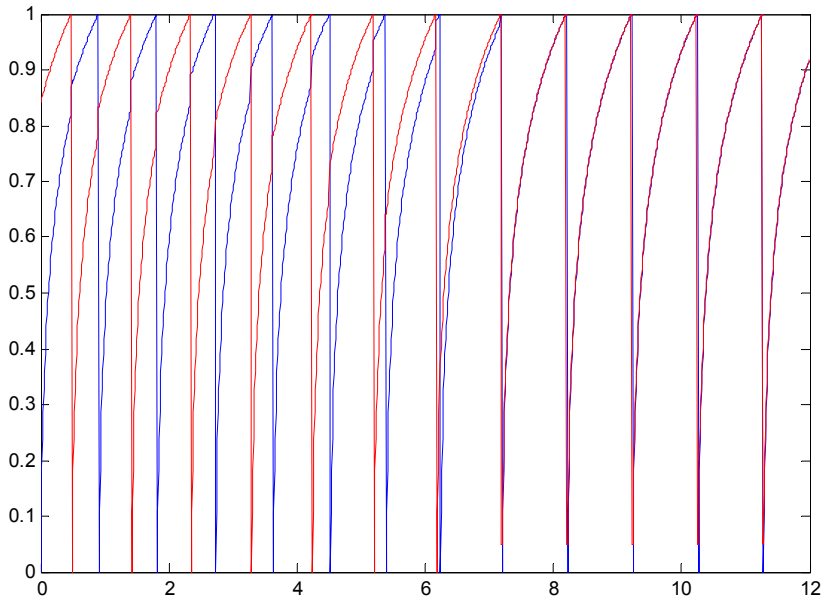


La sincronización es inevitable



Osciladores independientes

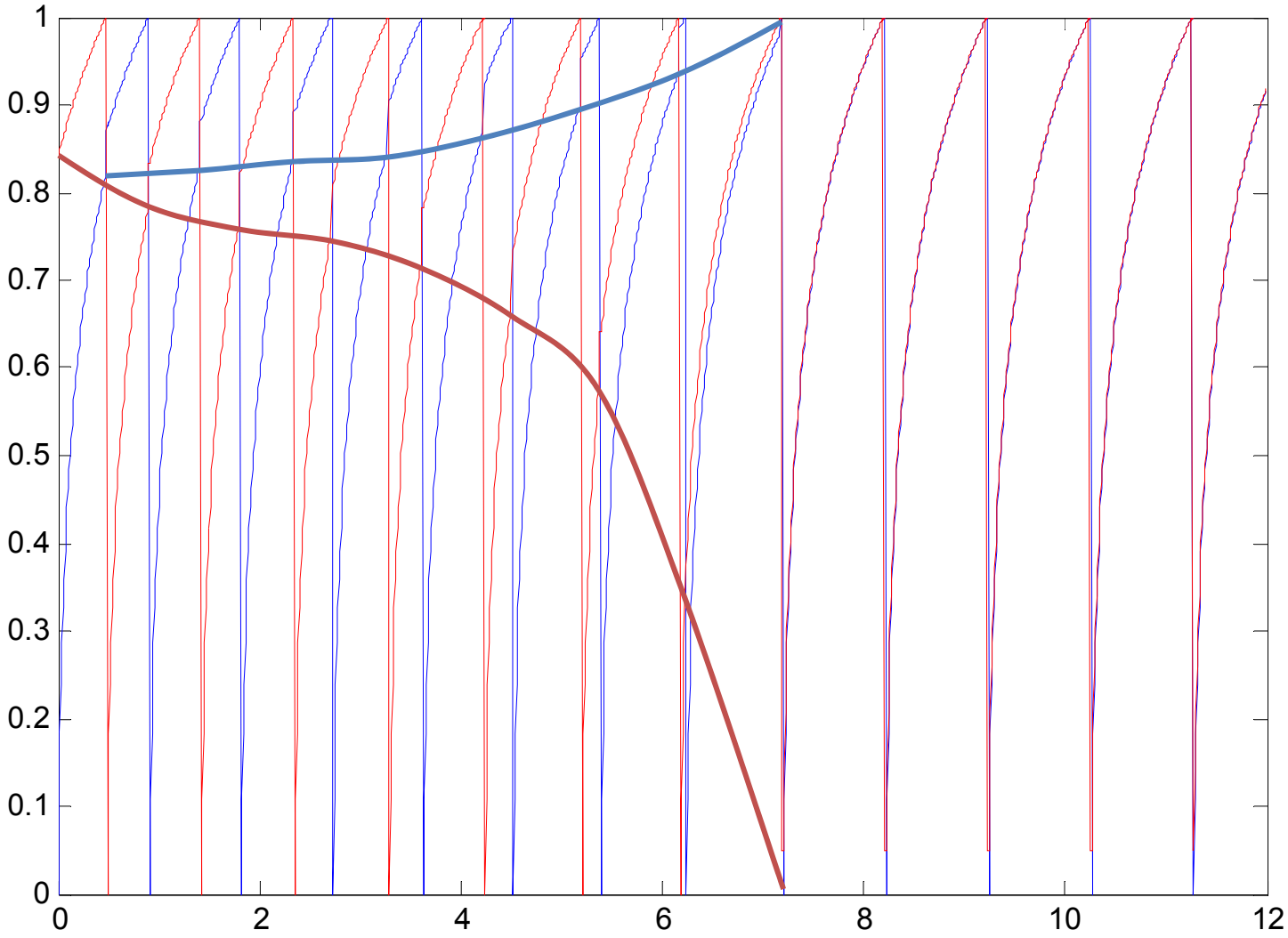
$b = 3,\ \varepsilon = 0.0$



Osciladores débilmente acoplados

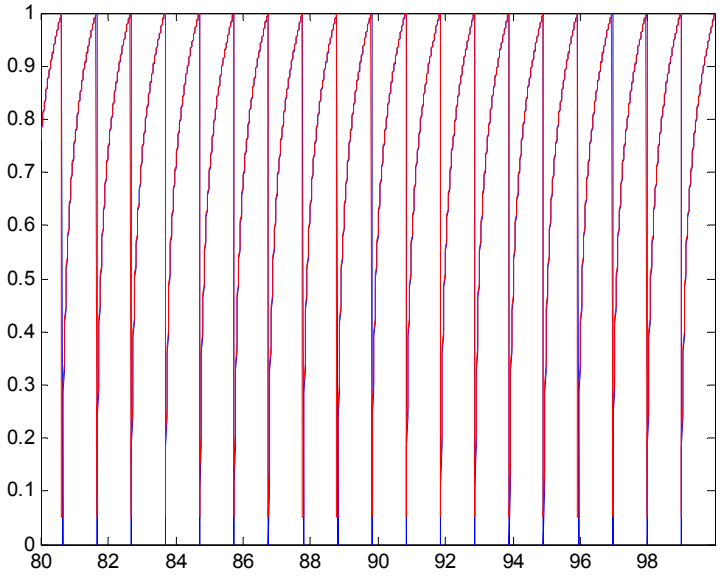
$b = 3,\ \varepsilon = 0.05$

Mapas de retorno

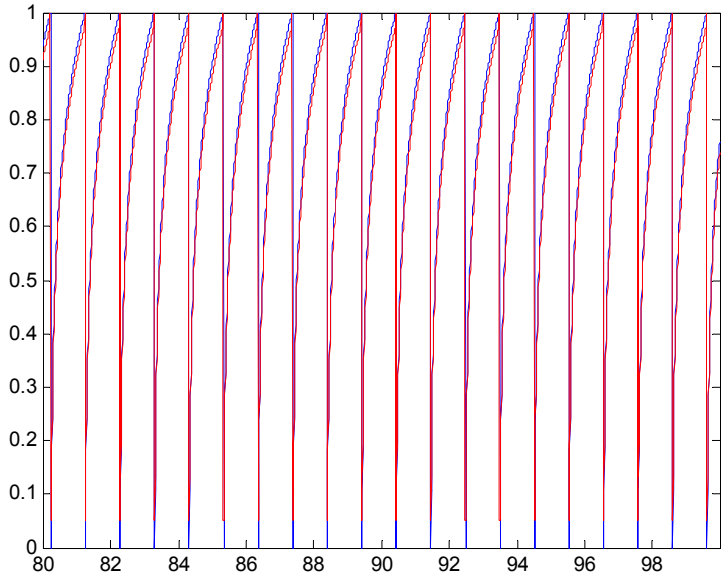


Distintas frecuencias

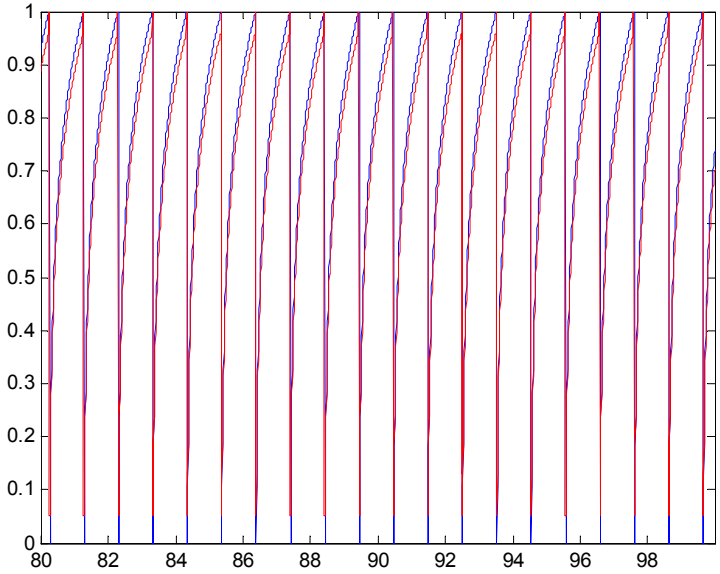
$$\frac{d\phi_B/dt}{d\phi_A/dt} = 1.0$$



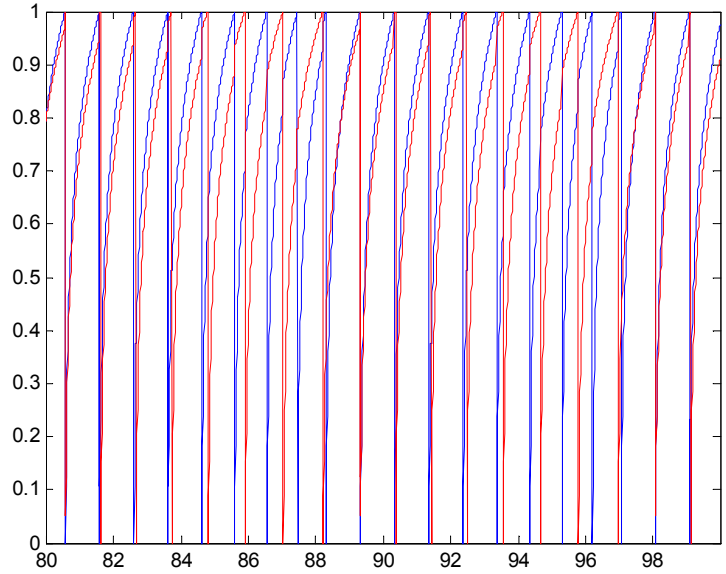
$$\frac{d\phi_B/dt}{d\phi_A/dt} = 0.9$$



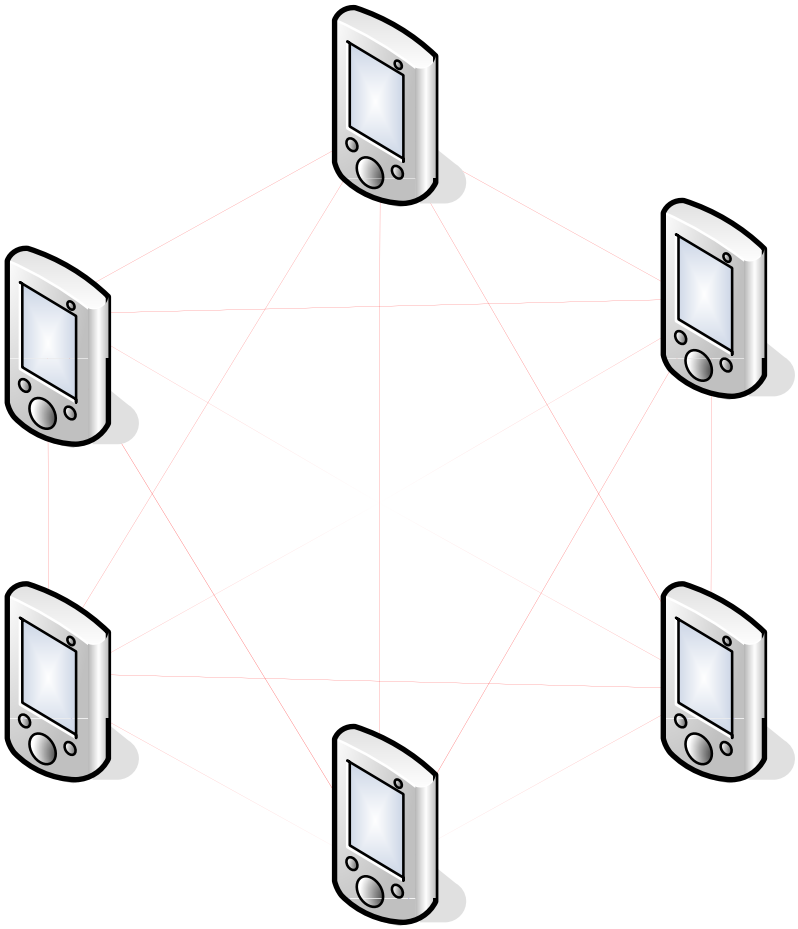
$$\frac{d\phi_B/dt}{d\phi_A/dt} = 0.85$$

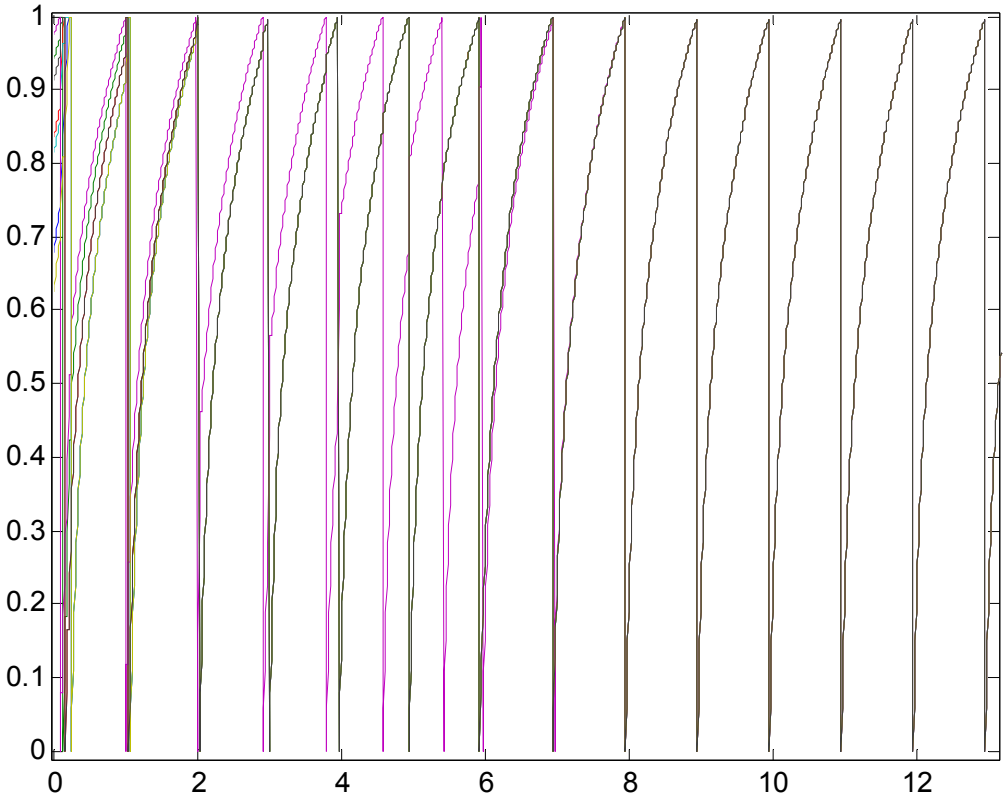


$$\frac{d\phi_B/dt}{d\phi_A/dt} = 0.8$$



Varios nodos, completamente conectados





A medida que el sistema evoluciona, se forman grupos de osciladores que disparan simultáneamente. Esto genera un proceso de realimentación positiva en el que el grupo más grande se hace cada vez mayor.

Espacio de estado

Los osciladores se numeran de 0 a *n*, con el estroboscopio puesto en $\phi_0 = 0$

$$0 < \phi_1 < \phi_2 < \cdots < \phi_n < 1$$

El próximo oscilador en disparar es *n*, que se re-enumera como 0, con $\phi_0 = 0$, y el oscilador *j* se re-enumera como *j*+1 (equivale a suponer idéntica frecuencia). En consecuencia, el estado antes de responder al disparo es

$$0 < 1-\phi_n < \phi_1 + 1 - \phi_n < \cdots < \phi_{n-1} + 1 - \phi_n < 1$$

Y, después de la respuesta, el nuevo estado es

$$h(\phi) = \left(g\left(f(1-\phi_n) + \varepsilon \right), g\left(f(\phi_1 + 1 - \phi_n) + \varepsilon \right), \cdots g\left(f(\phi_{n-1} + 1 - \phi_n) + \varepsilon \right) \right)$$

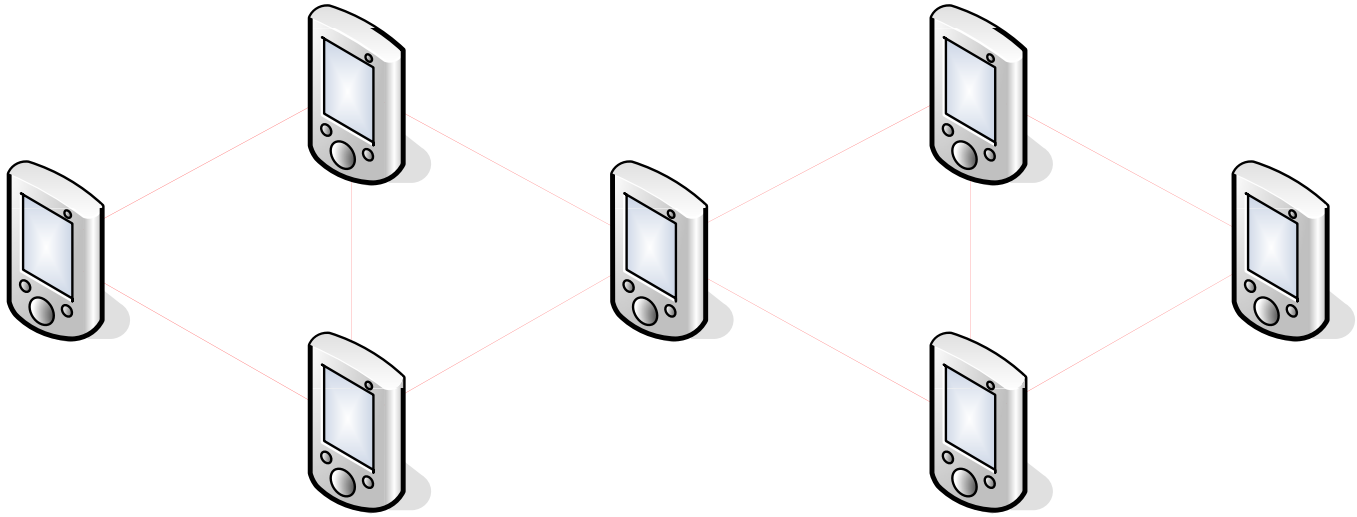
Donde, posiblemente, algunos de los f(ϕ_i+1- ϕ_n) sean mayores o iguales a 1, en cuyo caso fueron "absorbidos" por el disparo anterior.

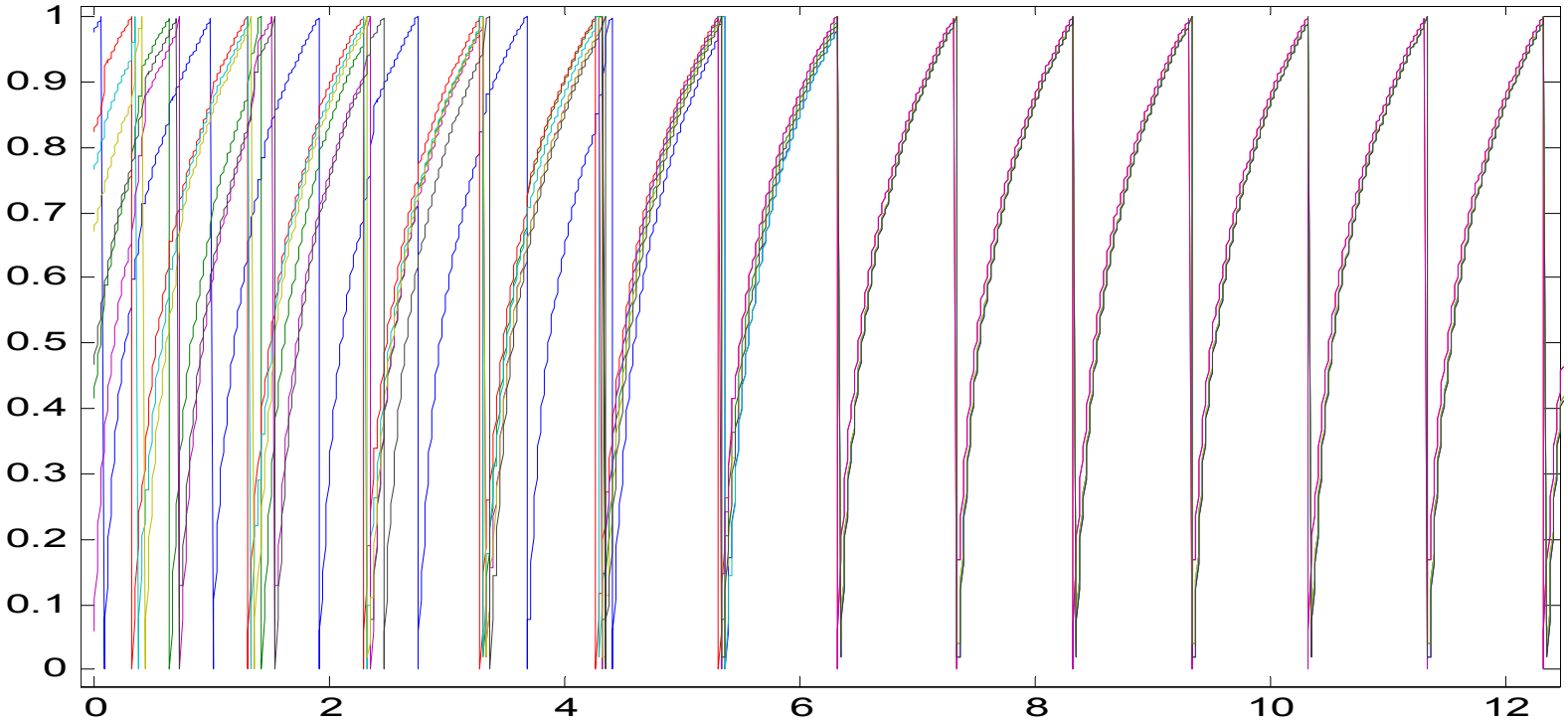
Las absorciones crean grupos de osciladores que disparan simultáneamente con una intensidad de pulso proporcional al número de osciladores en el grupo. Ahora tenemos menos osciladores con diferentes intensidades de pulsos…

Otra vez, la sincronización es inevitable!

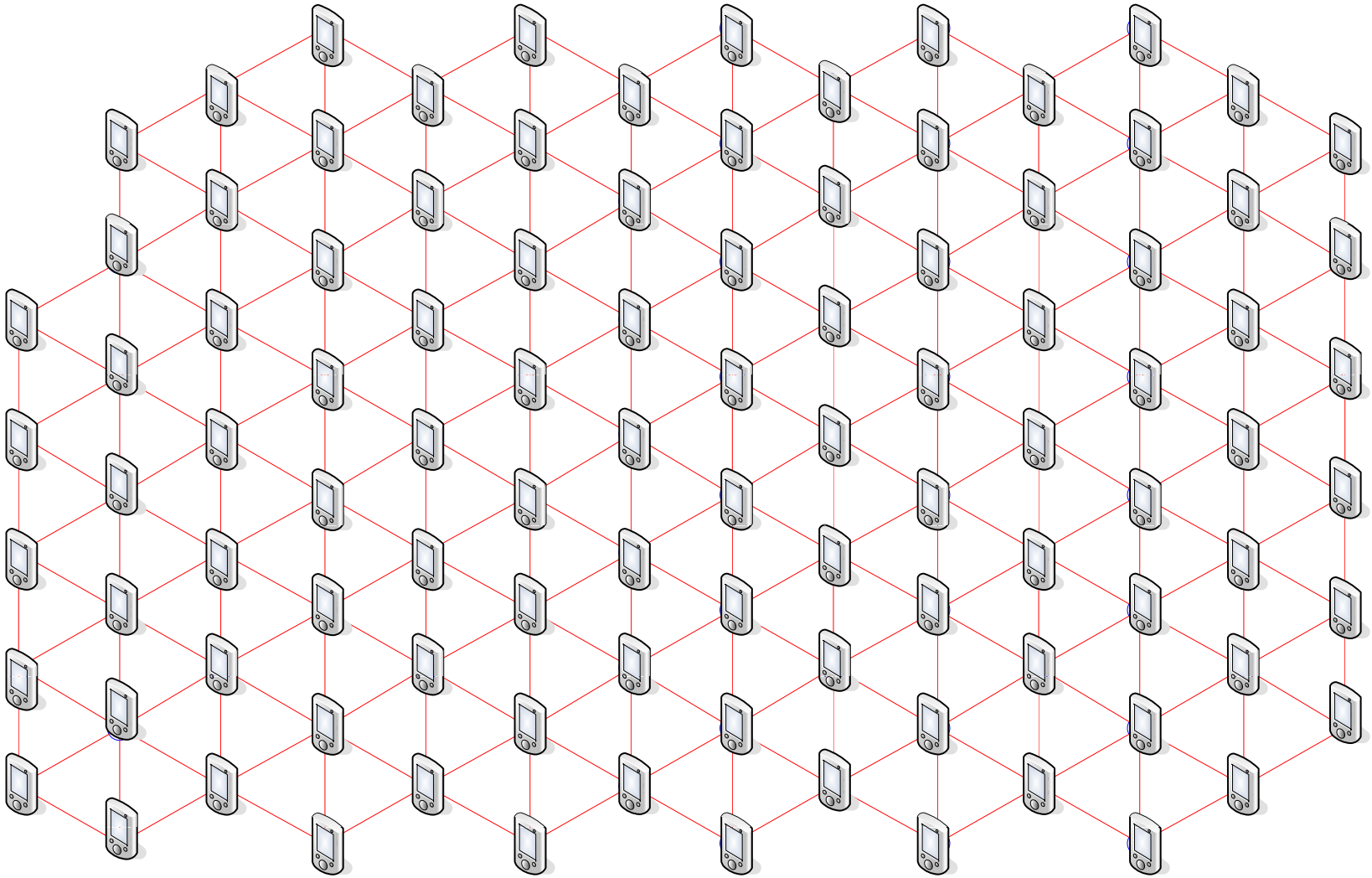
(Si las frecuencias "naturales" están suficientemente cerca unas de otras)

Varios nodos, no completamente conectados

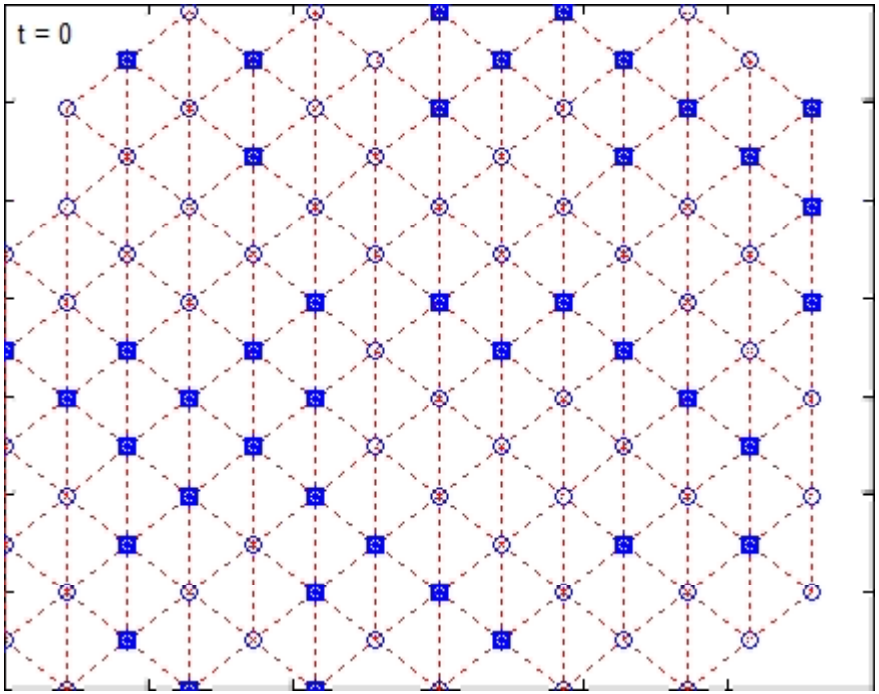




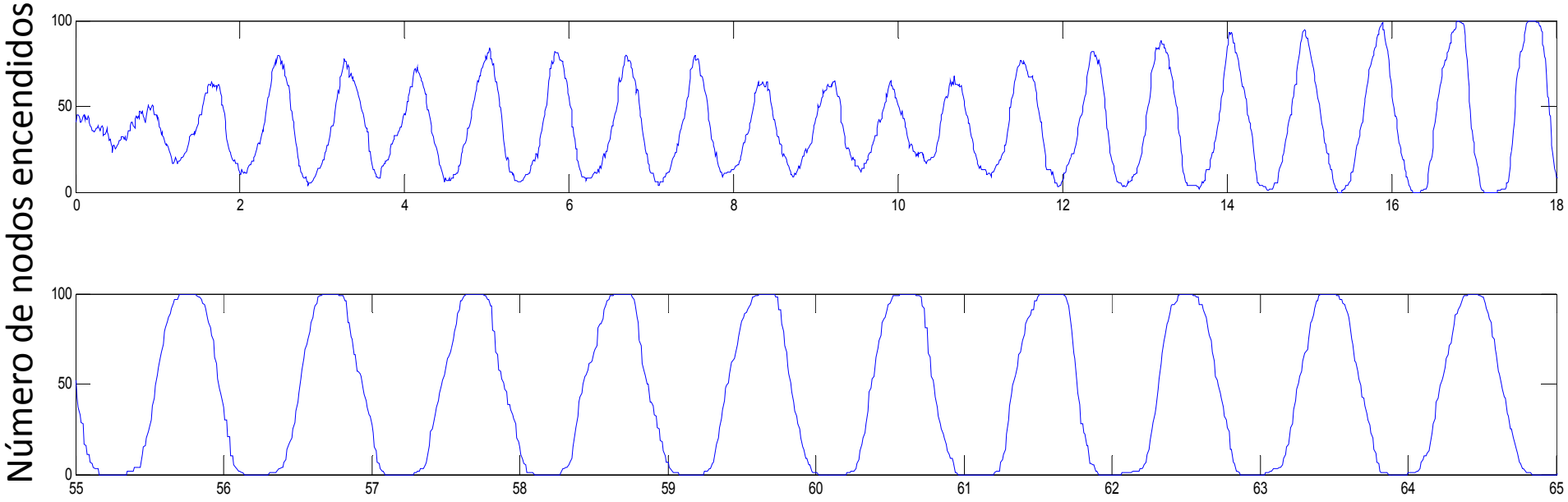
Muchos nodos, no completamente conectados



Luciérnagas WiFi



Luciérnagas WiFi



- No logramos el destello unísono observado en las riveras asiáticas, pero sí la oscilación conjunta de algunas especies de luciérnagas en las praderas norteamericanas…
- Pero es que en Tailandia todas las luciérnagas se pueden ver por la concavidad del río, mientras que en las praderas sólo las luciérnagas vecinas se pueden ver por la altura de la hierba!

Distintas frecuencias… Otro contexto

- A uno de mis estudiantes le gusta la robótica (Gracias Edgar! ☺)
- A unos robots les gusta moverse rápido
- A otro menos rápido
- Y otros son definitivamente lentos

Deben moverse en una pista… juntos!

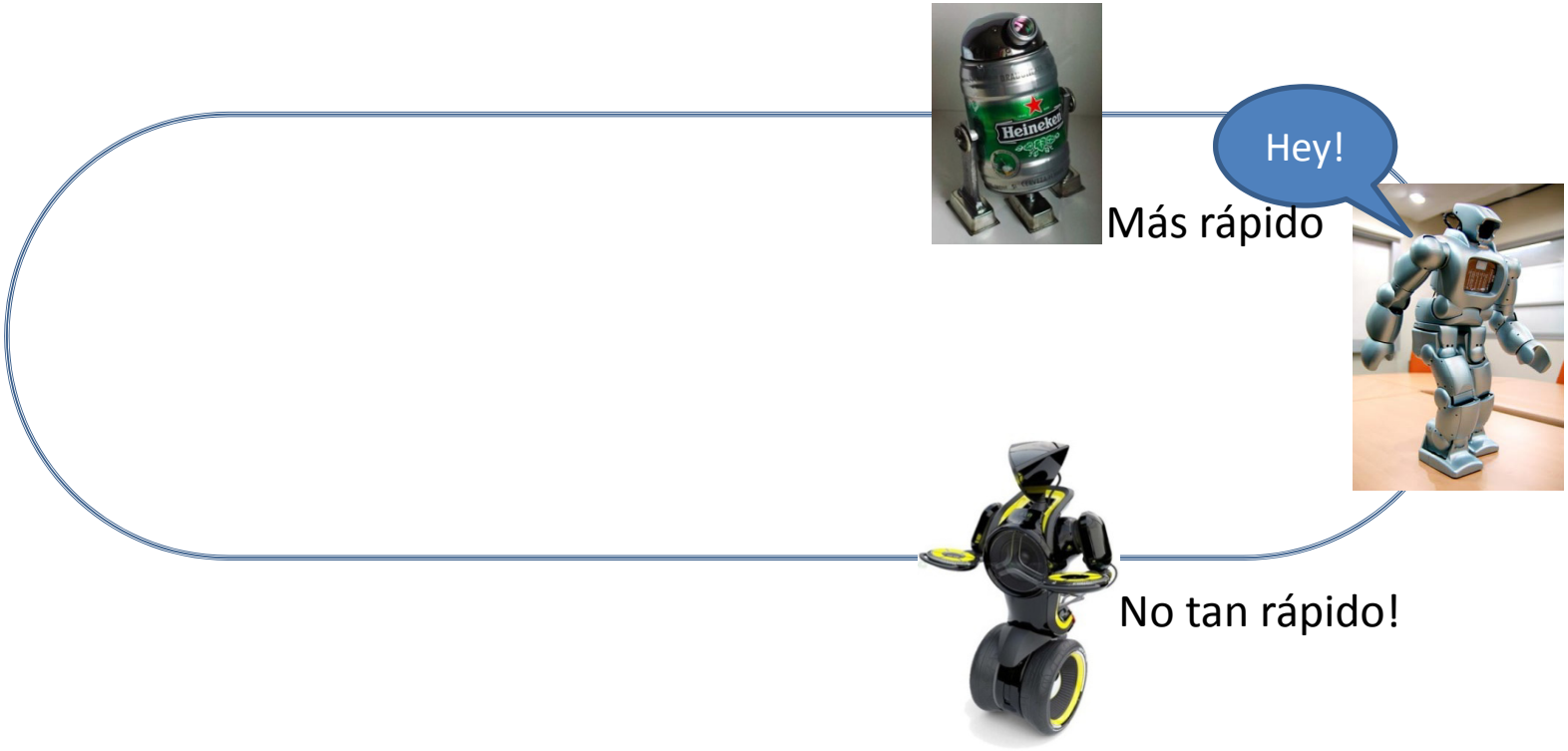
A.T. Winfree, Biological rhythms and the behavior of populations of coupled oscillators, Journal Theoretical Biology, 16 (1967), 15-42.

Winfree quería ser biólogo, pero le pareció tonto estudiar biología: Mejor Matemáticas e ingeniería. Ganó reconocimientos profesionales como (1) biólogo teórico, (2) Cardiólogo, (3) Matemático e (4) ingeniero… todos por su trabajo en ritmos biológicos!

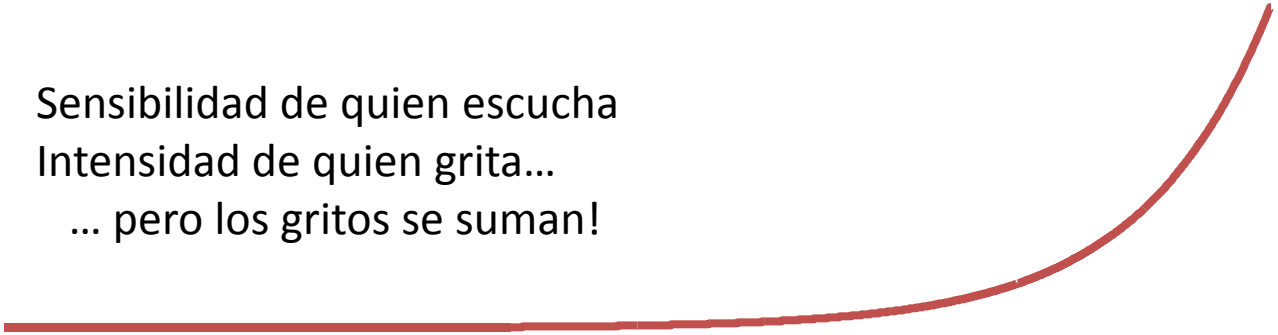
"*Aside from his versatility, what made Winfree so special (and in this way he was reminiscent of Wiener himself) was the originality of the problems he tackled; the sparkling creativity of his methods and results; and his knack for uncovering deep connections among previously unrelated parts of science, often guided by geometrical arguments and analogies, and often resulting in new lines of mathematical inquiry.*"

Arthur T. Winfree, 1942-2002

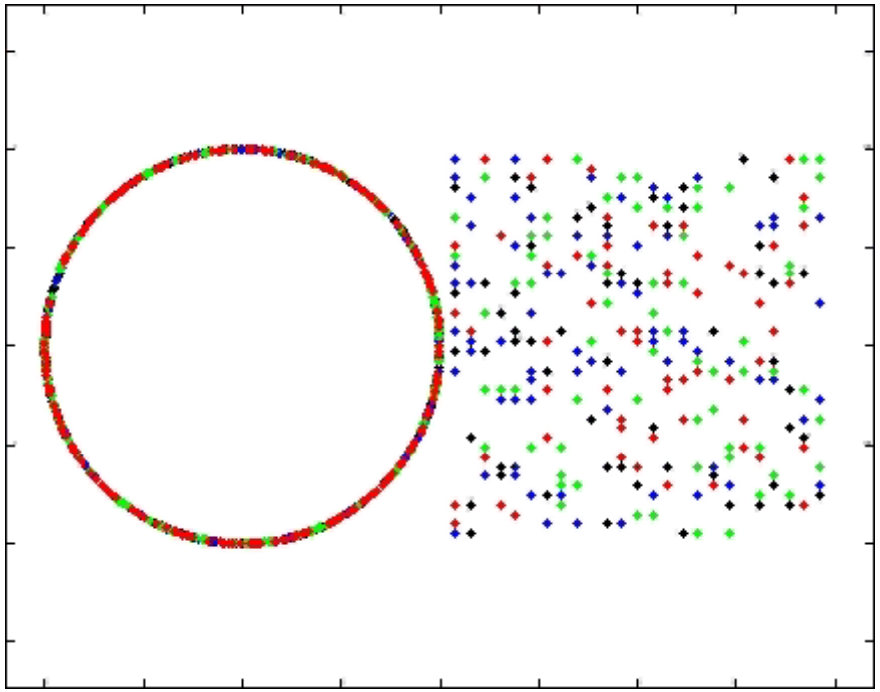
Modelo Winfree

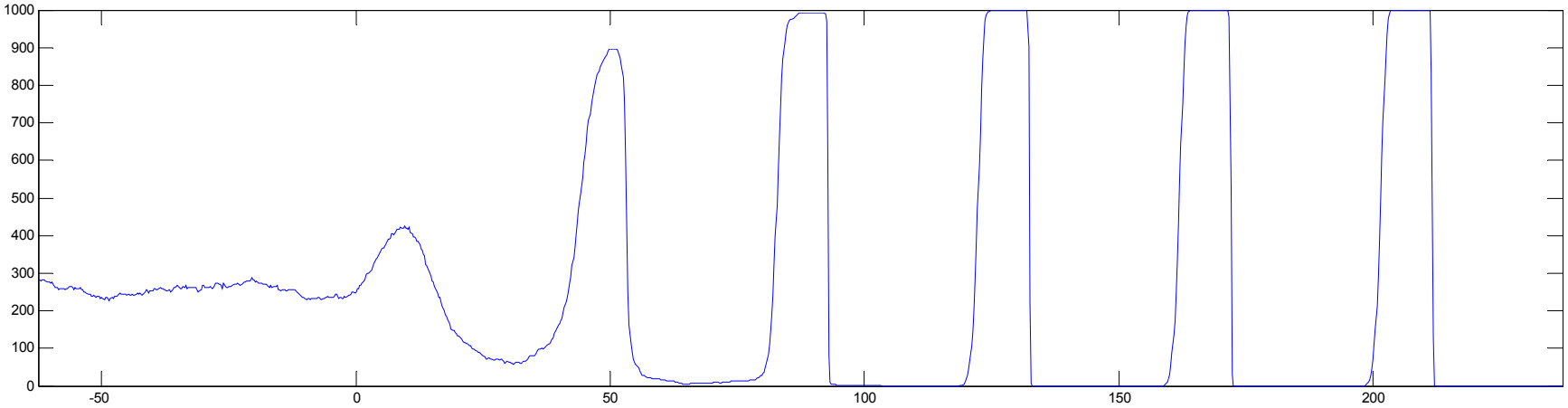


Sensibilidad de quien escucha
Intensidad de quien grita…
… pero los gritos se suman!



Todos los osciladores se apagan casi al tiempo





Conclusiones

- La sincronización en redes móviles ad hoc es un problema difícil que apenas se empieza a investigar.
- La naturaleza es muy buena sincronizándose, y los primeros intentos de solución bio-inspirados parecen prometedores.
- Nuevamente, en vez de dividir el problema en pequeños problemas para resolver cada uno independientemente, buscamos interacciones sencillas entre los nodos de la red, a partir de las cuales pueda emerger la sincronización global como un orden espontáneo.

¿Preguntas?

¡Gracias!