

TRAFICO DE VOZ EN ATM SOMETIDO A CONTROL DE ADMISION POR LEAKY BUCKET

Por: Ing. Marco Aurelio Alzate
Monroy
Prof. Postgrado Teleinformática

RESUMEN

Se propone que la fracción de celdas descartables en una conversación telefónica sometida a control de tráfico por Leaky Bucket, en el acceso a una red ATM, obedece a la relación

$$Pd = (1-p) \frac{\delta(1-p) \cdot \rho}{\delta(1-p) \cdot \rho e^{\left(\frac{\beta}{\lambda r} - \frac{\alpha}{r}\right) W}}$$

donde λ es la tasa de generación de celdas durante los períodos de sonido, r es la tasa de generación de permisos, $1/\alpha$ es el tiempo promedio de permanencia en el estado de silencio, $1/\beta$ es el tiempo promedio de permanencia en el estado de sonido, ρ es la relación r/λ , δ es la relación α/β y W es el tamaño máximo del balde.

INTRODUCCION

En ocasiones, el tráfico externo que ingresa a una red de comunicaciones puede ser mayor que el que la red puede manejar, por lo que

se necesita restringir la admisión de tráfico para impedir la congestión dentro de la red [2]. Existen diferentes mecanismos para efectuar esta restricción: desde el bloqueo de llamadas cuando la red no puede garantizar una tasa de transmisión mínima, pasando por el descarte de paquetes cuando un nodo no tiene suficientes recursos de almacenamiento, hasta la aceptación programada de paquetes mediante el ofrecimiento o la negación de permisos para transmitir [2]. Este último mecanismo es el más ampliamente utilizado en redes de conmutación de paquetes con circuitos virtuales, donde se establece una ventana deslizante entre los extremos transmisor y receptor de cada sesión, definiendo un límite superior W al número de paquetes que el transmisor puede enviar sin recibir reconocimientos del receptor. De esta manera los reconocimientos se vuelven permisos para transmitir y, así, la tasa de entrada en el extremo transmisor se reduce cuando los permisos retornan lentamente [2].

Sin embargo este método no puede garantizar una tasa mínima para cada sesión, por lo que resulta inadecuado en servicios como

voz y video [2]. Más aún, en las redes de alta velocidad que manejan voz y video por conmutación rápida de paquetes con circuitos virtuales, los retardos de propagación pueden llegar a ser tan grandes respecto a los tiempos de transmisión, que el tamaño máximo de la ventana, W , debe escogerse exageradamente grande [2]. Por estas razones se requiere una forma alternativa de control de flujo que pueda garantizar a cada sesión una tasa de bits que se encuentre entre el mínimo y el máximo requerido por el tipo de sesión. Con tráfico de voz, por ejemplo, a menos de 2400 bps se puede comprometer la inteligibilidad de los mensajes y a más de 96 kbps ya no se puede mejorar significativamente la calidad de la señal [3].

Un algoritmo para controlar el tráfico de una sesión que, en promedio, genere λ paquetes por segundo consistiría en aceptar exactamente 1 paquete cada $1/\lambda$ segundos, lo cual conduciría a un esquema TDM inadecuado para tráfico con ráfagas. Si se aceptaran W paquetes cada W/λ segundos, se permitirían ráfagas de hasta W paquetes. Un esquema relacionado que ha encontrado gran acogi-

da para el control de tráfico en redes ATM se denomina Leaky Bucket y consiste en alimentar un "balde" con permisos a una tasa periódica de 1 permiso cada $1/r$ segundos, hasta un máximo de W permisos [4]. Las celdas generadas retiran un permiso del balde para ser aceptadas dentro de la red de manera que, si una celda no encuentra un permiso al momento de su llegada, se considera descartable para la red y, en caso de congestión, será desechada. Aunque algunos tipos de tráfico preferirían manejar una cola de celdas en espera de permisos, aquí estudiaremos el caso de un abonado de voz que prefiere enviar todas las celdas generadas a la mayor velocidad posible, aunque corran el riesgo de ser descartadas dentro de la red.

EL MODELO

La figura 1 muestra el modelo que se va a estudiar. El abonado telefónico transita entre estados de silencio y sonido, donde los tiempos de permanencia en cada estado están exponencialmente distribuidos con promedios $1/\alpha$ y $1/\beta$ respectivamente [7]. En el estado de sonido se producen λ celdas por

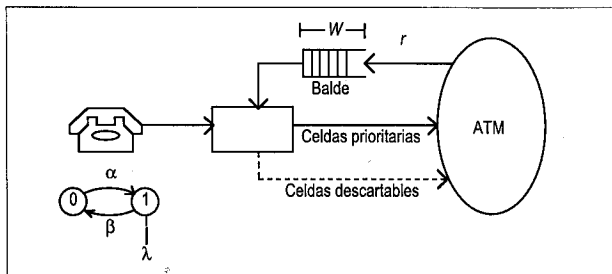


Figura 1. Modelo de tráfico de voz sometido a Leaky Bucket

segundo a una tasa constante. Las celdas generadas retiran un permiso del balde y, si no lo encuentran, "son clasificadas como celdas descartables". La red alimenta el balde a una tasa constante de r permisos por segundo hasta un máximo de W permisos.

Mientras el abonado se encuentre en el estado n ($n = 0$ -silencio- ó 1 -sonido-), el balde crecerá a una tasa constante de $r - n\lambda$ permisos por segundos. Si se considera que el balde puede crecer en cantidades infinitesimales, se podría decir que, en un lapso pequeño de tiempo Δt en que el abonado se encuentre el estado n , el balde crecerá una cantidad Δb dada por la ecuación (1):

$$\Delta b = (r - n\lambda)\Delta t \quad (1)$$

Se considerarán los procesos estocásticos $N(t) =$ Número de líneas

activas en el instante t , con posibles valores 0 ó 1, y $B(t) =$ Número de permisos en el balde en el instante t , con posibles valores entre 0 y W . Para estos procesos se define la probabilidad conjunta

$$P_n(t, b) = \text{Prob}[N(t) = n, B(t) \leq b] \quad (2)$$

y se busca la probabilidad de que, en el instante $t + \Delta t$, el balde no tenga más de b permisos y el abonado se encuentre en el estado n . Para que se dé este evento es necesario que, en el instante t , hubieran $b - \Delta b$ permisos en el balde. Además el abonado pudo haber estado en $1 - n$ y transitado de $1 - n$ a n en el intervalo $(t, t + \Delta t)$, o pudo haber estado en n y no haber hecho ninguna transición entre t y $t + \Delta t$, o pudo haber estado en cualquier estado y haber hecho más de una transición de manera que, al cabo de Δt segundos, haya llegado al estado n . Para escribir estas condiciones en forma de una expresión matemática, obsérvese que la probabilidad de pasar de $1 - n$ a n en un intervalo de longitud Δt , dada la suposición de tiempos de permanencia exponenciales e independientes, está dada por

$$\text{Prob} [\text{pasar de } 1 - n \text{ a } n \text{ durante } \Delta t] = n\alpha\Delta t + (1 - n)\beta\Delta t + \Omega(\Delta t) \quad (3)$$

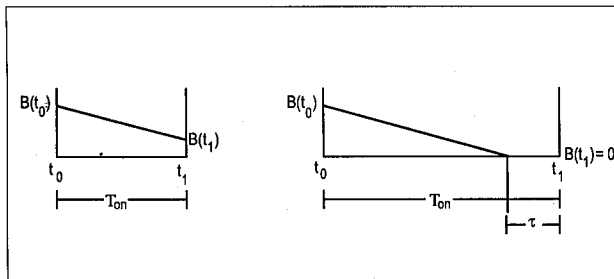


Figura 2. Longitud del balde, $B(t)$, durante un período de sonido de longitud T_{on}

donde $\Omega(\Delta t)$ es alguna función tal que $\Omega(\Delta t)/\Delta t$ tiende a cero cuando Δt tiende a cero. En efecto, en intervalos infinitesimales, las probabilidades de transición son proporcionales a la longitud de los intervalos, siendo los factores de proporcionalidad α o β según se esté en el estado 0 ó en el estado 1 respectivamente. Igualmente,

$$\text{Prob}[\text{permanecer en } n \text{ durante } \Delta t] = 1 - (1-n)\alpha\Delta t - n\beta\Delta t + \Omega(\Delta t) \quad (4)$$

De acuerdo con las ecuaciones (3) y (4), la probabilidad de encontrar b permisos o menos en el balde en el instante $t+\Delta t$ y que hayan n líneas activas en ese instante, será

$$\begin{aligned} P_n(t+\Delta t, b) &= \\ &= P_{n,n}(t, b-\Delta b) [n\alpha + (1-n)\beta] \Delta t \\ &+ P_n(t, b-\Delta b) [1 - ((1-n)\alpha + n\beta)\Delta t] \\ &+ \Omega(\Delta t) \end{aligned} \quad (5)$$

En la siguiente sección se hará un análisis de la ecuación (5) que conducirá a una expresión para la fracción de celdas descartables.

ANÁLISIS DEL MODELO

Al restar $P_n(t, b-\Delta b)$ a ambos lados de la ecuación (5), sumar y restar $P_n(t, b-\Delta b)$ al lado izquierdo, dividir por Δt y reemplazar la ecuación (1), se obtiene la siguiente ecuación

$$\begin{aligned} \frac{P_n(t+\Delta t, b) - P_n(t, b)}{\Delta t} + \\ (r-n\lambda) \frac{P_n(t, b) - P_n(t, b-\Delta b)}{\Delta b} = \\ P_{1-n}(t, b-\Delta b) [n\alpha + (1-n)\beta] - \\ P_n(t, b-\Delta b) [(1-n)\alpha + n\beta] + \frac{\Omega(\Delta t)}{\Delta t} \\ \frac{dP_n(t, b)}{dt} + (r-n\lambda) \frac{\partial P_n(t, b)}{\partial b} = \\ = P_{1-n}(t, b) (n\alpha + (1-n)\beta) \\ - P_n(t, b) ((1-n)\alpha + n\beta) \end{aligned} \quad (6)$$

La ecuación (6) constituye un sistema de dos ecuaciones diferenciales parciales de diferencia cuya solución describiría el comportamiento dinámico de la longitud del balde. Sin embargo nos interesa un posible estado estable en el que la distribución de probabilidades sea independiente del tiempo. Suponemos, entonces, que hay un instante T a partir del cual

$$P_n(t, b) = P_n(b) \quad \forall > T \quad (7)$$

en cuyo caso la ecuación (6) se podría reescribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \frac{dP_n(b)}{db} = P_{1-n}(b) \frac{n\alpha + (1-n)\beta}{r-n\lambda} - \\ - P_n(b) \frac{(1-n)\alpha + n\beta}{r-n\lambda} \end{aligned} \quad (8)$$

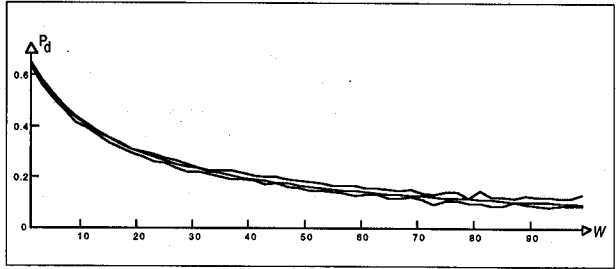


Figura 3. Fracción de celdas descartables en función de la longitud del balde, W . Se comparan los resultados analíticos y de simulación cuando la tasa de llegada de permisos es igual a la tasa promedio de llegada de celdas de voz.

Expandingo para los dos posibles valores de n , obtenemos una representación matricial del sistema de ecuaciones diferenciales lineales (8)

$$\frac{d}{db} \begin{bmatrix} P_0(b) \\ P_1(b) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{r} & \frac{\beta}{r} \\ -\frac{\alpha}{\lambda-r} & \frac{\beta}{\lambda-r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0(b) \\ P_1(b) \end{bmatrix} \quad (9)$$

La solución de la ecuación (9) es de la forma [5]

$$\begin{bmatrix} P_0(b) \\ P_1(b) \end{bmatrix} = K_0' \begin{bmatrix} \phi_{00} \\ \phi_{01} \end{bmatrix} \exp. (a_0 b) + K_1' \begin{bmatrix} \phi_{10} \\ \phi_{11} \end{bmatrix} \exp. (a_1 b) \quad (10)$$

donde a_n es el n -ésimo eigenvalor de la matriz de coeficientes en (9), ϕ_{nm} es el m -ésimo elemento del n -ésimo eigenvector de la misma matriz y K_0' y K_1' son constantes que se deben encontrar de acuerdo con condiciones de frontera adecuadas. Los eigenvalores y eigenvectores obedecen a la relación

$$\begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{r} & \frac{\beta}{r} \\ -\frac{\alpha}{\lambda-r} & \frac{\beta}{\lambda-r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

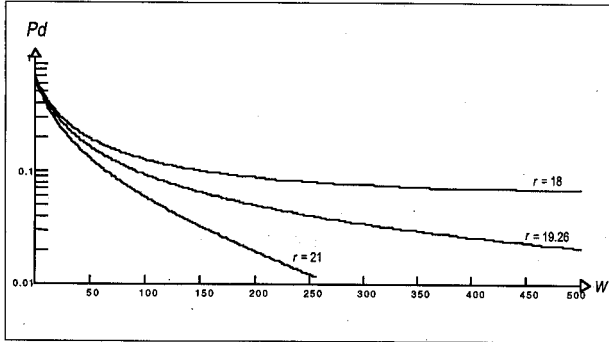


Figura 4. Probabilidad de que una celda sea declarada descartable en función del tamaño máximo del balde, W , para r menor, igual y mayor a la tasa promedio de generación de celdas.

de la primera ecuación del sistema de ecuaciones (11) se obtiene

$$\phi_1 = \frac{ar + \alpha}{\beta} \phi_0$$

y de la segunda ecuación se obtiene

$$\phi_1 = \frac{\alpha}{\beta - a(\lambda - r)} \phi_0$$

Iguando las dos expresiones, multiplicando ambos lados de la ecuación resultante por $\beta(\beta - a(\lambda - r))$ y restando $\alpha\beta$ a ambos lados de la ecuación así obtenida, se llega a $a(r\beta - ar(\lambda - r) - \alpha(\lambda - r)) = 0$, cuyas soluciones son

$$a_0 = 0 \quad a_1 = \frac{\beta}{\lambda - r} - \frac{\alpha}{r} \quad (12)$$

Reemplazando a_0 en (11) se obtiene $\phi_{01} = \delta\phi_{00}$, donde $\delta \equiv \alpha/\beta$. Igualmente, reemplazando a_1 en (11), se obtiene $\phi_{11} = \phi_{10} \rho / (1 - \rho)$, donde $\rho \equiv r/\lambda$:

$$\bar{\phi}_0 = \phi_{00} \begin{bmatrix} 1 \\ \delta \end{bmatrix}$$

$$\bar{\phi}_1 = \phi_{10} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{\rho}{1 - \rho} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Definiendo $K_0 = K_0' \phi_{00}$ y $K_1 = K_1' \phi_{10}$, se obtiene de (10) la solución general al sistema de ecuaciones (9):

$$P_0(b) = K_0 + K_1 \exp(a_1 b) \quad (14a)$$

$$P_1(b) = K_0 \delta + K_1 \frac{\rho}{1 - \rho} \exp(a_1 b) \quad (14b)$$

Para hallar las constantes K_0 y K_1 consideramos las condiciones de frontera

$$P_0(0) = 0 \quad (15a)$$

$$P_1(W) = \delta / (1 + \delta) \quad (15b)$$

Efectivamente, si no se están retirando permisos, es improbable que el balde llegue a estar vacío. Por otro lado, puesto que el balde siempre será menor o igual a W , la probabilidad conjunta de que el abonado esté en el estado de sonido y el balde sea menor o igual a W es la misma probabilidad marginal de que el abonado esté en el estado de sonido. Esta probabilidad marginal, π_1 , está relacionada con la probabilidad π_0 de que

el abonado esté en el estado de silencio, de acuerdo con la figura 1, mediante las relaciones $\alpha\pi_0 = \beta\pi_1$ y $\pi_0 + \pi_1 = 1$, de donde $\pi_1 = \delta / (1 + \delta)$.

Reemplazando (15a) en (14a) se encuentra que

$$K_0 = -K_1 = K \quad (16)$$

Siendo así, la combinación de (14b) y (15b) conduce a

$$K \left(\delta - \frac{\rho}{1 - \rho} \exp(a_1 W) \right) = \frac{\delta}{1 + \delta}$$

de donde

$$K = \frac{\delta(1 - \rho)}{(1 + \delta)(\delta(1 - \rho) - \rho \exp(a_1 W))} \quad (17)$$

Reemplazando (16) y (17) en (14), y sumando las dos ecuaciones, obtenemos la probabilidad de que en el balde haya menos de b permisos:

$$\begin{aligned} Prob [B \leq b] &= P_0(b) + P_1(b) \\ &= K \left(1 + \delta - \exp(a_1 b) \left(1 + \frac{\rho}{1 - \rho} \right) \right) \\ &= \frac{\delta}{1 + \delta} \cdot \frac{(1 + \delta)(1 - \rho) - \rho \exp(a_1 b)}{\delta(1 - \rho) - \rho \exp(a_1 W)} \quad (18) \end{aligned}$$

Evaluando en $b = 0$ se encuentra la probabilidad de que en el balde no haya permisos,

$$Prob [B = 0] = \frac{\delta}{1 + \delta} \cdot \frac{\delta(1 - \rho) - \rho}{\delta(1 - \rho) - \rho \exp(a_1 W)} \quad (19)$$

Solo cuando las llegadas forman un proceso Poisson, se puede decir que la probabilidad de que una celda encuentre el balde desocupado es igual a la probabilidad de

que el balde esté vacío [8]. En consecuencia, las celdas de voz no encuentran al balde en un estado "típico", pues su llegada obedece a un proceso determinístico markovianamente modulado. Para encontrar la probabilidad de que una celda encuentre el balde desocupado se considera lo que puede suceder durante un período de sonido. La figura 2 representa la longitud del balde como función del tiempo, $B(t)$, durante un período de sonido. En el instante t_0 el abonado pasó del estado de silencio al estado de sonido (de 0 a 1) y permanece en él hasta el tiempo t_1 , siendo $T_{on} = t_1 - t_0$ una variable aleatoria exponencialmente distribuida con promedio $1/\beta$.

Entre t_0 y t_1 se están retirando λ permisos por segundo y están llegando r permisos por segundo, de una manera determinística. Así pues, la tasa efectiva a la que se está desocupando el balde es $\lambda - r$ permisos por segundo. El tiempo que se necesita para desocupar el balde sería $T_v = B(t_0)/(\lambda - r)$ de manera que, si $T_{on} > T_v$ habrá un tiempo $\tau = T_{on} - T_v$ durante el cual el balde permanece vacío. Por supuesto, durante los períodos de silencio, T_{off} el balde no puede estar vacío, de manera que la fracción de tiempo que el balde permanece desocupado es

$$\text{Prob}[B=0] = \frac{E[\tau]}{E[T_{on}] + E[T_{off}]} = \frac{E[\tau]}{\lambda + \frac{1}{\beta}}$$

reemplazando $\text{Prob}[B=0]$ de la ecuación (19) se encuentra el tiempo promedio que el balde permanece desocupado,

$$E[\tau] = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{\delta(1-\rho) - \rho}{\delta(1-\rho) - \rho e^{\alpha W}} \quad (20)$$

Durante el tiempo que el balde permanece desocupado se consideran descartables, en promedio, $(\lambda - r)E[\tau]$ celdas, de las λ/β celdas que llegan, en promedio, durante un ciclo $T_{on} - T_{off}$. La fracción de celdas descartables será, entonces,

$$P_d = \frac{(\lambda - r)E[\tau]}{\lambda/\beta} = (1-\rho)\beta E[\tau]$$

que, con las ecuaciones (12) y (20), se convierte en

$$P_d = (1-\rho) \frac{\delta(1-\rho) - \rho}{\delta(1-\rho) - \rho e^{\left(\frac{\beta}{\lambda-r} \frac{\alpha}{\tau}\right) W}} \quad (21)$$

Obsérvese que, si se escoge una tasa de llegada de permisos igual a la tasa promedio de llegada de celdas,

$$r = \lambda \frac{\delta}{1+\delta}$$

la ecuación (21) se hace indeterminada pues el exponente de e se

hace cero y tanto la expresión del denominador como la del numerador se hacen igualmente cero.

Sin embargo, aplicando la regla de L'Hôpital, podemos encontrar el límite de P_d cuando r tiende a la tasa promedio de llegada de celdas:

$$P_d \Big|_{r=\frac{\delta}{1+\delta}} = \frac{\lambda}{(1+\delta)(\lambda + W\beta(1+\delta))} \quad (22)$$

RESULTADOS NUMERICOS

Se considera un codificador subbanda de 24000 bits/segundo [6], un tiempo de permanencia promedio en el estado de sonido de 0.359 segundos y un tiempo promedio de permanencia en el estado de silencio de 0.806 segundos [1]. A 48 bytes por celda, se tiene una tasa $\lambda = 62.5$ celdas/segundo durante los períodos de sonido y una tasa promedio $\lambda\pi_1 = 19.26$ celdas/segundo. La figura 3 muestra una comparación de los resultados analíticos obtenidos de la ecuación (22) con los intervalos del 99% de confianza obtenidos de 10 simulaciones independientes, en los que se varió la longitud máxima

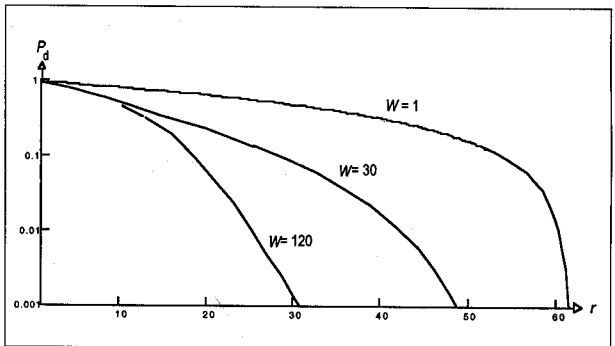


Figura 5. Probabilidad de que una celda sea considerada descartable, en función de la tasa

del balde, W , entre 1 y 99. El espacio comprendido entre las líneas punteadas encierra los intervalos de confianza y la línea continua es la gráfica de la ecuación (22). Los resultados validan ampliamente el análisis realizado.

La figura 4 muestra el mismo caso para valores de r menores y mayores que el promedio de la tasa de llegada de celdas de voz. Por la exactitud con los resultados de simulación, se presentan solo los resultados analíticos obtenidos de la ecuación (21). Se observa en la figura que con valores de r menores a la tasa promedio de llegada de celdas no se puede hacer P_d arbitrariamente pequeña. En efecto, bajo esas condiciones el exponente de e se hace negativo:

$$\rho < \frac{\delta}{1+\delta} \Rightarrow \rho(1+\delta) < \delta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho < \delta(1-\rho) \Rightarrow r\beta < \alpha(\lambda-r)$$

$$\Rightarrow \frac{\beta}{\lambda-r} < \frac{\alpha}{r} \Rightarrow \frac{\beta}{\lambda-r} - \frac{\alpha}{r} < 0$$

y, con el aumento de W , se llega a un comportamiento asintótico hacia

$$P_d \Big|_{\rho < \frac{\delta}{1+\delta}, W \rightarrow \infty} = 1 - \rho \left(\frac{1+\delta}{\delta} \right) \quad (23)$$

De hecho, la ecuación (22) evaluada en $W \rightarrow \infty$ muestra que la ecuación (23) también es válida cuando r es igual a la tasa promedio de generación de celdas de voz ($P_d = 0$).

Por último, la figura 5 muestra el comportamiento de la probabi-

lidad P_d cuando se varía la tasa de llegada de permisos, r . Se presentan resultados para 3 valores distintos de W .

Se puede observar, como a medida que se alcanza una tasa de llegada de permisos igual a la máxima tasa de llegada de celdas, la probabilidad de celdas descartables se acerca a cero. Entre mayor sea la longitud máxima del balde, más rápidamente disminuye la probabilidad de celdas descartables con el aumento de r .

CONCLUSIONES

Se ha derivado una expresión analítica exacta para la fracción de celdas descartables en una sesión de tráfico de voz, cuando se somete a control de admisión en una red ATM mediante el protocolo Leaky Bucket. La expresión obtenida puede resultar útil durante la negociación de los parámetros en el momento de establecer una sesión según la calidad deseable de la señal. El método utilizado en la

derivación de la expresión parece fácilmente aplicable a otros tipos de tráfico que se puedan modelar como procesos determinísticos markovianamente modulados, como puede serlo el tráfico de video.

BIBLIOGRAFIA

1. ALZATE, M. "Conmutación de Paquetes de Voz", X Congreso Nacional y Primer Andino de Telecomunicaciones, Cartagena, 1995.
2. BERTSEKAS, D. and GALLAGER, R. "Data Networks". 2nd Edition., Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1992.
3. DELLER, PROAKIS and HANSEN. "Discrete Time Processing of Speech Signals", McMillan, New York, 1993.
4. DePRYCKER, M. "Asynchronous Transfer Mode. Solution for BISDN" Ellis Horwood, England, 1991.
5. KREYSZIG, E. "Matemáticas Avanzadas para Ingeniería", Limusa-Wiley, México, 1967.
6. SANCHEZ, M. y VALENCIA, J. "Análisis y Diseño de un Codificador Subbanda", Universidad Distrital, 1995
7. WEINSTEIN, C. "Fractional Speech Loss and Talker Activity Model for TASI and for Packet Switched Speech", IEEE Trans. on Comm., Aug. 1978.
8. WOLFF, R.W. "Poisson Arrivals See Time Averages", Oper. Res., 30:223-231, 1982 ●

*"Se ha derivado una
expresión analítica
exacta para la fracción
de celdas descartables en
una sesión de tráfico de
voz, cuando se somete a
control de admisión en
una red ATM mediante el
protocolo Leaky Bucket."*