

Auto-Organización y Segmentación de Imágenes



UNIVERSIDAD DISTRITAL
FRANCISCO JOSE DE CALDAS

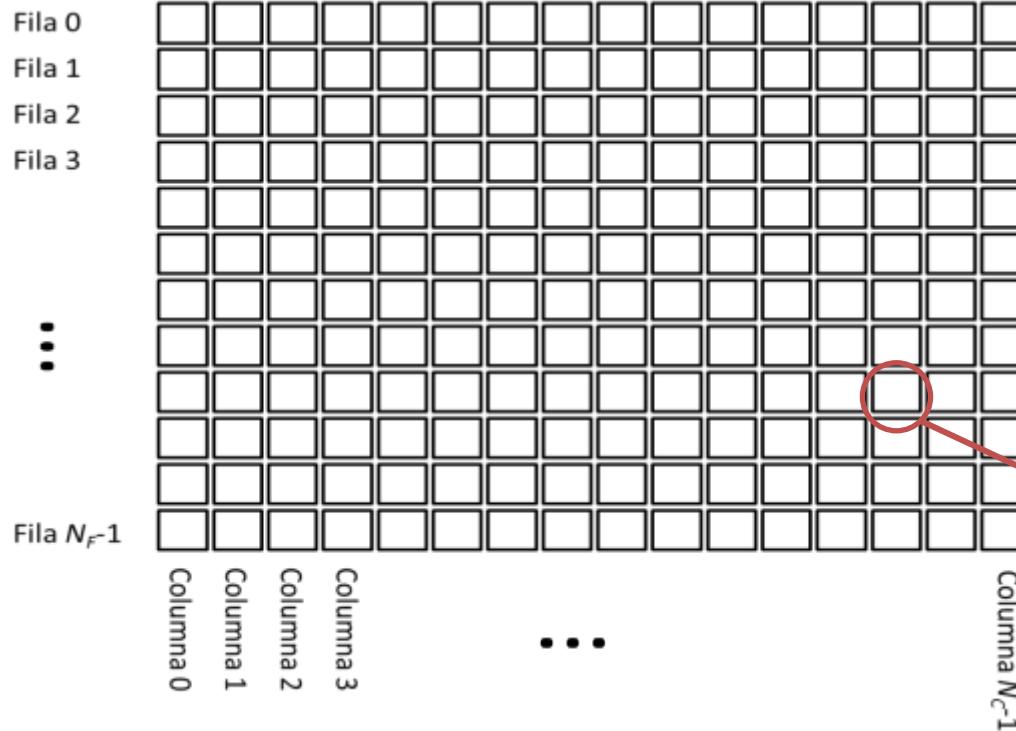
Marco A. Alzate



Auto-Organización y
Segmentación de Imágenes
Marco A. Alzate

Imagen Digital

$$I : \mathbb{Z}_{N_F} \times \mathbb{Z}_{N_C} \rightarrow \wp$$



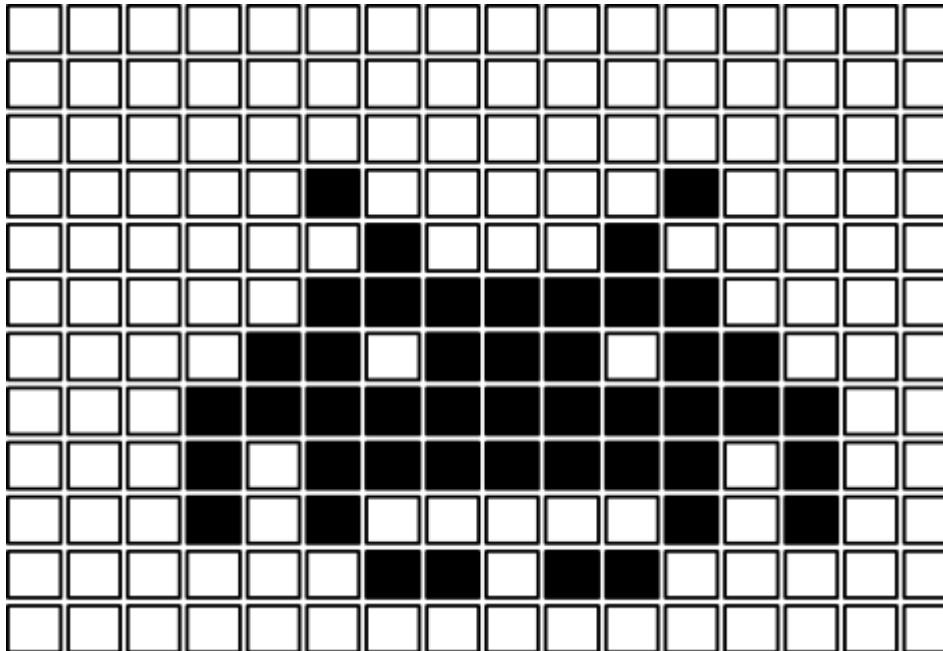
Una imagen es un arreglo de N_F filas por N_C columnas, donde a cada elemento del arreglo le corresponde un elemento del codominio, \wp .

Pixel



Imagen binaria

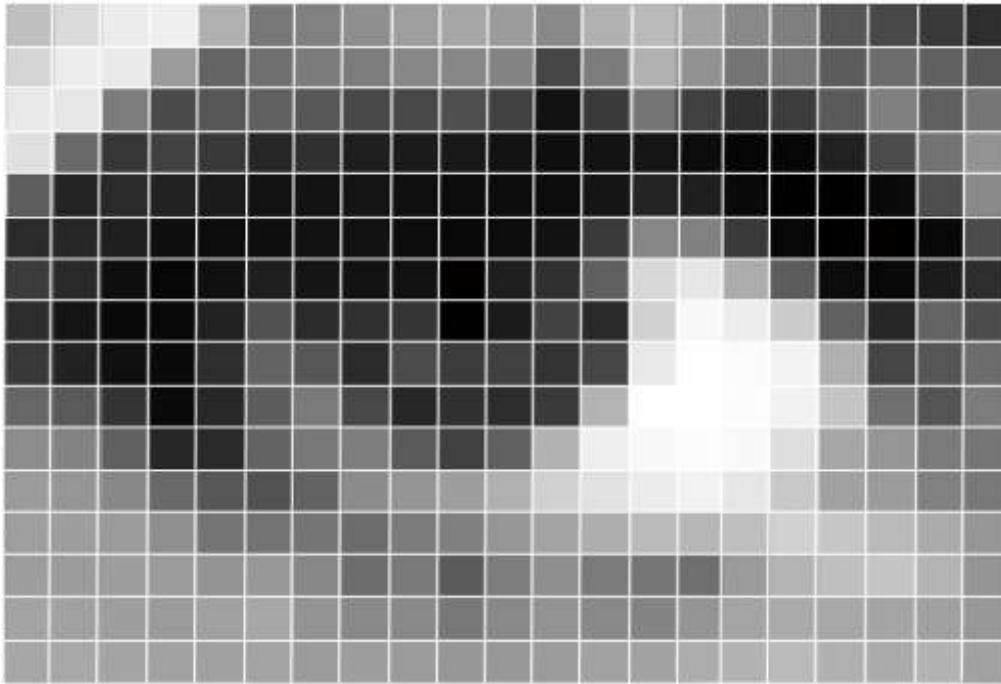
$$I_B : \mathbb{Z}_{N_F} \times \mathbb{Z}_{N_C} \rightarrow \{0, 1\}$$



Una imagen binaria es un arreglo de N_F filas por N_C columnas, donde a cada elemento del arreglo le corresponde un elemento del codominio $\mathbb{Z}_2 = \{0, 1\}$

Imagen en grises

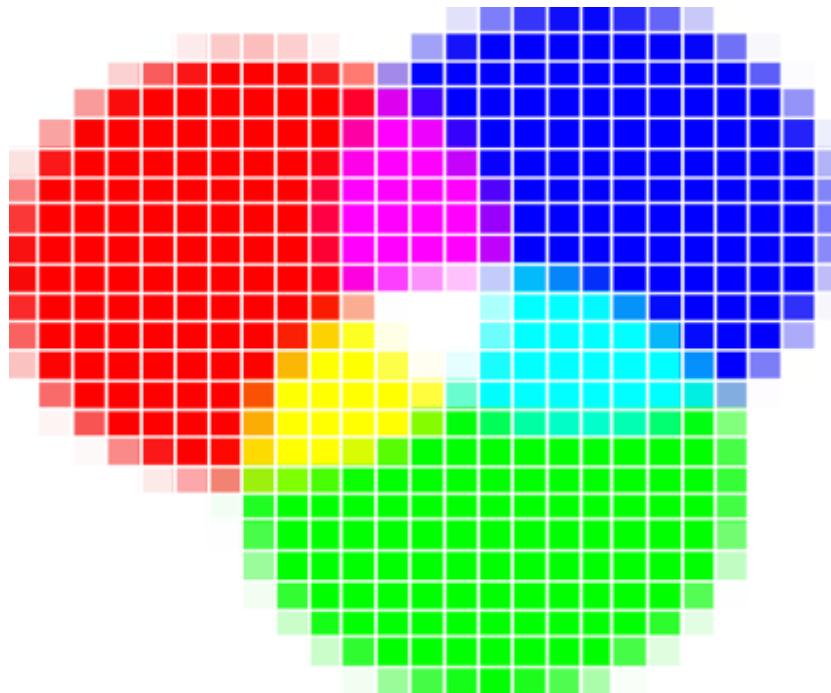
$$I_G : \mathbb{Z}_{N_F} \times \mathbb{Z}_{N_C} \rightarrow \mathbb{Z}_L$$



Una imagen en grises es un arreglo de N_F filas por N_C columnas, donde a cada elemento del arreglo le corresponde un elemento del codominio $\mathbb{Z}_L = \{0, 1, \dots, L-1\}$. El valor cero se representa como negro, el valor $L-1$ como blanco y los valores intermedios se representan como tonos intermedios de gris.

Imagen en color

$$I_C : \mathbb{Z}_{N_F} \times \mathbb{Z}_{N_C} \rightarrow \mathbb{Z}_L \times \mathbb{Z}_L \times \mathbb{Z}_L$$



Una imagen en color es un arreglo de N_F filas por N_C columnas, donde a cada elemento del arreglo le corresponde un elemento del codominio \mathbb{Z}_L^3 , correspondiendo a intensidades de tres capas espectrales: rojo, verde y azul.



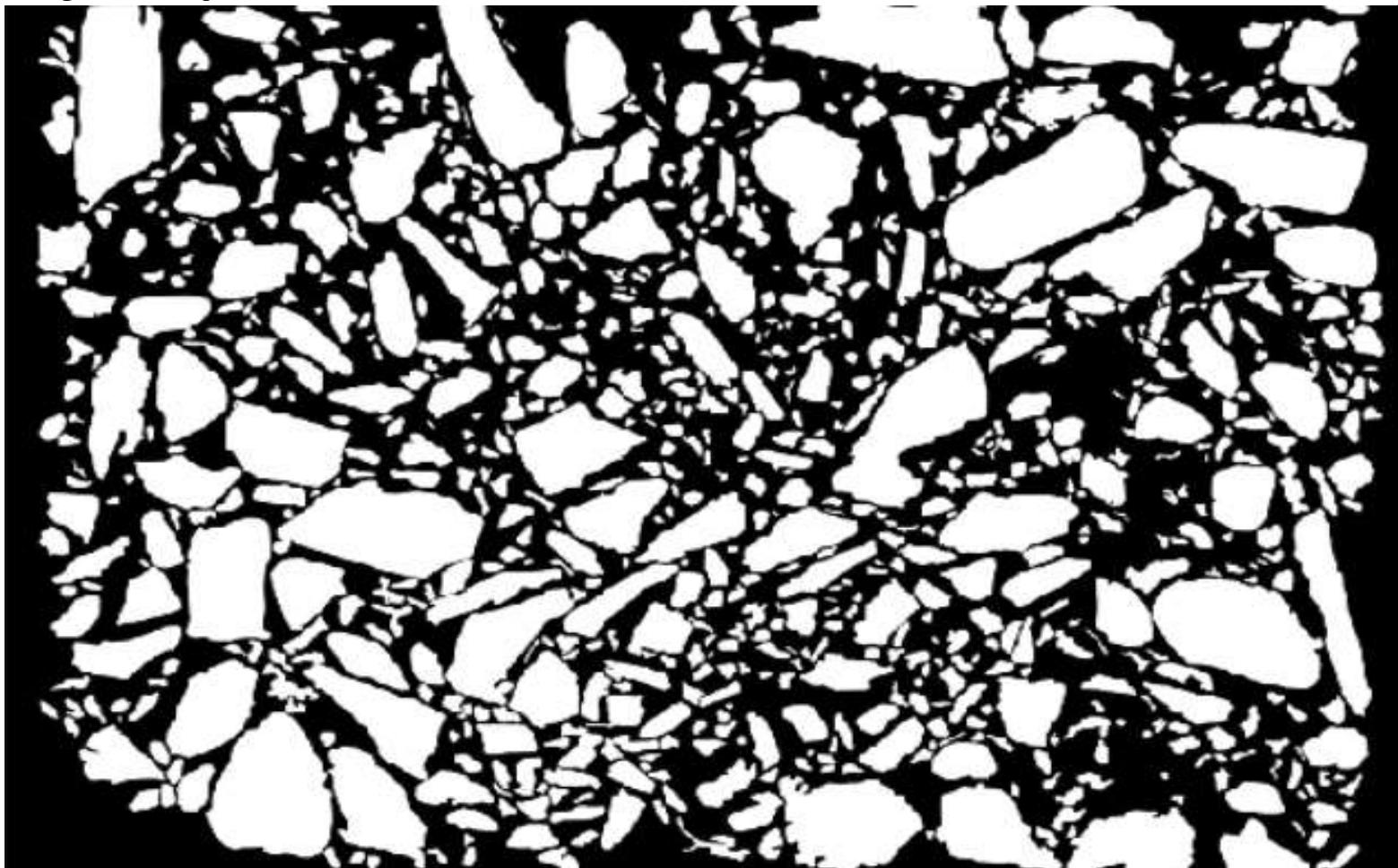
Ejemplo : Muestra de mezcla asfáltica, I_C



Ejemplo : Muestra de mezcla asfáltica, I_G



Ejemplo : Muestra de mezcla asfáltica, I_B



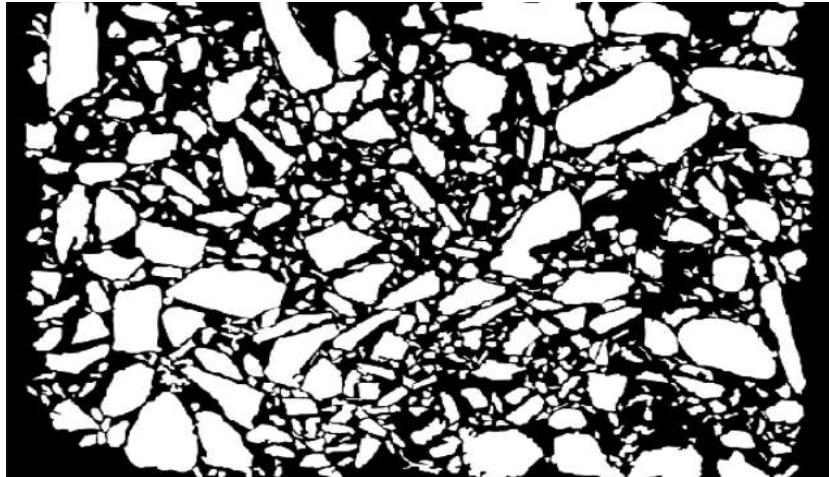
Ejemplo : Segmentación de una imagen

Hemos dividido la imagen en regiones, de manera que a cada pixel lo hemos clasificado como gravilla o (asfalto o fondo):

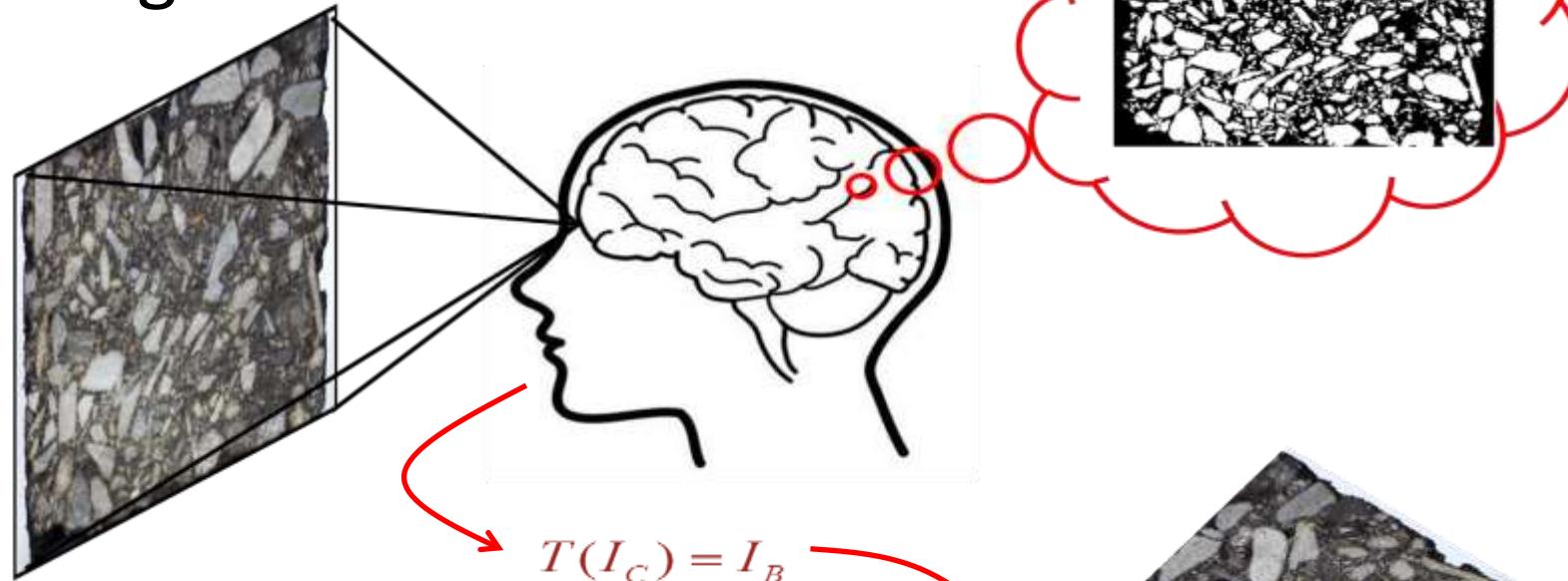
$$T(I_C) = I_B$$

Observemos bien las imágenes:
¿usamos el color?
¿la textura?
¿los bordes?

¡La segmentación es una tarea MUY difícil y está lejos de estar resuelta!

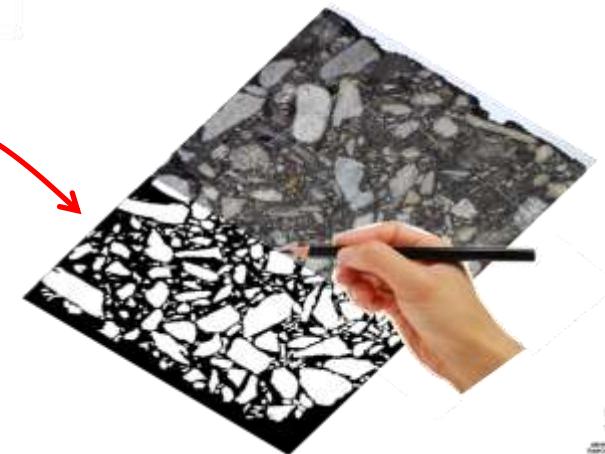


¿Cómo fue el proceso de segmentación?



Percepción → Interpretación → Acción

Proceso Cognitivo



Sistema Dinámico Cognitivo

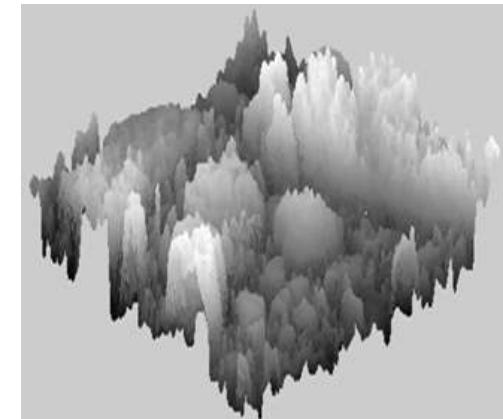
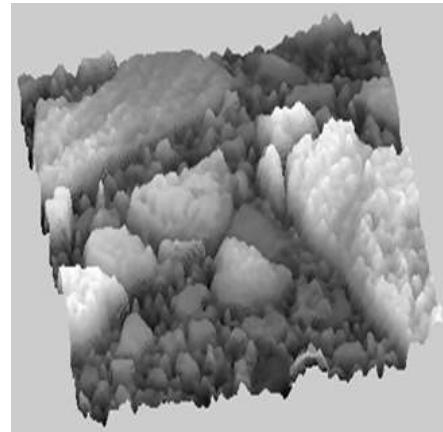
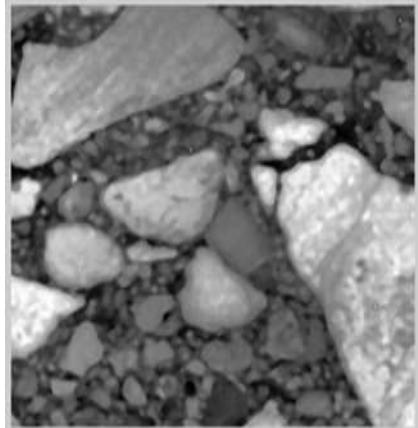
“Veo la emergencia de un (...) campo integrador de múltiples disciplinas (...) llamado “Sistemas Dinámicos Cognitivos” que se construye sobre las ideas ya bien establecidas del procesamiento estadístico de señales, el control estocástico y la teoría de la información, y las entrelaza con nuevas ideas tomadas de la neurociencia, el aprendizaje estadístico y la teoría de juegos (...). El marco de referencia serán las capacidades cognitivas del ser humano (percepción, memoria, atención, inteligencia, lenguaje, acción), bajo la perspectiva de que ellas constituyen un sistema de computación”.

Simon Haykin, 2006-2011



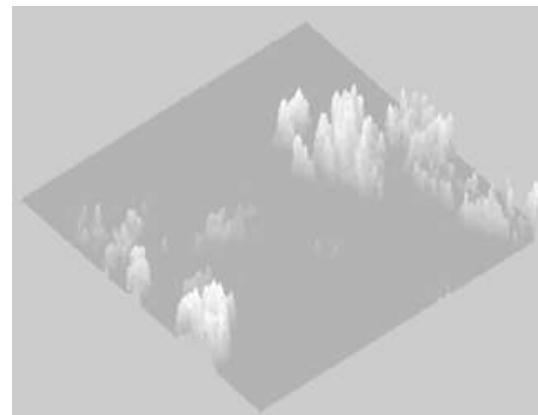
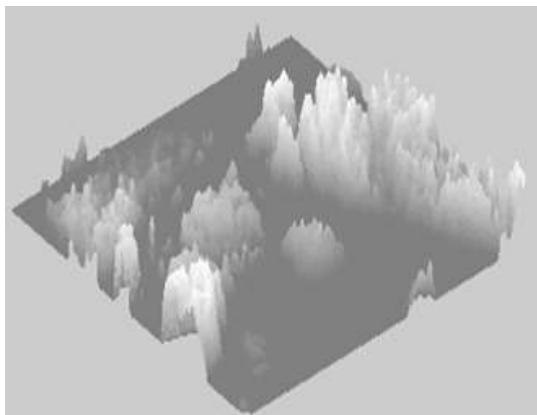
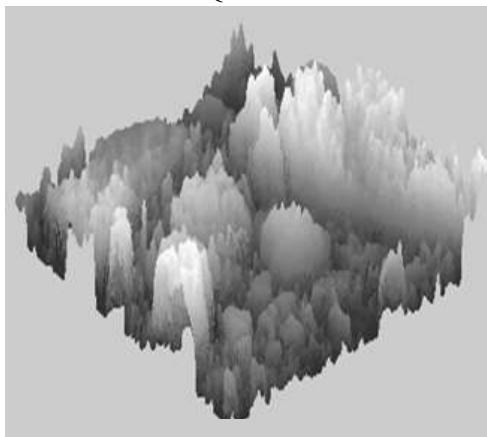
Primera característica: Nivel de gris (La gravilla suele ser clara y el asfalto oscuro)

$$I_S(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } I_G(x, y) < l_0 \\ 1 & \text{si } I_G(x, y) \geq l_0 \end{cases} \quad \forall (x, y) \in \mathbb{Z}_{N_V} \times \mathbb{Z}_{N_H} \quad \text{Segmentación mediante un nivel de comparación } l_0$$



Primera característica: Nivel de gris (La gravilla suele ser clara y el asfalto oscuro)

$$I_S(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } I_G(x, y) < l_0 \\ 1 & \text{si } I_G(x, y) \geq l_0 \end{cases} \quad \forall (x, y) \in \mathbb{Z}_{N_V} \times \mathbb{Z}_{N_H} \quad \text{Segmentación mediante un nivel de comparación } l_0$$



Primera característica: Nivel de gris (La gravilla suele ser clara y el asfalto oscuro)

$$N_P = N_F \cdot N_C = \sum_{l=0}^{L-1} n_l \quad \text{donde} \quad n_l = \text{Número de píxeles en el nivel } l, l \in \mathbb{Z}_L$$

$$p_l = \Pr[\text{escoger un pixel con nivel de gris } l] = \frac{n_l}{N_P}, \quad l \in \mathbb{Z}_L$$

$$\mu = \sum_{l=0}^{L-1} l \cdot p_l, \quad \sigma^2 = \sum_{l=0}^{L-1} (l - \mu)^2 \cdot p_l \quad \text{Valor promedio y varianza del nivel de gris de un pixel tomado al azar}$$

$$I_B(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } I_G(x, y) < l_0 \\ 1 & \text{si } I_G(x, y) \geq l_0 \end{cases} \quad \forall (x, y) \in \mathbb{Z}_{N_V} \times \mathbb{Z}_{N_H} \quad \text{Segmentación mediante un nivel de comparación } l_0$$

$$p_A = \sum_{l=0}^{l_0-1} p_l, \quad p_G = \sum_{l=l_0}^{L-1} p_l \quad \text{Probabilidad de que un pixel escogido al azar sea } A(\text{sfalto}) \text{ o } G(\text{ravilla})$$

$$\mu_A = \frac{1}{p_A} \sum_{l=0}^{l_0-1} l \cdot p_l, \quad \mu_G = \frac{1}{p_G} \sum_{l=l_0}^{L-1} l \cdot p_l, \quad \text{Medias y varianzas de cada clase, } G(\text{ravilla}) \text{ y } A(\text{sfalto})$$

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{p_A} \sum_{l=0}^{l_0-1} (l - \mu_A)^2 \cdot p_l, \quad \sigma_G^2 = \frac{1}{p_G} \sum_{l=l_0}^{L-1} (l - \mu_G)^2 \cdot p_l$$

$$l_0^* = \arg \max_{l_0=0,1,\dots,L-1} p_A (\mu - \mu_A)^2 + p_G (\mu - \mu_G)^2 = \arg \min_{l_0=0,1,\dots,L-1} p_A \sigma_A^2 + p_G \sigma_G^2$$

Nivel óptimo que logra la mínima variabilidad dentro de cada clase y la máxima variabilidad entre clases.

Primera característica: Nivel de gris (La gravilla suele ser clara y el asfalto oscuro)

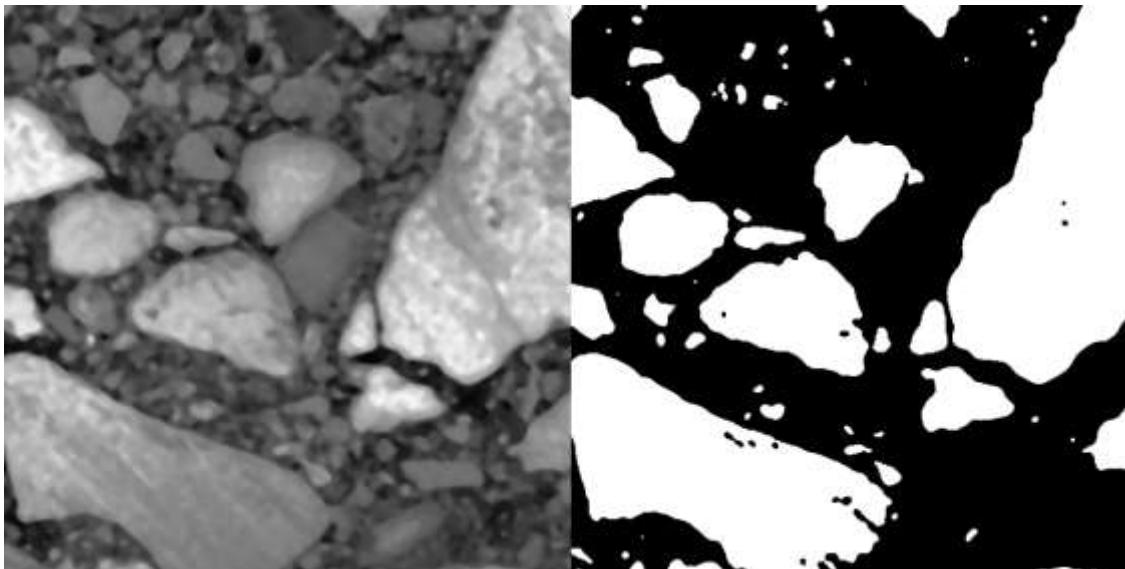
$$I_S(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } I_G(x, y) < l_0 \\ 1 & \text{si } I_G(x, y) \geq l_0 \end{cases} \quad \forall (x, y) \in \mathbb{Z}_{N_V} \times \mathbb{Z}_{N_H}$$

Segmentación mediante un nivel de comparación l_0

$$l_0^* = \arg \max_{l_0=0,1,\dots,L-1} p_A (\mu - \mu_A)^2 + p_G (\mu - \mu_G)^2 = \arg \min_{l_0=0,1,\dots,L-1} p_A \sigma_A^2 + p_G \sigma_G^2$$

Nivel óptimo que logra la mínima variabilidad dentro de cada clase y la máxima variabilidad entre clases.

Método de Otsu



Segunda característica: Semejanzas y diferencias entre pixeles y grupos de pixeles

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} a+b \\ a-b \end{bmatrix}$$

Semejanzas

Diferencias

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} a+b \\ a-b \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

La transpuesta es la inversa
(matriz ortonormal)

Transformada
wavelet de Haar

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \right) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} a+b+c+d & a-b+c-d \\ a+b-c-d & a-b-c+d \end{bmatrix}$$

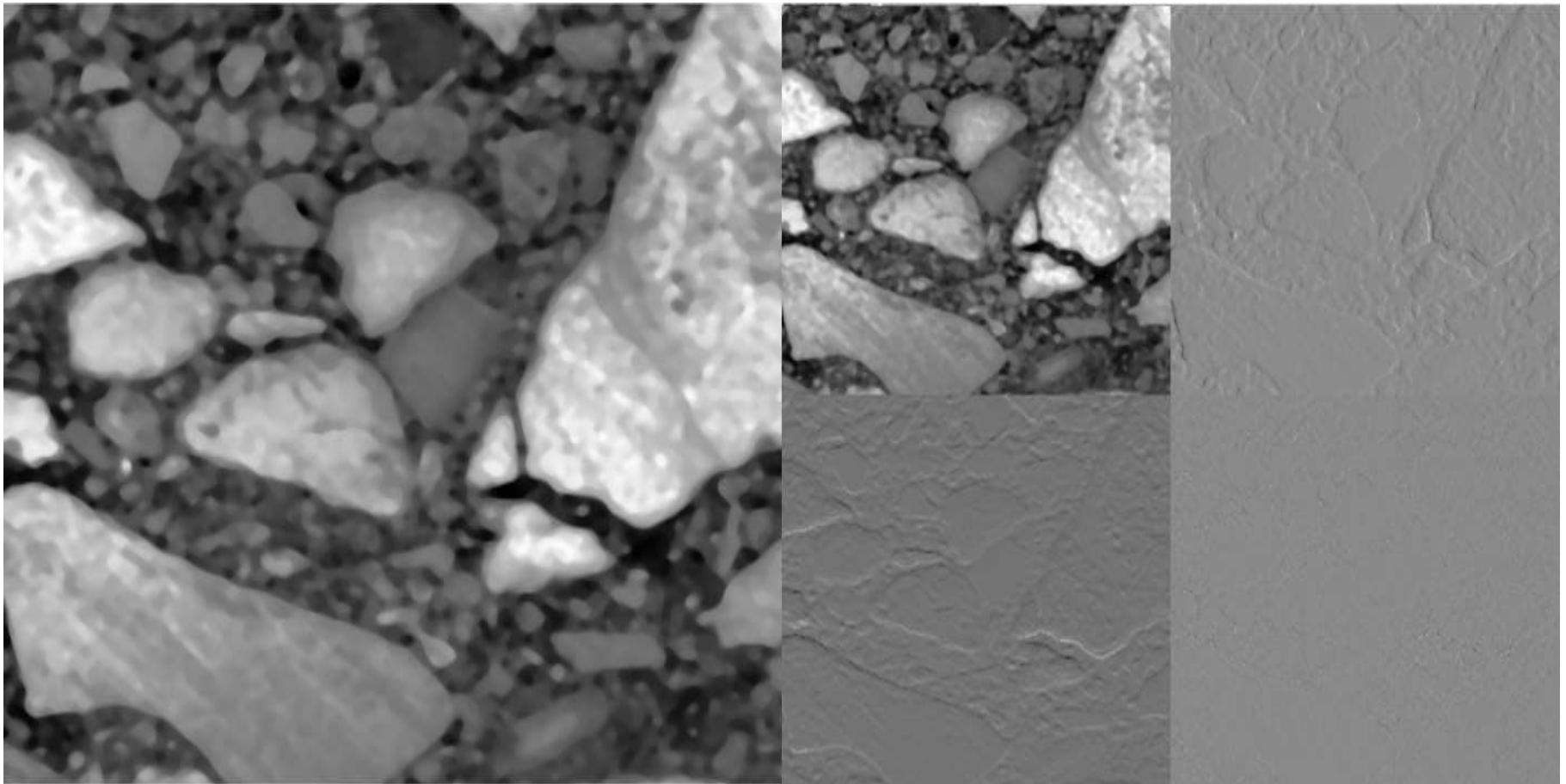
Primero transforma
las columnas

Después transforma
las filas

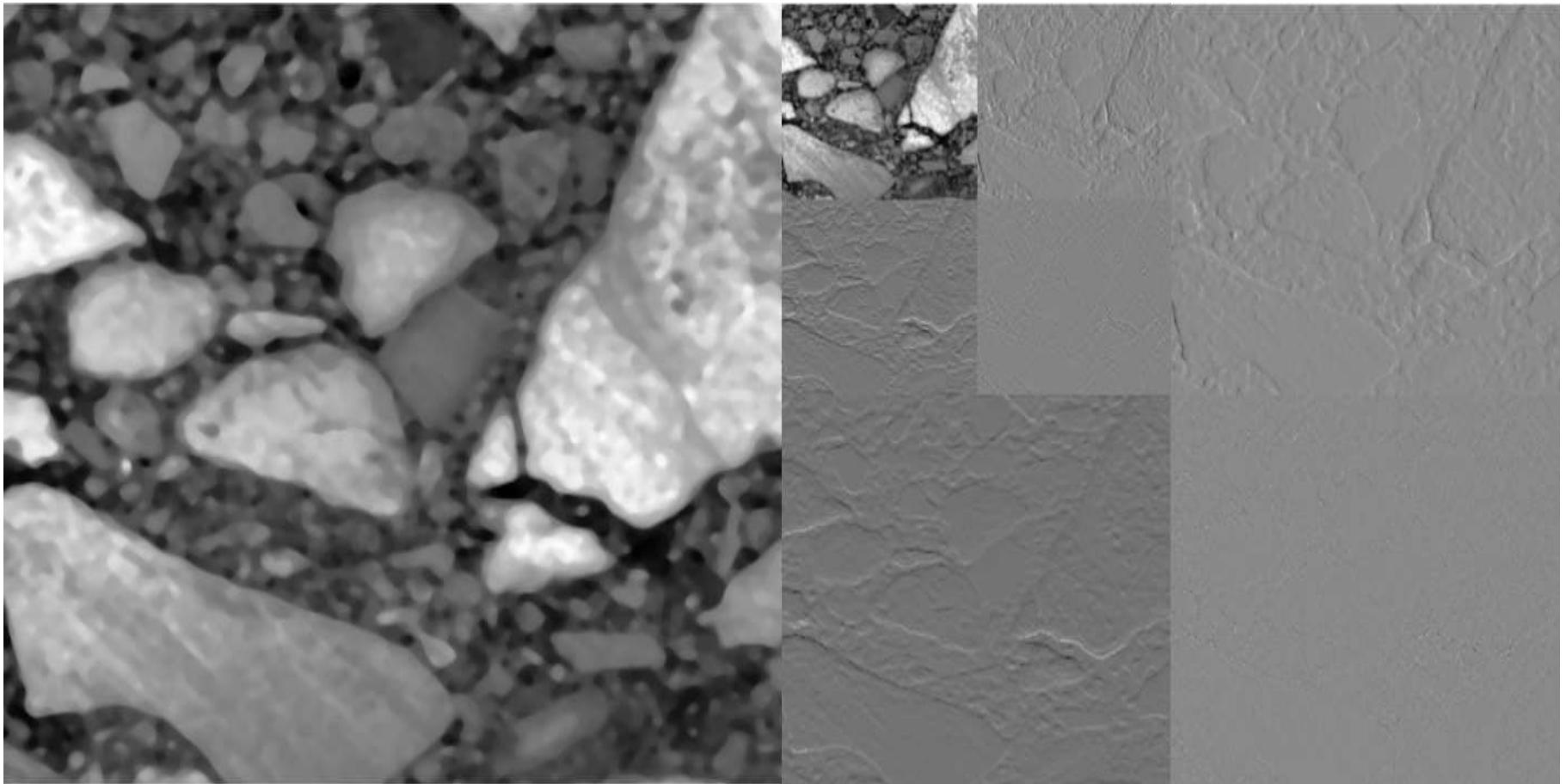
- (1,1) : Filtros pasabajos en filas y columnas
(2,1): pasabajos en filas, pasaaltos en columnas
(1,2) : pasaaltos en columnas, pasaaltos en filas
(2,2): Filtros pasaaltos en filas y columnas



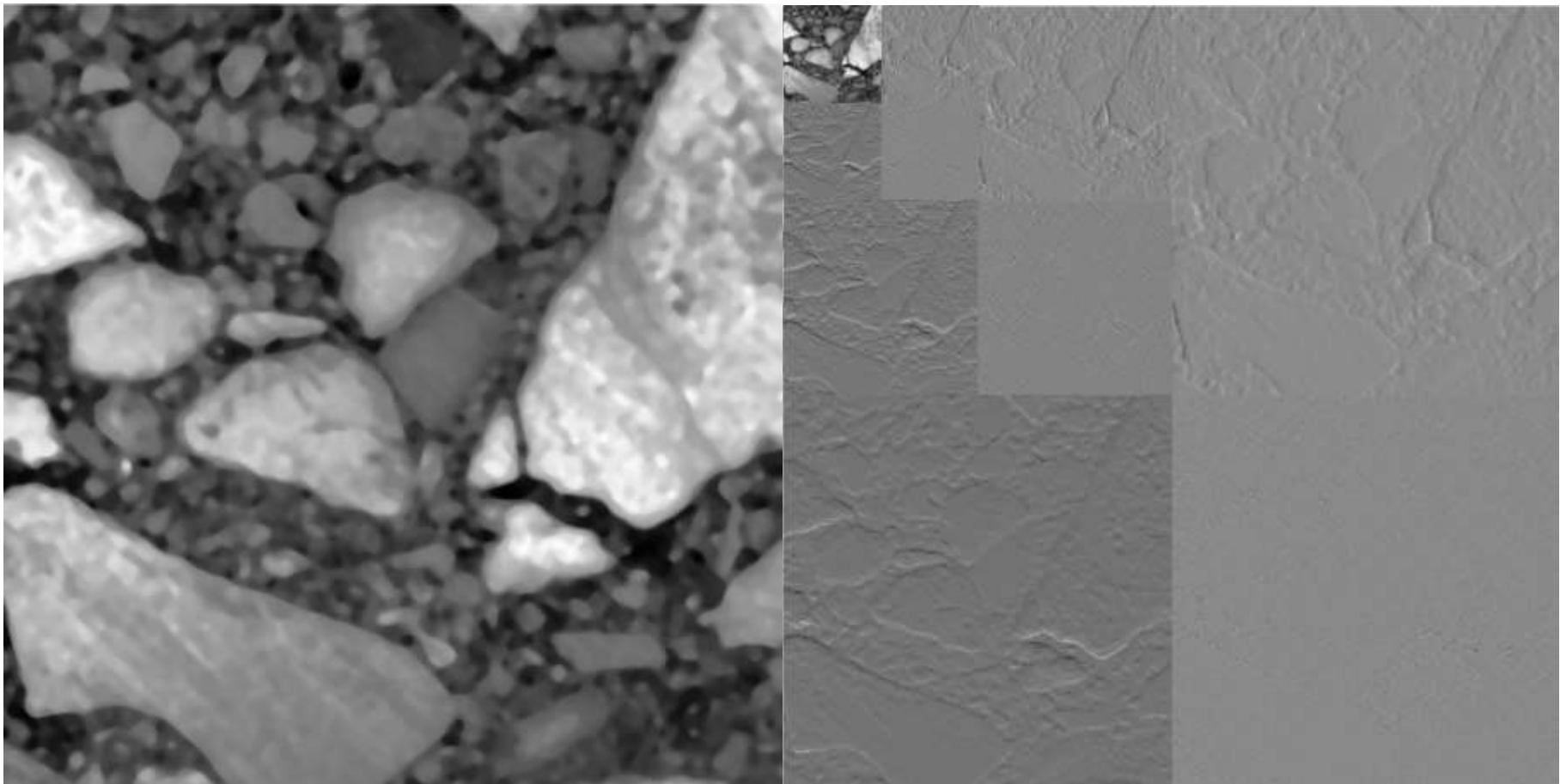
Segunda característica: Semejanzas y diferencias entre píxeles y grupos de píxeles



Segunda característica: Semejanzas y diferencias entre píxeles y grupos de píxeles



Segunda característica: Semejanzas y diferencias entre píxeles y grupos de píxeles



Segunda característica: Semejanzas y diferencias entre píxeles y grupos de píxeles

Ahora tenemos un conjunto de n coeficientes wavelet para cada pixel $\{d(x, y) \in \mathbb{R}^n, (x, y) \in \mathbb{Z}_{N_F} \times \mathbb{Z}_{N_C}\}$

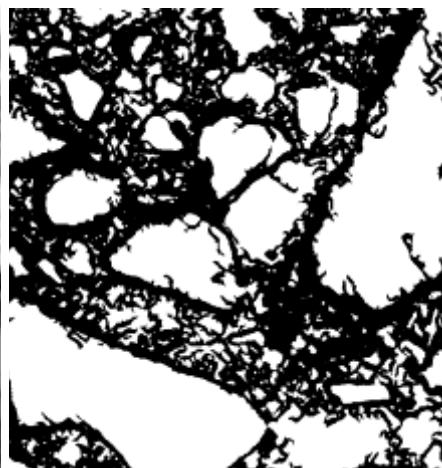
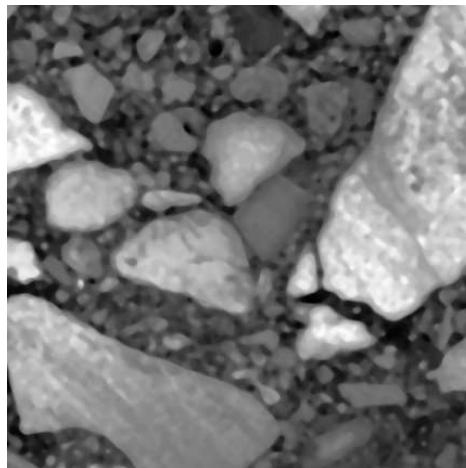
Versión Otsu en n dimensiones: Algoritmo de las k medias ($k=2$)

$$I_B(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } \|d(x, y) - \mu_a\| < \|d(x, y) - \mu_g\| \\ 1 & \text{si } \|d(x, y) - \mu_a\| \geq \|d(x, y) - \mu_g\| \end{cases} \quad \forall (x, y) \in \mathbb{Z}_{N_F} \times \mathbb{Z}_{N_C}$$

$$\mu_g = \frac{\sum_{(x, y) \in \mathbb{Z}_{N_F} \times \mathbb{Z}_{N_C}} I_B(x, y) d(x, y)}{\sum_{(x, y) \in \mathbb{Z}_{N_F} \times \mathbb{Z}_{N_C}} I_B(x, y)} \quad , \quad \mu_a = \frac{\sum_{(x, y) \in \mathbb{Z}_{N_F} \times \mathbb{Z}_{N_C}} (1 - I_B(x, y)) d(x, y)}{\sum_{(x, y) \in \mathbb{Z}_{N_F} \times \mathbb{Z}_{N_C}} (1 - I_B(x, y))}$$



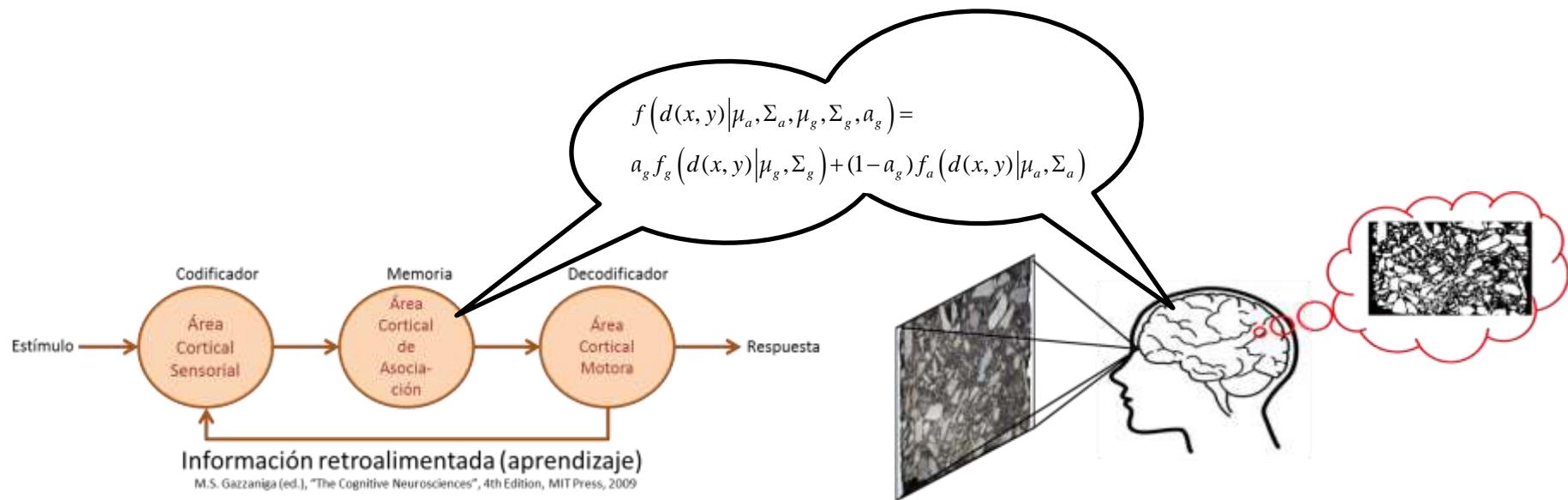
Repetir hasta
convergencia



Segunda característica: Semejanzas y diferencias entre pixeles y grupos de pixeles

Ahora tenemos un conjunto de n coeficientes wavelet para cada pixel $\{d(x, y) \in \mathbb{R}^n, (x, y) \in \mathbb{Z}_{N_F} \times \mathbb{Z}_{N_C}\}$

¿Posiblemente en el área cortical de asociación haya un modelo matemático al respecto?...



$$f\left(d(x,y) \middle| \mu_a, \Sigma_a, \mu_g, \Sigma_g, a_g\right) = a_g f_g\left(d(x,y) \middle| \mu_g, \Sigma_g\right) + (1-a_g) f_a\left(d(x,y) \middle| \mu_a, \Sigma_a\right)$$

$0 \leq a_g \leq 1$

$$f_g\left(d(x,y) \middle| \mu_g, \Sigma_g\right) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N |\Sigma_g|}} \exp\left(-\frac{1}{2} (d(x,y) - \mu_g)^T \Sigma_g^{-1} (d(x,y) - \mu_g)\right)$$

$$f_a\left(d(x,y) \middle| \mu_a, \Sigma_a\right) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N |\Sigma_a|}} \exp\left(-\frac{1}{2} (d(x,y) - \mu_a)^T \Sigma_a^{-1} (d(x,y) - \mu_a)\right)$$

Mezcla de Gausianas

$$a_g = \frac{\sum_{(x,y)} I_B(x,y)}{N_p}$$

$$\mu_g = \frac{1}{N_p \cdot a_g} \sum_{(x,y)} I_B(x,y) d(x,y)$$

$$\mu_a = \frac{1}{NP \cdot (1-a_g)} \sum_{(x,y)} (1-I_B(x,y)) d(x,y)$$

$$\Sigma_g = \frac{1}{N_p \cdot a_g} \sum_{(x,y)} (d(x,y) - \mu_g) \cdot (d(x,y) - \mu_g)^T \cdot I_B(x,y)$$

$$\Sigma_a = \frac{1}{N_p \cdot (1-a_g)} \sum_{(x,y)} (d(x,y) - \mu_a) \cdot (d(x,y) - \mu_a)^T (1-I_B(x,y))$$

Inicializa el algoritmo
Expectation/Maximization

Expectation:

$$P(G|d(x, y)) = \frac{a_g f_g(d(x, y) | \mu_g, \Sigma_g)}{a_g f_g(d(x, y) | \mu_g, \Sigma_g) + (1 - a_g) f_a(d(x, y) | \mu_a, \Sigma_a)}$$

Maximization:

$$a_g = \frac{1}{NP} \sum_{(x,y)} P(G|d(x, y))$$

$$\mu_g = \frac{1}{NP \cdot a_g} \sum_{(x,y)} d(x, y) P(G|d(x, y))$$

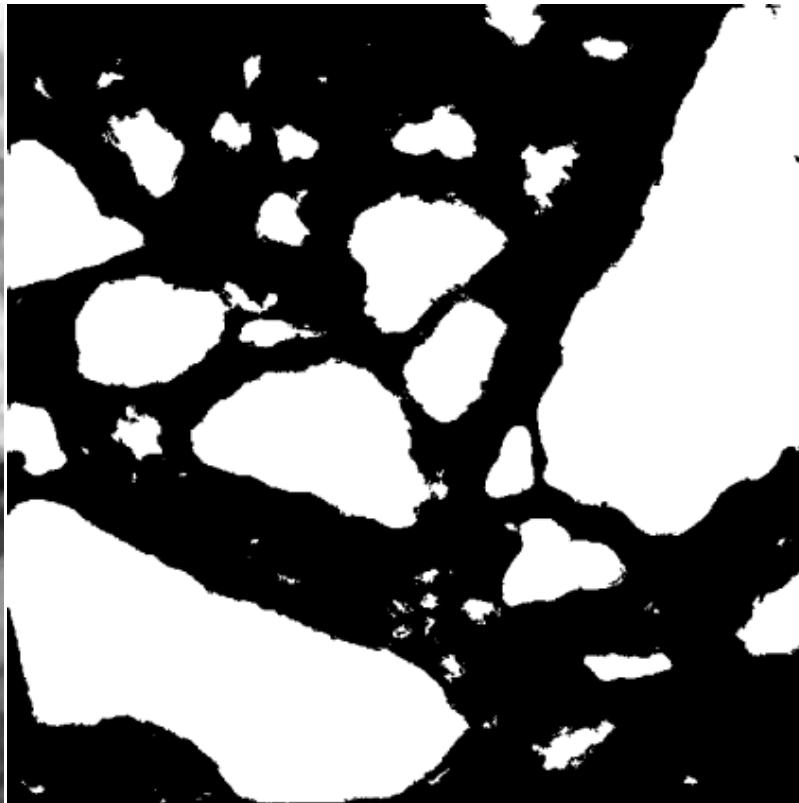
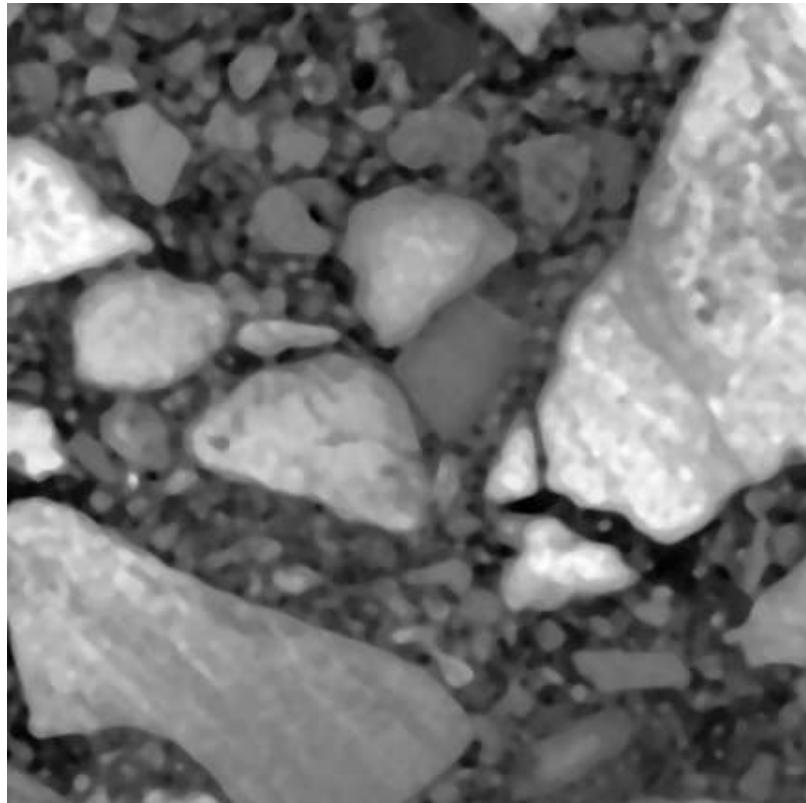
$$\mu_a = \frac{1}{NP \cdot (1 - a_g)} \sum_{(x,y)} d(x, y) (1 - P(G|d(x, y)))$$

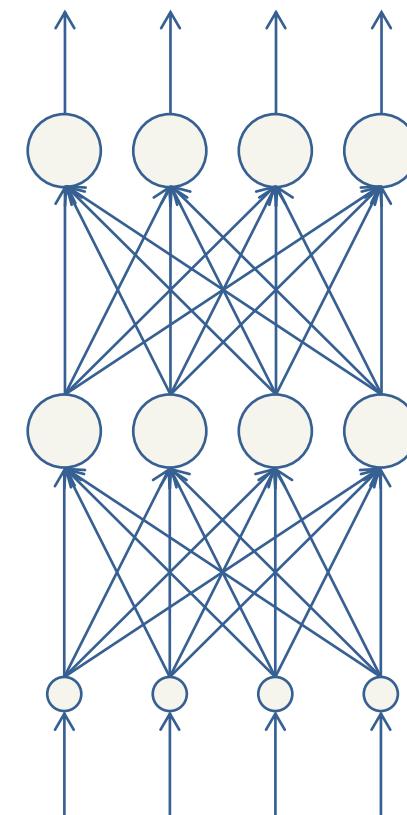
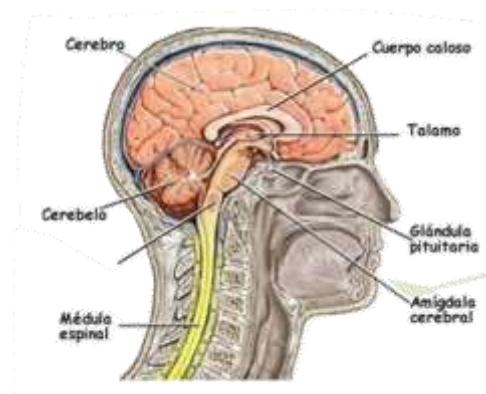
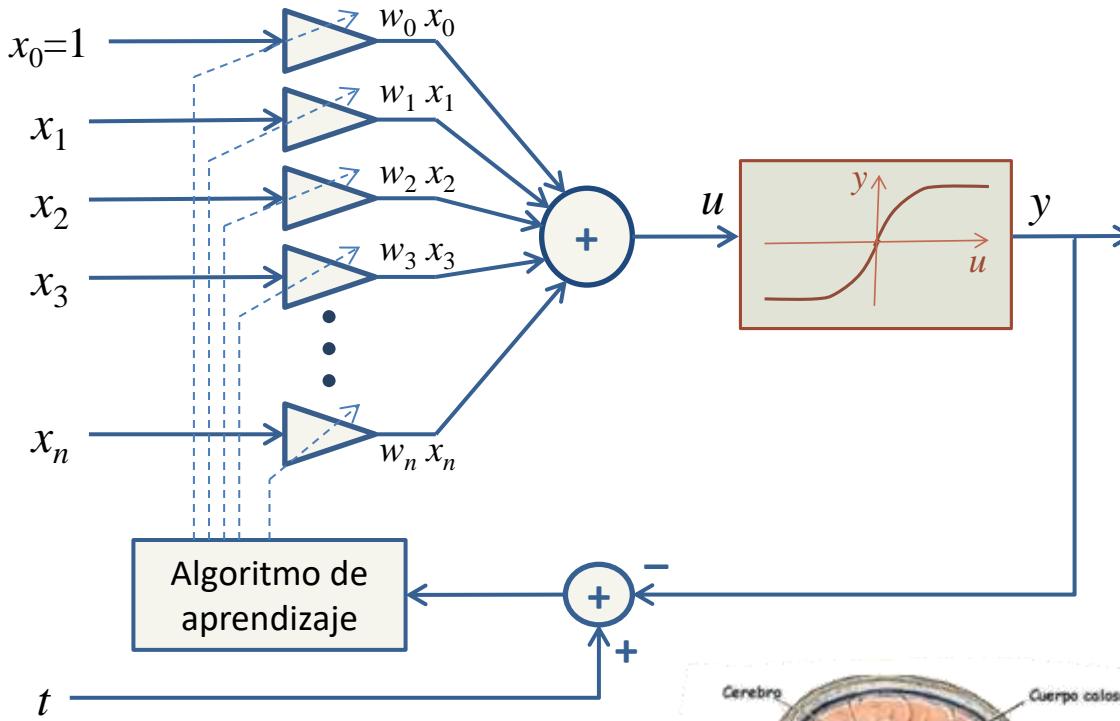
$$\Sigma_g = \frac{1}{NP \cdot a_g} \sum_{(x,y)} (d(x, y) - \mu_g) \cdot (d(x, y) - \mu_g)^T P(G|d(x, y))$$

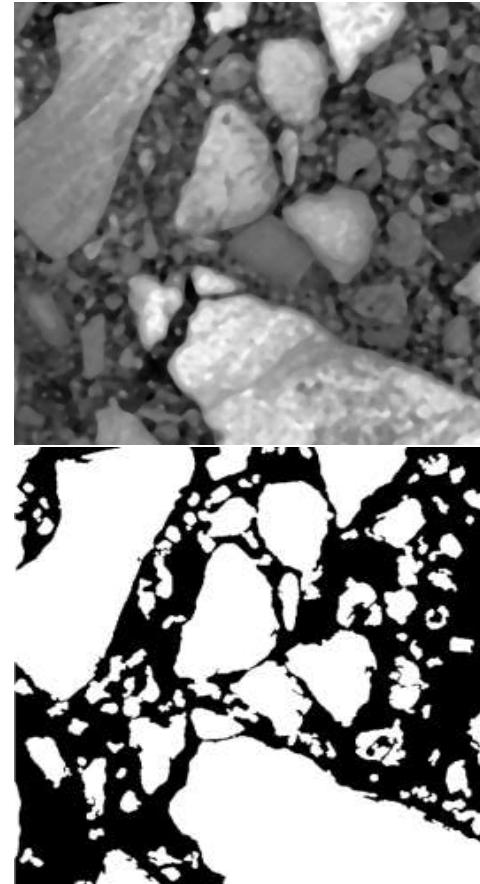
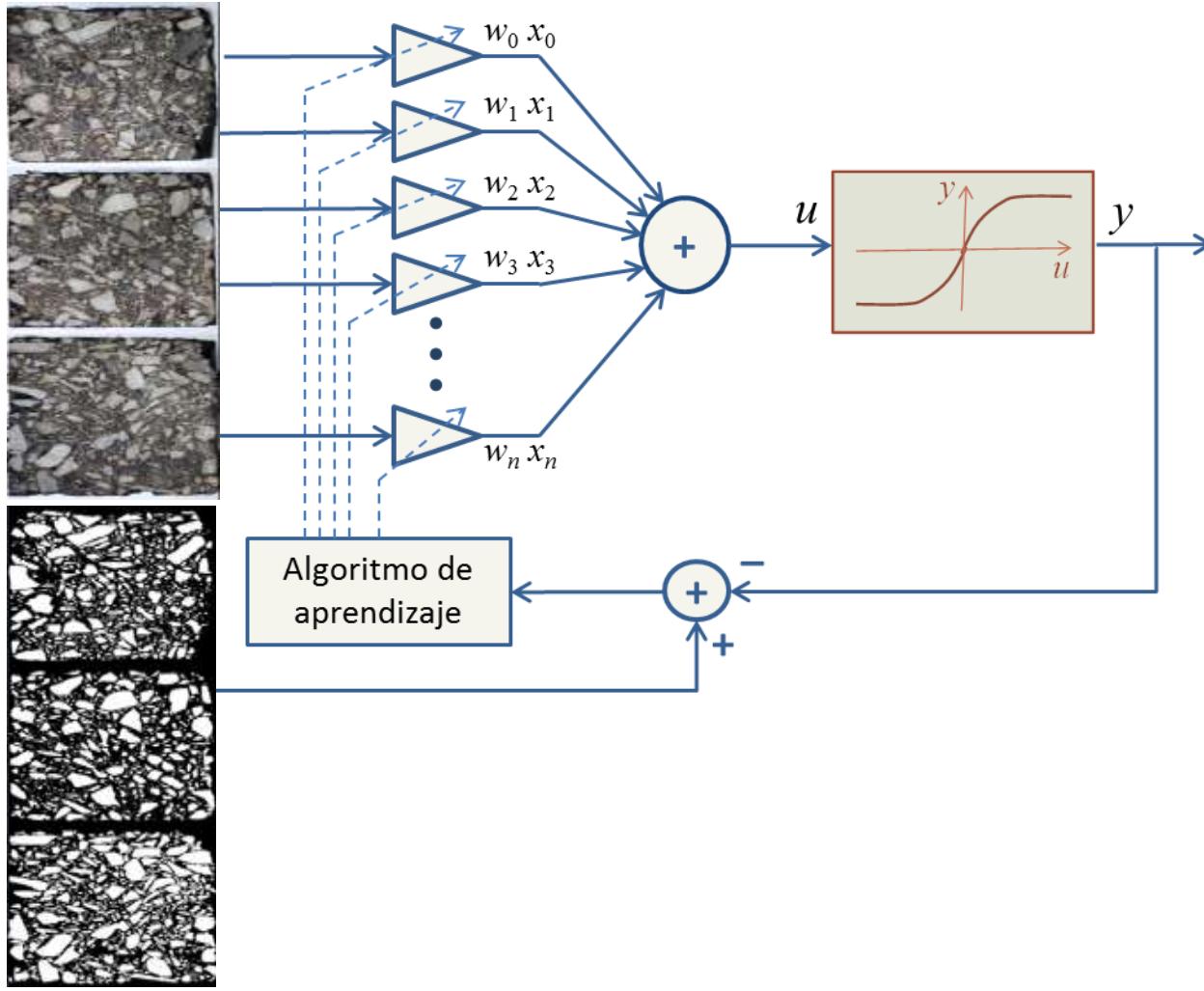
$$\Sigma_a = \frac{1}{NP \cdot (1 - a_g)} \sum_{(x,y)} (d(x, y) - \mu_a) \cdot (d(x, y) - \mu_a)^T (1 - P(G|d(x, y)))$$

Repetir
hasta
convergencia

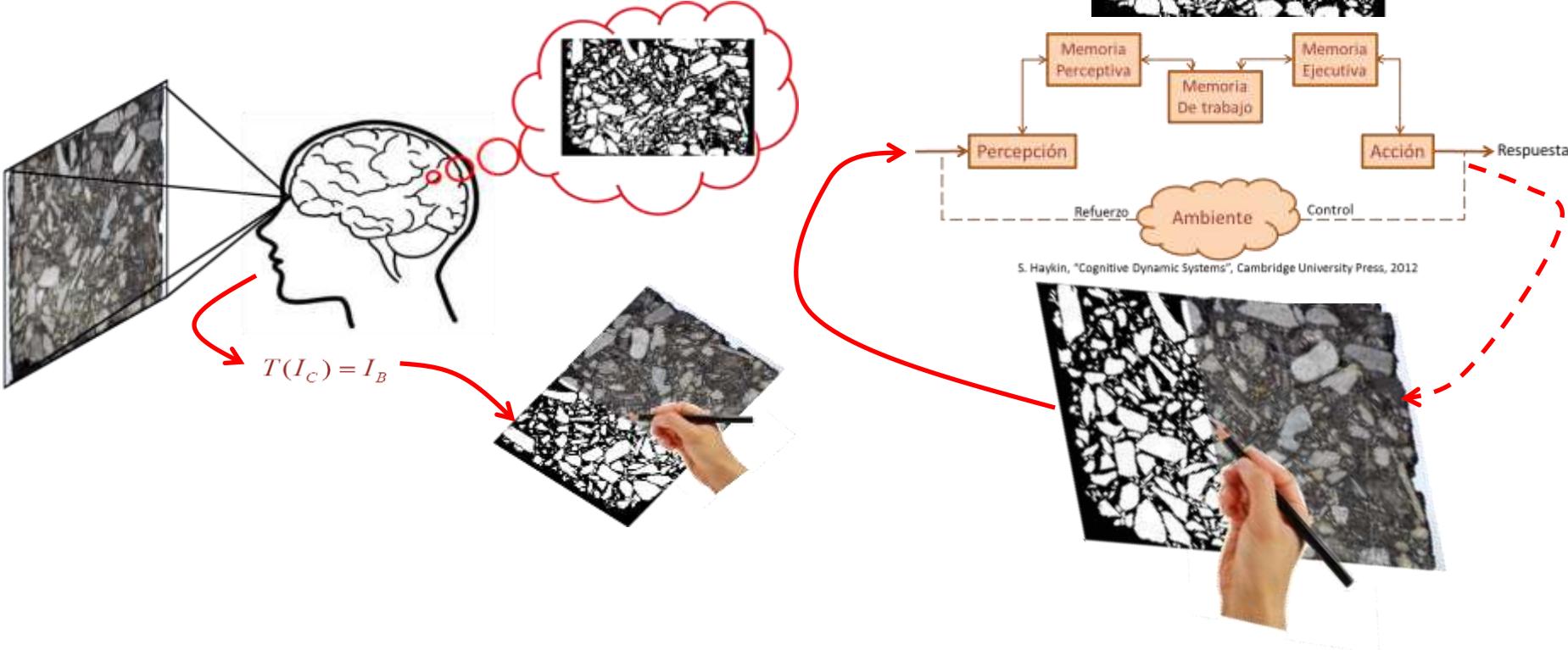
$$I_B(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{si } P(G|d(x, y)) < 1/2 \\ 1 & \text{si } P(G|d(x, y)) \geq 1/2 \end{cases}$$





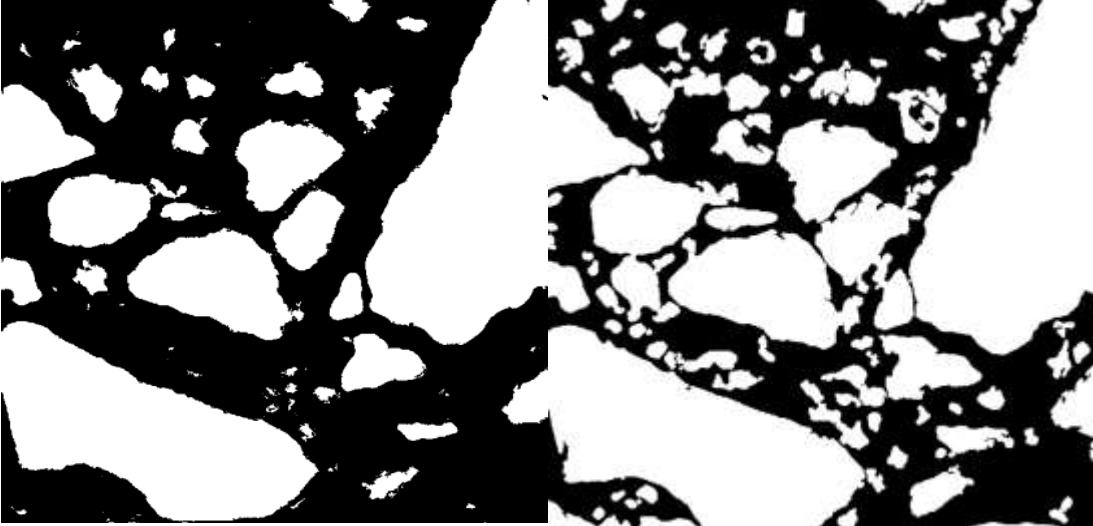
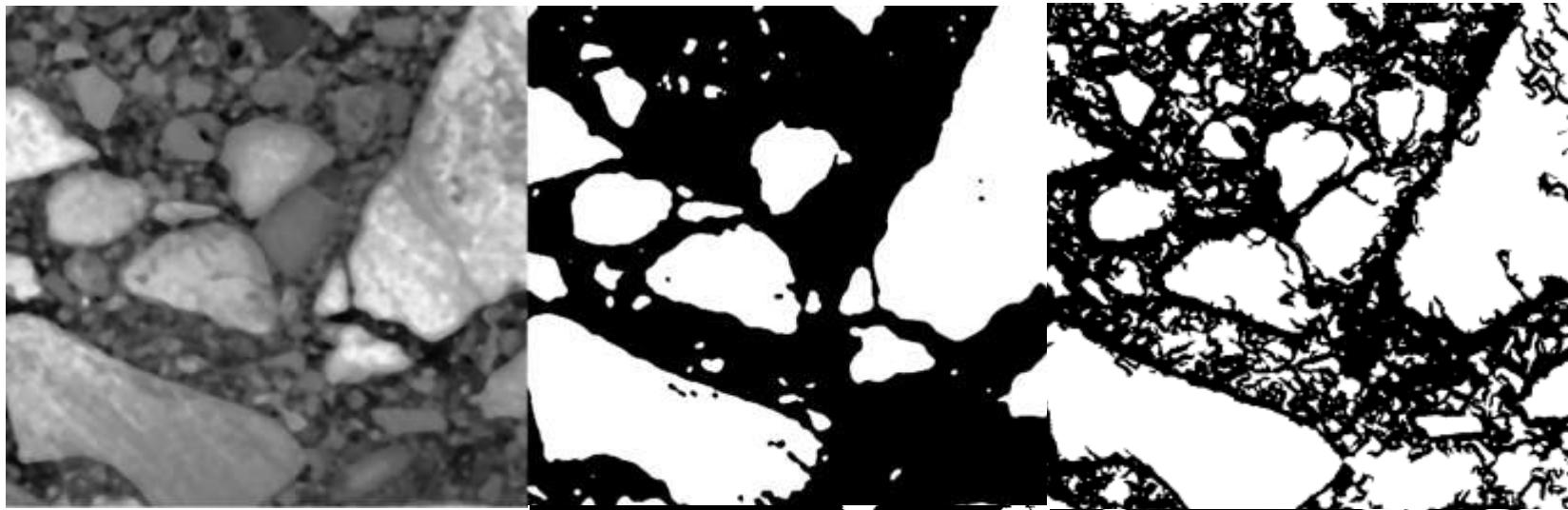


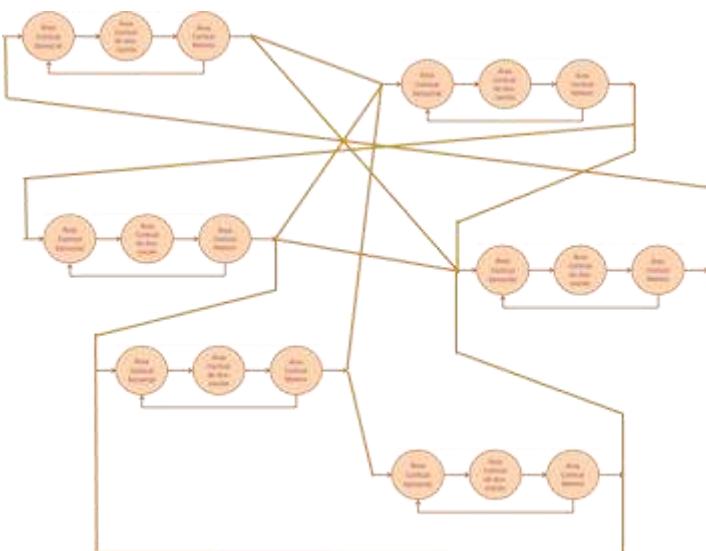
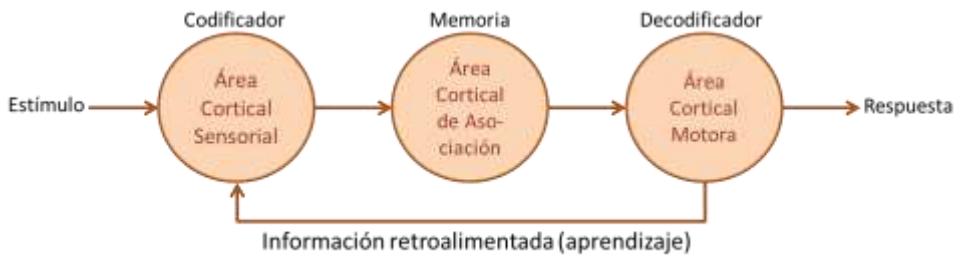
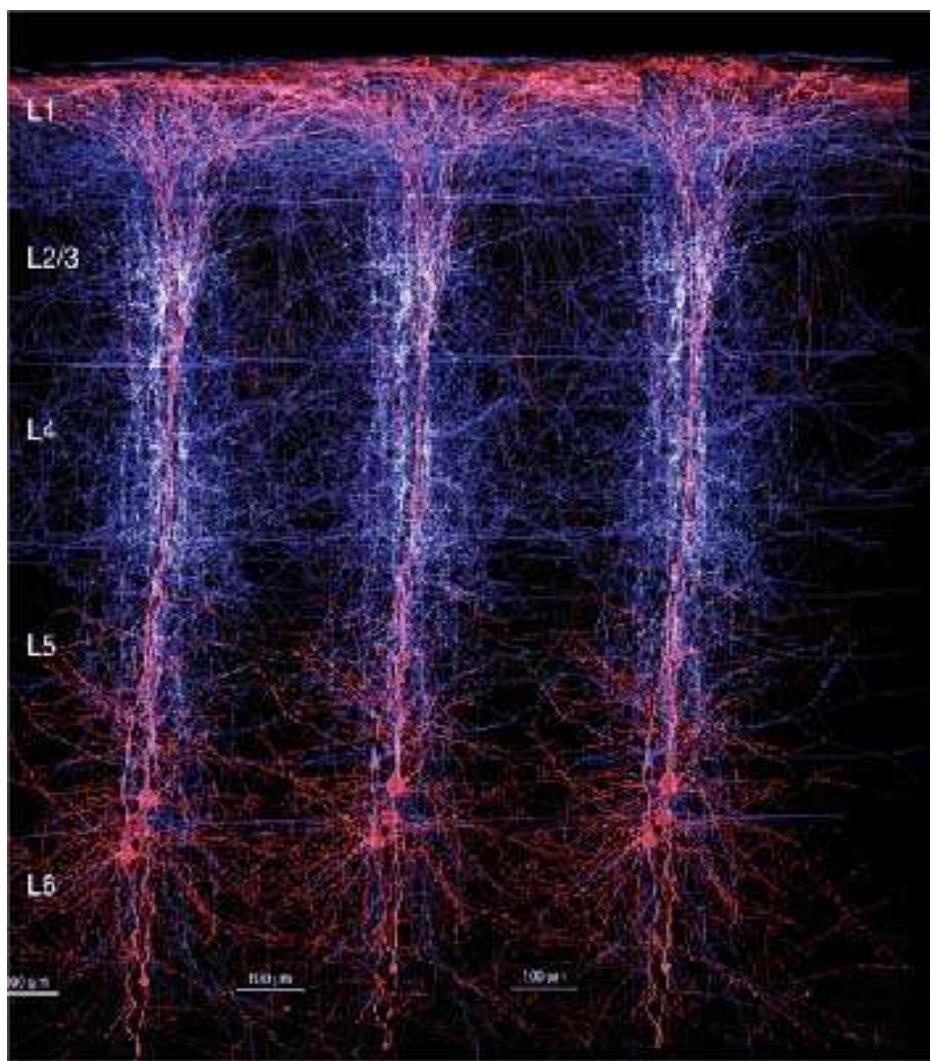
¿Una inteligencia centralizada haciendo el trabajo?

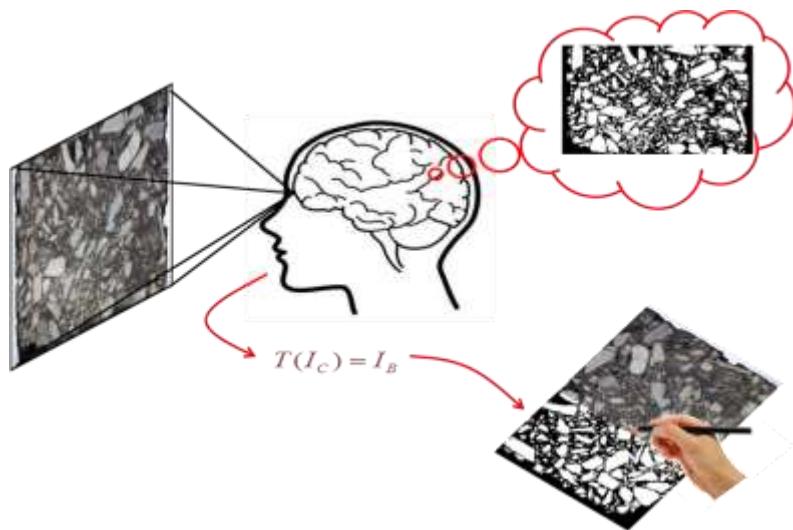


¡Aprendizaje!

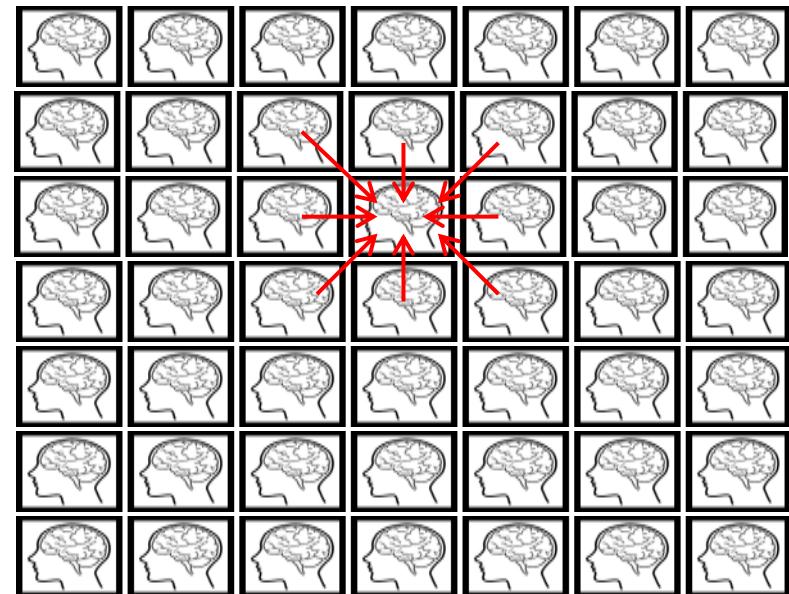


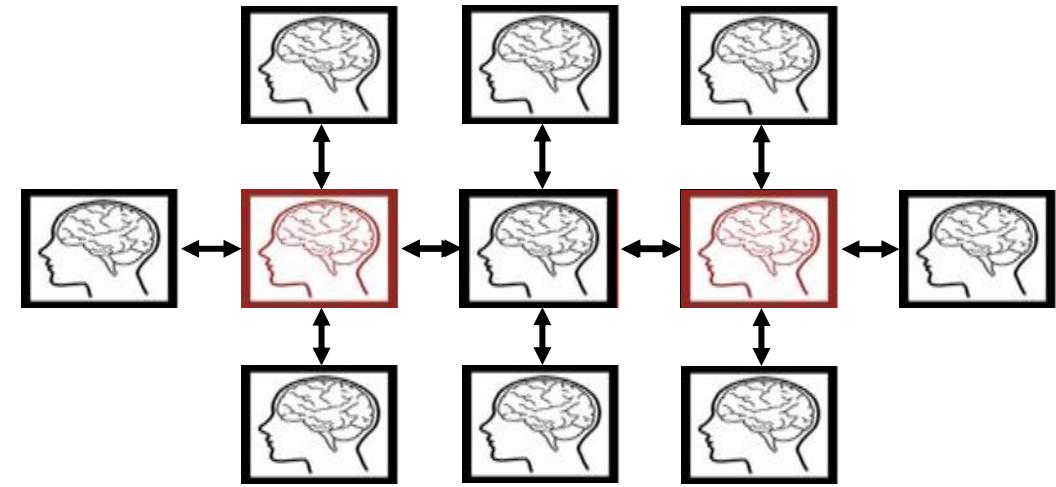


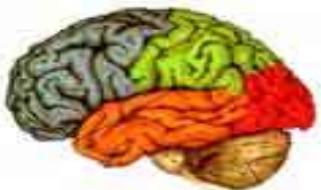
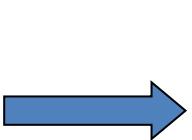
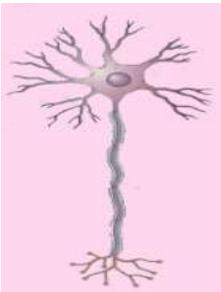
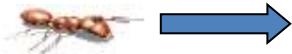
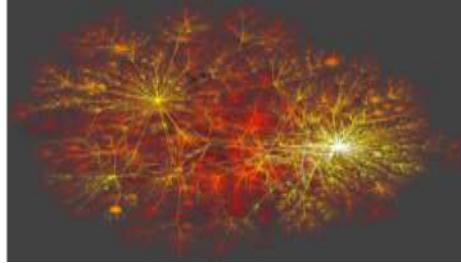




¡Cada pixel es un sistema cognitivo!



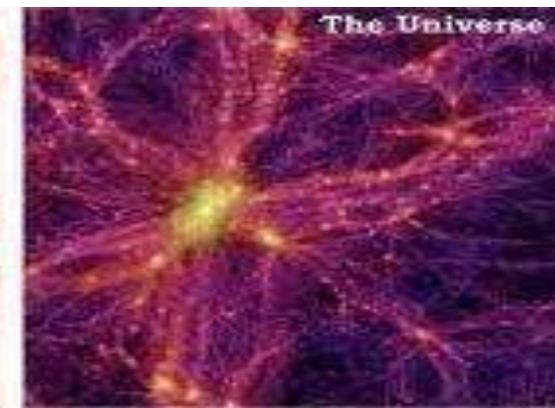
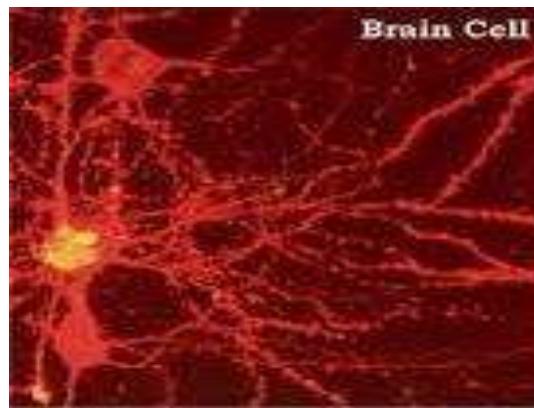
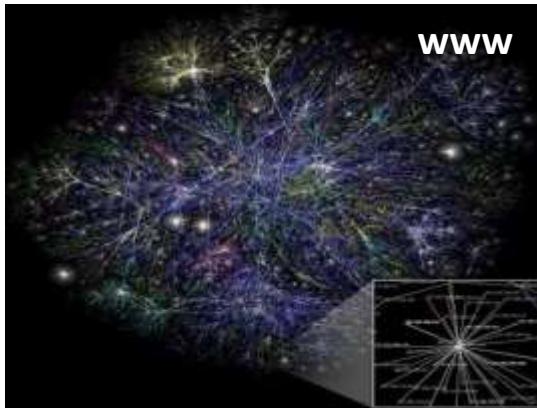




Sistemas complejos



Aspectos comunes de los sistemas complejos



Large networks of individual components

Simple rules with no central control

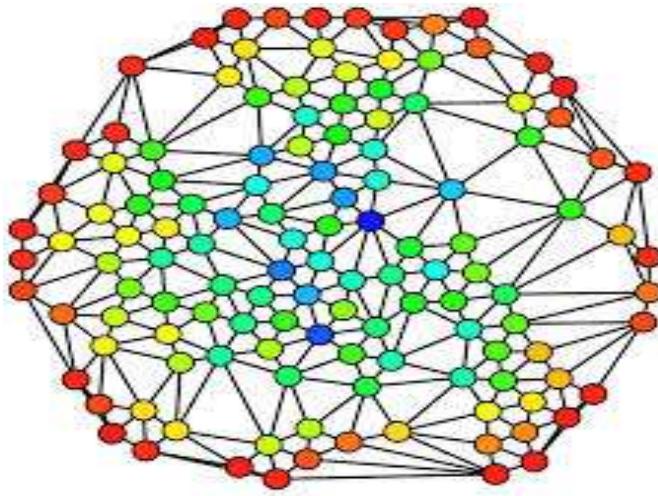
Collective actions of many components give rise to complex patterns

Production and utilization of information

Adaptation through learning and evolution



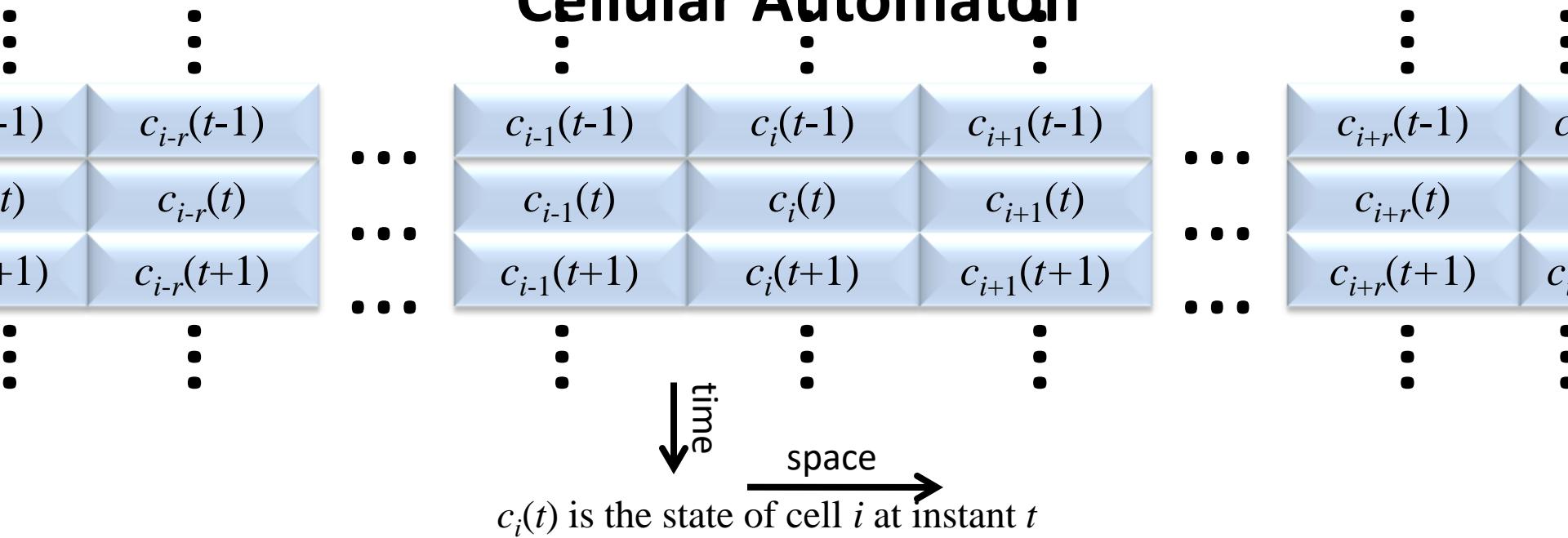
Natural math model



- Local transmission of electrochemical impulses among neighbor neurons
- Local plasmid migration among neighbor bacteria
- Local social behavior learning among neighbor individuals (gossip, epidemics,...)
- Local chemical reactions among neighbor molecules
- Local packet exchanges among neighbor routers
- Etc.



Cellular Automaton



The next state of cell i depends on the current states of the neighbor cells in a radius r

For k states we need $R = k^{2r+1}$ rules and there are k^R possible sets of rules

For example : Number of states = 2

States = {0,1}

radius = 1

$2^3=8$ rules : if $1 \leq \sum_{k=-1,0,1} c_{i+k}(t) \leq 2$, $c_i(t+1) \leftarrow 1$, else $c_i(t+1) \leftarrow 0$

One of 256 possible sets of rules



Finite State Automaton

If

$$1 \leq \sum_{k=-1,0,1} c_{i+k}(t) \leq 2$$

then

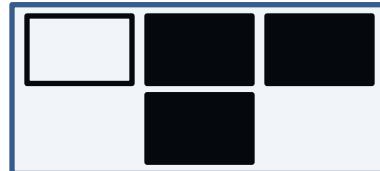
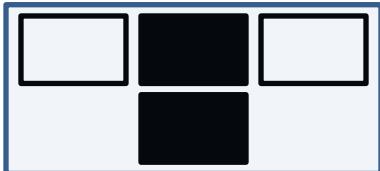
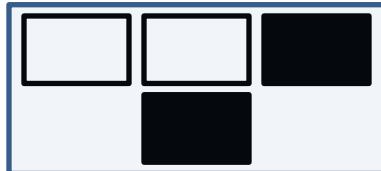
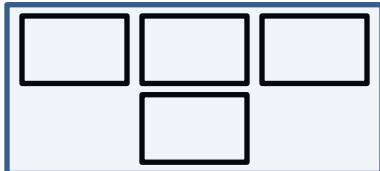
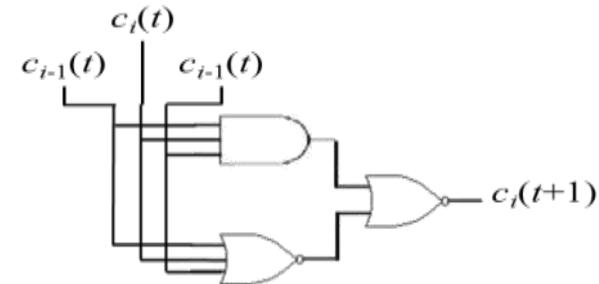
$$c_i(t+1) \leftarrow 1$$

else

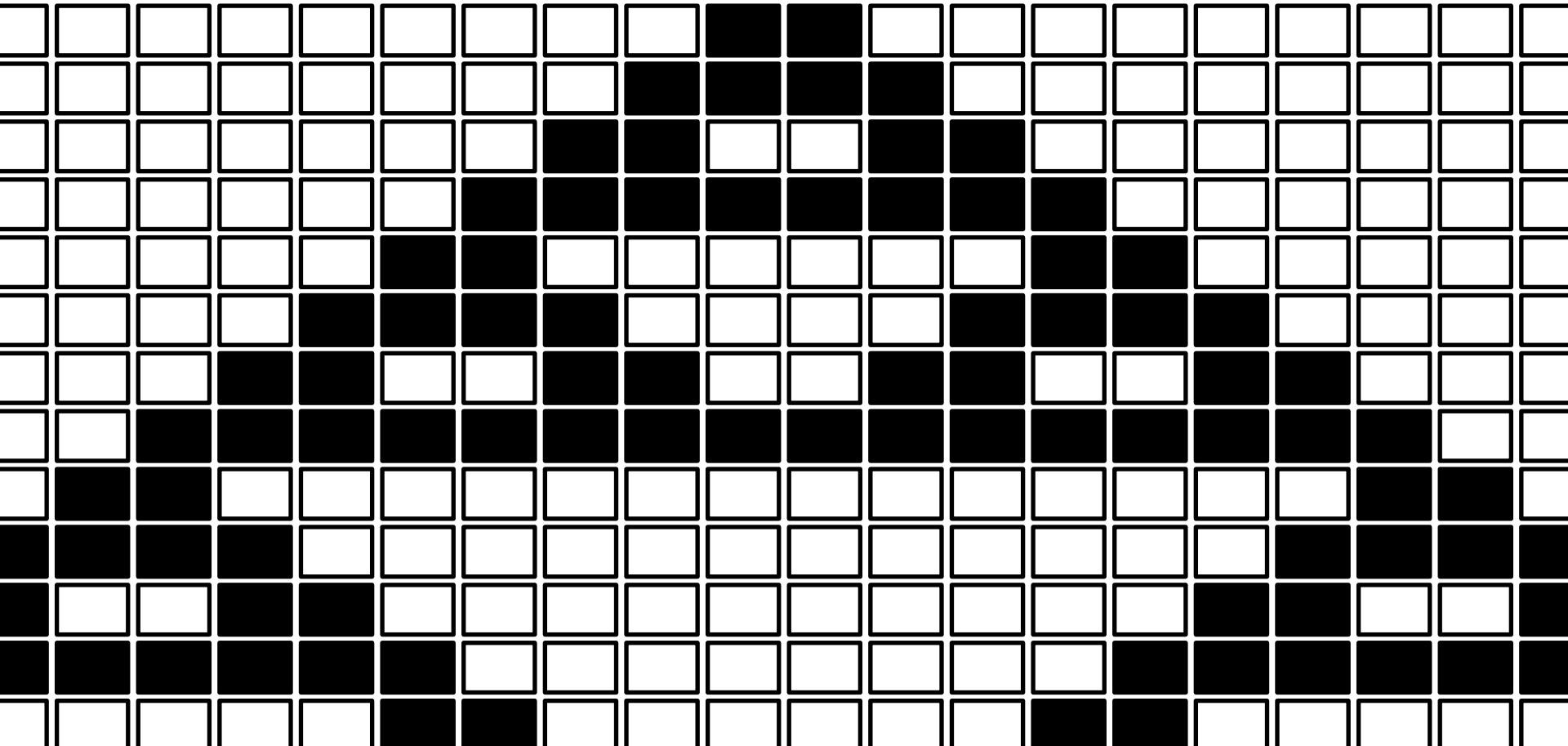
$$c_i(t+1) \leftarrow 0$$

end

$c_{i-1}(t)$	$c_i(t)$	$c_{i+1}(t)$	$c_i(t+1)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0



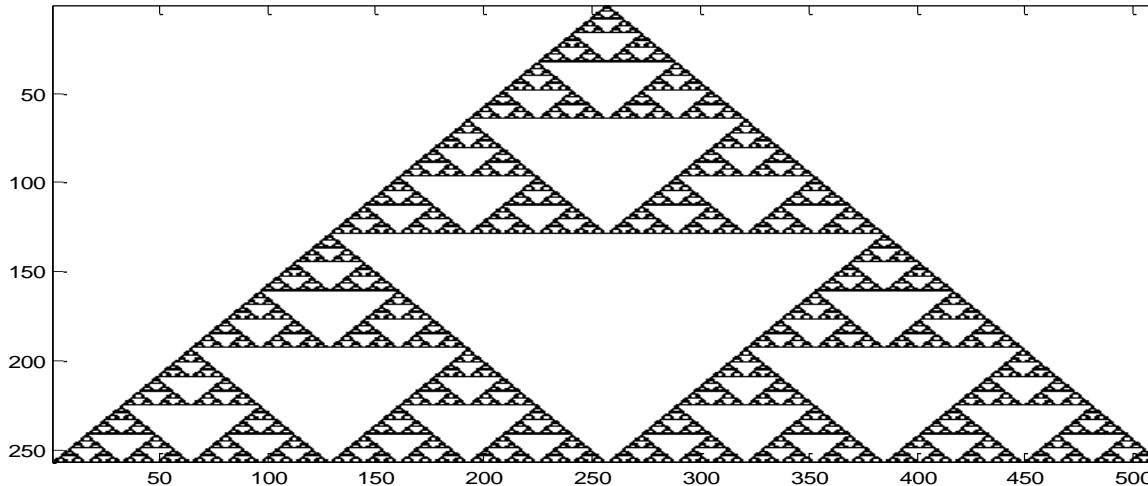
Finite State Automaton



```

colormap([1 1 1; 0 0 0])    % 0 blanco, 1 negro
n = 512; i=2:n-1;           % Tamaño de la línea
c = zeros(n/2,n);          % Historia del autómata
c(1,n/2 + [0 1]) = 1;      % Estado inicial
for t=2:n/2
    % Indice de tiempo
    sum(i) = c(t-1,i-1) + c(t-1,i) + c(t-1,i+1);
    sum(1) = c(t-1,n) + c(t-1,1) + c(t-1,2);
    sum(n) = c(t-1,1) + c(t-1,n) + c(t-1,n-1);
    c(t,:) = (sum<3).* (sum>0); % Evalúa la regla
end
imagesc(c)

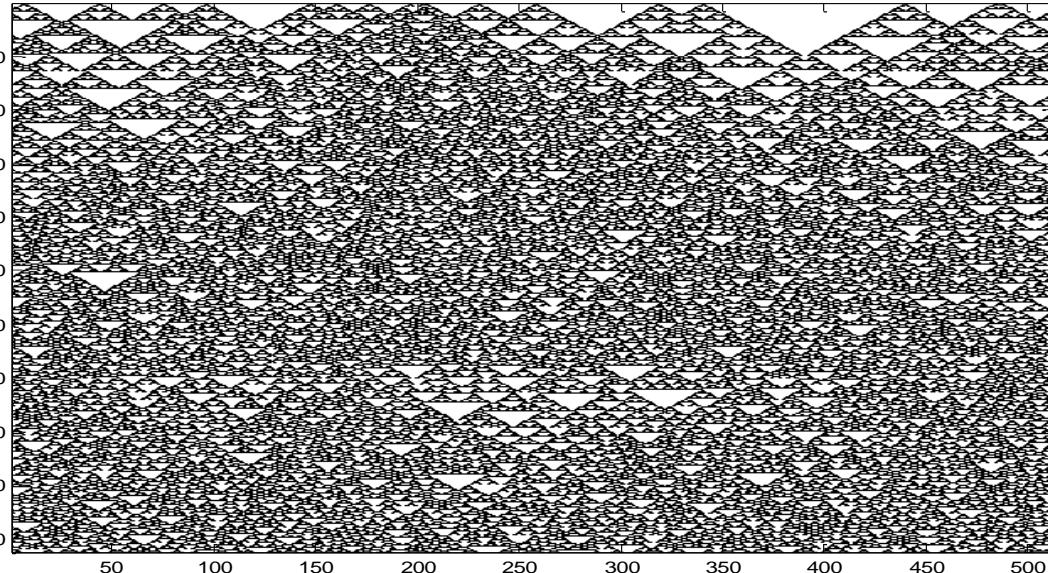
```



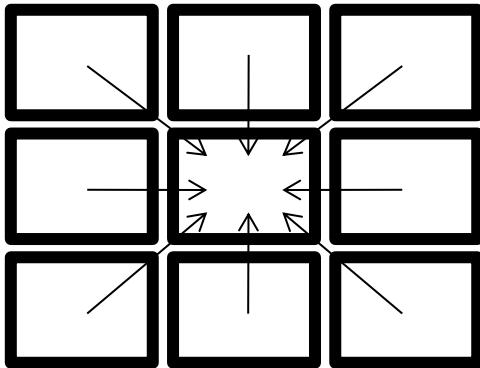
```

colormap([1 1 1; 0 0 0])    % 0 blanco, 1 negro
n = 512; i=2:n-1;           % Tamaño de la linea
c = zeros(n,n);             % Historia del autómata
c(1,:) = (rand(1,n)>0.95); % Estado inicial
for t=2:n                   % Indice de tiempo
    sum(i) = c(t-1,i-1) + c(t-1,i) + c(t-1,i+1);
    sum(1) = c(t-1,n) + c(t-1,1) + c(t-1,2);
    sum(n) = c(t-1,1) + c(t-1,n) + c(t-1,n-1);
    c(t,:) = (sum<3).* (sum>0); % Evalúa la regla
end
imagesc(c)

```



Conway's Game of life



1. Any live cell with fewer than two live neighbors dies (under-population).
2. Any live cell with two or three live neighbors lives on to the next generation.
3. Any live cell with more than three live neighbors dies (overcrowding).
4. Any dead cell with exactly three live neighbors becomes alive (reproduction).

The initial pattern constitutes the *seed* of the system.

```
n=64 ;
mundo = (rand(n,n)<0.5);
imagesc(mundo);
colormap([1 1 1; 0 0 0]);
axis equal
axis tight
while(1)
    mundo = [mundo(n,n) mundo(n,1:n) mundo(n,1); ... % Forma el toroide
              mundo(1:n,n) mundo mundo(1:n,1); ...
              mundo(1,n) mundo(1,1:n) mundo(1,1)];
    % Evalúa la regla de interacción
    suma = mundo(1:n,1:n) + mundo(1:n,2:n+1) + mundo(1:n,3:n+2) + ...
           mundo(2:n+1,1:n) + mundo(2:n+1,2:n+1) + mundo(2:n+1,3:n+2) + ...
           mundo(3:n+2,1:n) + mundo(3:n+2,2:n+1) + mundo(3:n+2,3:n+2);
    mundo = ((suma==3) + (suma==2).*mundo(2:n+1,2:n+1));
    imagesc(mundo); % Actualiza la imagen
    drawnow
end
```



Game of life

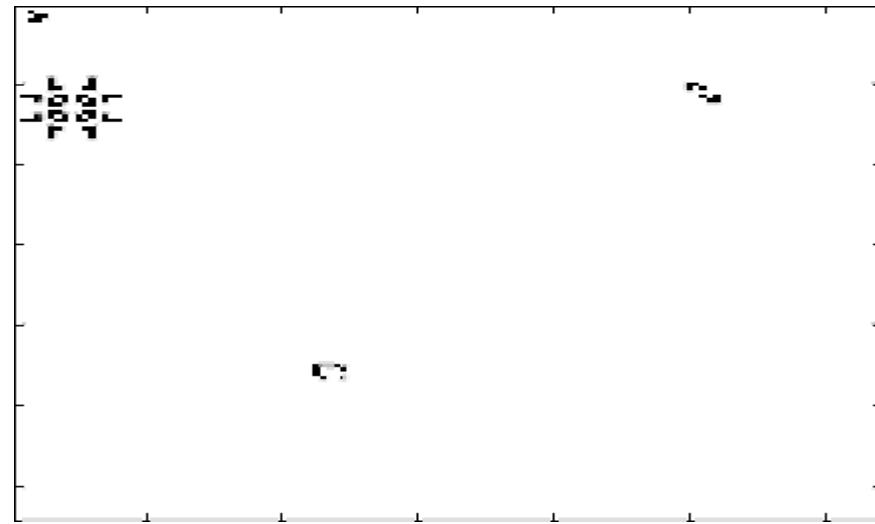
```
n=64 ;
mundo = (rand(n,n)<0.5);
imagesc(mundo);
colormap([1 1 1; 0 0 0]);
axis equal
axis tight
while(1)
    mundo = [mundo(n,n) mundo(n,1:n) mundo(n,1); ... % Forma el toroide
              mundo(1:n,n) mundo mundo(1:n,1); ...
              mundo(1,n) mundo(1,1:n) mundo(1,1)];
    % Evalúa la regla de interacción
    suma = mundo(1:n,1:n) + mundo(1:n,2:n+1) + mundo(1:n,3:n+2) + ...
           mundo(2:n+1,1:n) + mundo(2:n+1,2:n+1) + mundo(2:n+1,3:n+2) + ...
           mundo(3:n+2,1:n) + mundo(3:n+2,2:n+1) + mundo(3:n+2,3:n+2);
    mundo = ((suma==3) + (suma==2).*mundo(2:n+1,2:n+1));
    imagesc(mundo); % Actualiza la imagen
    drawnow
end
```



Game of life

Visualizing periodic and moving objects

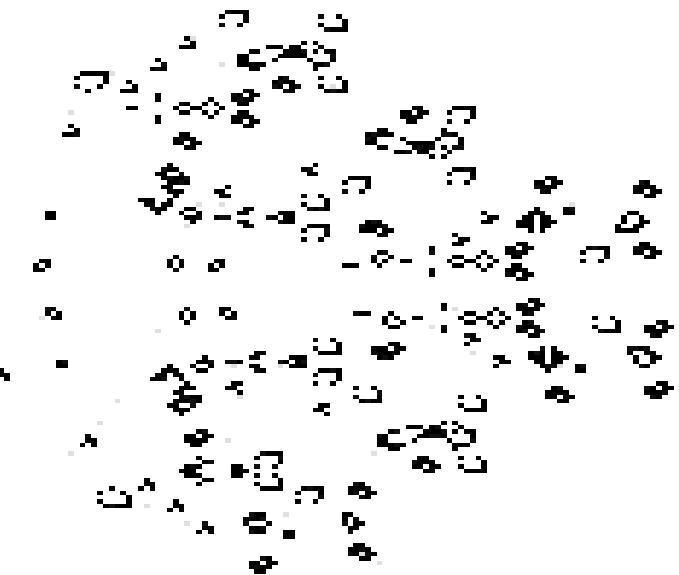
```
n = 128;  
mundo = zeros(n,n);  
mundo(2:4,2:4) = [0 0 1; 1 0 1; 0 1 1];  
mundo(20:32,3:15) = [0 0 1 1 1 0 0 0 1 1 1 0 0;...  
                      0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;...  
                      1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 1;...  
                      1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 1;...  
                      1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 1;...  
                      0 0 1 1 1 0 0 0 1 1 1 0 0;...  
                      0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;...  
                      0 0 1 1 1 0 0 0 1 1 1 0 0;...  
                      1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 1;...  
                      1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 1;...  
                      1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 1;...  
                      0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;...  
                      0 0 1 1 1 0 0 0 1 1 1 0 0];  
  
mundo(90:93,45:49) = [0 1 1 0 0;...  
                      1 1 0 1 1;...  
                      0 1 1 1 1;...  
                      0 0 1 1 0];  
  
mundo(20:24,100:104) = [1 1 0 0 0;...  
                      1 0 0 0 0;...  
                      0 1 0 1 0;...  
                      0 0 0 0 1;...  
                      0 0 0 1 1];
```

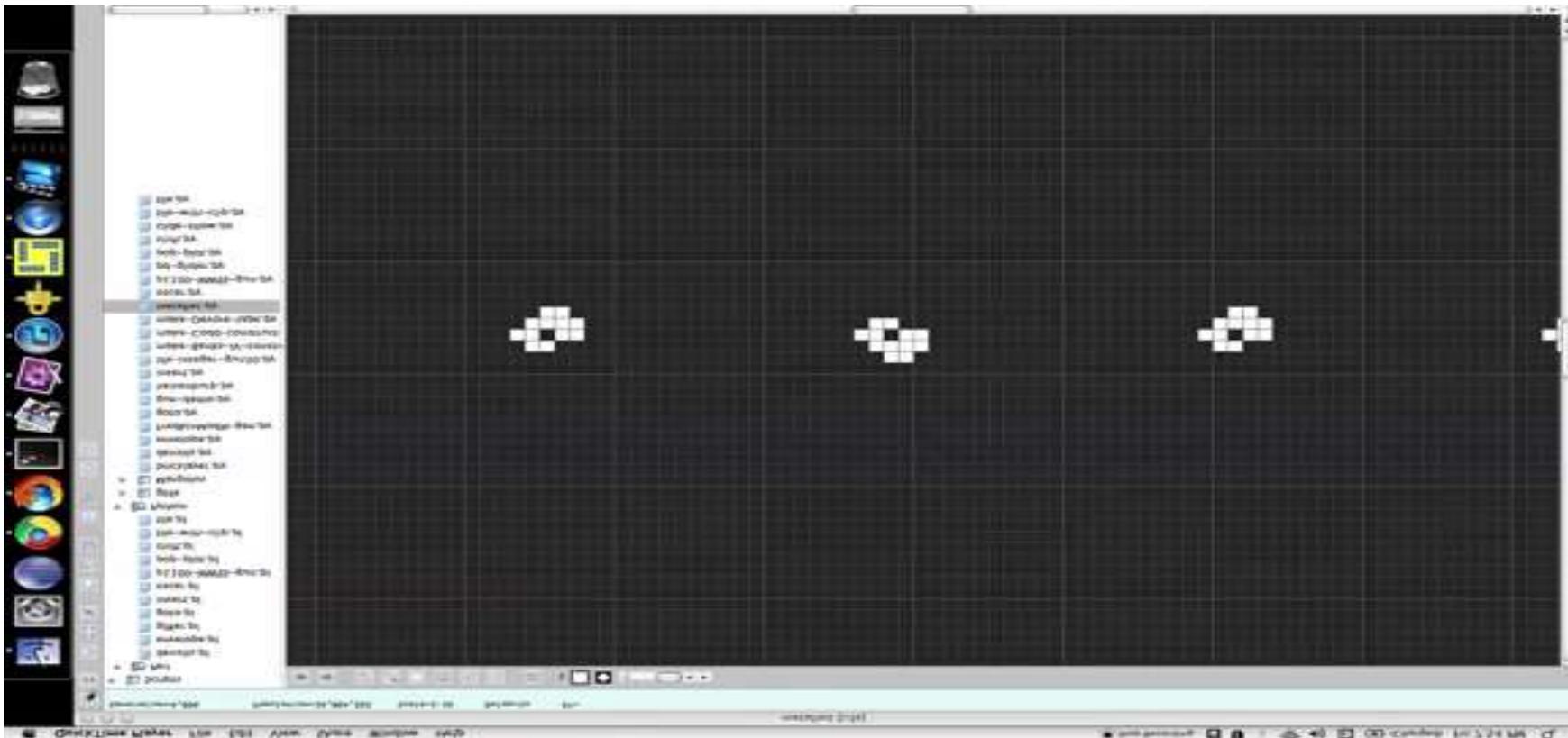


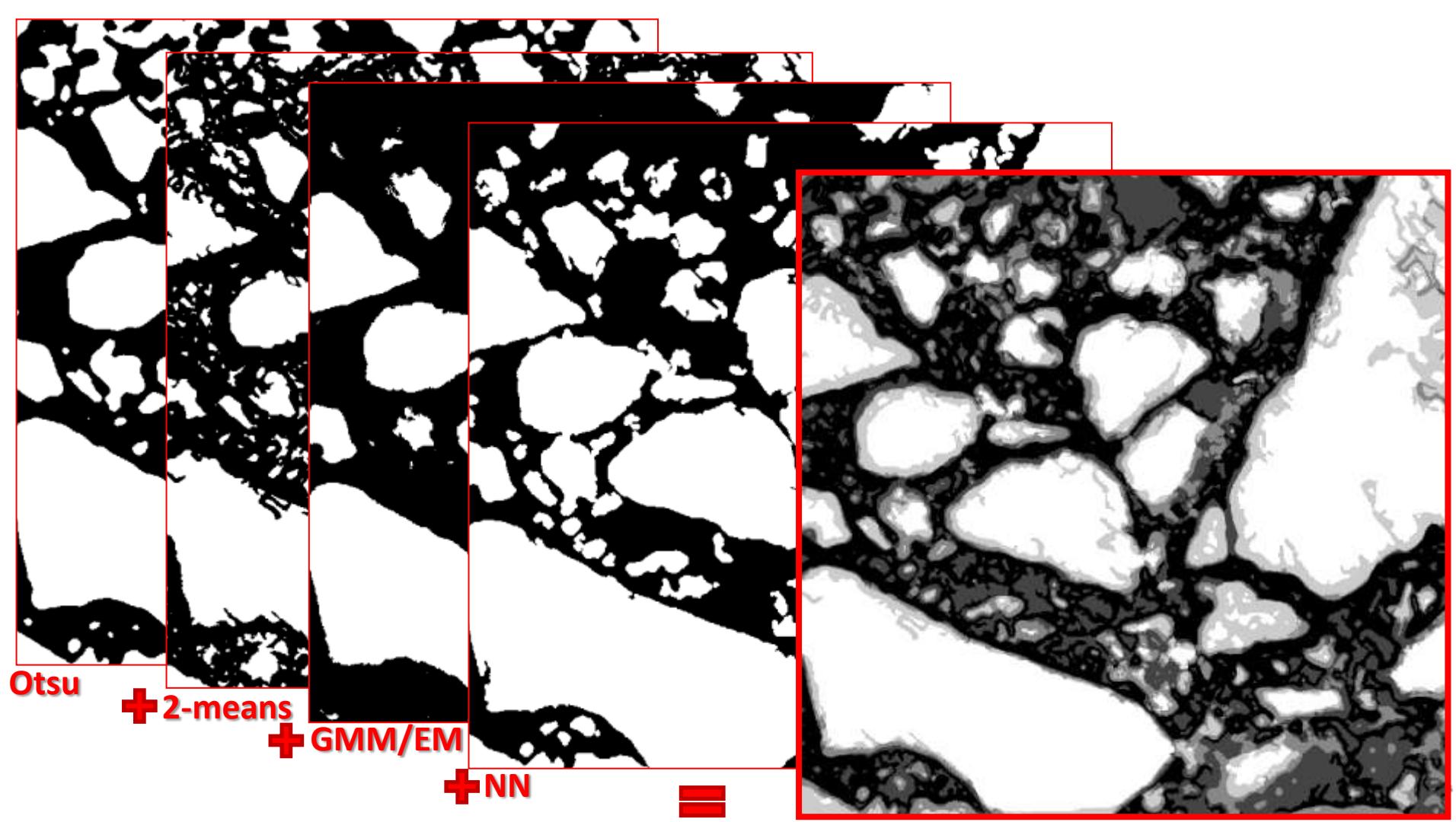
Game of life:Glider gun



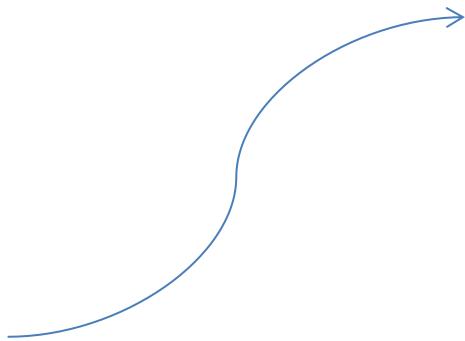
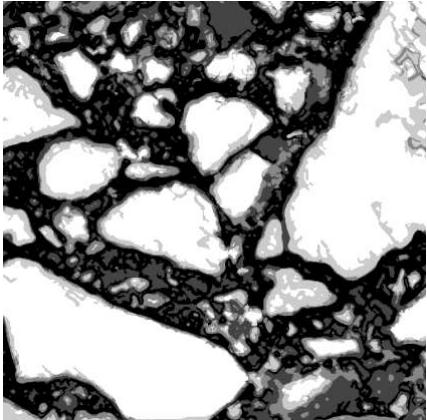
Why “Game of life”? ... Self-reproduction!



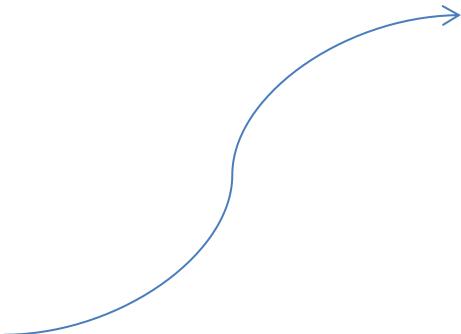


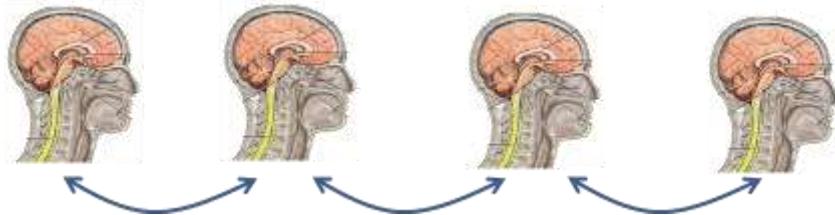
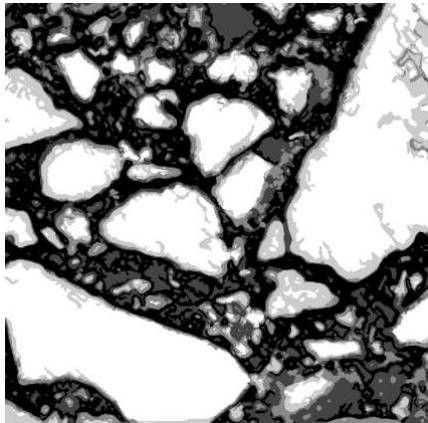


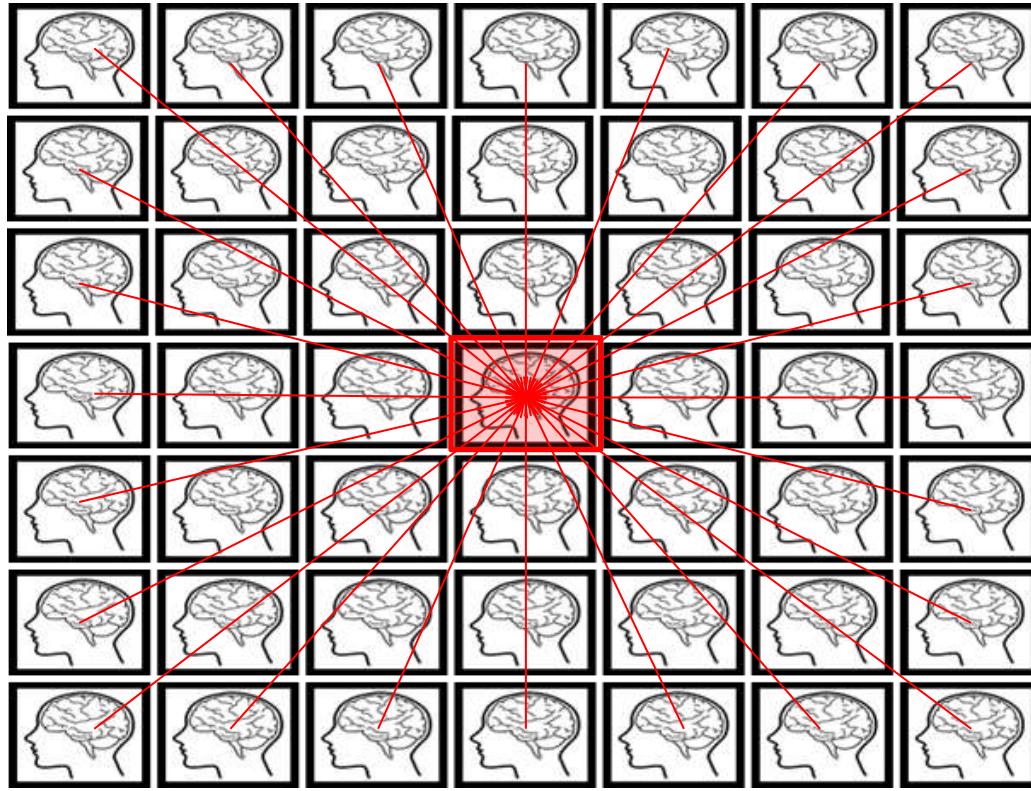
Aumente la clase del pixel si es menor que el promedio de las clases del vecindario y disminúyala si es mayor que el promedio de las clases del vecindario (hay 5 clases y las clases 0 y 4 no se alteran)



Los pixeles dudosos se ajustan a la mayoría de los vecinos. Si la mayoría son dudosos, pone la clase mayoritaria entre asfalto y gravilla







Si dispongo 49 muestras de las características de mis vecinos, puedo construir un modelo cognitivo tipo GMM/EM para determinar mi probabilidad de ser gravilla.

Expectation:

$$P(G|d(x,y)) = \frac{a_g f_g(d(x,y)|\mu_g, \Sigma_g)}{a_g f_g(d(x,y)|\mu_g, \Sigma_g) + (1-a_g) f_a(d(x,y)|\mu_a, \Sigma_a)}$$

Maximization:

$$a_g = \frac{1}{NP} \sum_{(x,y)} P(G|d(x,y))$$

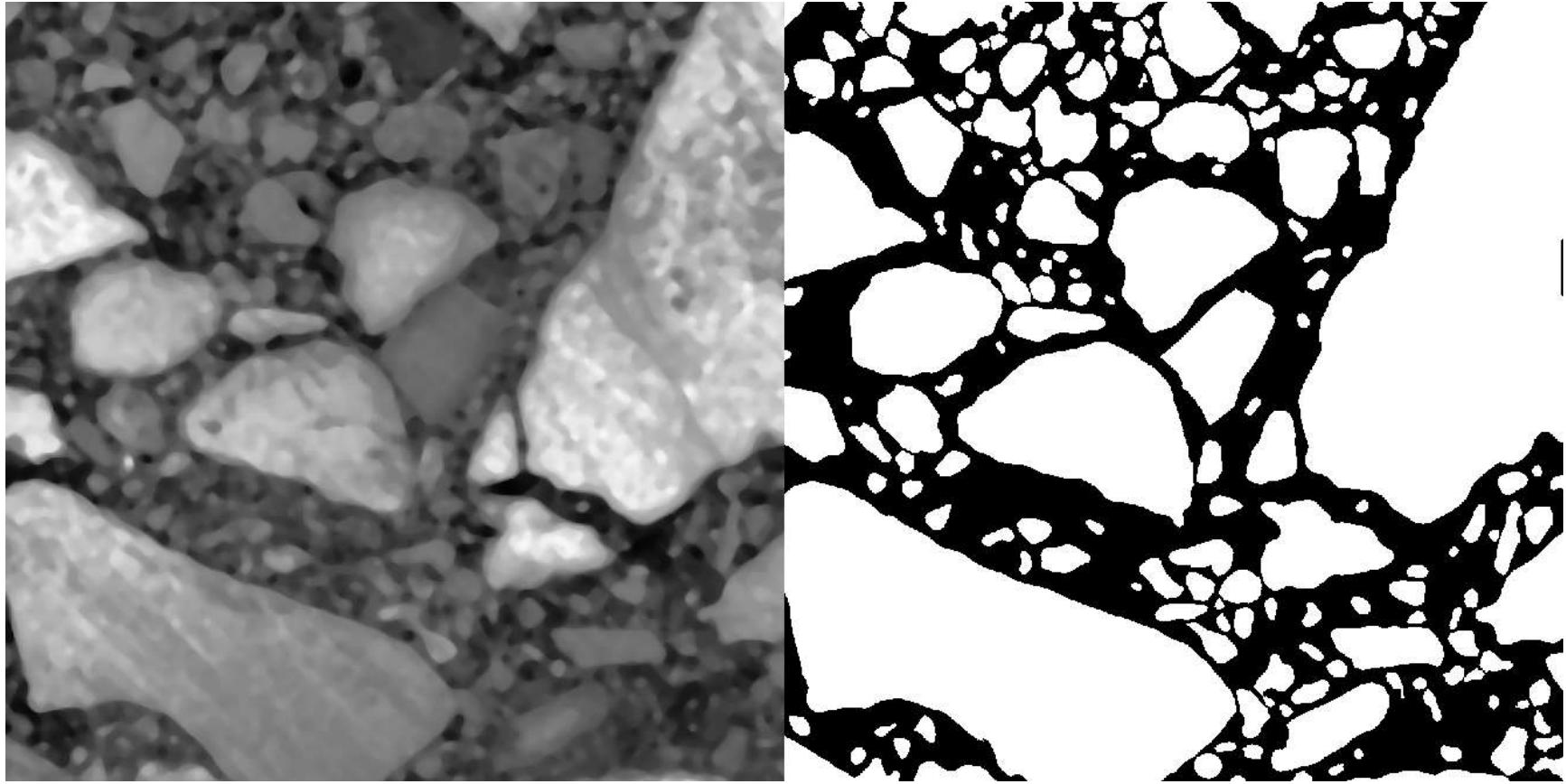
$$\mu_g = \frac{1}{NP \cdot a_g} \sum_{(x,y)} d(x,y) P(G|d(x,y))$$

$$\mu_a = \frac{1}{NP \cdot (1-a_g)} \sum_{(x,y)} d(x,y) (1 - P(G|d(x,y)))$$

$$\Sigma_g = \frac{1}{NP \cdot a_g} \sum_{(x,y)} (d(x,y) - \mu_g) \cdot (d(x,y) - \mu_g)^T P(G|d(x,y))$$

$$\Sigma_a = \frac{1}{NP \cdot (1-a_g)} \sum_{(x,y)} (d(x,y) - \mu_a) \cdot (d(x,y) - \mu_a)^T (1 - P(G|d(x,y)))$$

Repetir
hasta
convergencia



Conclusiones I

- La inteligencia centralizada parece tener dificultades para segmentar (faltan procesos estándar por comparar, pero no es de esperar grandes mejoras)
- La auto-organización permite resultados casi tan satisfactorios (o tan insatisfactorios) como la segmentación manual.
- ¡Casi tres horas en una imagen de 3500x5000!
- ¿Cómo buscar reglas de autómatas celulares (cognitivos o no) que logren objetivos específicos?

