Universidad Distrital Francisco José de Caldas Programa de posgrado en Ingeniería Curso de Procesos Estocásticos Cuarta Tarea

Fecha de Asignación: 5 de mayo de 2018 Fecha de entrega: 12 de mayo de 2018

- 1. En clase desarrollamos algunos modelos analíticos de eficiencia en redes de comunicaciones con base en una variable aleatoria. Busque en la literatura un modelo analítico en su área de interés de investigación con base en una variable aleatoria y preséntelo en menos de una página.
- 2. Lanzamos un dado tres veces y, en cada lanzada, observamos el número de puntos que queda en la cara de arriba del dado.
 - Describa de manera muy breve pero completa el espacio de probabilidad que representa este experimento, usando el conjunto potencia del espacio muestral como campo sigma de eventos.

Considere la función determinística $X:\Omega\to\mathbb{R}$ que asigna a cada resultado del experimento la suma de los puntos observados en las tres lanzadas.

- b. Encuentre los eventos $A(x) = \{ \omega \in \Omega : X(\omega) \le x \} \ \forall \ x \in \mathbb{R} \ y \ determine la CDF de X, <math>F_X(x) = P[A(x)]$
- c. Encuentre el valor esperado, la varianza, el skewness y el kurtosis de *X* ¿Cómo interpreta esos valores?
- 3. Conseguimos una función $g:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que a cada $x \in \mathbb{R}$ le asigna el valor g(x) = x(2 x). Tenemos razones para creer que, multiplicándola por una constante apropiada, podríamos convertir la función g en la pdf de una variable aleatoria continua X. Si queremos que los posibles valores de X abarquen el intervalo cerrado más grande posible ¿Cuál sería la CDF de X?
- 4. Después de resolver el ejercicio anterior, descubrimos que nos interesa más la variable aleatoria Y = |1-X|. ¿Cuál es la pdf $f_Y(y)$?
- 5. Lea las longitudes de TODOS los archivos en su disco duro. Use los datos para calcular la cola de la distribución de la variable aleatoria L = longitud de un archivo, P(L > l). ¿Cuál es la media y la varianza de L? ¿Cuántos son los archivos más grandes que ocupan la mitad del disco duro y cuántos los archivos más pequeños que ocupan la otra mitad? ¿Es una distribución de cola liviana o de cola pesada?
- 6. Se quiere asegurar que, en promedio, de cada mil paquetes no más de uno experimente un retardo superior o igual a 100 ms, $P[D > 0.1] \le 0.001$.
 - a. Ante la ausencia de más información, ¿cuánto debe ser el promedio del retardo de los paquetes para garantizar esta condición?

- b. Medimos el retardo y, desafortunadamente, resultó ser el doble del requerido según el punto anterior. Ante la ausencia de más información, ¿Cuánto debe ser la desviación estándar para garantizar la misma condición?
- 7. Sea *X* una variable aleatoria Gaussiana con media cero y varianza 1. ¿Cuáles son el valor esperado y la varianza de *X* dado que *X*>0?
- 8. Demuestre que las distribuciones exponencial y geométrica son <u>las únicas</u> distribuciones que no tienen memoria.