1) Determine cual de las siguientes proposiciones es falsa

a) Verdadera porque la función es positiva la integral es el área.

$\boxed{\text{b) Falso}}$ porque $\int_a^b f(x)\,dx$ es un número

c) Verdadera propiedades integral

d) Verdadero Teorema Fundamental del Cálculo

2) Siendo f continua en $[0,2]$ $\int_0^2 f(x)\,dx = 6$ se puede afirmar que el valor $\int_0^{\pi/2} f(2\operatorname{sen}\alpha)\cos\alpha\,d\alpha$ es: $\boxed{3}$

$u = 2\operatorname{sen}\alpha$

$du = 2\cos\alpha\,d\alpha \Rightarrow \int_0^{\pi/2} f(2\operatorname{sen}\alpha)\cos\alpha\,d\alpha = \frac{1}{2}\int_0^2 f(u)\,du = \frac{1}{2}\cdot 6 = 3.$

$0 \leq \alpha \leq \pi/2$

$0 \leq u \leq 2$

3) El valor o los valores de b para el cual el valor promedio de la función $y = 2+6x-3x^2$ en el intervalo $[0,b]$ es igual a 3. es (o son):

$f(x) = 2+6x-3x^2 \qquad V_{\text{Promedio}} = \frac{1}{b-0}\int_0^b (2+6x-3x^2)\,dx = 3$

$\Rightarrow \frac{1}{b}\int_0^b (2+6x-3x^2)\,dx = 3 \Rightarrow 3b = \left[2x+3x^2-x^3 \Big|_0^b \right]$

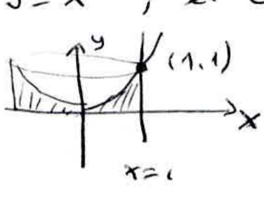
$\Rightarrow 3b = 2b+3b^2-b^3 - 0 \Rightarrow 3b^2-b^3-b=0$

$b(3b-b^2-1) = 0 \Rightarrow b \neq 0 \quad -b^2+3b-1=0$

$b = \frac{-3 \pm \sqrt{9-4}}{-2} = \frac{-3\pm\sqrt{5}}{-2} = \frac{3\mp\sqrt{5}}{2}.$

$\boxed{b = \frac{3\pm\sqrt{5}}{2}}$

4) el volumen generado al girar la región acotada por la curva $y=x^2$, el eje x y las rectas $x=0$ y $x=1$ alrededor del eje y es:



$y>0$

$Vol = \int_0^1 \pi\left[1^2-(\sqrt{y})^2\right]dy = \pi\int_0^1 (1-y)\,dy = \pi\left[y - y^2/2 \Big|_0^1\right]$

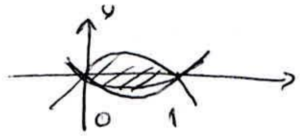
$\boxed{Vol = \pi/2}$

(5) $\int_0^\infty \left[\frac{x}{x^2+1} - \frac{c}{3x+1}\right] dx = \lim_{b\to\infty} \left[\frac{1}{2}\ln|x^2+1| - \frac{c}{3}\ln|3x+1|\right]\Big|_0^b$

$= \lim_{b\to\infty} \ln\left|\frac{(x^2+1)^{1/2}}{(3x+1)^{c/3}}\right|\Bigg|_0^b = \lim_{b\to\infty} \ln\left|\frac{(b^2+1)^{1/2}}{(3b+1)^{c/3}}\right|$

Para que lo integral converja $2\frac{1}{2} = c/3 \Rightarrow c = 3$

(6) El área entre las gráficas $f(x) = x^2 - x$ $g(x) = x - x^2$ es:



$\text{Area} = \int_0^1 ((x - x^2) - (x^2 - x))\, dx = \int_0^1 2x - 2x^2\, dx$

$\text{Area} = x^2 - \frac{2}{3}x^3 \Big|_0^1 = \frac{1}{3}$

(7) $\lim_{n\to\infty} \sqrt{n+5} - \sqrt{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n+5} - \sqrt{n}}{\sqrt{n+5} + \sqrt{n}} \cdot \sqrt{n+5} + \sqrt{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{5}{\sqrt{n+5} + \sqrt{n}} = \boxed{0}$

$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{6n^2} = \lim_{n\to\infty} 6^{1/n} \cdot n^{2/n} = 1$

$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n}{n + \ln(2)}\right)^n = 1/2$

todas convergen

$\lim_{n\to\infty} \frac{3n^2 - 1}{3n^2 + 1} = \lim_{n\to\infty} \frac{3n^2/n^2 - 1/n^2}{3n^2/n^2 - 1/n^2} = 1$

(8) Cual de las siguientes afirmaciones es verdadera

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$ Diverge porque $\lim_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+1}} = 1$

(9) $\int_0^1 \frac{x^3}{x^2 + 2x + 1}\, dx = \int_0^1 (x - 2) + \left(\frac{3x+2}{x^2+2x+1}\right) dx = \int_0^1 (x-2)\, dx + \int_0^1 \frac{3x+2}{x^2+2x+1}\, dx$

$\frac{x^2}{2} - 2x \Big|_0^1 + \frac{1}{x+1} + 3\ln(x+1)\Big|_0^1 = \left(\frac{1}{2} - 2\right) + \frac{1}{2} + 3\ln 2 - 1 - 3\ln(1)$

$= -2 + 3\ln 2$

(10) El intervalo de convergencia de la serie de potencias

$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-5)^n x^n}{\sqrt{n+5}}$ $\lim_{n\to\infty} \left| \frac{\frac{(-5)^{n+1} x^{n+1}}{\sqrt{n+6}}}{\frac{(-5)^n x^n}{\sqrt{n+5}}} \right| = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{(-5)^{n+1} x^{n+1} \sqrt{n+5}}{(-5)^n x^n \sqrt{n+6}} \right| = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{(-5) \cdot x \sqrt{n+5}}{\sqrt{n+6}} \right| < 1$

Si $|x| < 1/5$ $(-1/5, 1/5)$